

```
In [1]: import numpy as np
import scipy.stats as st
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline

data = []

file = open('Cauchy.csv', 'r')
for str in file:
    for c in str.split():
        data.append(float(c))
file.close()
```

Из условия задачи, плотность распределения Коши задается формулой:

$$p(x) = \frac{1}{\pi(1 + (x - x_0)^2)}$$

Функция правдоподобия по выборке размера N имеет вид:

$$f = \frac{1}{\pi(1 + (x_1 - x_0)^2)} \cdot \frac{1}{\pi(1 + (x_2 - x_0)^2)} \cdots \frac{1}{\pi(1 + (x_N - x_0)^2)} = \frac{1}{\pi^N \prod_{i=1}^N (1 + (x_i - x_0)^2)}$$

Логарифмируем и дифференцируем её, получаем следующее:

$$L(x, x_0) = -N \log(\pi) - \log \prod_{i=1}^N (1 + (x_i - x_0)^2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_0} = \sum_{i=1}^N \frac{2(x - x_0)}{(1 + (x - x_0)^2)} = 0$$

Решать последнее уравнение сложно, поэтому действуем как предложено в задании: ищем по сетке значение x , в котором достигается максимум функции правдоподобия.

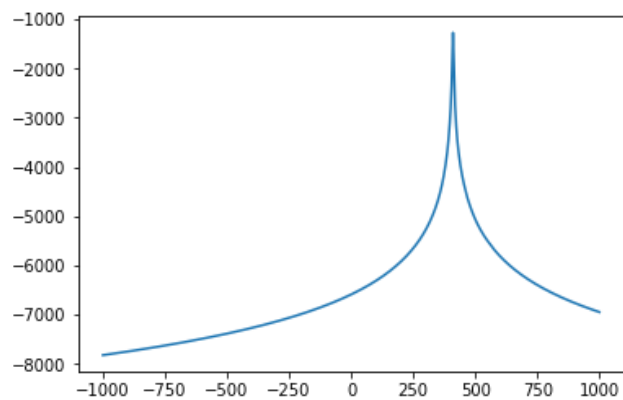
```
In [2]: x = np.arange(-1000, 1000, 0.1)
```

```
In [3]: # n - количество элементов из выборки
# метод возвращает логарифмическую функцию правдоподобия
def estimate(n):
    L = np.zeros(len(x))
    for k in range(len(x)):
        for i in data[0:n]:
            L[k] -= np.log((np.pi * (1 + (i - x[k]) ** 2)))
    return L
```

Оценим параметр сдвига по половине выборки

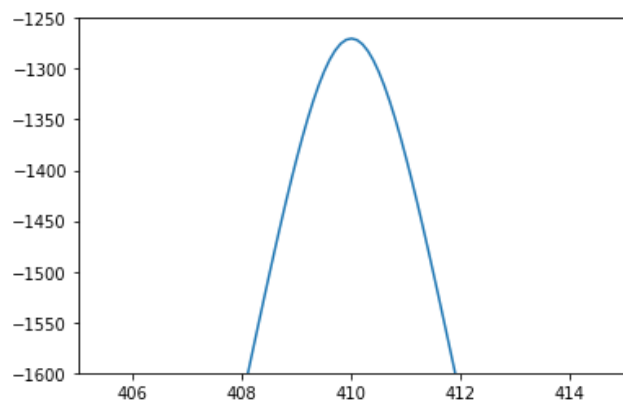
```
In [4]: L = estimate(500)
```

```
In [5]: plt.plot(x, L)
plt.show()
```



```
In [6]: plt.plot(x, L)
plt.ylim([-1600, -1250])
plt.xlim([405, 415])
plt.show()

arg_max = x[np.where(L == max(L))]
print("Значение максимума функции достигается в точке ", arg_max)
```

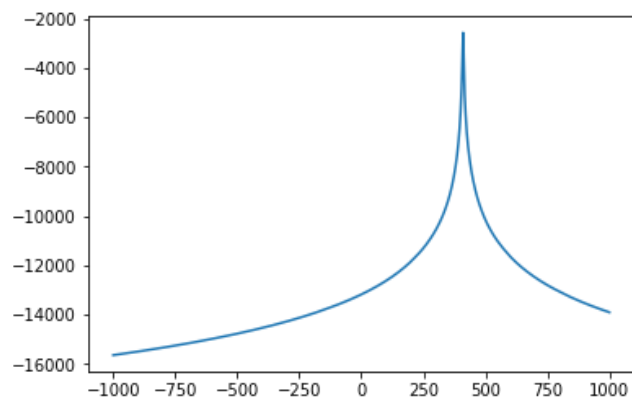


Значение максимума функции достигается в точке [410.]

Оценим параметр сдвига по полной выборке

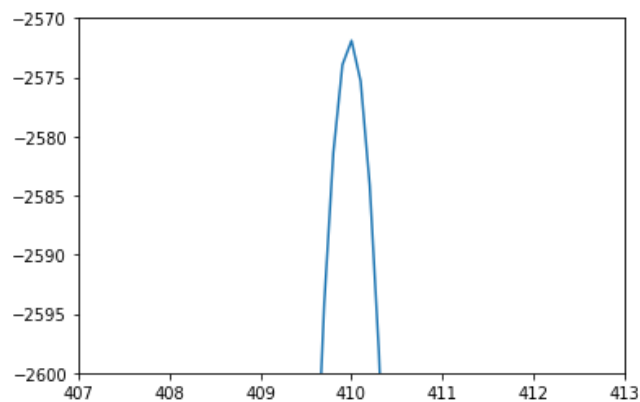
```
In [7]: L = estimate(1000)
```

```
In [8]: plt.plot(x, L)
plt.show()
```



```
In [9]: plt.plot(x, L)
plt.ylim([-2600, -2570])
plt.xlim([407, 413])
plt.show()

arg_max = x[np.where(L == max(L))]
print("Значение максимума функции достигается в точке ", arg_max)
```



Значение максимума функции достигается в точке [410.]

Вывод:

Значение параметра сдвига получилось равным 410 при рассмотрении как половины, так и всей выборки.