

In [63]:

```
import numpy as np
import scipy.stats as sps
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
```

In [64]:

```
N = 10**4
```

```
def estimate (theta, limit, exclude=True):
    # генерируем выборку
    sample = sps.uniform.rvs(size = N, loc = 0, scale = theta)

    # вычисляем оценки
    # оценка:  $2\langle X \rangle$ 
    estimation_1 = [np.average(sample[:n]) * 2 for n in range(1, N)]
    # оценка:  $\langle X \rangle + X_n / 2$ 
    estimation_2 = [np.average(sample[:n]) + np.max(sample[:n]) / 2 for n in range(1, N)]
    # оценка:  $(n + 1) * X_1$ 
    estimation_3 = [np.min(sample[:n]) * (n + 1) for n in range(1, N)]
    # оценка:  $X_1 + X_n$ 
    estimation_4 = [np.min(sample[:n]) + np.max(sample[:n]) for n in range(1, N)]
    # оценка:  $X_n * (n + 1) / n$ 
    estimation_5 = [(n + 1) / n * np.max(sample[:n]) for n in range(1, N)]

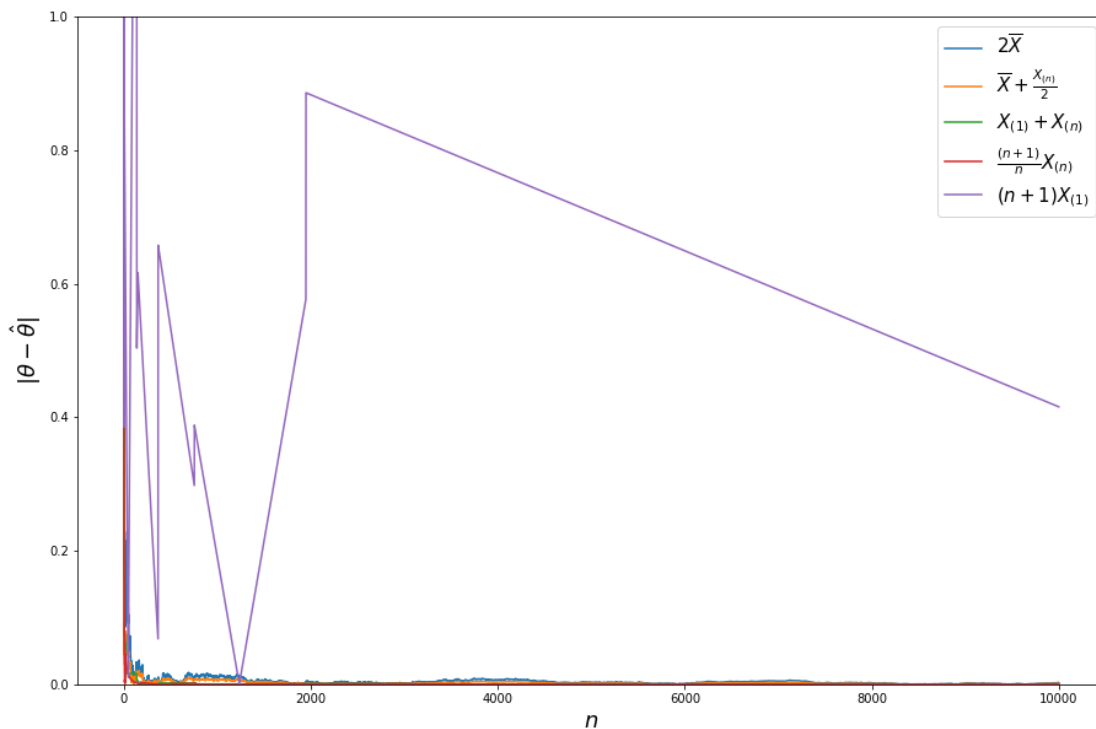
    #строим графики для всех оценок:
    n = np.arange(1, N, dtype=int)
    diff = theta*np.ones(N-1)

    plt.figure(figsize = (15, 10))
    plt.plot(n, np.abs(estimation_1 - diff), label=r'$2 \overline{X}$')
    plt.plot(n, np.abs(estimation_2 - diff), label=r'$\overline{X} + \frac{X_{(n)}}{2}$')
    plt.plot(n, np.abs(estimation_4 - diff), label=r'$X_{(1)} + X_{(n)}$')
    plt.plot(n, np.abs(estimation_5 - diff), label=r'$\frac{(n + 1)}{n} X_{(n)}$')
    if not exclude:
        plt.plot(n, np.abs(estimation_3 - diff), label=r'$(n+1) X_{(1)}$')
    plt.xlabel(r'$n$', fontsize = 18)
    plt.ylabel(r'$| \theta - \hat{\theta} |$', fontsize = 18)
    plt.legend(fontsize=15, loc=1)
    plt.ylim(0, limit)
    plt.show()
    return
```

Построим графики для значения $\theta = 1$

In [65]:

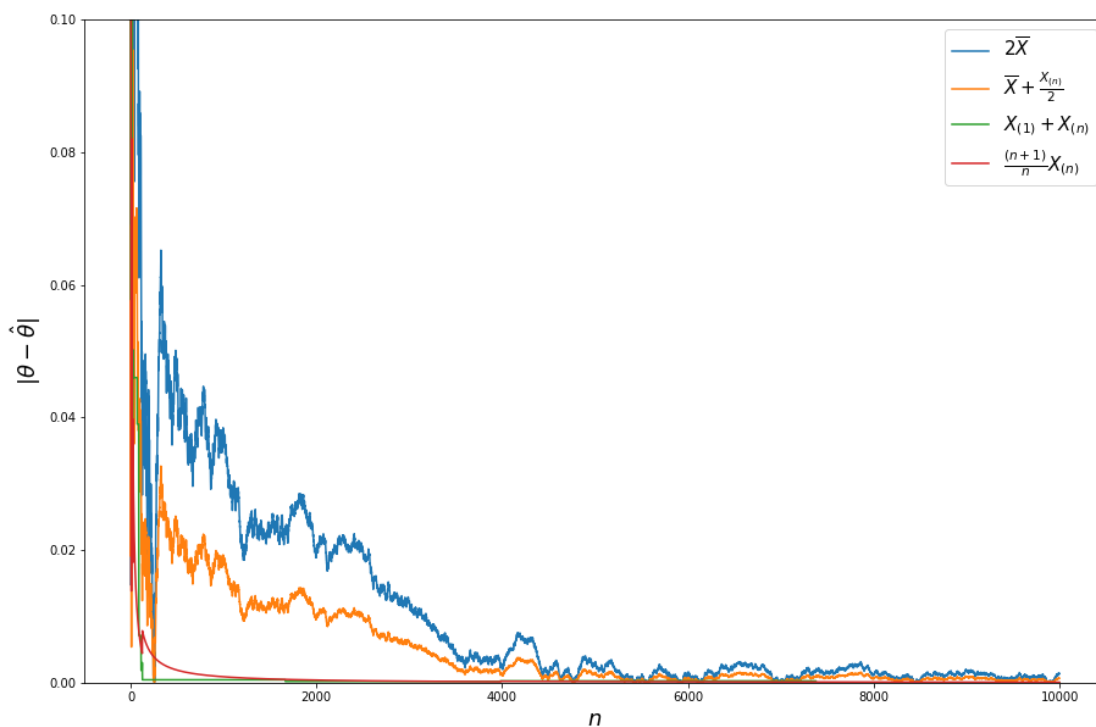
```
estimate(1, 1, False)
```



По графику видно, что оценка $(n+1)X_{(1)}$ сильно отличается от истинного значения параметра θ . Исключим её из рассмотрения и построим несколько графиков для разных значений параметров.

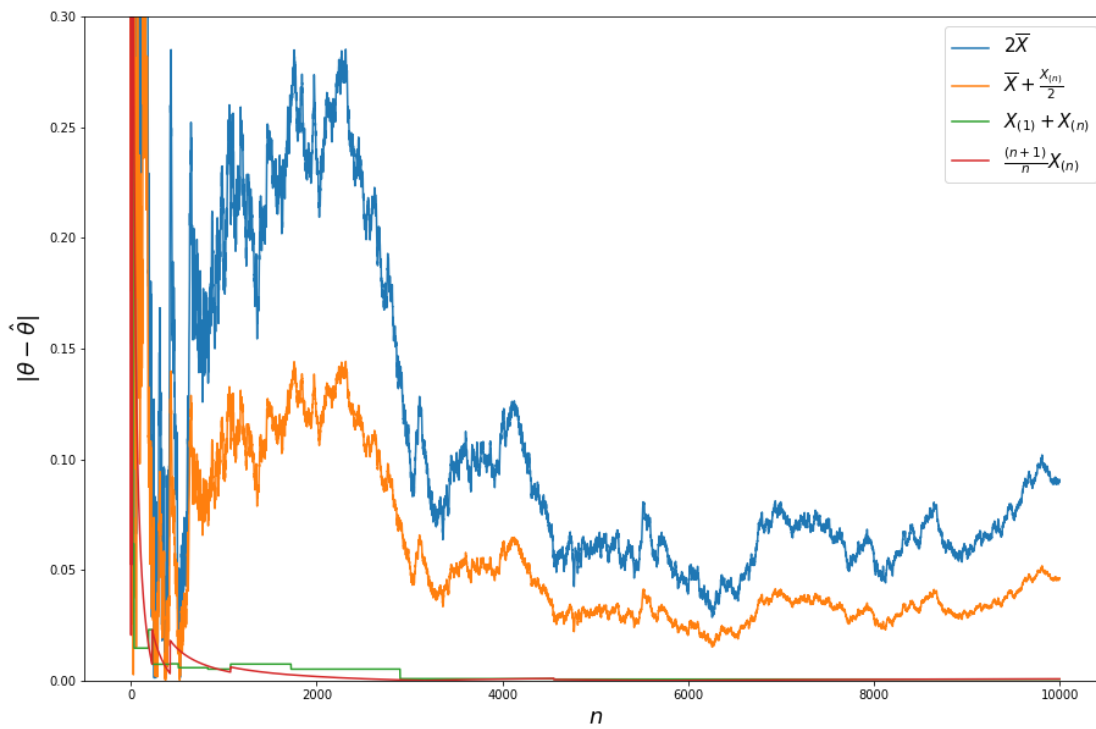
In [66]:

```
estimate(1, 0.1)
```



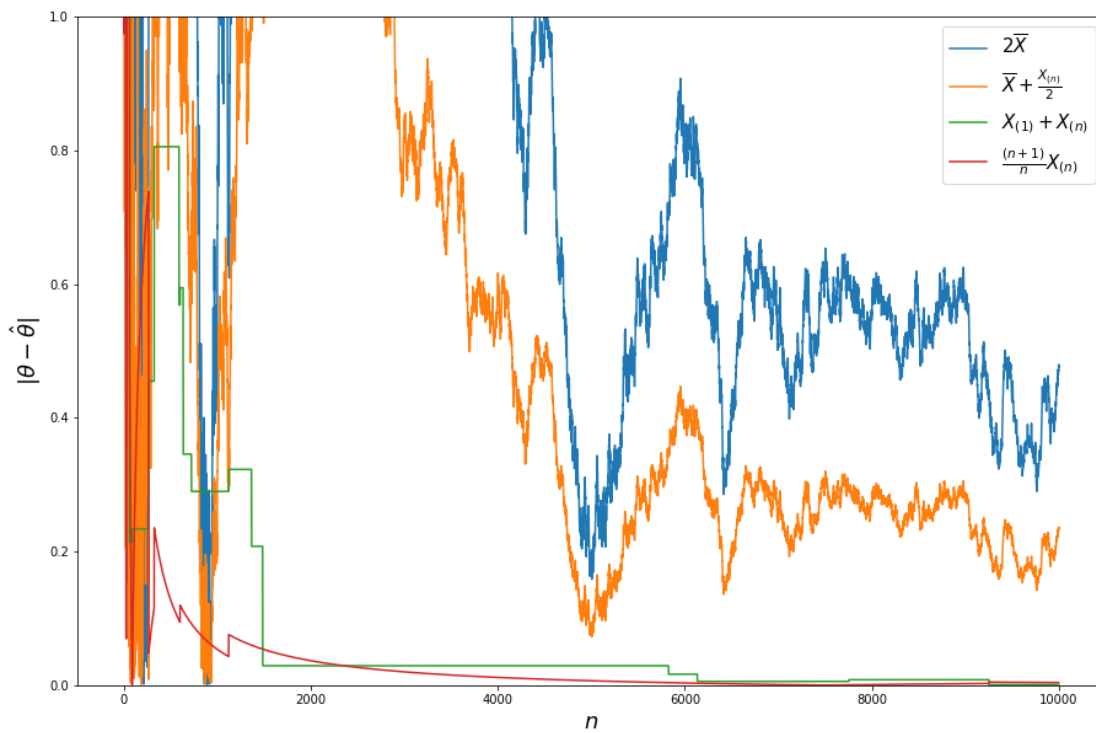
In [67]:

```
estimate(10, 0.3)
```



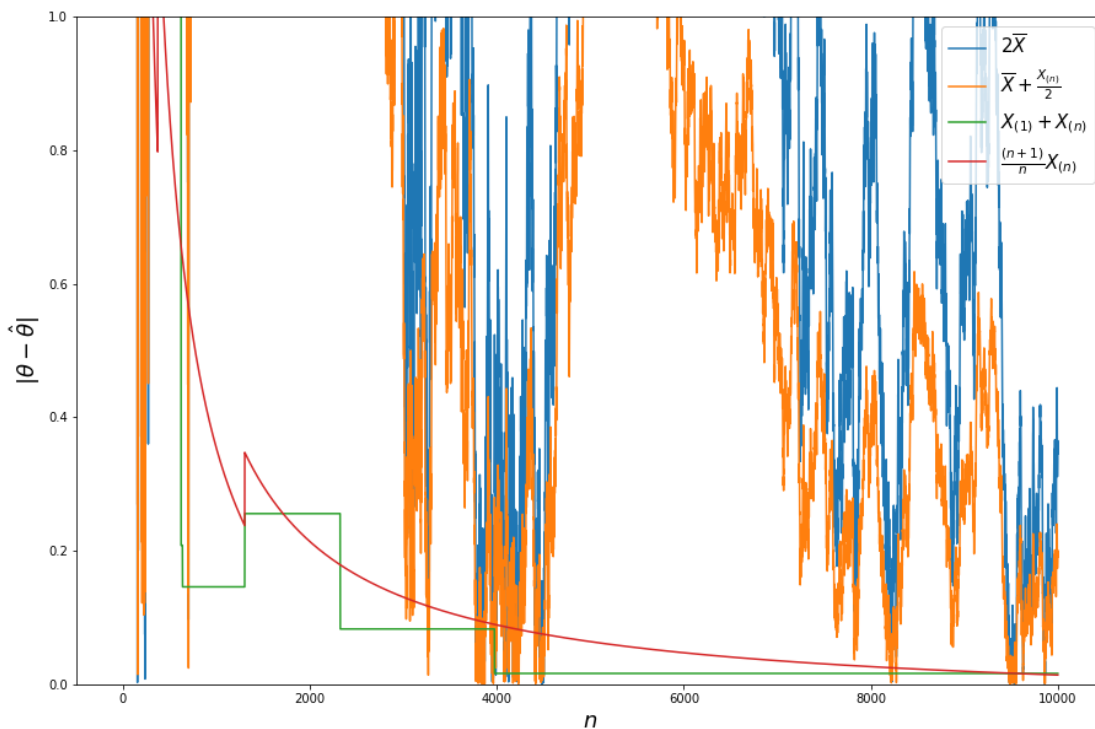
In [68]:

```
estimate(100, 1)
```



In [69]:

```
estimate(500, 1)
```



Вывод:

1. Оценка $(n+1)X_{(1)}$ является наихудшей. Это подтверждается теоретически, т.к. она несостоятельна.
2. Оценки $X_{(1)} + X_{(n)}$ и $\bar{X} + \frac{X_{(n)}}{2}$ являются наилучшими. Разность θ и этих оценок всегда находятся в малой окрестности нуля.
3. С ростом θ растёт величина ошибки.