Đại học Công nghệ Thông tin HKI 2019-2020

Khoa Khoa học Máy tính

ĐỀ THI MÔN PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN
Thời gian: 90 phút
(Không được sử dụng tài liệu)

ĐỀ 2

Câu 1: (2 điểm) Ký hiệu tiệm cận

a) Chứng minh:

f(n) + g(n) = Θ (max (f(n), g(n))) Lưu ý: Θ là Big – Theta

b) Với mỗi nhóm hàm bên dưới, hãy sắp xếp các hàm số theo thứ tự tăng dần của "order of growth" và có giải thích ngắn gọn cách thực hiện:

Group 1: $f_1(n) = \binom{n}{n-2}$ $f_2(n) = \sqrt{n}(\log n)^4$ $f_3(n) = n^{5(\log n)^2}$ $f_4(n) = 4logn + 10\log(logn)$	**Group 2:** $f_5(n) = n2^{n/2}$ $f_6(n) = n^{\log n}$ $f_7(n) = n^{\sqrt{n}}$ $f_8(n) = 2^n$

(Lưu ý ký hiệu: log là log cơ số 2, $\binom{n}{k}$ là tổ hợp chập k của n)

Câu 2: (4 điểm) Đánh giá độ phức tạp

a) Đếm số phép gán, số phép so sánh được thực hiện trong đoạn chương trình sau, suy ra độ phức tạp thuật toán (2 điểm). Lưu ý: không cần rút gọn Gán (n), Sosánh(n).

```
i= 1;count = 0;
while (i ≤ 3*n)
{
	x = i - 2*n;
	y = n - i ;
	j = 1;
	while (j ≤ x)
	{
		count = count - 1;
		j = j+2;
	}
	if (y > 0)
		if (x > 0)
			count = count + 1;
	i = i+1;
}
```

SV CHỌN LÀM 1 TRONG 2 CÂU SAU: 2b hoặc 2c

b) Giải phương trình đệ quy sau dùng **hàm sinh** (2 điểm)

$$\begin{cases} T(n) = 2T(n-1) + 7 \text{nếu} n > 0 \\ T(0) = 1 \end{cases}$$

c) Đánh giá độ phức tạp của hàm f được cho bên dưới:

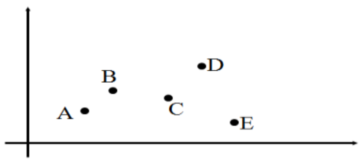
```
int f (int n)
{
        if (n==1)       return 2;
        return  3^f(n/2) + 2*log(f(n/2)) – f(n/2) +1;
}
```

Yêu cầu: Thành lập phương trình đệ quy (kèm giải thích ngắn gọn) và giải phương trình để xác định độ phức tạp của giải thuật dùng **phương pháp truy hồi (còn gọi là thay thế)** (2 điểm).

Câu 3: (4 điểm)

a) Bài toán "Sắp hạng trong không gian 2 chiều" được mô tả như sau: Cho 2 điểm A(a_1, a_2) và B(b_1, b_2), A được gọi là "trội hơn" B nếu $a_1 > b_1$ và $a_2 > b_2$. Cho tập S có n điểm trong không gian 2 chiều, hạng của điểm X là số lượng các điểm mà X trội hơn. Hãy sắp hạng các điểm trong tập S.

Ví dụ: tập S = {A, B, C, D, E} như hình bên dưới và hạng của các điểm là:



rank(A)= 0 rank(B) = 1 rank(C) = 1

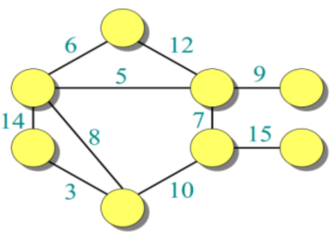
rank(D) = 3 rank(E) = 0

Yêu cầu: Thiết kế một thuật toán để giải bài toán trên và không dùng phương pháp Brute Force là so sánh trực tiếp từng cặp điểm.

b) Cho G = (V, E) là một đồ thị vô hướng liên thông, trong đó V là tập đỉnh, E là tập cạnh và các cạnh đều có trọng số. Cây T = (V, F) với F ⊂ E được gọi là cây khung của G. Cây không có chu trình và có n - 1 cạnh. Cây khung ngắn nhất hay còn gọi là cây khung tối tiểu là cây khung của G có tổng độ dài (trọng số) các cạnh nhỏ nhất. Tìm cây khung tối tiểu của G.

Yêu cầu : - Hãy thiết kế một thuật toán **"quay lui"** để giải bài toán trên (trình bày dưới dạng mã giả và có chú thích cho người đọc dễ hiểu).

- Trình bày một **cách giải khác** (chỉ cần nêu ý tưởng) có độ phức tạp thấp hơn thuật toán quay lui ở trên và minh họa cách giải này cho ví dụ sau:



Lưu ý: Các thuật toán phải được trình bày dưới dạng *mã giả*, nên có *chú thích* và *minh hoạ* qua ví dụ cho người đọc dễ hiểu.

______________________**HẾT**______________________

Gợi ý: Một số công thức tính tổng quan trọng

$$\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} \approx \frac{1}{2}n^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \approx \frac{1}{3}n^3$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^k = 1^k + 2^k + \cdots + n^k \approx \frac{1}{k+1}n^{k+1}$$

$$\sum_{i=0}^{n} a^i = 1 + a + \cdots + a^n = \frac{a^{n+1}-1}{a-1} \; (a \neq 1);$$

$$\sum_{i=1}^{n} i2^i = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + \cdots + n2^n = (n-1)2^{n+1} + 2$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} \approx \ln n + \gamma, \text{ where } \gamma \approx 0.5772$$

$$\sum_{i=1}^{n} \log i \approx n \log n$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} (n)\, x^n = \frac{x}{(1-x)^2}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)\, x^n = \frac{1}{(1-x)^2}$$