

PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN (Design and Analysis of Algorithms)

L/O/G/O

GV: HUỖNH THỊ THANH THƯỜNG

Email: hh.thanhthuong@gmail.com

thuonghtt@uit.edu.vn

CHƯƠNG 3

THIẾT KẾ THUẬT TOÁN

Algorithm Design

GV: ThS. HUỖNH THỊ THANH THƯƠNG

Email:

thuonghtt@uit.edu.vn

Bài toán tối ưu tổ hợp

❖ Có dạng tổng quát:

Cho hàm $f(X)$ là hàm mục tiêu xác định trên 1 tập hữu hạn các phần tử D (tập các phương án)

Mỗi $X \in D$ có dạng $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ gọi là 1 phương án, $X_i \in P$ (tập các biến)

Cần tìm 1 phương án X “chấp nhận được” (thỏa mọi ràng buộc) sao cho $f(X)$ đạt min (max) →
phương án tối ưu

Bài toán tối ưu tổ hợp

❖ Cách giải quyết

▪ Vét cạn

Tuần tự xét tất cả các khả năng (phương án) có thể có cho đến khi gặp giải pháp cho vấn đề cần giải quyết → **thời gian mũ**

▪ Các thuật toán Quy hoạch tuyến tính (Toán học: ngành tối ưu)

▪ Tối ưu cục bộ : phương pháp tham lam

Bài toán tối ưu tổ hợp

❖ Cách giải quyết

- Các thuật toán Quy hoạch tuyến tính
(Toán học: ngành tối ưu)

Các cách giải đơn giản:

- Giải bằng hình học (trường hợp 2 biến)
- Thuật toán Fourier-Motzkin

Phức tạp hơn: Phương pháp đơn hình, phương pháp trọng tâm, ...

Hướng dẫn giải tại lớp

❖ Bài 1. Bài toán sản xuất (Production planning problem)

Công ty X sản xuất sơn nội thất và sơn ngoài trời. Nguyên liệu gồm 2 loại A và B với trữ lượng là 6 tấn và 8 tấn tương ứng. Để sản xuất 1 tấn sơn nội thất cần 2 tấn nguyên liệu A và 1 tấn nguyên liệu B. Hai số tương ứng của sơn ngoài trời là 1 tấn và 2 tấn. Qua tiếp thị được biết nhu cầu thị trường là như sau (cho 1 ngày):

- Nhu cầu sơn nội thất không lớn hơn nhu cầu sơn ngoài trời quá 1 tấn.
 - Nhu cầu cực đại của sơn nội thất là 2 tấn.
 - Giá bán sỉ là 2000USD 1 tấn sơn nội thất và 3000USD 1 tấn sơn ngoài trời.
- Vấn đề là cần sản xuất mỗi ngày như thế nào để doanh thu là lớn nhất.



Bài tập tại lớp (lấy điểm quá trình): Inclass#07

Một công ty điện tử sản xuất 2 kiểu radio trên 2 dây chuyền độc lập. Công suất của dây chuyền 1 là 60 radio/ngày và dây chuyền 2 là 75 radio/ngày. Để sản xuất 1 chiếc radio kiểu 1 cần 10 linh kiện điện tử E và 1 chiếc radio kiểu 2 cần 8 linh kiện này. Số linh kiện này được cung cấp mỗi ngày không quá 800. Tiền lãi khi bán 1 radio kiểu 1 là 30USD và kiểu 2 là 20USD. Xác định phương án sản xuất cho lãi nhiều nhất trong ngày.

Hãy mô hình hóa bài toán và giải bằng hình học và bằng phương pháp Fourier-Motzkin.

Khử x_2 trước, x_1 sau

Giải bài toán tối ưu tổ hợp

❖ Giải bằng hình học

Đường mức $30x_1 + 20x_2 = \alpha$

Các ràng buộc được đánh số thứ

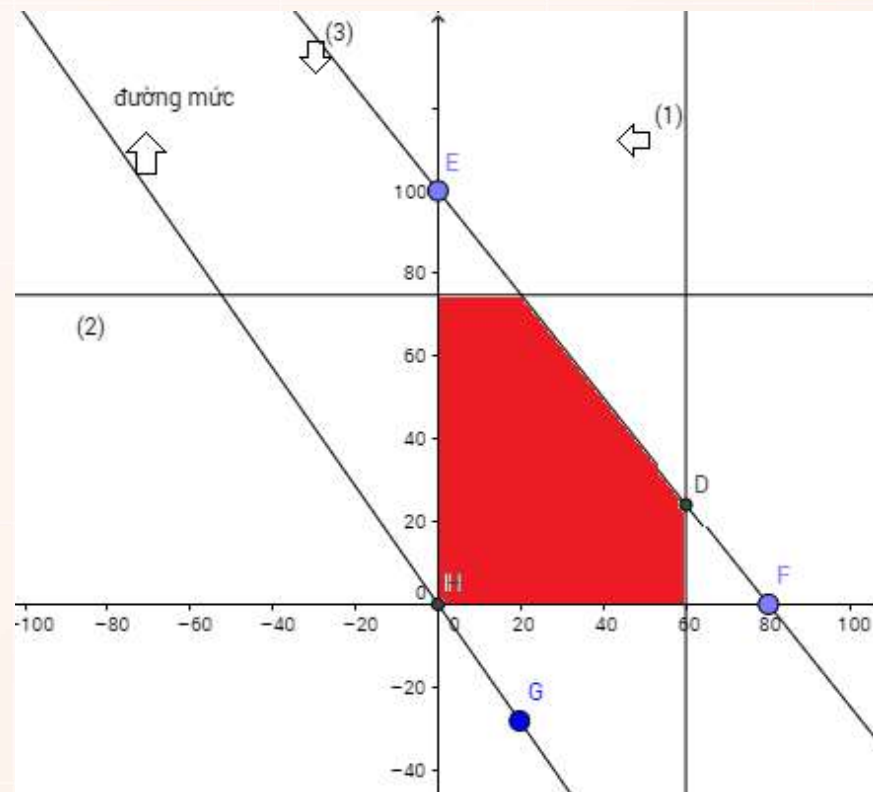
tự:

- (1) $x_1 \leq 60$
- (2) $x_2 \leq 75$
- (3) $10x_1 + 8x_2 \leq 800$
- (4) $x_1 \geq 0$
- (5) $x_2 \geq 0$

Điểm cuối cùng mà đường mức còn cắt miền chấp nhận được là điểm D.

D là giao điểm của (1) và (3), giải hệ phương trình ta được tọa độ của D là (60, 25)

Vậy phương án tối ưu là $x_1 = 60$ và $x_2 = 25$ với lãi suất cao nhất 2300 USD



Giải bài toán tối ưu tổ hợp

❖ Giải bằng thuật toán Fourier-Motzkin

- (1) $x_1 \leq 60$
- (2) $x_2 \leq 75$
- (3) $10x_1 + 8x_2 \leq 800$
- (4) $x_1 \geq 0$
- (5) $x_2 \geq 0$
- (6) $z \leq 30x_1 + 20x_2$ (viết lại hàm mục tiêu)

Khử x_1 trước:

B1.1: chuyển x_1 về 1 vế và viết lại các bất đẳng thức sao cho cùng chiều

- (1) $x_1 \leq 60$
- (2) $x_2 \leq 75$
- (3) $x_1 \leq (800 - 8x_2)/10$
- (4) $0 \leq x_1$
- (5) $0 \leq x_2$
- (6) $(z - 20x_2) / 30 \leq x_1$

B1.2: Ghép từng BĐT dạng $x_1 \leq \dots$ với các BĐT dạng $\dots \leq x_1$

- $0 \leq 60$ (hiển nhiên)
- $x_2 \leq 75$
- $0 \leq (800 - 8x_2)/10$
- $0 \leq x_2$
- $(z - 20x_2) / 30 \leq 60$
- $(z - 20x_2) / 30 \leq (800 - 8x_2)/10$

Giải bài toán tối ưu tổ hợp

Tương tự: Khử x_2

B2.1: Đưa x_2 về 1 vế

- (1) $x_2 \leq 75$
- (2) $x_2 \leq 100$ (có thể bỏ cho gọn)
- (3) $0 \leq x_2$
- (4) $(z - 1800)/20 \leq x_2$
- (5) $x_2 \leq (2400 - z)/4$

B2.2: Ghép các BĐT

$$\begin{aligned} 0 &\leq 75 \\ 0 &\leq (2400 - z)/4 \\ (z - 1800)/20 &\leq 75 \\ (z - 1800)/20 &\leq (2400 - z)/4 \end{aligned}$$

Rút gọn:

$$\begin{aligned} z &\leq 2400 \\ z &\leq 3300 \\ z &\leq 2300 \end{aligned}$$

Kết luận: $z \leq 2300$ nên $\max z = 2300$

Thế lại ta được:

$$\begin{aligned} 60 &\leq x_1 \leq 60 \text{ nên } x_1 = 60 \\ 25 &\leq x_2 \leq 25 \text{ nên } x_2 = 25 \end{aligned}$$

BONUS THỰC HÀNH

Bonus vào Cột điểm cuối kỳ:

Cài đặt thuật toán **Fourier-Motzkin**

- Dùng NNLT nào cũng được (gv gợi ý dùng Mapple vì ẻm hỗ trợ xử lý tính toán mạnh mẽ)
- Thuật toán này chỉ giải được 1 số dạng đặc biệt của bài toán tối ưu, chứ không phải giải được mọi loại bài toán.
- SV chỉ cần giải quyết trường hợp 2, 3 biến
- 2 test case bắt buộc có là bài “Sản xuất radio” và “Sản xuất sơn nội thất/ngoài trời”, SV có thể tự tạo thêm 2-3 test case khác nữa.
- Nộp bài gồm: 1) source code, 2) các testcase kèm mô tả bài toán (nếu có), 3) video ghi lại quá trình chạy thử nghiệm, 4) Không bắt buộc, bài giải thủ công bằng tay để đối chiếu các đáp án
- SV ko cần mất thời gian search google vì có search cũng chẳng có kết quả gì đâu, tự cài đặt theo cách hiểu và theo kỹ năng lập trình của mình