图像的

加 减 乘 除

- 根据需要对两幅或者多幅图像进行加、减、乘、除等各种运算。

四种代数运算的表达式如下：

$$C(x,y)=A(x,y)+B(x,y)$$

$$C(x,y)=A(x,y)-B(x,y)$$

$$C(x,y)=A(x,y)*B(x,y)$$

$$C(x,y)=A(x,y)/B(x,y)$$

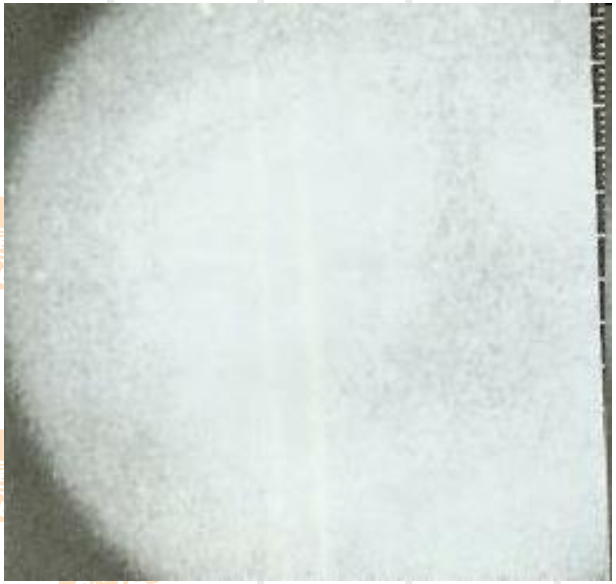
图像相加

- 图像A和图像B是输入的两幅图像，那么两幅图像相加，对应像元的灰度值相加。

$$C(x,y) = A(x,y) + B(x,y)$$

- 那么加运算会有什么用途呢？
- 图像相加的一个重要应用是对同一场景的多幅图像求平均值。

- 举例：对银河系外的某个星团作连续观测，从天文望远镜获得的图像中看，这个星云模糊不清，如果想从这些星云图像中进行进一步的分析的话首先就是要解决照片的颗粒噪声污染的问题。这就可以利用图像的加法来完成。



在求均值的过程中图像中静止的部分没有变化，它会累计得很快，而由于噪声在不同图像中的位置和大小都不同，它们累计得很慢，因而在最终的图像中，图像本身的因素被很好地保留了，而随机噪声却消除了很多。

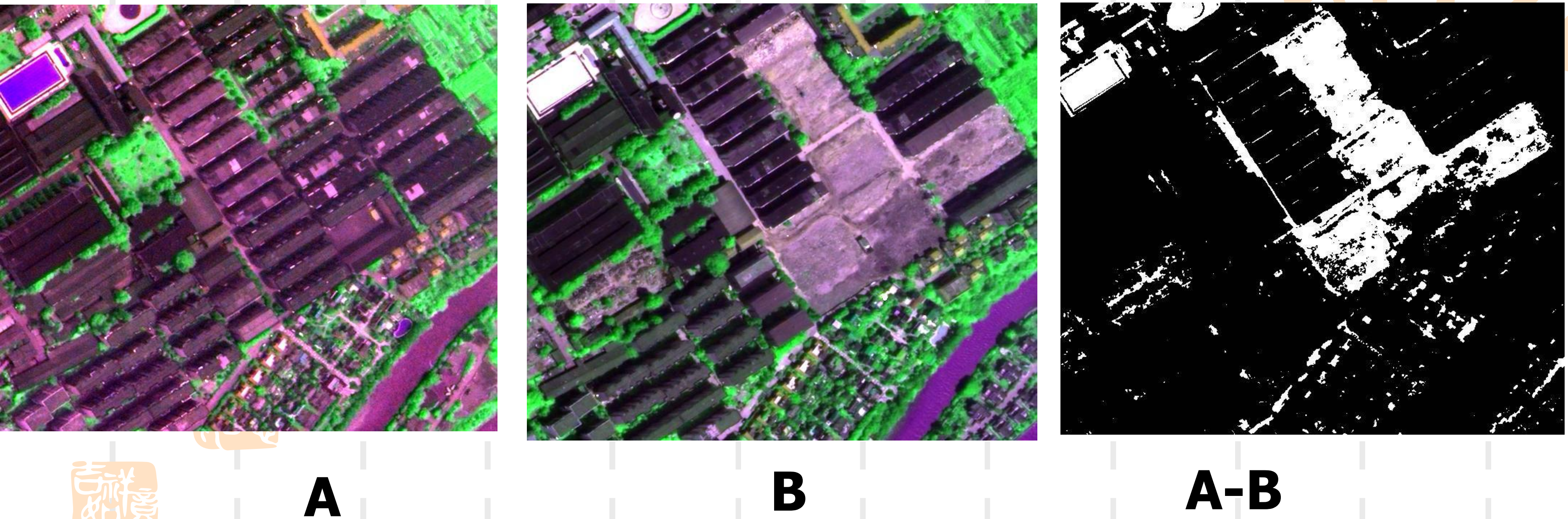
一般来说，可以把这遥远的星云看作是一个静止不动的物体，对它的很多幅图像求和实际上就是对它们求平均。

2 图像之差

- 差是和的反运算，即重新定义一幅反图像，再让这副图像与另外的图像相加。加减运算在应用是有所不同的

$$C(x,y)=A(x,y)-B(x,y)$$

■ 减去背景，突出所研究的对像。

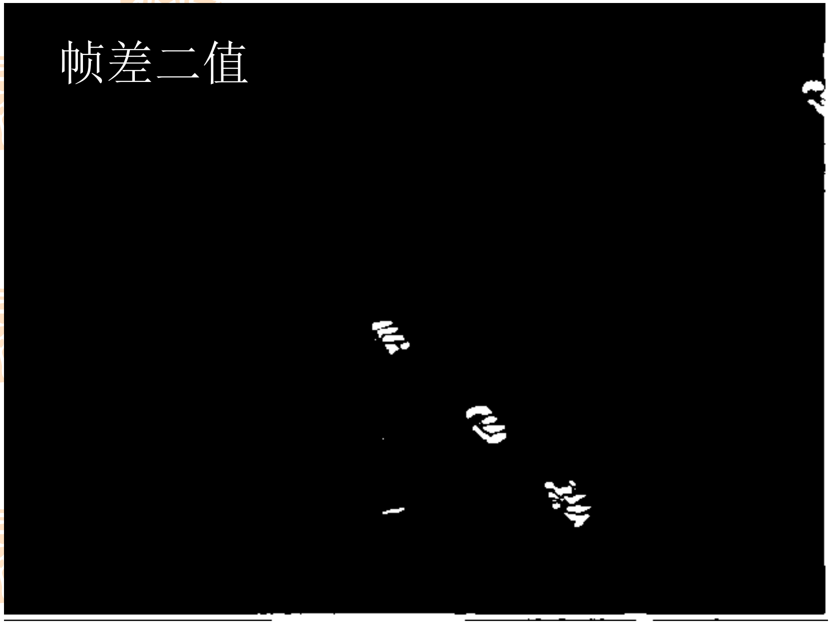


变化检测示意图

运动检测：

运动检测就是检测出运动的目标。如果仅仅有一张图当然很难作出判决，如果有同一地区时间稍有差异的两张图像就能够利用图像相减的方法来获得运动物体的图像——也即差图像。当然这种运动也可能是由摄像机运动导致的。

运动检测：



■ 梯度图像：

- 梯度的定义和意义

  向量函数变化最大的值和方向。

- 梯度的向量函数：

$$\nabla f(x,y)=i\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}+j\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$$

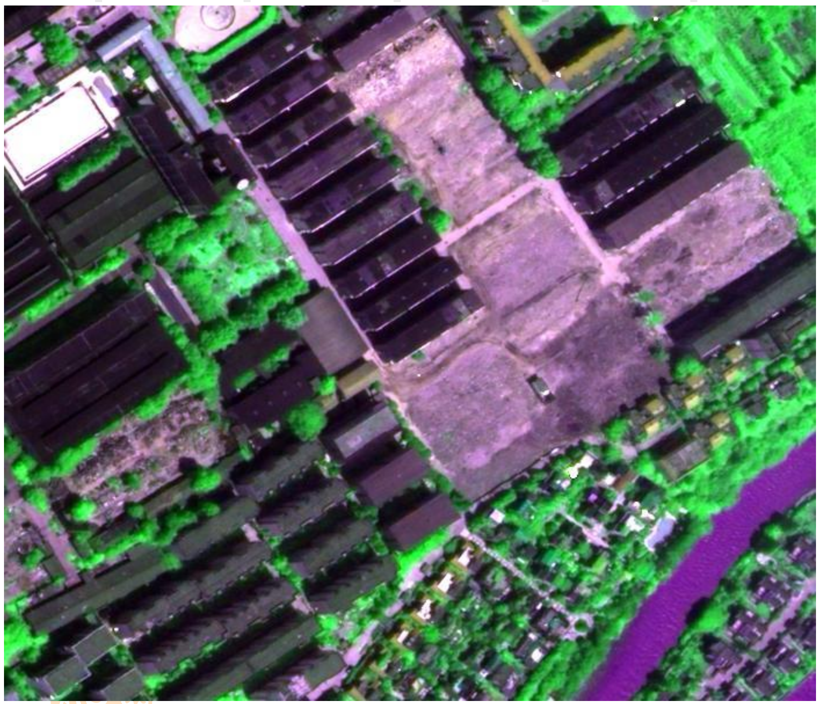
▽表示向量梯度算子，向量▽f（x，y）指向梯度的方向

- 近似公式：

$$|\nabla f(x,y)|\approx \max\left[|f(x,y)-f(x+1,y)|,|f(x,y)-f(x,y+1)|\right]$$

|▽ f（x，y）|为水平方向相邻像素之差的绝对值和垂直方向相邻像素差的绝对值中的最大值。

在一幅图像中，灰度变化大的区域梯度值大。灰度变化比较大的地方是**图像内物体的边界**，因此只要求出图像的梯度图像就能够获得图像中物体的边界情况。



梯度幅度图像

3　乘除运算

- 乘法运算可以用来遮掉图像中的某些部分。设置一个掩膜图像，在相应原图像需要保留的部分让掩膜图像的值为1，而在需要抑制的部分为0。用掩膜图像乘上原图像就可以抹去其中的部分区域。

- 卷积的概念在数字图像处理中非常重要，可以把它看作是在一个考察空间里的一种形式的乘法。

- 除法运算可以用于产生比率图像，这对于多光谱图像分类分析是十分有用的。

地形部位	波段		
	TM1	TM2	TM1/TM2
阳坡	28	43	0.65
阴坡	22	34	0.65

$$f_E(x,y) = Integer[a \frac{f_1(x,y)}{f_2(x,y)}]$$

比值图像反映了两个波段光谱比值的差异

第七章

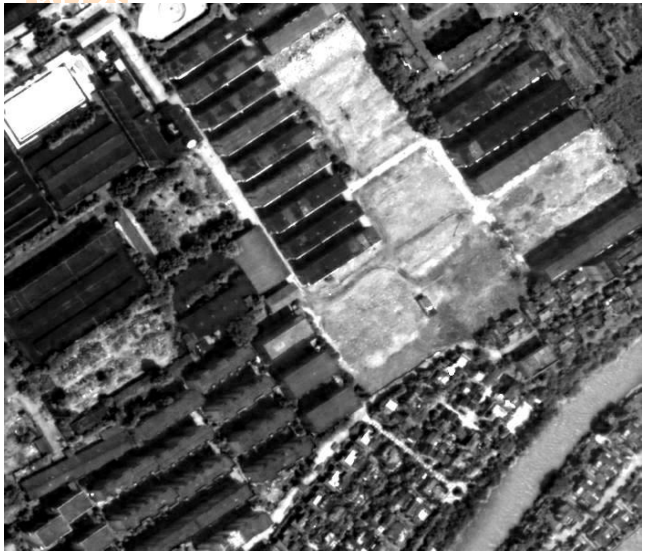
图 像 增 强

主要内容

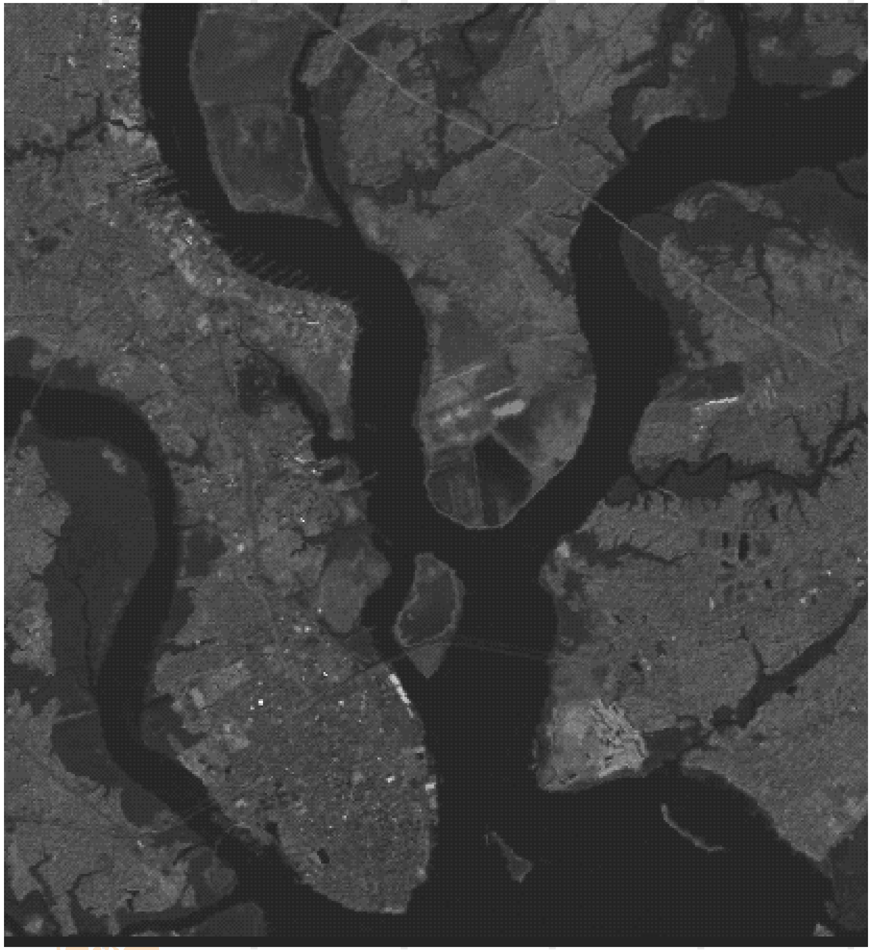
- 基于直方图变换的图像增强
- 图像平滑
- 图像锐化

图像增强技术

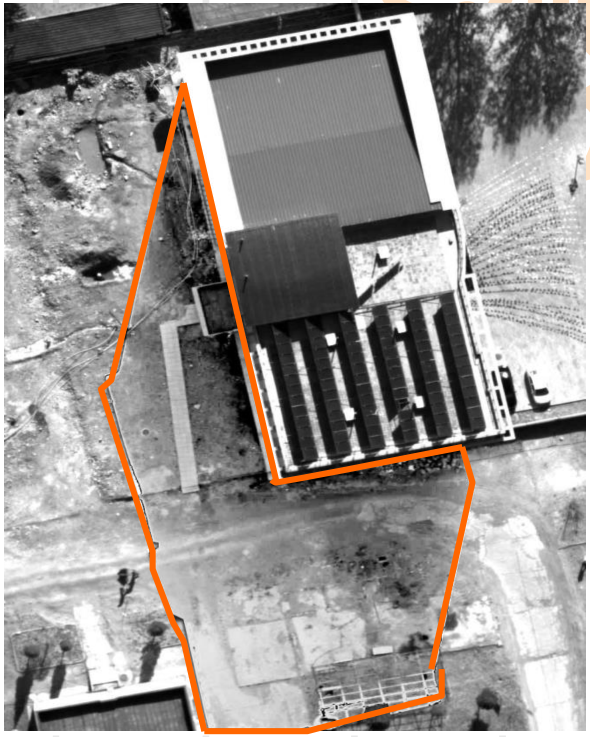
是一大类基本的图像处理技术，目的是对一幅图像进行加工，突出图像中的某些信息，削弱或除去某些不需要的信息，以得到对具体应用来说视觉效果更好、更有用的图像，或转换成一种更适合人或机器进行分析处理的形式。



Digital Image Processing: Image Enhancement



阴影信息增强



- 图像增强的标准
- 图像增强与图像复原的区别

♠ 本章图像增强主要包括以下几个部分：

图像增强	处理方法	空域方法 频域方法
	处理策略	全局处理 局部处理
	处理对象	灰度图像 彩色图像

主体内容：图像直方图修改处理；图像平滑和图像滤波

- 图像增强处理方法包括两大类：

空域法：是在原图像上直接进行数据运算。

点处理：增强过程是对每个像素的处理与其他像素无关。

模板处理：每次处理操作是基于图像中某个小区域进行的。

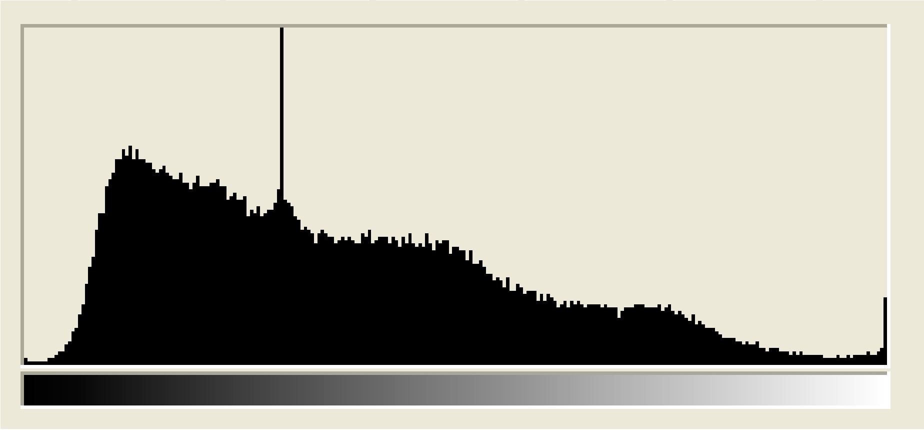
频域法：就是利用图像频率特性对图像进行处理。

例：图像边缘信息的获得。

图像灰度直方图

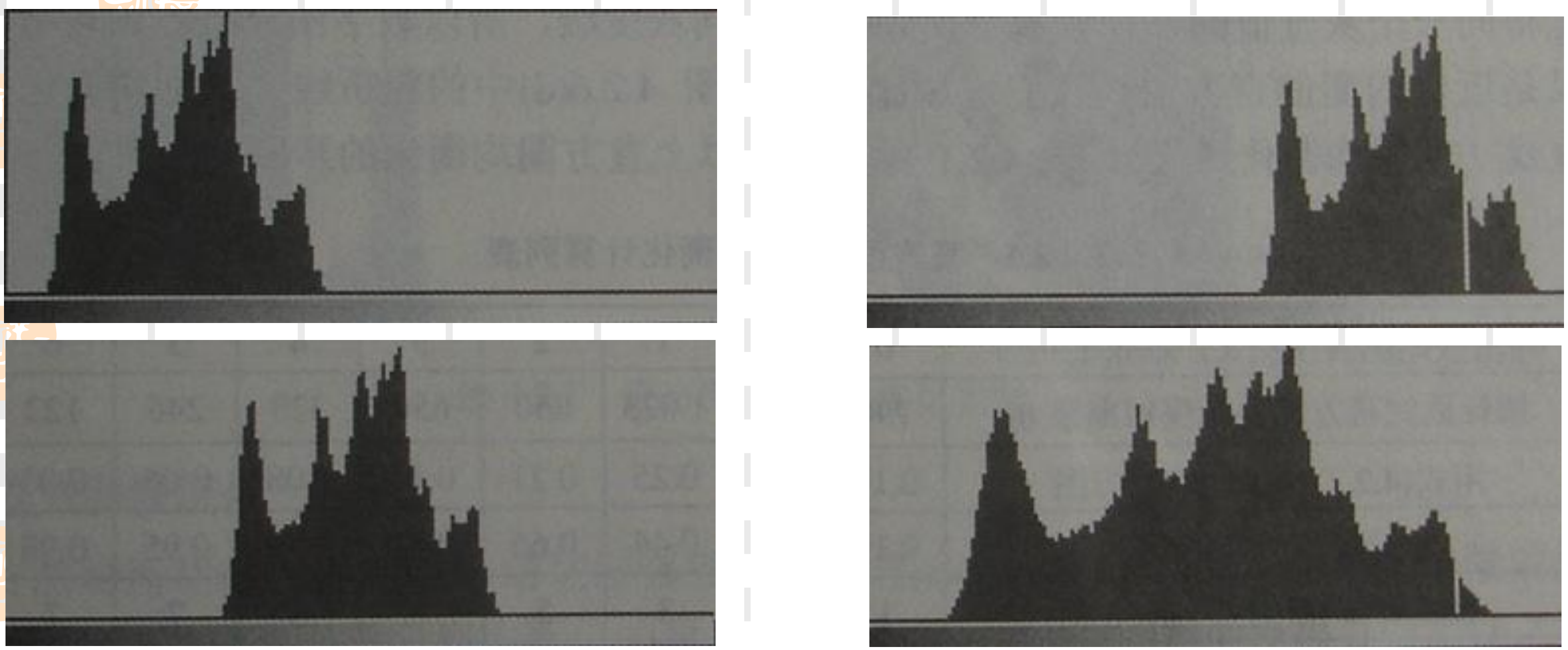
灰度直方图（Histogram）：是图像灰度级的函数，它表示图像中具有每种灰度级的像素的个数，反映图像中每种灰度出现的频率。

例：



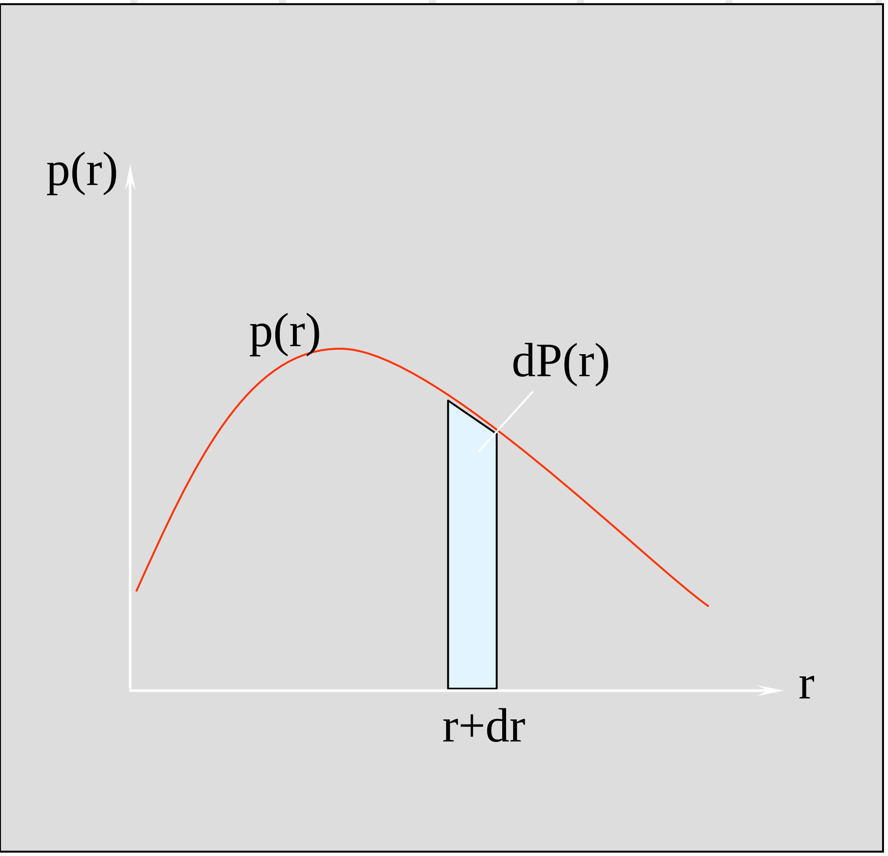
几点说明

- 直方图是图像灰度的最基本的**统计特征**。
- 直方图提供了原图像的灰度分布情况，也可以说给出了一幅图像灰度值的整体描述。



- 直方图绘出了简单可见的指示，用来判断图像是否合理地利用了全部被允许的灰度级范围。

- 不同的直方图代表不同的图像分布，同一直方图末必表示图像相同。



从概率的观点来理解，灰度出现的频率可以看作其出现的概率，这样直方图就对应于**概率密度函数** pdf（probability density function），而**概率分布函数**就是直方图的累积和，即概率密度函数的积分。

$$P(r)=\int_0^r p(r)dr$$

$$p(r)=\frac{dP(r)}{dr}$$

若直接从代表每种灰度的像素数目的直方图函数H(r)来观察，常用如下的表示：

$$A_0 = \int_0^{255} H(r)dr$$

图像的总像素数。

概率密度为：

$$p(r) = \frac{H(r)}{A_0} = \frac{dA(r)/dr}{A_0}$$

概率分布函数：

$$P(r) = \frac{1}{A_0}\int_0^r H(r)dr$$

离散概率分布

总像素数为 n，

灰度为r_k的像素数为n_k;

则概率密度为

$$p(r) = \frac{n_k}{n}$$

则概率分布函数为

$$P(r_k) = \sum_{i=0}^{k} \frac{n_i}{n}$$

根据上述公式编写直方图的统计程序

基于直方图变换的图像增强

修改技术包括：**直接灰度变换、直方图均衡化和直方图规定化**

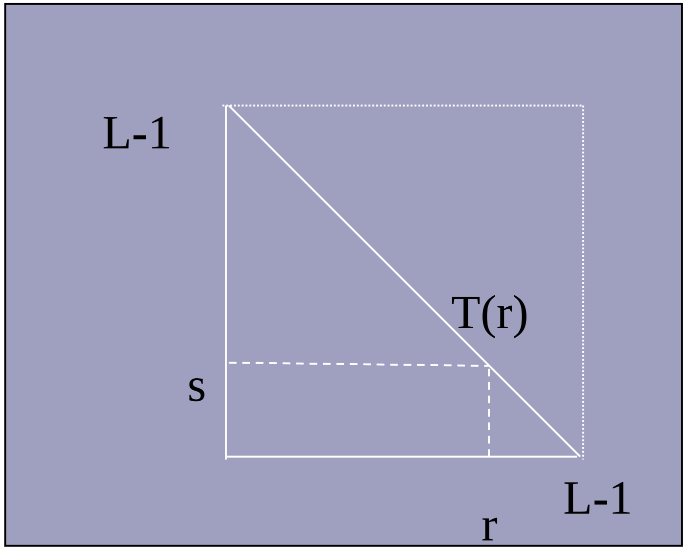
一、直接灰度变换

灰度分布区域内的任一个r值进行变化

$$s = T(r)$$

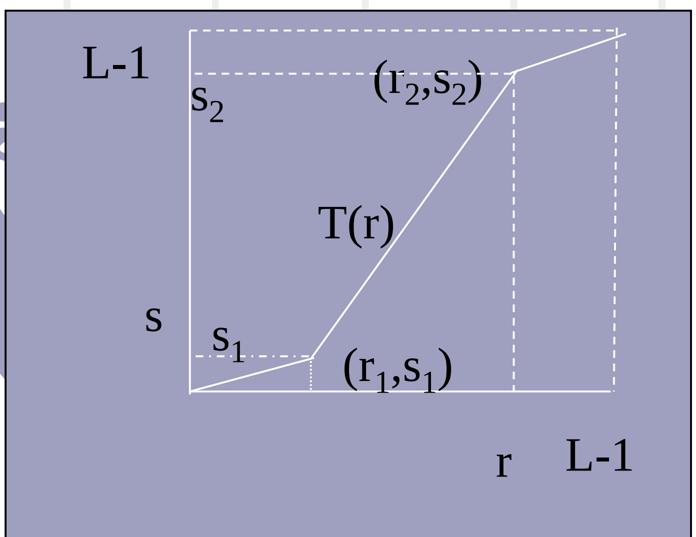
- T是增强操作
- T（r）改变图像的灰度层次。
- 可以实现：图像求反、增强对比度以及动态范围压缩

1. 图像求反



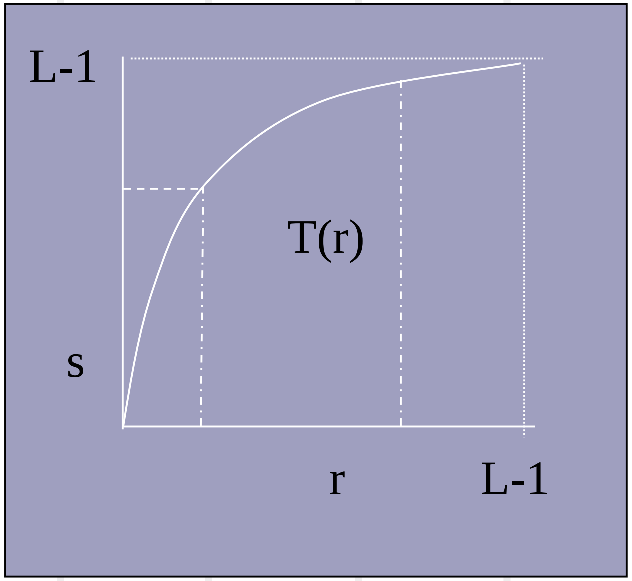
例:

2. 增大对比度

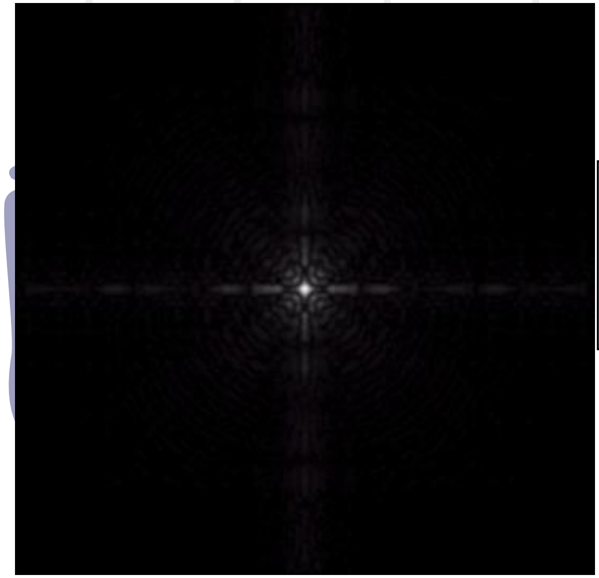


例:

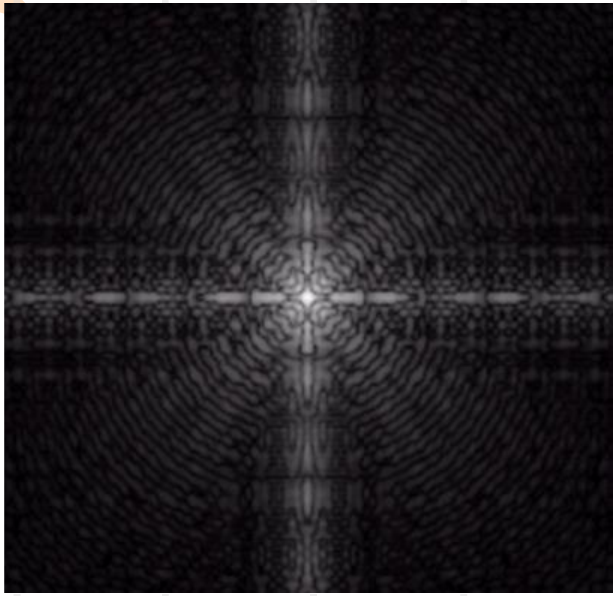
3. 动态范围改变



采用对数形式的变换T



$$s = c\log(1+|r|)$$

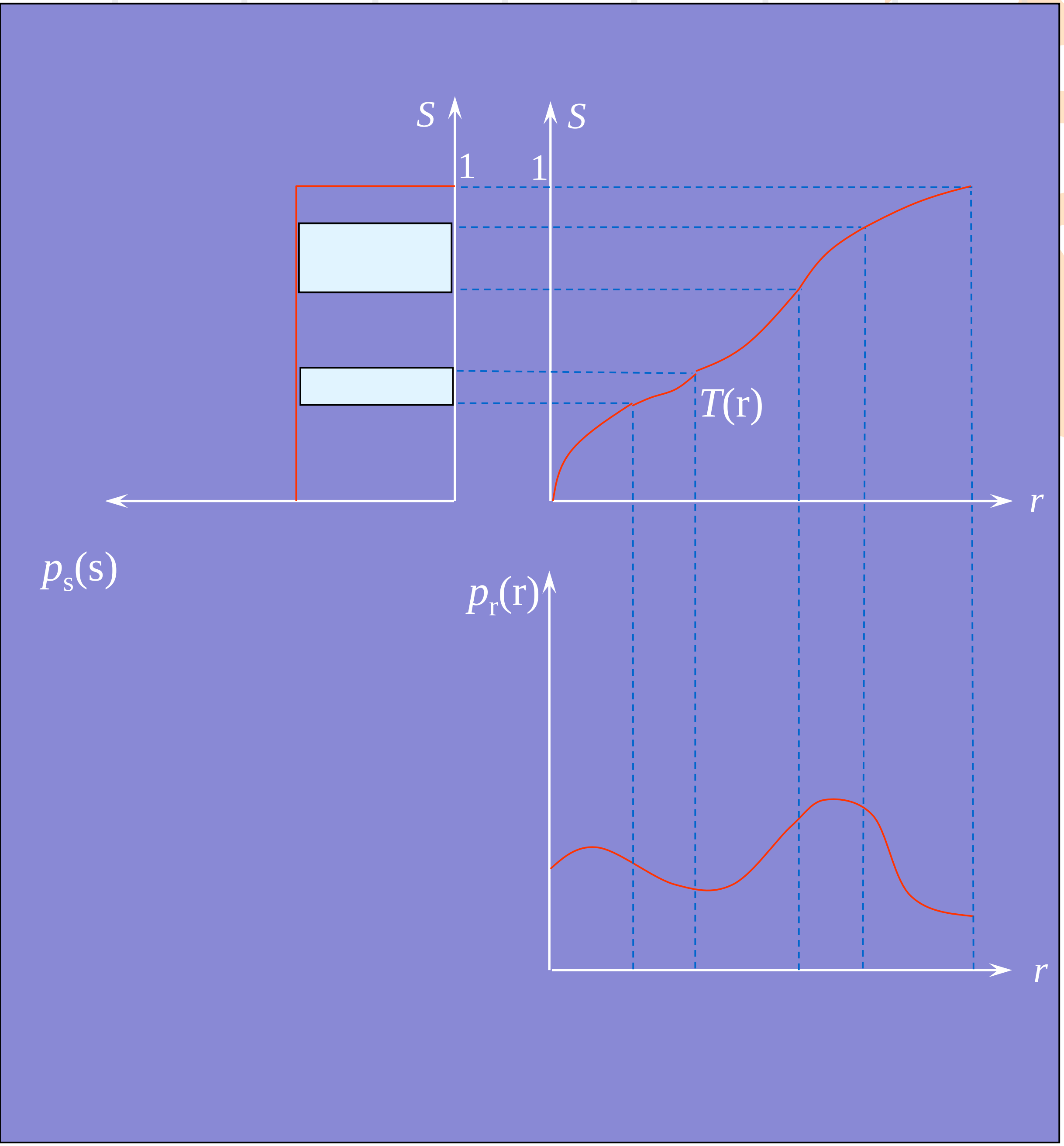


二、直方图均衡化

基本思想：把原始图像的直方图变换成为均匀分布的形式，这样，就增加了像素灰度值的动态范围，从而达到增强图像整体对比度的效果。

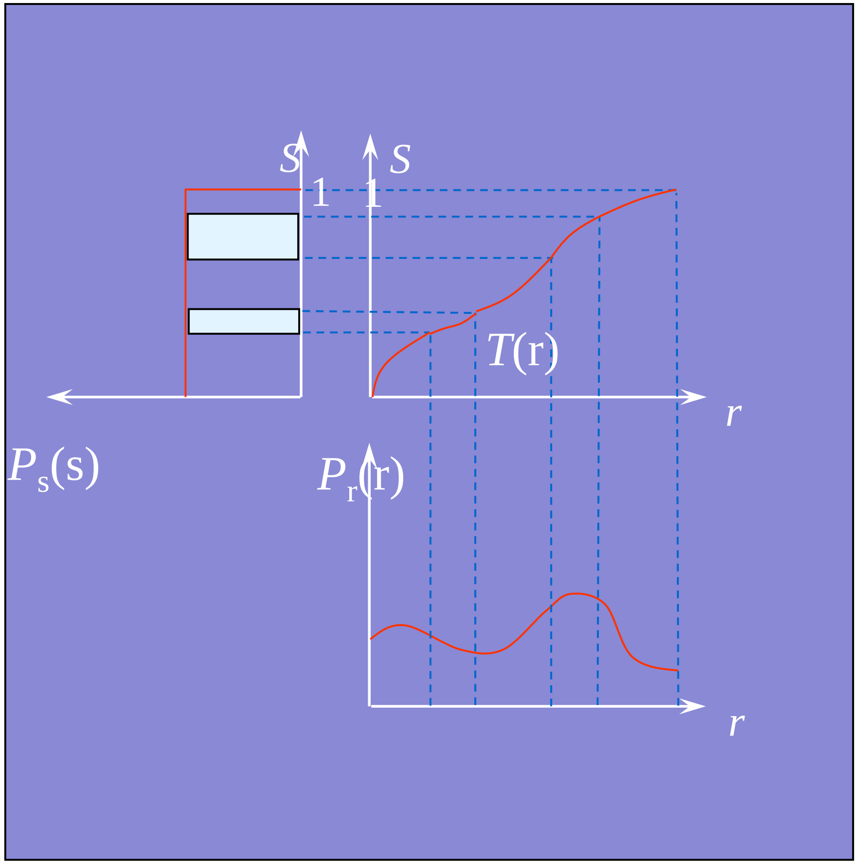
$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n} \qquad 0 \le r_k \le 1 \qquad k = 0,1,\ldots,L-1$$

$$p_s(s) = A$$



例：

连续情况下，非均匀概率密度函数$P_r(r)$经变换函数$T(r)$转换为均匀概率分布函数$P_s(s)$的情况。



条件:

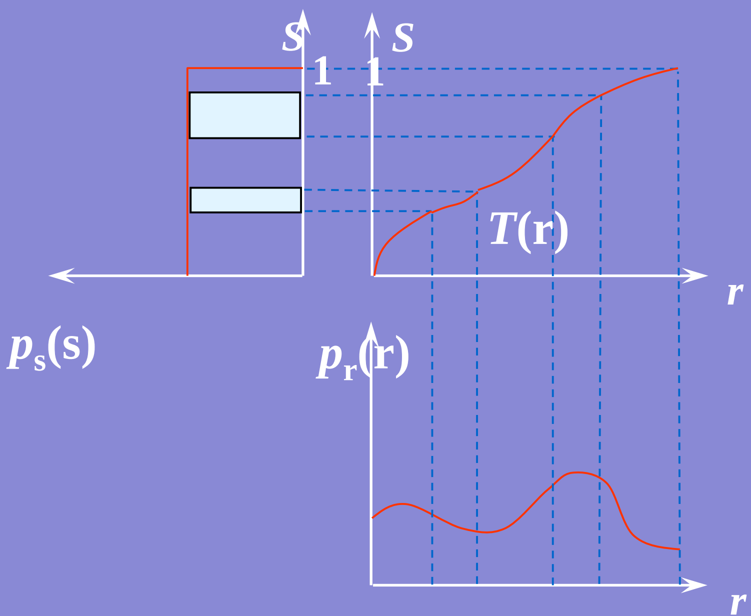
（1）在0 ≤ r ≤ 1区间内， T(r)为单调递增函数

（2）0 ≤ r ≤ 1有0 ≤ T(r) ≤ 1

条件（1）保证原图中各灰度级在变换后仍保持以黑——>白（白——>黑）的排列次序，避免整个图像变亮或变暗。

条件（2）保证变换前后在灰度值动态范围内的一致性。反变换也满足这个条件。

对于连续的函数，$P_r(r)$和$P_s(s)$分别是灰度r和s的概率密度函数，可知：



$$p_s(s) = p_r(r)\frac{dr}{ds}$$

直方图均衡化的目的是保证每个灰度级的概率密度相等，即是一个常数。

$$p_s(s) = \frac{1}{L}$$

L是均衡化后灰度变化范围，这里归一化为1。

$$p_s(s) = 1 \Rightarrow ds = \mathbf{p}(r)dr$$

$$\because s = T(r) \qquad \therefore ds = dT(r) = p_r(r)dr$$

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(r)dr$$

推广到离散情况：

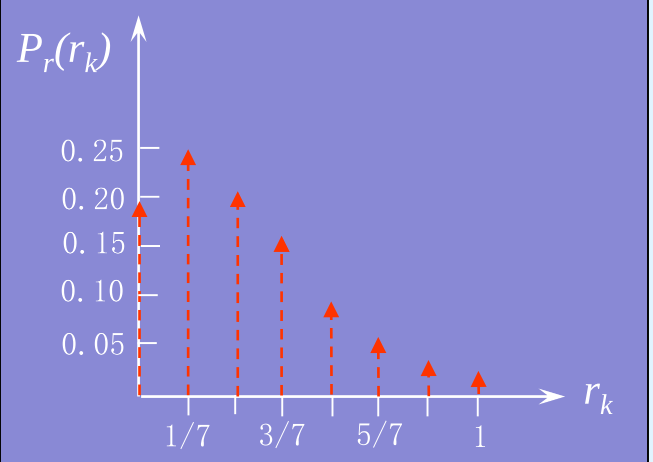
设一幅图像总像素为n，分为L个灰度级，n_k代表第k个灰度级r_k出现的频率，则第k个灰度级出现的概率为：

$$p_r(r_k) = n_k / n, \qquad (0 \le r_k \le 1, \quad k = 0,1,\ldots L-1)$$

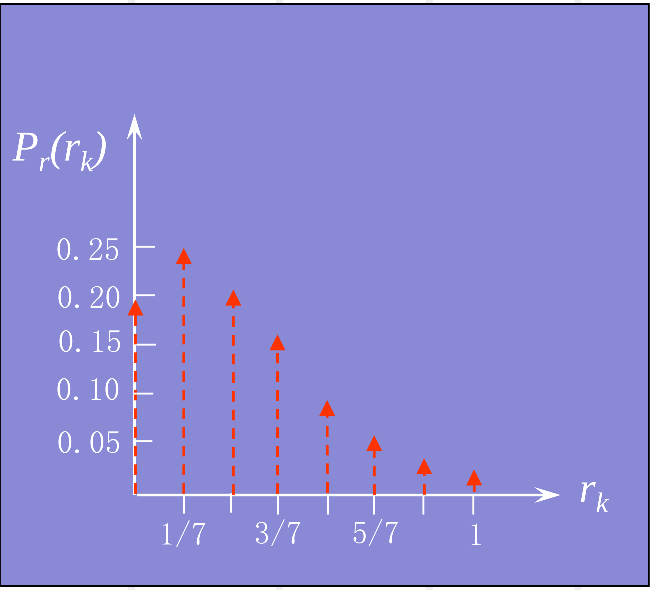
此时，变换函数可以表示为：

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^{k} p_r(r_j) = \sum_{j=0}^{k} n_j / n$$

例：　假设原图像大小为64×64, n=64×64=4096，有 8 个灰度级，灰度级分布在直方图$p_r(r_k)$：



$r_0 = 0$	$n_0 = 790$	$p_r(0) = 0.19$
$r_1 = 1/7$	$n_1 = 1023$	$p_r(1) = 0.25$
$r_2 = 2/7$	$n_2 = 850$	$p_r(2) = 0.21$
$r_3 = 3/7$	$n_3 = 656$	$p_r(3) = 0.16$
$r_4 = 4/7$	$n_4 = 329$	$p_r(4) = 0.08$
$r_5 = 5/7$	$n_5 = 245$	$p_r(5) = 0.06$
$r_6 = 6/7$	$n_6 = 122$	$p_r(6) = 0.03$
$r_7 = 1$	$n_7 = 81$	$p_r(7) = 0.02$



根据变换函数公式可算出S_k如下：

$$s_{0计算} = T(r_0) = \sum_{j=0}^{0} p_r(r_j) = p_r(r_0) = 0.19$$

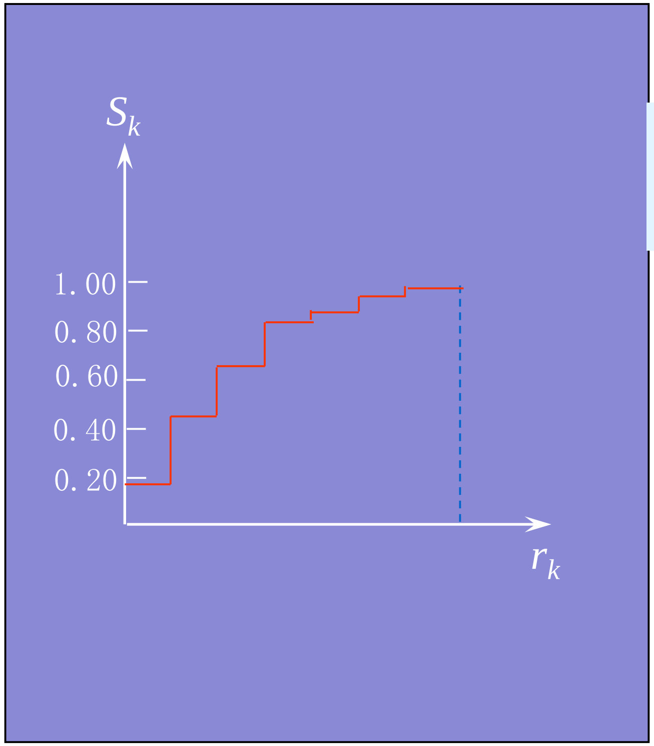
$$s_{1计算} = T(r_1) = \sum_{j=0}^{1} p_r(r_j) = p_r(r_0) + p_r(r_1) = 0.19 + 0.25 = 0.44$$

⋮

依次类推

$s_{2计算} = 0.65$ $s_{3计算} = 0.81$ $s_{4计算} = 0.89$

$s_{5计算} = 0.95$ $s_{6计算} = 0.98$ $s_{7计算} = 1.00$



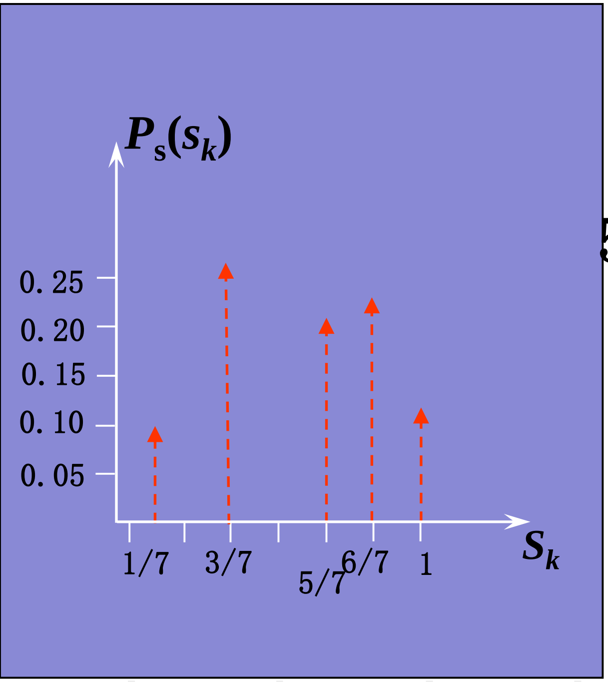
由于原始图像的灰度只有8级，因此上述各$s_{2\text{计算}}$需以1/7为量化单位进行舍入运算，得到：

$s_{0\text{舍入}} = 1/7$　　$s_{1\text{舍入}} = 3/7$　　$s_{2\text{舍入}} = 5/7$

$s_{3\text{舍入}} = 6/7$　　$s_{4\text{舍入}} = 6/7$　　$s_{5\text{舍入}} = 1$

$s_{6\text{舍入}} = 1$　　$s_{7\text{舍入}} = 1$

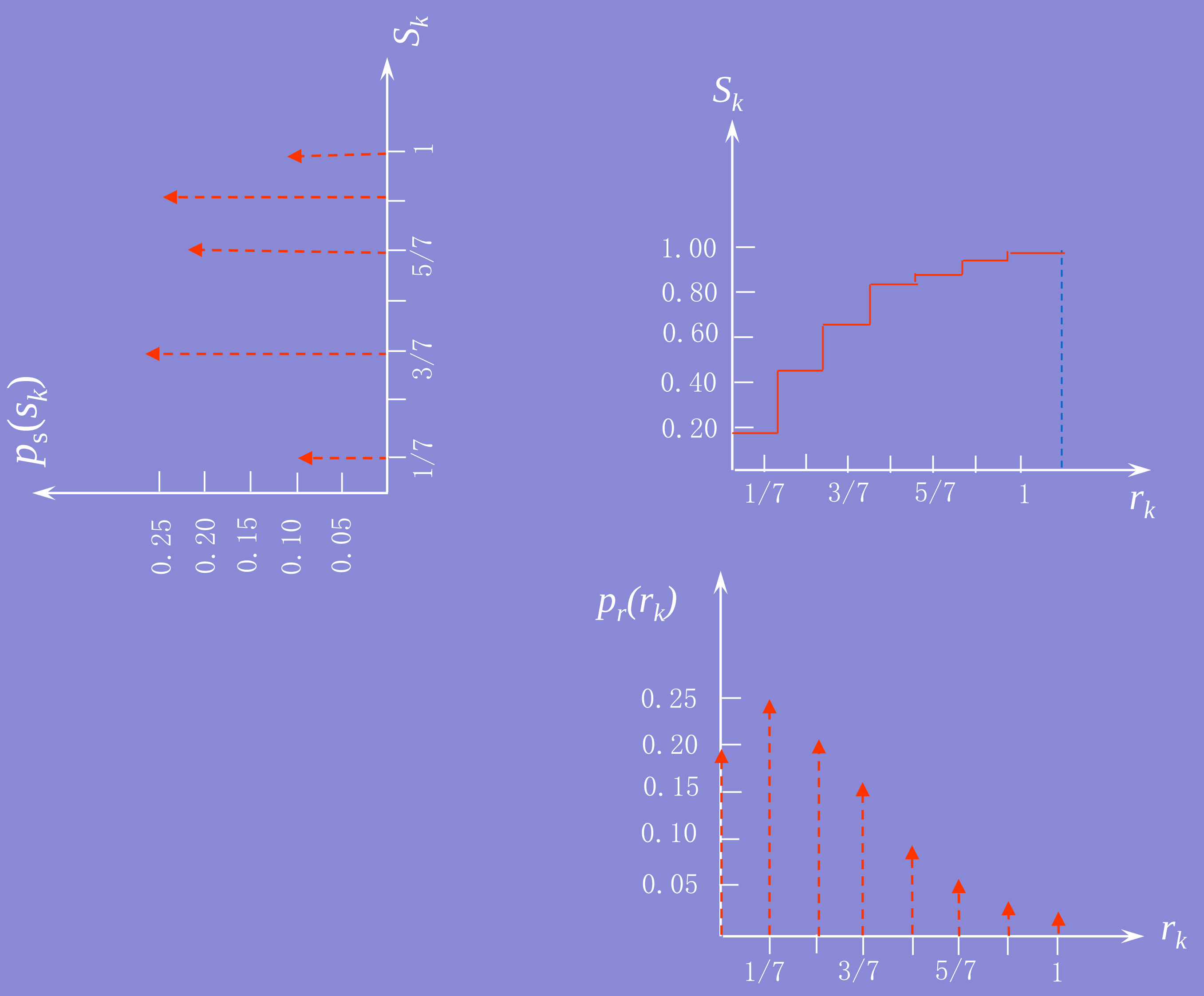
由此可见，实际只存在5个灰度级。



5个灰度级为： 与之对应的像素数为： 均衡后：

$s_0 = 1/7$	$n_{s0} = 790$	$p_s(1) = 0.19$
$s_1 = 3/7$	$n_{s1} = 1023$	$p_s(3) = 0.25$
$s_2 = 5/7$	$n_{s2} = 850$	$p_s(5) = 0.21$
$s_3 = 6/7$	$n_{s3} = 985$	$p_s(6) = 0.24$
$s_4 = 1$	$n_{s4} = 448$	$p_s(7) = 0.11$

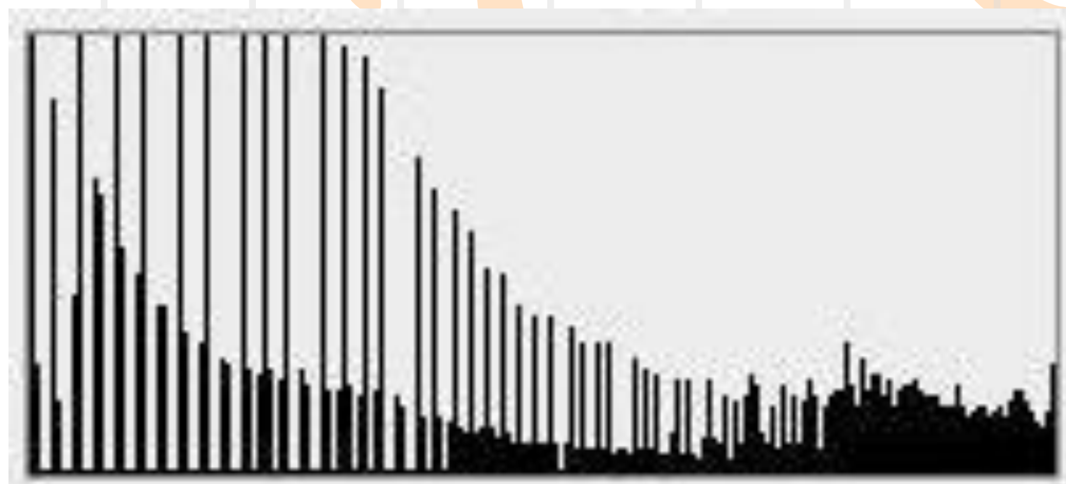
1	2	3	4	5	6	7	8
r_k	n_k	$p_r(r_k)$	$s_{k计算}$	$s_{k舍入}$	s_k	n_{sk}	$p_s(s_k)$
$r_0=0$	790	0.19	0.19	1/7	s0	790	0.19
$r_1=1/7$	1023	0.25	0.44	3/7	s1	1023	0.25
$r_2=2/7$	850	0.21	0.65	5/7	s2	850	0.21
$r_3=3/7$	656	0.16	0.81	6/7	s3	985	0.24
$r_4=4/7$	329	0.08	0.89	6/7			
$r_5=5/7$	245	0.06	0.95	1	s4	448	0.11
$r_6=6/7$	122	0.03	0.98	1			
$r_7=1$	81	0.02	1	1			



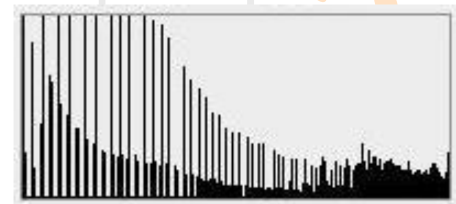
S_k
1
5/7
3/7
1/7
$p_s(s_k)$
0.25
0.20
0.15
0.10
0.05
S_k
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
1/7
3/7
5/7
1
r_k
$p_r(r_k)$
0.25
0.20
0.15
0.10
0.05
1/7
3/7
5/7
1
r_k

举例

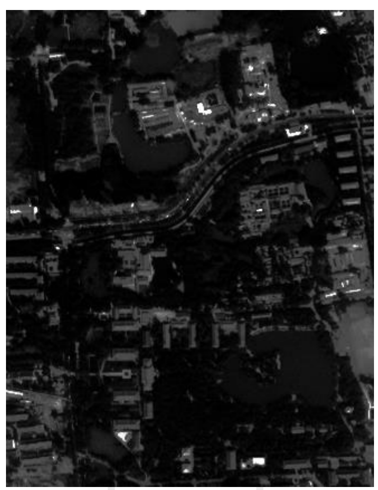
实例

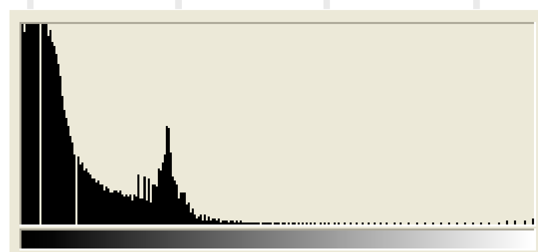


局部增强：均衡



全局





局部

三、直方图规定化

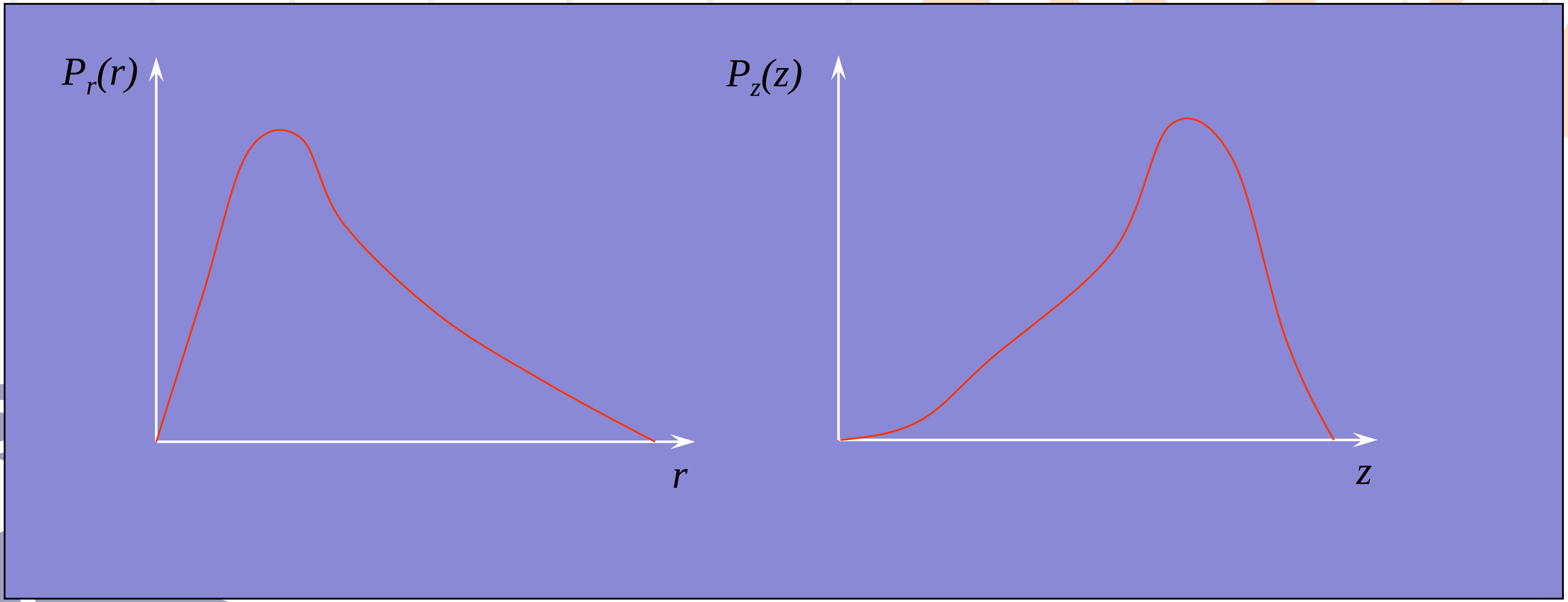
直方图规定化：是指将一幅图像通过灰度变换后，使其具有特定的直方图形式，如使图像与某一标准图像具有相同的直方图，或使图像具有某一特定函数形式的直方图。

1、连续灰度级的概率密度函数

假设：$p_r(r)$ 为原图像的灰度密度函数；

$p_z(z)$ 为希望得到的增强图像的灰度密度函数；

$p_r(r)$ 、$p_z(z)$ 的直方图如下：



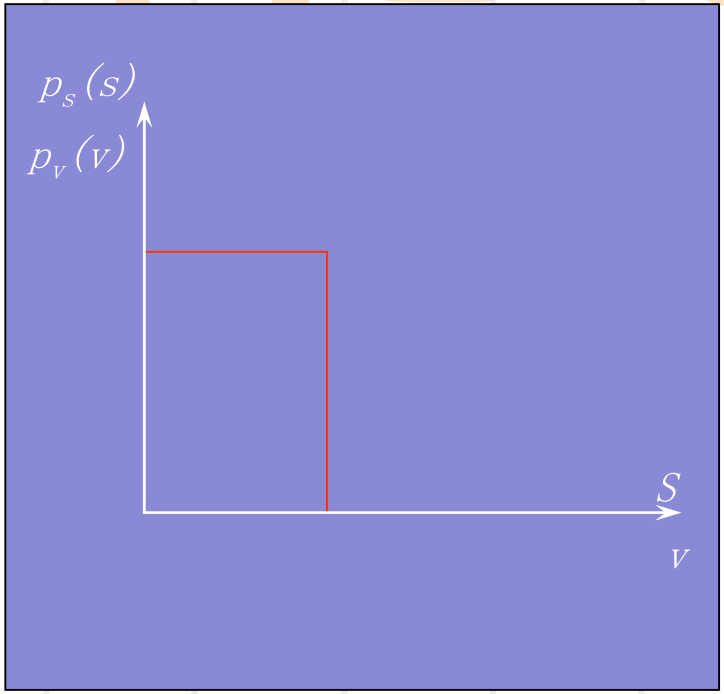
如果对$p_r(r)$、$p_z(z)$分别作直方图均衡化处理，则可得到：

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(r)dr \qquad 0 \le r \le 1$$

$$v = G(z) = \int_0^z p_z(z)dz \qquad 0 \le z \le 1$$

经上述变换后的s及v，其密度函数是相同的，如图所示：

以直方图均衡化为跳板，实现从$p_r(r)$到$p_z(z)$的转换，即实现直方图规定化。



$$z = G^{-1}(s)$$

根据上述思路，可总结出直方图规定化增强处理的步骤如下：

（1）用直方图均衡化 方法，对原图作均衡处理；

（2）希望得到的图像的灰度概率密度函数$p_z(z)$代入$G(Z)$得到变换公式中；

（3）用步骤（1）得到的灰度级 S 作逆变换，可得到希望的$z=G^{-1}(S)$ 。

2、离散灰度级的概率密度函数

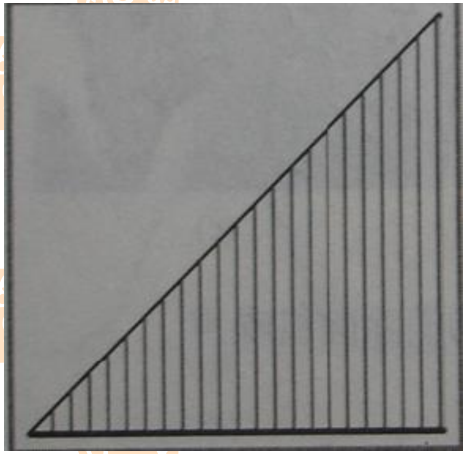
处理的步骤如下：

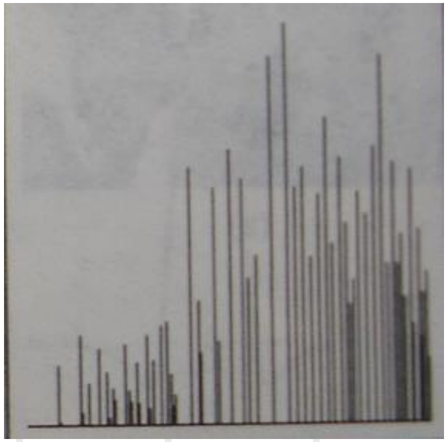
（1）先对原图像进行直方图均衡化，求出与原图像中每一个灰度级r_j相对应的s_j值；

（2）对具有规定形状直方图的期望图像进行（1）处理，求出与期望图像灰度z_k相对应的v_k；

（3）在v_k与s_j之间找出满足$v_k \approx s_j$的点对，进而返回找出与r_j相对应的z_k。

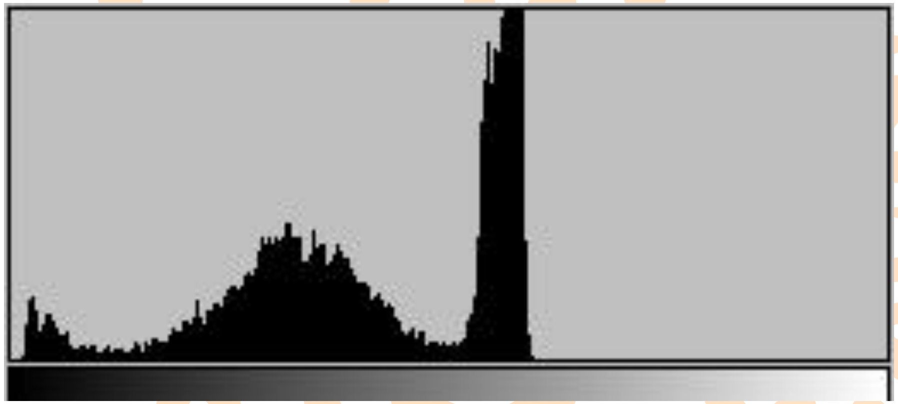
均衡化处理

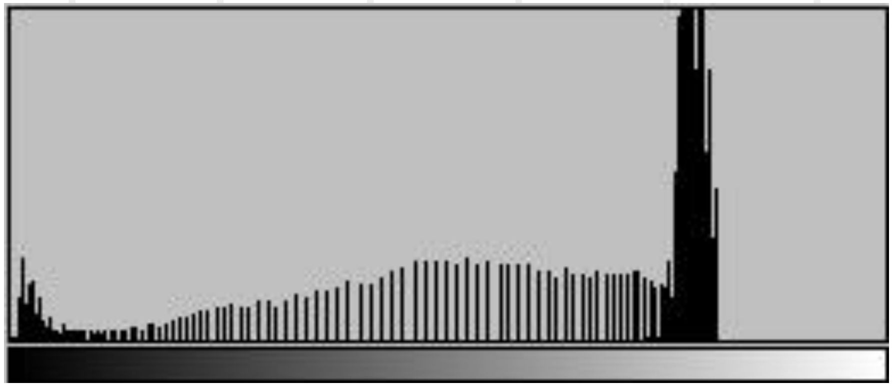




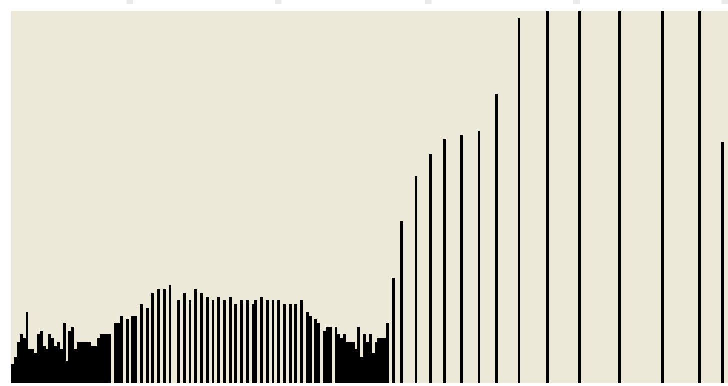
规定化处理处理

举例：





实例



小结

- 通过改变直方图来实现增强图像的目的；
- 重点是找到合适的直方图变换的数学公式
- 本章的重点：
- 直方图均衡的原理

作业

- 已知图像灰度直方图的概率密度函数为：

$$p_r(r) = -2r + 2 \quad (0 \le r \le 1)$$

- 如果变换函数是其累积分布函数

$$s = T(r) = -r^2 + 2r$$

- 试证明变换后的灰度s的概率密度函数是均匀分布的

Convolution in the spatial domain

- Given two signals: *f* and *g*
  1. *Flip one of the signals around the y axis*
  2. *For each step along the x axis compute the sum of the products*
  3. *Shift x by dx and repeat*
- For example: *f*=[0 2 -2 1 0 0 0 0], *g*=[1 3 0.5 -1]

				0	2	-2	1	0	0	0	0		*f*g*
-1	0.5	3	1									=	0
	-1	0.5	3	1								=	0
		-1	0.5	3	1							=	2
			-1	0.5	3	1						=	4
				-1	0.5	3	1					=	-4
					-1	0.5	3	1				=	0
						-1	0.5	3	1			=	2.5
							-1	0.5	3	1		=	-1
								-1	0.5	3	1	=	0

Smoothing filters - Example

Original image

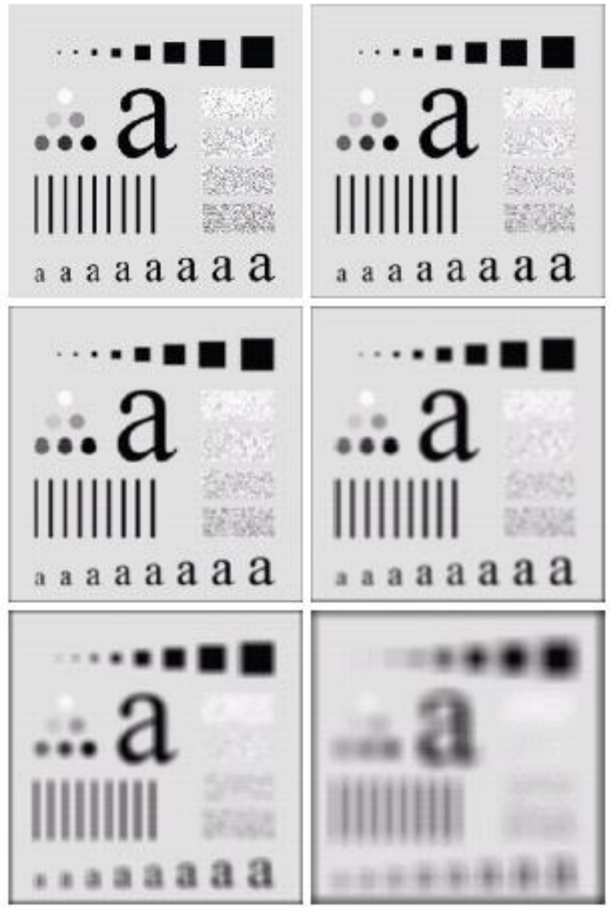
3x3

5x5

9x9

15x15

35x35



Origin $f(x, y)$

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$w(x, y)$

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$$

(a)

Padded f

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(b)

Initial position for w

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(c)

Full correlation result

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 5 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(d)

Cropped correlation result

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 8 & 7 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(e)

Rotated w

$$\begin{matrix} 9 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 5 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(f)

Full convolution result

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 8 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(g)

Cropped convolution result

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 8 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(h)