

Название	Обознач.	Парам.	Носитель	Плотность (последовательность вероятностей)	Матем. ожидание	Дисперсия	Характерис- тическая функция
Дискретные распределения							
Дискретное равномерное	$R\{1, \dots, N\}$	$N \in \mathbb{N}$	$\{1, \dots, N\}$	$P(\{k\}) = 1/N, \quad k \in \{1, \dots, N\}$	$(N+1)/2$	$(N^2-1)/12$	$\frac{e^{it}-e^{i(N+1)t}}{N(1-e^{it})}$
Бернулли	$Bern(p)$	$p \in (0, 1)$	$\{0, 1\}$	$P(\{0\}) = 1-p, \quad P(\{1\}) = p$	p	$p(1-p)$	$pe^{it} + 1-p$
Биномиальное	$Bin(n, p)$	$n \in \mathbb{N},$ $p \in (0, 1)$	$\{0, \dots, n\}$	$P(\{k\}) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$	np	$np(1-p)$	$(pe^{it} + 1-p)^n$
Пуассоновское	$Pois(\lambda)$	$\lambda > 0$	\mathbb{Z}_+	$P(\{k\}) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$	λ	λ	$exp(\lambda(e^{it}-1))$
Геометрическое	$Geom(p)$	$p \in (0, 1]$	\mathbb{N}	$P(\{k\}) = (1-p)^{k-1} p$	$1/p$	$(1-p)/p^2$	$\frac{pe^{it}}{1-(1-p)e^{it}}$
Абсолютно непрерывные распределения							
Непрерывное равномерное	$R[a, b]$ или $U[a, b]$	$a, b \in \mathbb{R},$ $a < b$	$[a, b]$	$p(x) = \frac{1}{b-a} I\{x \in [a, b]\}$	$(a+b)/2$	$(b-a)^2/12$	$\frac{e^{itb}-e^{ita}}{it(b-a)}$
Нормальное (гауссовское)	$\mathcal{N}(a, \sigma^2)$	$a \in \mathbb{R},$ $\sigma^2 \in \mathbb{R}_+$	\mathbb{R}	$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$	a	σ^2	$exp(ita - \sigma^2 t^2/2)$
Гамма- распределение	$\Gamma(\alpha, \beta)$	$\alpha > 0,$ $\beta > 0$	\mathbb{R}_+	$p(x) = \frac{\alpha^\beta x^{\beta-1}}{\Gamma(\beta)} e^{-\alpha x}, \quad x > 0$	β/α	β/α^2	$(1-it/\alpha)^{-\beta}$
Экспоненци- альное	$Exp(\lambda)$	$\lambda > 0$	\mathbb{R}_+	$p(x) = \lambda e^{-\lambda x} I\{x > 0\}$	$1/\lambda$	$1/\lambda^2$	$\lambda/(\lambda-it)$
Коши	$Cauchy(\theta)$	$\theta > 0$	\mathbb{R}	$p(x) = \frac{\theta}{\pi(x^2+\theta^2)}$	Нет	Нет	$e^{-\theta t }$
Бета- распределение	$Beta(\alpha, \beta)$	$\alpha > 0,$ $\beta > 0$	$[0, 1]$	$p(x) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)}$	$\alpha/(\alpha+\beta)$	$\frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}$	
Парето	$Pareto(\alpha)$	$\alpha > 0$	$[1, +\infty)$	$p(x) = \frac{\alpha}{x^{\alpha+1}}$	$\frac{\alpha}{\alpha-1}$ если $\alpha > 1$	$\frac{\alpha}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$ если $\alpha > 2$	
Многомерные распределения							
Гауссовское	$\mathcal{N}(a, \Sigma)$	$a \in \mathbb{R}^n,$ $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times n},$ симм., неотр. опр.	\mathbb{R}^n	$p(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det \Sigma}} e^{-\frac{1}{2}(x-a)^T \Sigma^{-1}(x-a)}$	a	Σ	$exp\left(ia^T t - \frac{1}{2}t^T \Sigma t\right)$

$$\xi_1 \sim \mathcal{N}(a_1, \sigma_1^2) \text{ незав. от } \xi_2 \sim \mathcal{N}(a_2, \sigma_2^2) \implies \xi_1 + \xi_2 \sim \mathcal{N}(a_1 + a_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2), \quad c\xi_1 \sim \mathcal{N}(ca_1, c^2\sigma_1^2)$$

$$\xi \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \implies E\xi^{2n} = (2n-1)!!\sigma^{2n}, \quad E|\xi|^{2n+1} = (2n)!!\sigma^{2n+1}\sqrt{2/\pi}$$

$$\xi_1 \sim \Gamma(\alpha, \beta_1) \text{ незав. от } \xi_2 \sim \Gamma(\alpha, \beta_2) \implies \xi_1 + \xi_2 \sim \Gamma(\alpha, \beta_1 + \beta_2), \quad c\xi_1 \sim \Gamma(\alpha/c, \beta), \quad E\xi_1^k = \beta(\beta+1)\dots(\beta+k-1)/\alpha^k,$$

$$\xi \sim Exp(\lambda) \implies \xi \sim \Gamma(\lambda, 1) \quad \Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt, \quad \Gamma(x+1) = x\Gamma(x), \quad \Gamma(n+1) = n!, \quad \Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$$

$$\xi_1 \sim Bin(n_1, p) \text{ незав. от } \xi_2 \sim Bin(n_2, p) \implies \xi_1 + \xi_2 \sim Bin(n_1 + n_2, p)$$

$$\xi_1 \sim Pois(\lambda_1) \text{ незав. от } \xi_2 \sim Pois(\lambda_2) \implies \xi_1 + \xi_2 \sim Pois(\lambda_1 + \lambda_2)$$

Название	Обознач.	Питон (scipy.stats)	Смысл и применение
Дискретные распределения			
Дискретное равномерное	$R\{1, \dots, N\}$	<code>randint(low=1, high=N + 1)</code>	Бросок N -гранного кубика.
Бернулли	$Bern(p)$	<code>bernoulli(p)</code>	Бросок монеты один раз.
Биномиальное	$Bin(n, p)$	<code>binom(n, p)</code>	Бросок монеты n раз.
Пуассоновское	$Pois(\lambda)$	<code>poisson(mu=λ)</code>	Число событий, произошедших за фиксированное время, при условии, что данные события происходят с некоторой фиксированной средней интенсивностью и независимо друг от друга. См. — теория массового обслуживания.
Геометрическое	$Geom(p)$	<code>geom(p)</code>	Количество испытаний случайного эксперимента до наблюдения первого «успеха».
Абсолютно непрерывные распределения			
Непрерывное равномерное	$R[a, b]$ или $U[a, b]$	<code>uniform(loc=a, scale=$b - a$)</code>	Случайная точка из отрезка. Используется, например, для генерации произвольных распределений.
Нормальное (гауссовское)	$\mathcal{N}(a, \sigma^2)$	<code>norm(loc=a, scale=σ)</code> (не σ^2)	Часто встречается в природе. Широко применяется в статистике, машинном обучении. Хорошо моделирует, например, погрешности измерений. Может использоваться также для приближения других распределений.
Гамма-распределение	$\Gamma(\alpha, \beta)$	<code>gamma(a=β, scale=$1/\alpha$)</code>	Моделирование размера страховых возмещений. Широко используется в качестве априорного распределения в байесовской статистике.
Экспоненциальное	$Exp(\lambda)$	<code>expon(scale=$1/\alpha$)</code>	Время между двумя последовательными свершениями одного и того же события.
Коши	$Cauchy(\theta)$	<code>cauchy(scale=θ)</code>	В физике описывает профили равномерно уширенных спектральных линий, амплитудно-частотные характеристики линейных колебательных систем в окрестности резонансных частот.
Бета-распределение	$Beta(\alpha, \beta)$	<code>beta(a=α, b=β)</code>	Априорное распределение на вероятность успеха в испытании Бернулли. Т.е. задает распределение на p , если оно неизвестно.
Парето	$Pareto(\alpha)$	<code>pareto(b=α)</code>	В лингвистике распределение Парето известно под именем закона Ципфа, например, зависимость абсолютной частоты слов в достаточно длинном тексте от ранга. Также описывает распределение размера населенных пунктов.
Многомерные распределения			
Гауссовское	$\mathcal{N}(a, \Sigma)$	<code>multivariate_normal(mean=a, cov=Σ)</code>	Аналогично одномерному.