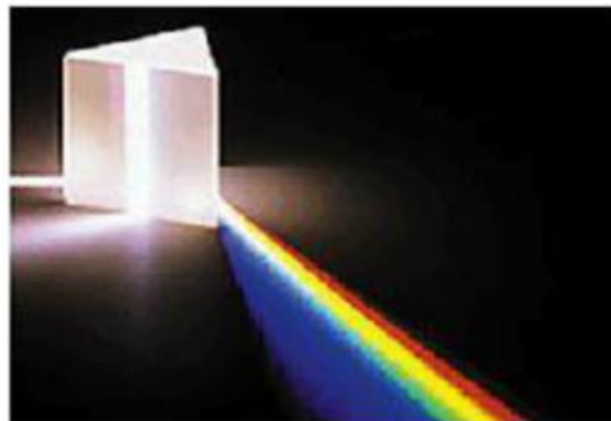


傅里叶变换的意义

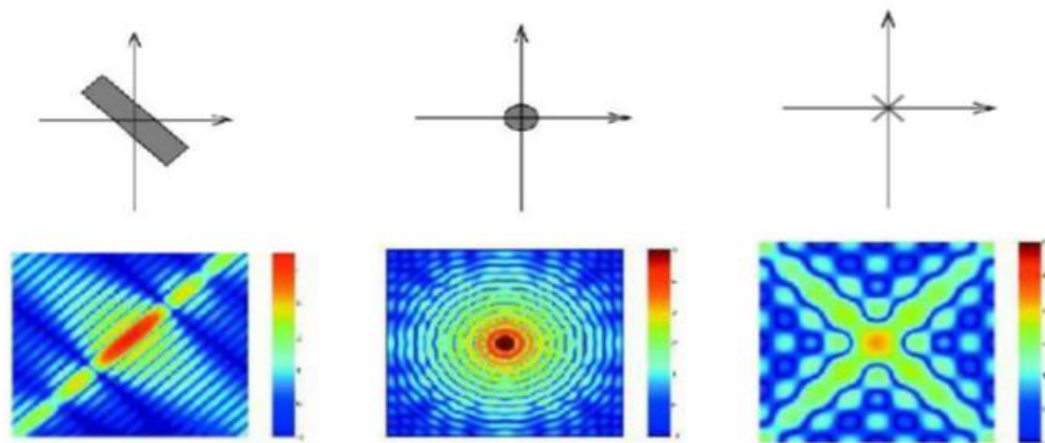
傅里叶变换好比一个玻璃棱镜

棱镜是可以将光分成不同颜色的物理仪器，每个成分的颜色由波长决定。

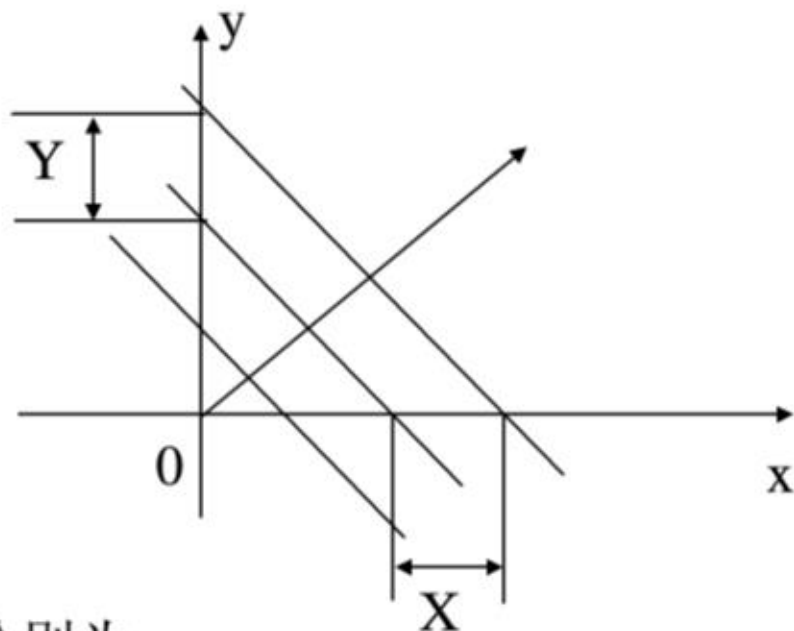
傅里叶变换可看做是“数学中的棱镜”，将函数基于频率分成不同的成分。



一些图像的傅里叶变换



傅里叶变换中出现的变量u和v通常称为频率变量，**空间频率**可以理解为等相位线在x,y坐标投影的截距的倒数。



相应的空间频率分别为

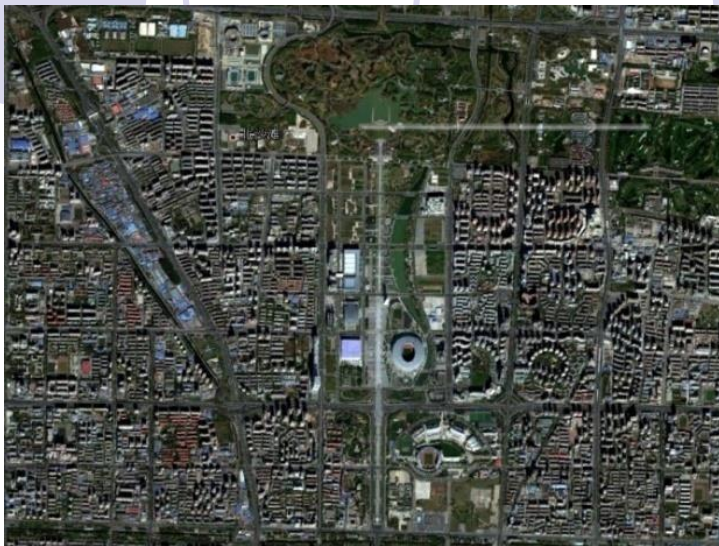
$$u = \frac{1}{X} = \frac{\cos \alpha}{\lambda}, v = \frac{1}{Y} = \frac{\cos \beta}{\lambda}$$

对图像信号而言，空间频率是指单位长度内亮度作周期性变化的次数。

第五章

遥感图像的几何变换

遥感影像



景物信息

位置信息



军事侦察
军事目标打击



灾害监测和救援



城市建设

遥感成像时，受多种因素影响，影像产生几何畸变，表现为影像相对于地面目标的实际位置发生挤压、扭曲、拉伸和偏移等变形，针对几何畸变进行的误差校正是几何变换（几何校正）



畸变影像

几何变换



标准影像（变换后影像）

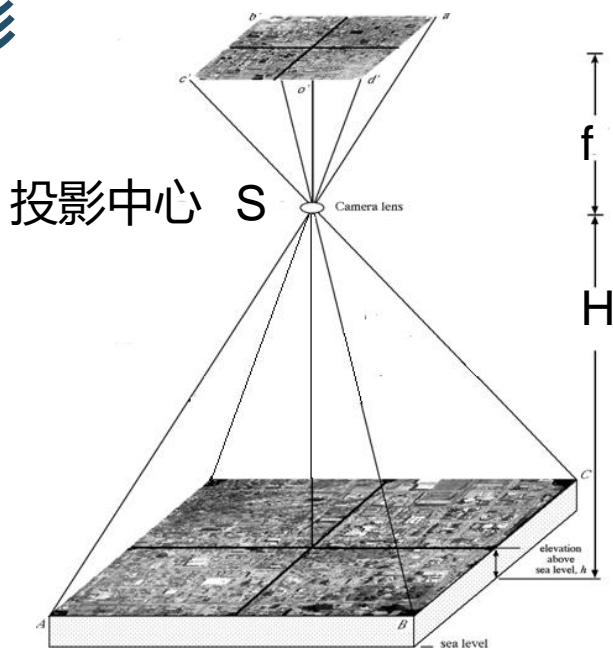


主要内容

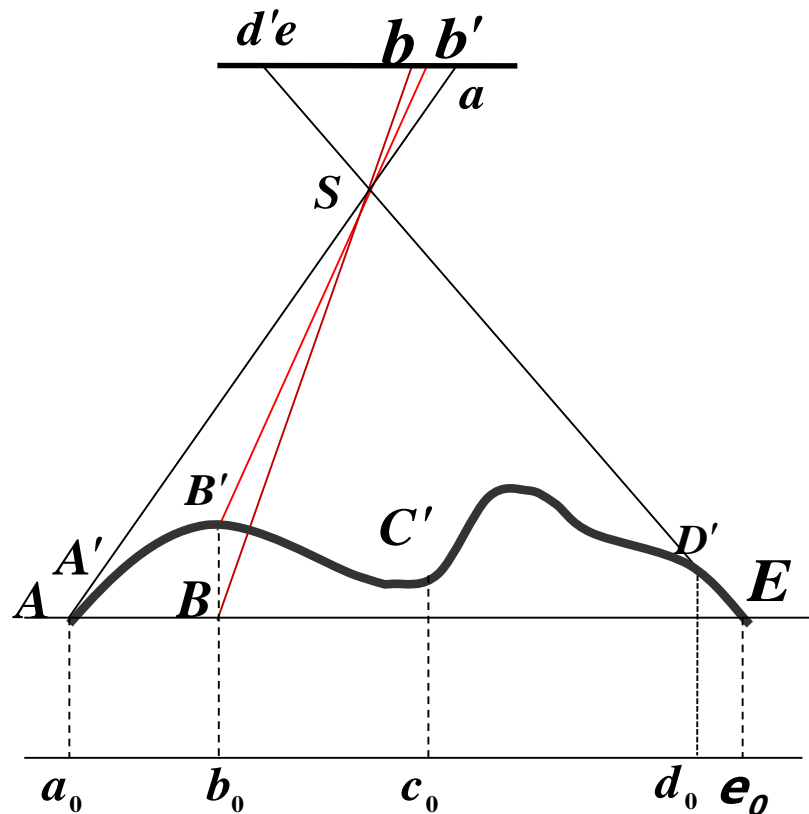
- 遥感影像几何变形的原因
- 遥感影像几何变换方法
共线方程法和多项式法
- 几何变换的应用

一、遥感影像几何变形的原因

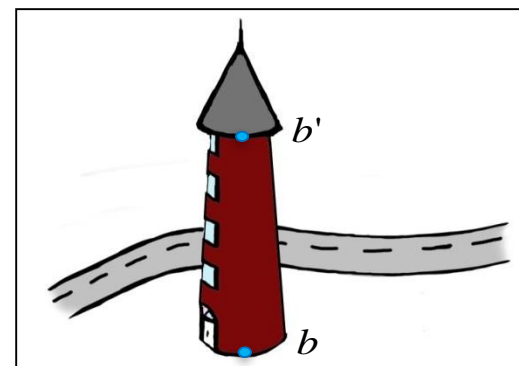
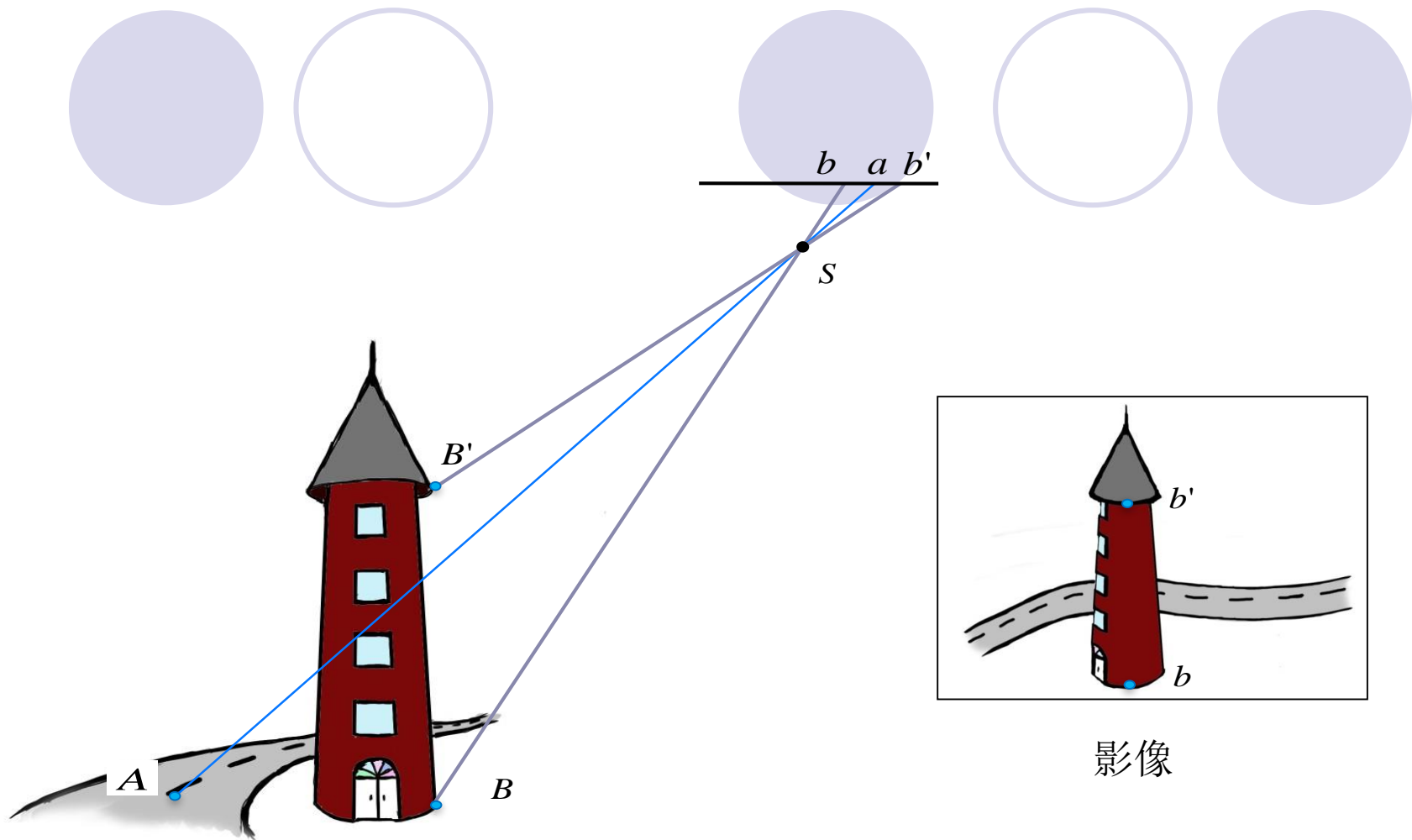
1 地形



中心投影

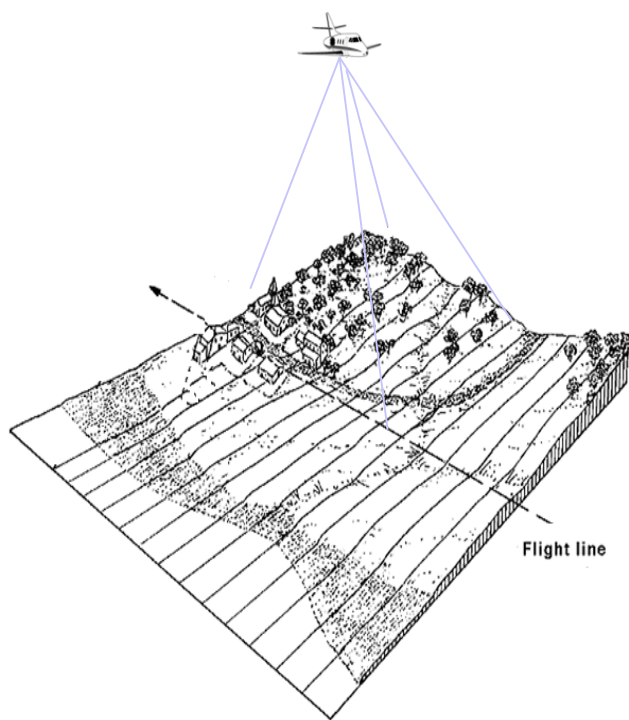


地面点的位置 影像成像示意图



影像

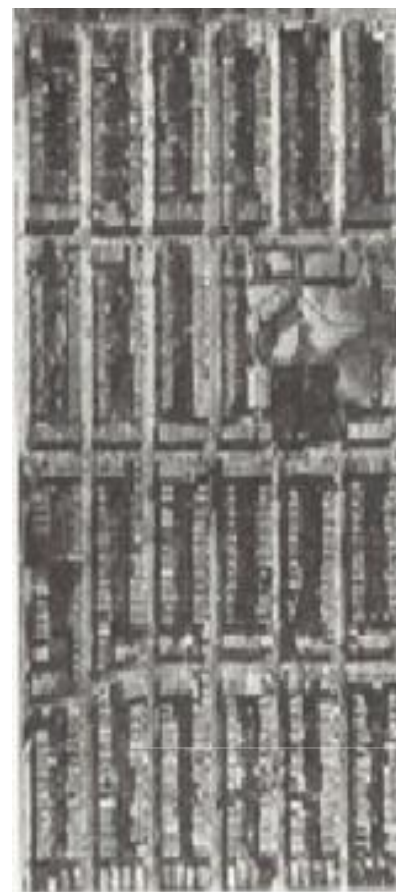
地形起伏引起几何畸变的实例



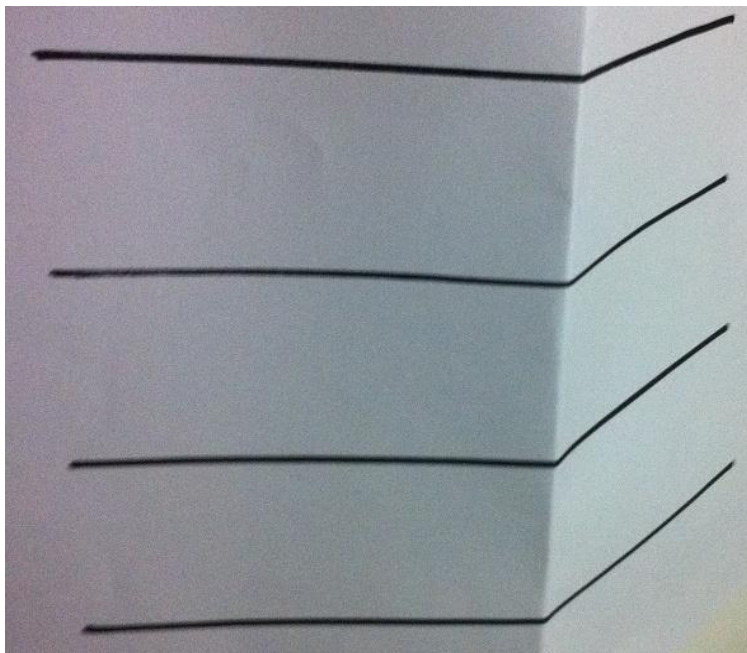
路在山坡上



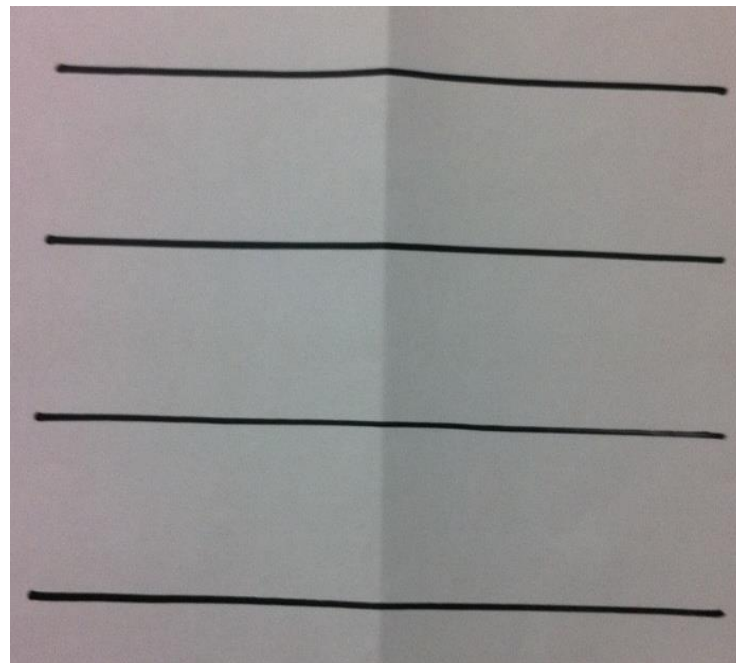
畸变影像



标准影像



畸变影像

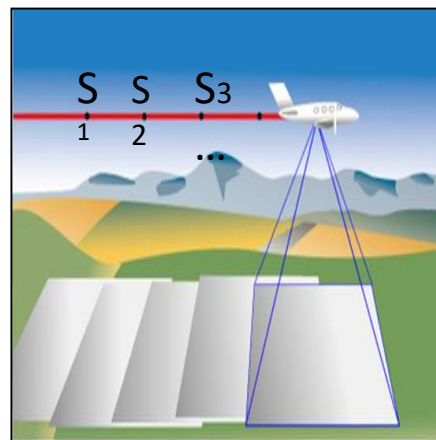
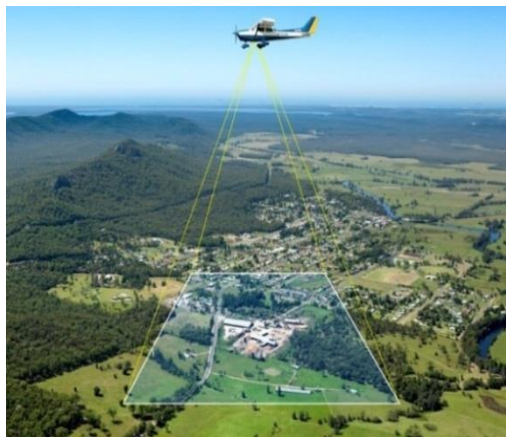


标准影像

地形起伏引起几何畸变的示例

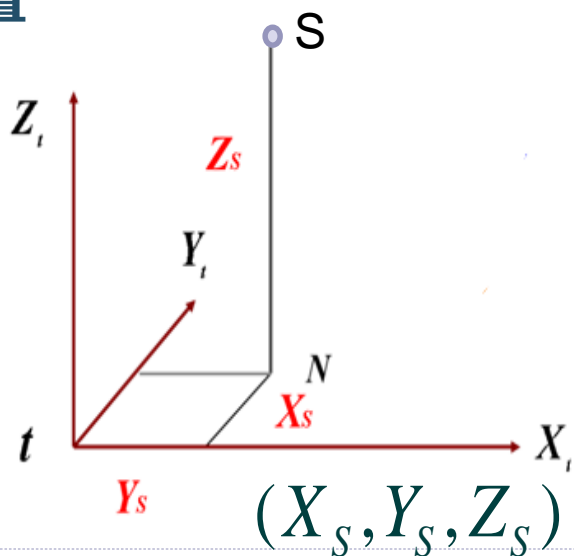
2、相机的位置和姿态的变化

航空摄影



预先设计飞行路线和拍摄位置，保证拍摄的地面区域的正确范围

位置

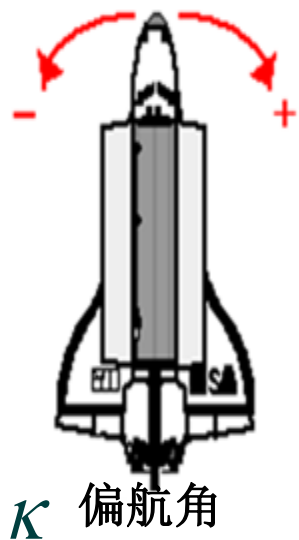
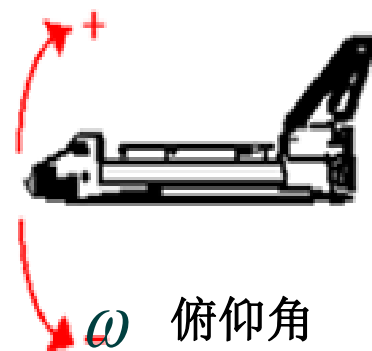
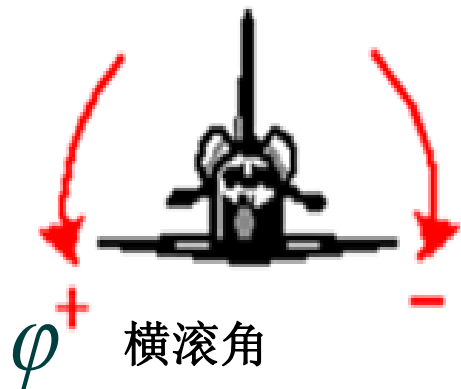


X Y 方向为例



影像上像点位置沿x,y方向平移

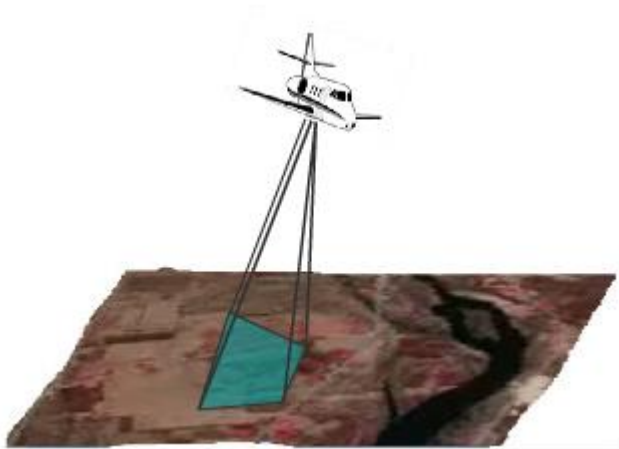
姿态角



姿态角 $(\varphi, \omega, \kappa)$

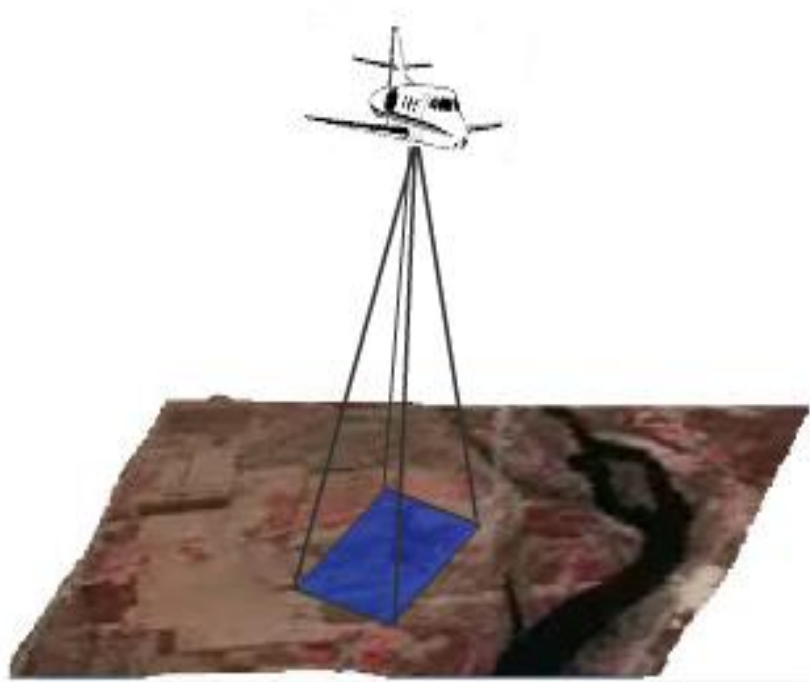
姿态角改变，影像产生变形

以横滚角为例说明产生影像几何畸变的原因



影像产生挤压、拉伸变形

旋偏角改变引起的影像畸变



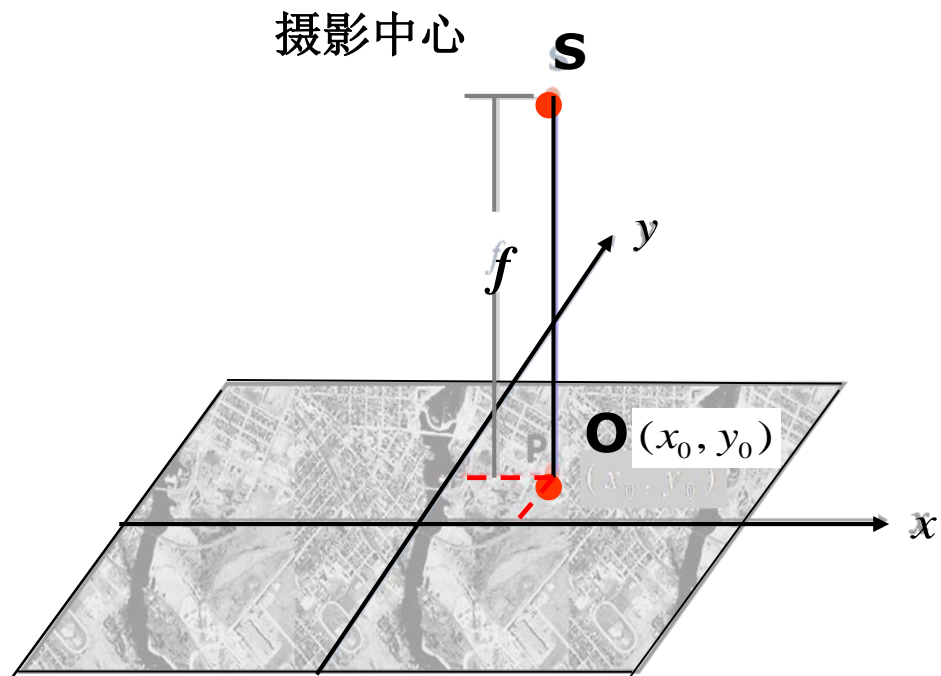
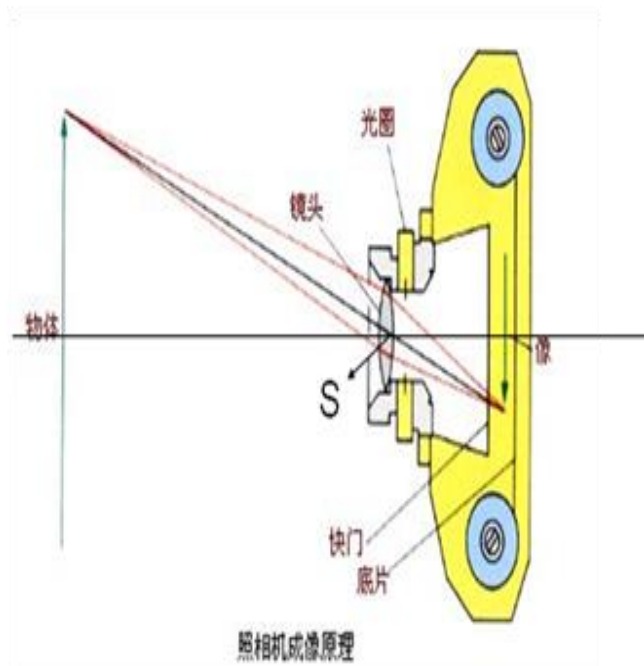
旋偏角变化



影像上像点位置产生旋转变化

相机位置 (X_s, Y_s, Z_s) 元素和姿态角 $(\varphi, \omega, \kappa)$ 称为影像的外方位元素 (elements of exterior orientation)

3 相机

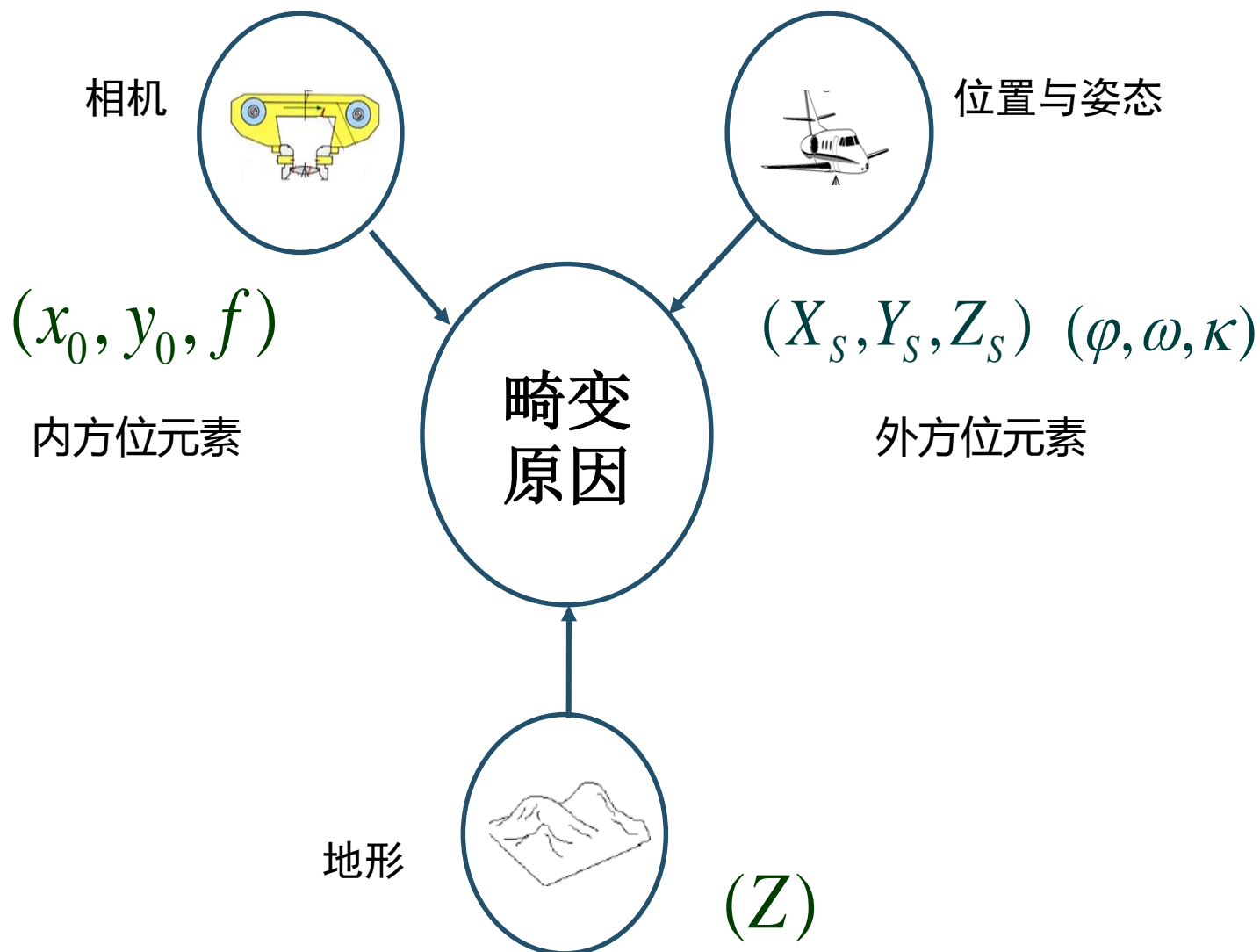


$$(x_0, y_0, f)$$

(x_0, y_0, f) 称为影像的内方位元素(elements of interior orientation)

航空影像 几何畸变

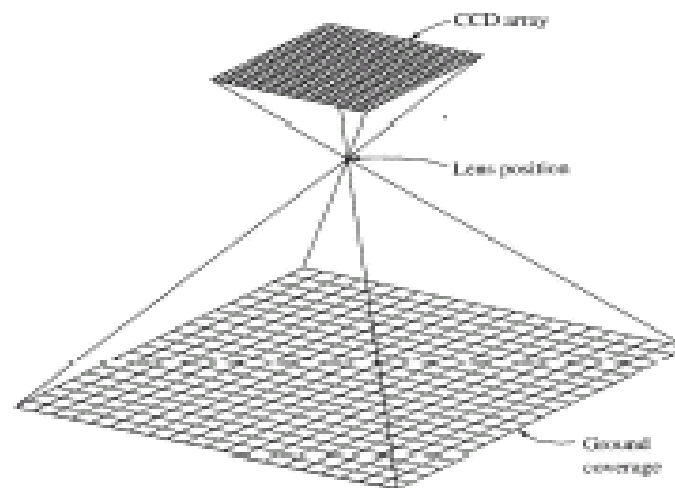
平移
旋转
拉伸
挤压



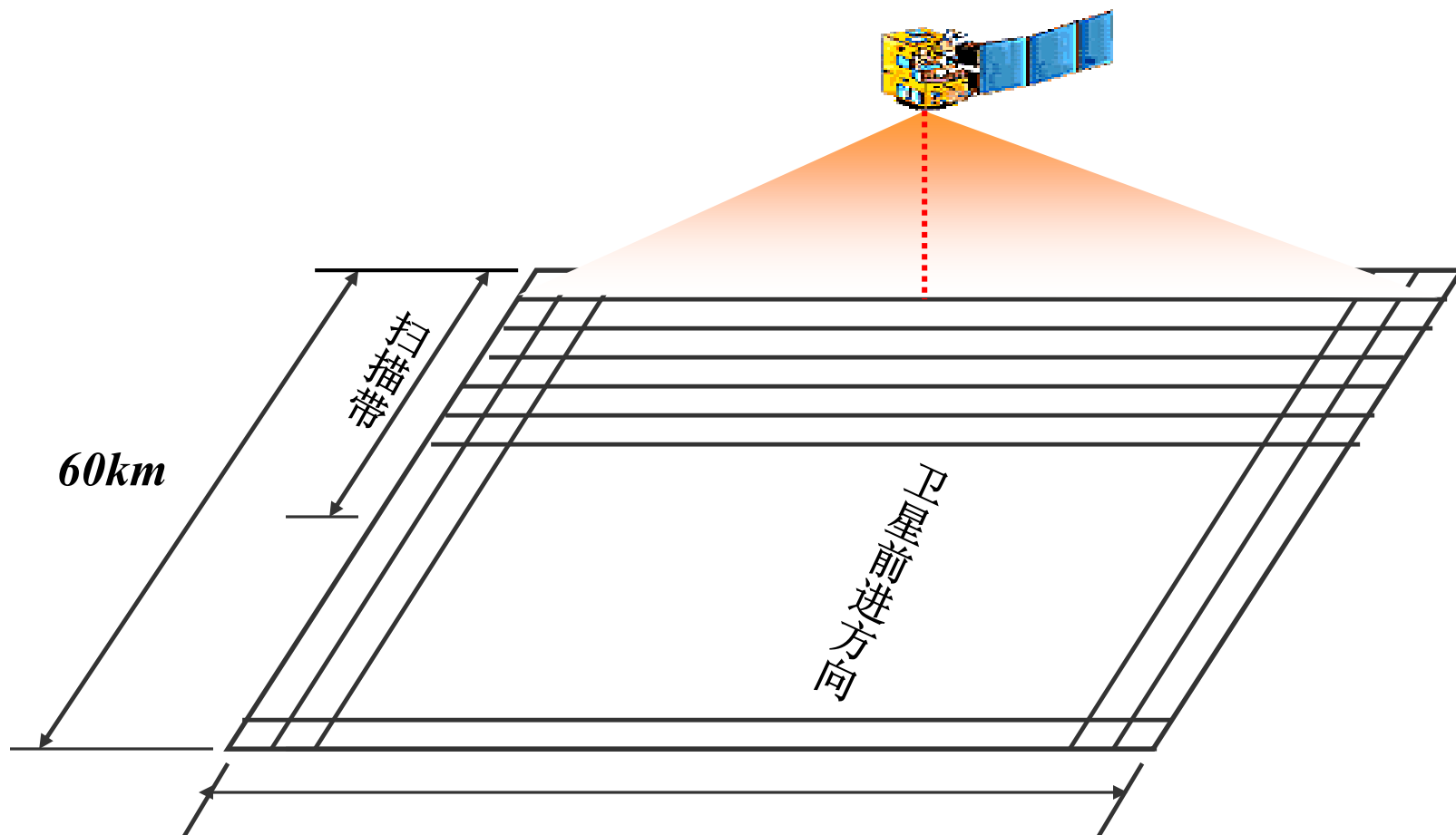
框幅式（面阵）中心投影影像

DIGITAL FRAME CAMERA

- 2-D array of CCD elements
 - Full-frame sensor
- Sensor mounted in focal plane of single-lens camera
- Classified by number of pixels in image
 - Inexpensive digital cameras 500 rows & 500 columns for 250,000 pixels
 - Megapixel arrays have at least 1 million pixels (ex 1034×1024)

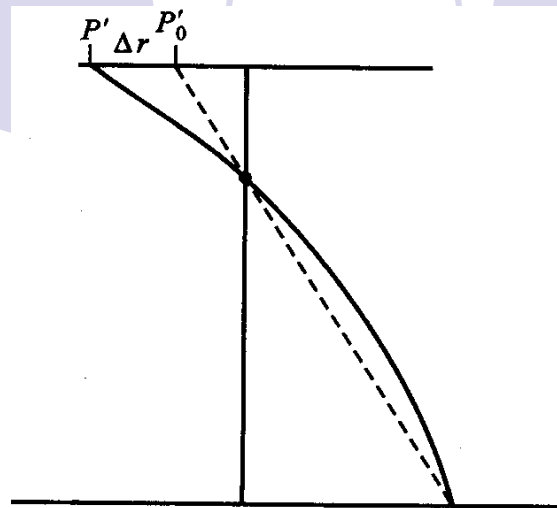


线性阵列扫描影像：多中心投影



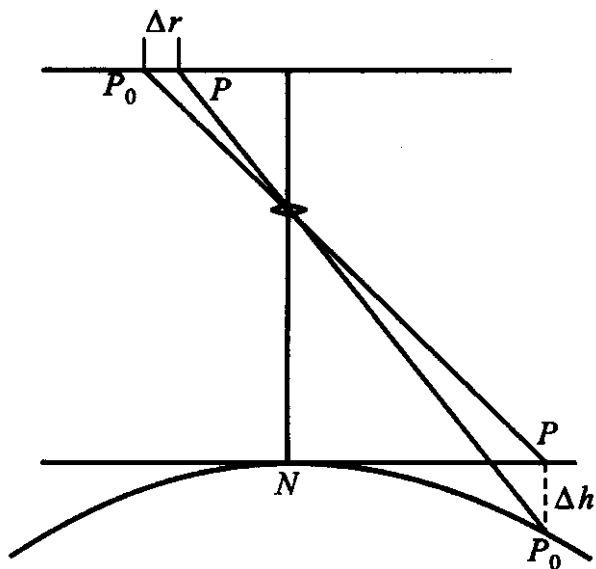
卫片几何畸变
产生的原因

大气折射的影响

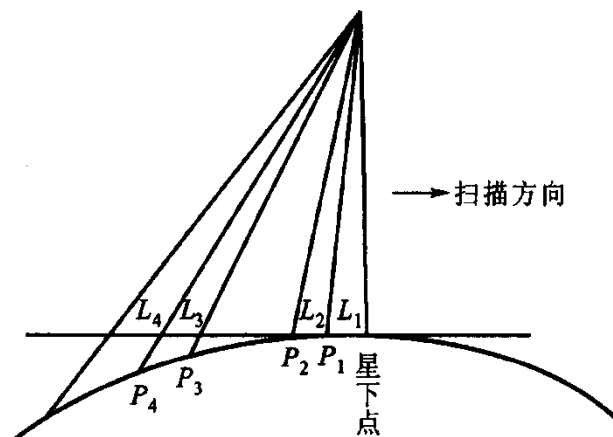


地表曲率的影响

像点位置的移动



像元对应于地面宽度的不等



二、遥感影像几何变换方法



畸变影像

几何变换



标准影像

◆ 一个几何变换主要包括两个部分：

- ▶ 空间位置变换，即用来描述每个像素空间位置的变换
- ▶ 像元灰度重采样

形状外观发生变化，而图像的灰度是不发生变化的



空间位置变化

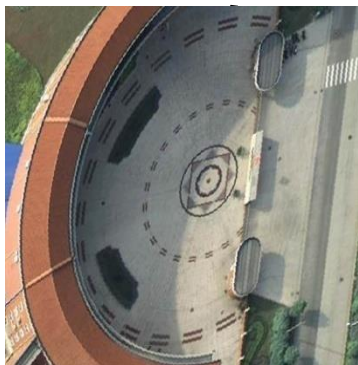
- 建立标准（变换后）影像的空间坐标记为 (x', y') ，原始影像的空间坐标记为 (x, y) 。两者之间数学模型的二元多项式变换函数可以写为以下形式：

$$x' = f_1(x, y)$$

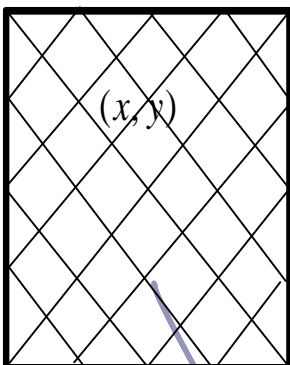
$$y' = f_2(x, y)$$

函数 f_1 和 f_2 是单调映射函数。

三对坐标



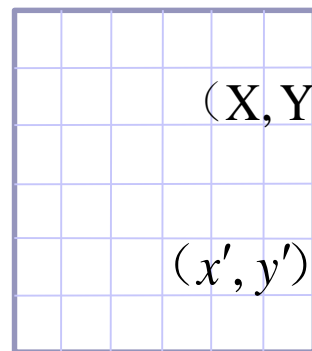
畸变影像



畸变影像坐标

几何变换模型

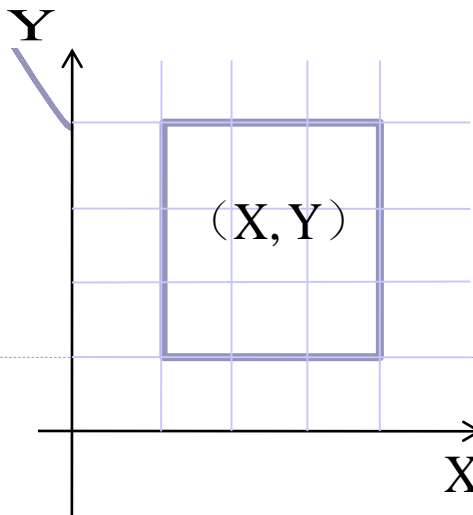
$$\begin{cases} X = F(x, y) \\ Y = G(x, y) \end{cases}$$



标准影像坐标



标准影像

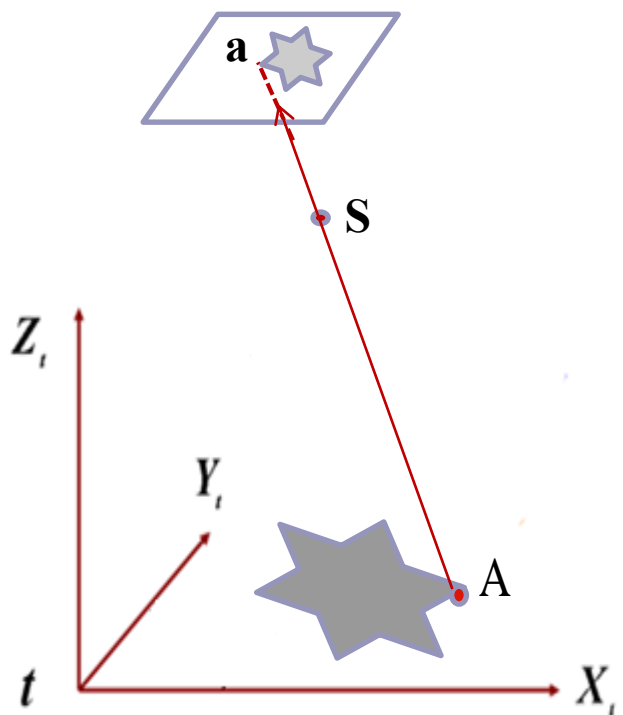


地面坐标

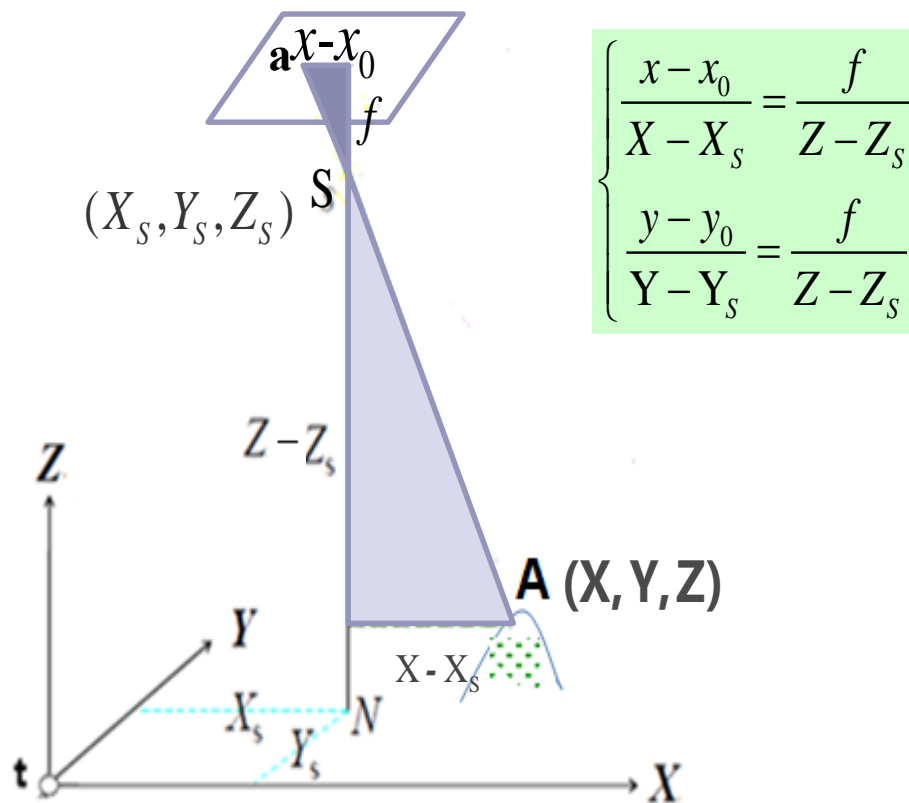
1、共线方程法

共线条件

A S a 三点在一条直线上



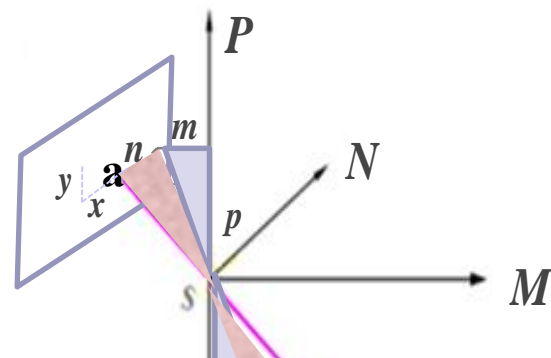
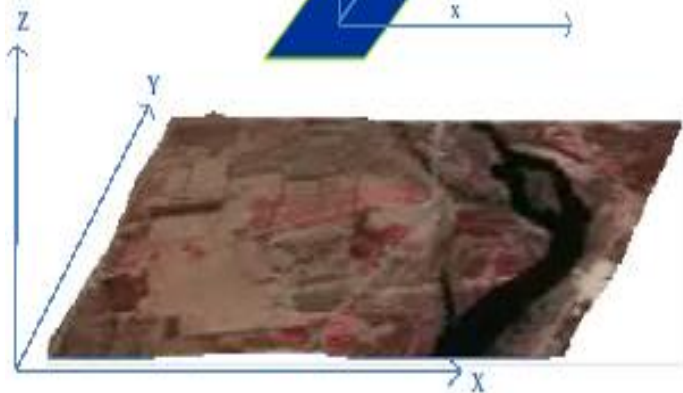
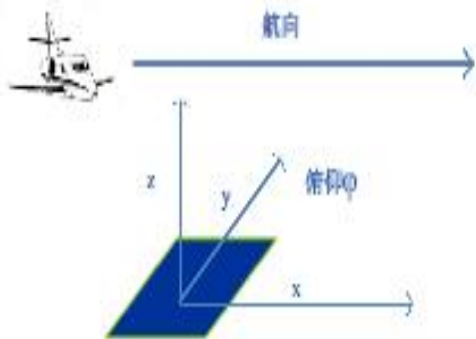
共线条件示意图



$$\begin{cases} \frac{x - x_0}{X - X_s} = \frac{f}{Z - Z_s} \\ \frac{y - y_0}{Y - Y_s} = \frac{f}{Z - Z_s} \end{cases}$$

飞机平稳飞行时成像示意图

由平稳飞行到任意飞行状态



$$\begin{bmatrix} m \\ n \\ p \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \\ -f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \\ -f \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \frac{m}{X-X_s} = \frac{f}{Z-Z_s} \\ \frac{n}{Y-Y_s} = \frac{f}{Z-Z_s} \end{cases}$$

飞机任意姿态飞行时成像示意图

**共线方程
(collinearity
equation)**

$$\begin{cases} x - x_0 = f \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \\ y - y_0 = f \frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \end{cases}$$

坐标转
换公式

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{N} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix}$$

旋转矩
阵中的
元素

$$\begin{aligned} a_1 &= \cos \phi \cos \kappa - \sin \phi \sin \omega \sin \kappa; & b_1 &= \cos \omega \sin \kappa; & c_1 &= \sin \phi \cos \kappa \\ a_2 &= -\cos \phi \sin \kappa - \sin \phi \sin \omega \cos \kappa; & b_2 &= \cos \omega \cos \kappa; & c_2 &= -\sin \phi \sin \kappa + \cos \phi \sin \omega \cos \kappa \\ a_3 &= -\sin \phi \cos \omega; & b_3 &= -\sin \omega; & c_3 &= \cos \phi \cos \omega \end{aligned}$$

共线方程 (collinearity equation)

$$\begin{cases} x - x_0 = f \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \\ y - y_0 = f \frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \end{cases}$$

变量

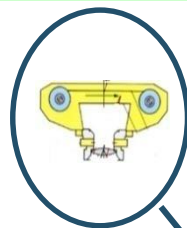
像点坐标 (x, y)

地面点坐标 (X, Y)

参数

(x_0, y_0, f)

已知



(X_s, Y_s, Z_s)

$(\varphi, \omega, \kappa)$

未知

畸变
原因

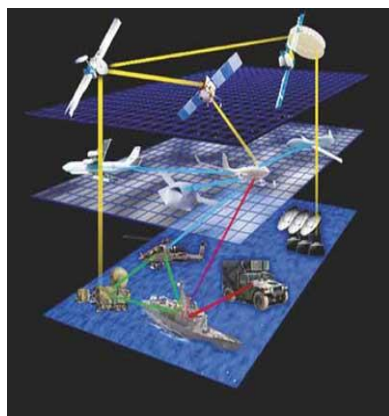


(Z)

已知

每张影像外方位元素值的确定

直接测量



机载GPS全球定位系统
IMU惯导系统

控制点法

控制点（GCP）

是利用已知的某些特殊点的实际数据确定模型中的未知参数，从而确定校正模型。

共线方程

$$\begin{cases} x - x_0 = f \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \\ y - y_0 = f \frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \end{cases}$$

定量地建立影像上的像点坐标 (x, y) （畸变影像坐标）与地面点的地面坐标 (X, Y) （标准影像坐标）间的对应关系。

共线方程



航空影像
几何校正
的模型



遥感影像几何变换

从具有几何变形的影像中消除变形的过程。
也可以说是**定量地确定**影像上的像元坐标（**影像坐标**）与目标物的地理坐标（**地图坐标等**）的对应关系（**坐标变换式**）。

$$X = f_1(x, y)$$

$$Y = f_2(x, y)$$

2、多项式法

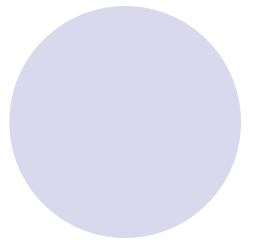
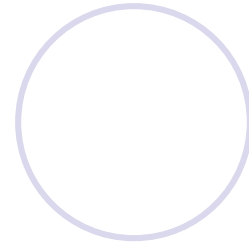
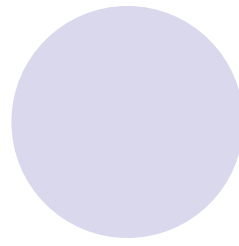
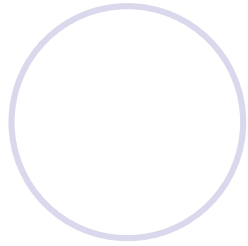
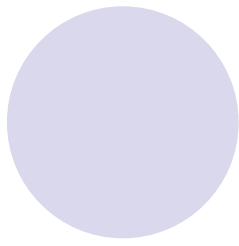
- ◆在卫星图像几何校正中，通常用二元多项式作为几何校正的数学模型，用它来拟合失真图像。
- ◆这种方法是几何校正方法中最基本又有效的方法。它是在待校正的图像（即输入图像）和标准图像（即输出图像）之间建立一个变换模型。按照这个模型来进行像元空间几何位置变换。

a_{ij} , b_{ij} 为待定系数, n 为多项式的次数。通常取 $n=3$, 上式展开可写成二元三次多项式:

$$\begin{cases} X = a_0 + (a_1x + a_2y) + (a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2) + (a_6x^3 + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9y^3) \\ Y = b_0 + (b_1x + b_2y) + (b_3x^2 + b_4xy + b_5y^2) + (b_6x^3 + b_7x^2y + b_8xy^2 + b_9y^3) \end{cases} \quad (1)$$

系数个数 N 与阶数 n 的关系是: $N = (n+1)(n+2)$

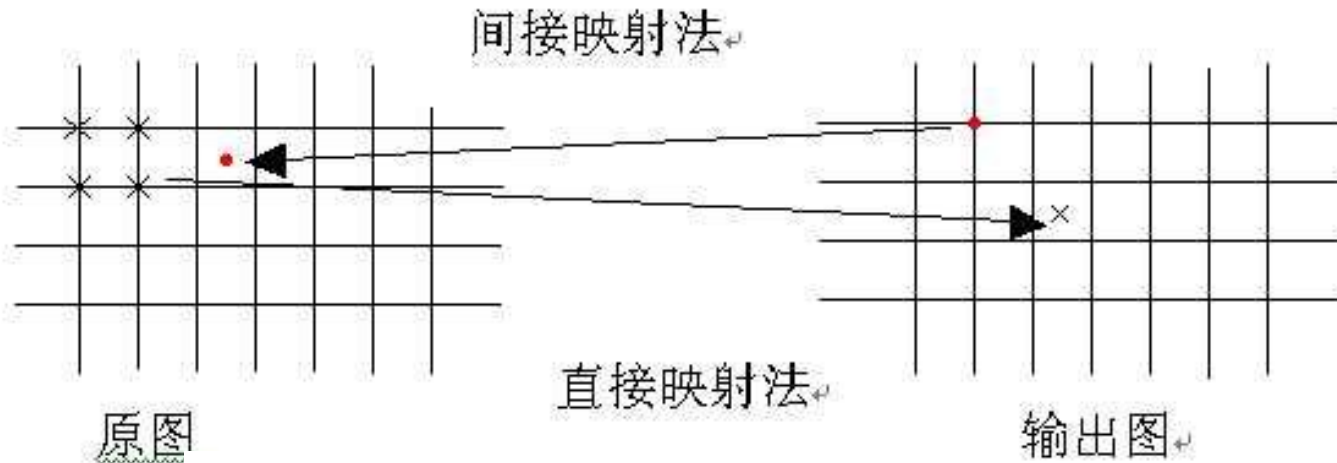
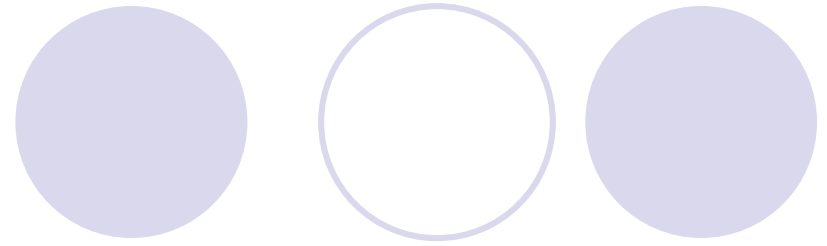
在利用多项式变换进行几何校正时, 一般来说多项式的阶数越高, 校正精度越好。不过阶数太高的方程式难以求解。通常用三到五阶就可以满足要求了。



- ◆ 多项式校正法的基本思想是回避成像的空间几何过程，直接对影像变形的本身进行数学模拟；
- ◆ 利用控制点校正，在整幅图像上应均匀分布，数量超过多项式系数的个数；
- ◆ 多项式的精度与控制点的精度、分布和数量有关；

几何变换图像灰度的重采样

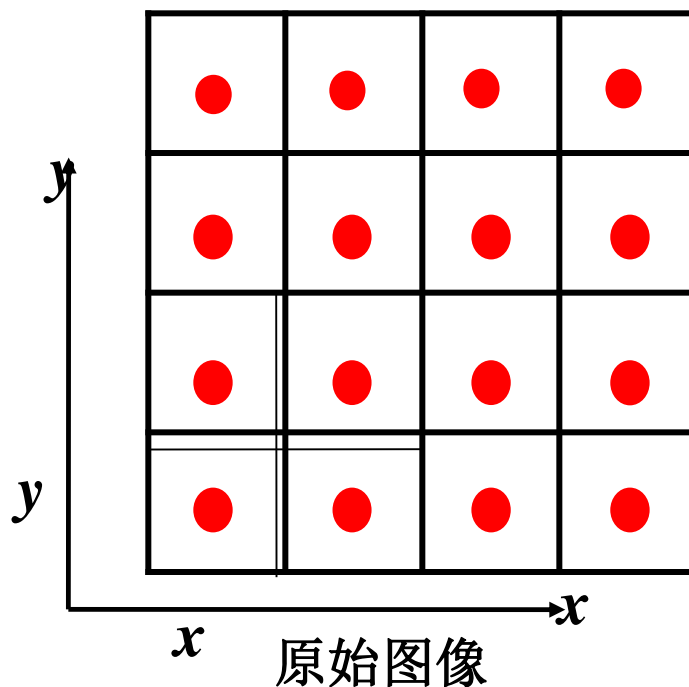
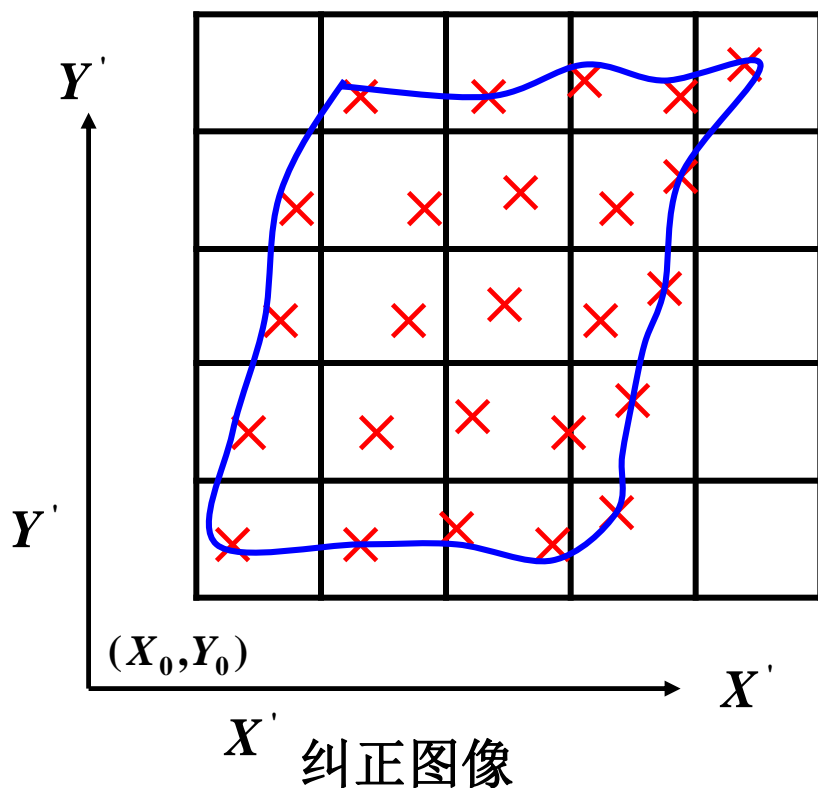
分为直接法和间接法：

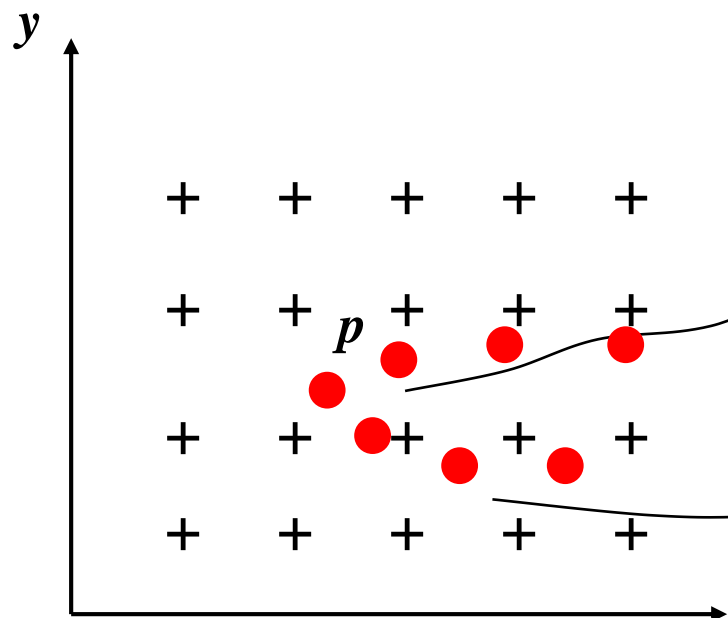
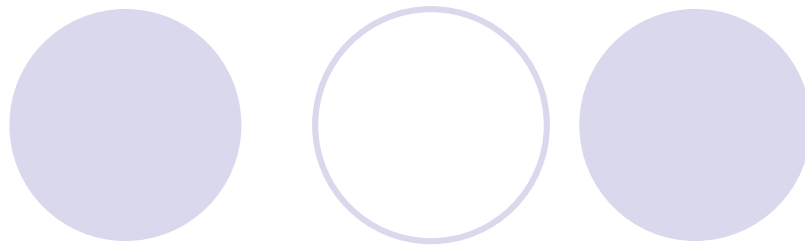
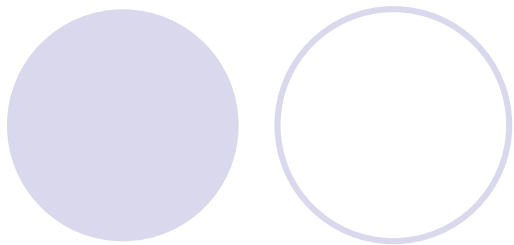


直接映射法是从输入图像出发，依次求出每个像元点在输出图像中的正确位置，同时把该像元的灰度值移到相应点上去。

间接映射法则是从输出图像出发，依次反求每个像元点在原始输入图像坐标系中的位置，同时把该位置的灰度值取出来填回到输出图像中相应像元点上去。

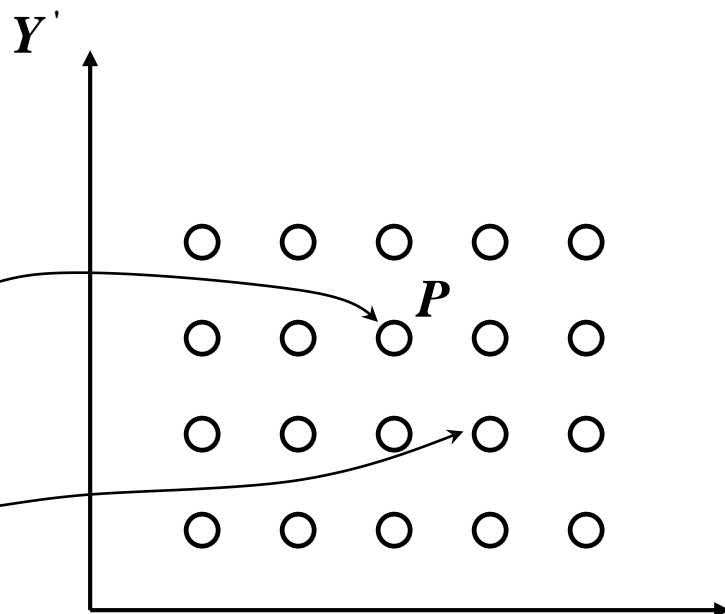
- 这两种方法本质上没有什么区别，它们所用的校正变换函数是一样的，只是校正后像元获得灰度值的方法不同。
- 直接法的缺点是当采用简单的最近邻法作灰度值插值时会在输出图像中产生空像元，而且不能生成一个规则网格，要生成地面规则网格须作第二次灰度内插。





原始图像

x



纠正图像

X'

灰度插值（重采样）

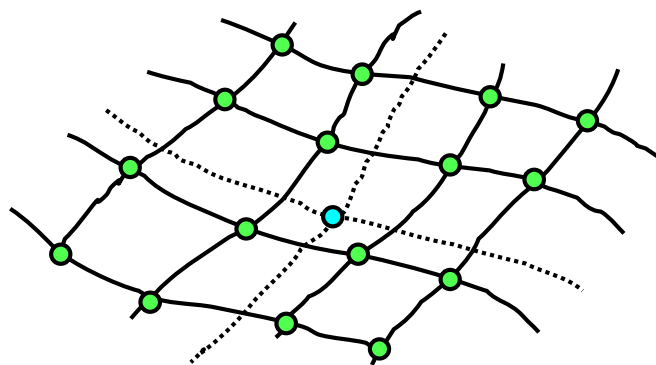
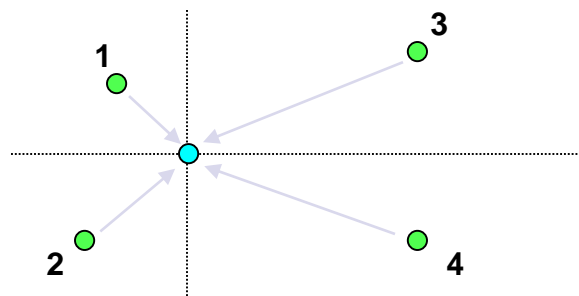
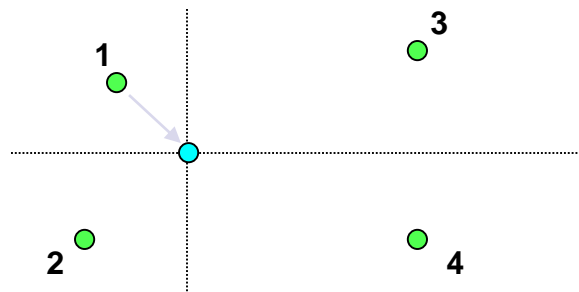
- 在前面介绍的多项式变换中，无论是直接映射法还是间接映射法都无法保证从一幅图像中的每一个点能够刚好映射到另一幅图像中的整数点上，更多的时候**通过公式算出来的坐标值不是整数**。因此要对灰度级进行插值，以求得相应的整数位置上的灰度级。



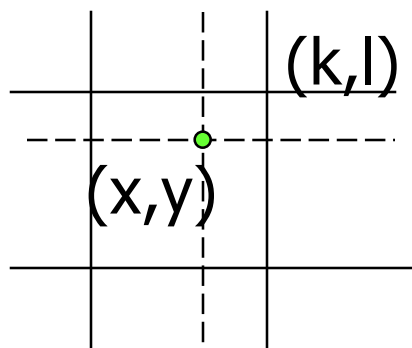
重采样

三种重采样方法

- Nearest Neighbor
- Bilinear Interpolation
- Cubic Convolution



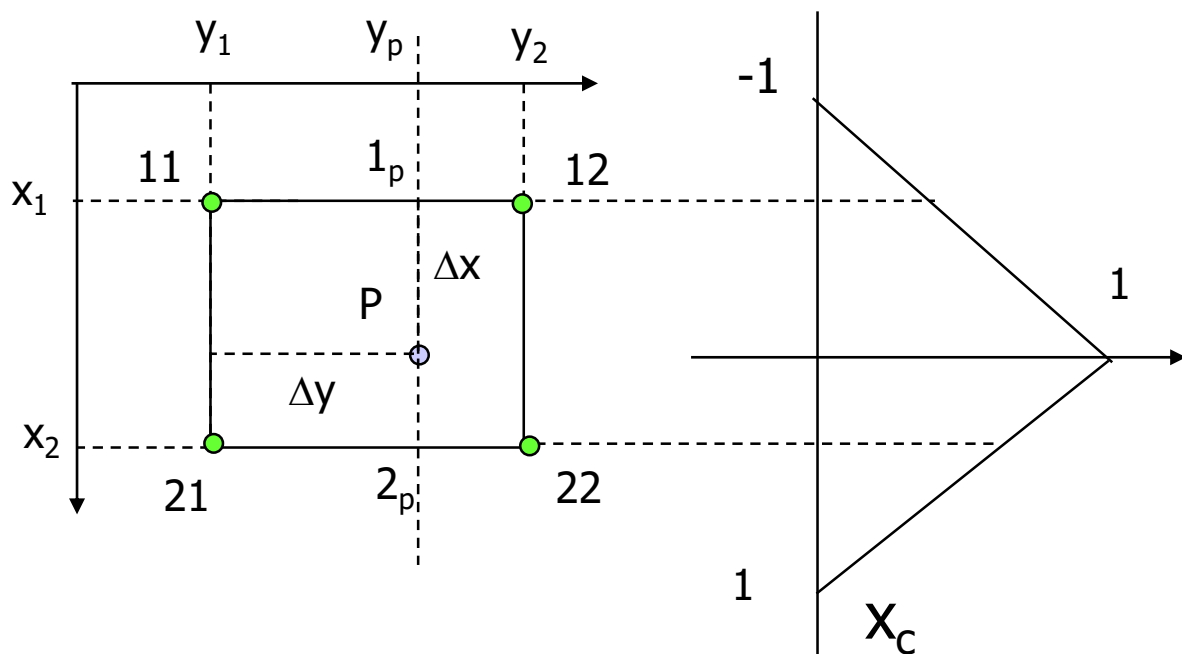
- 1、最近邻插值法：
- 根据图像的相关性可以假设图像上某一点的灰度级与其周围点的灰度级是相关的，因此最简单的插值方法就是令非整数点的灰度值等于离它最近的整数点的灰度值。最近邻插值方法的算法十分简单，只需要判断一下点的位置就可以了。



$$\begin{cases} k = \text{Integer}(x + 0.5) \\ l = \text{Integer}(y + 0.5) \end{cases}$$

这种方法也有它的不足之处，许多细微的灰度级变化在插值之后会被忽略掉，而且还会产生很多人工的痕迹。

- 双线性插值
- 最近邻插值法只用到了非整数点周围的一个点，因此效果不是十分好，而双线性插值法则利用了非整数点周围的四个点来估计灰度值，像素值是按照一定权函数（重采样函数）内插出来的。



重采样函数是三角函数，其横轴上各点的幅值代表了相应点对其原点处亮度贡献的权



重采样函数

$$W(x_c) = 1 - |x_c| \quad (0 \leq |x_c| \leq 1)$$

$$\Delta x = x_p - \text{Integer}(x_p)$$

$$\Delta y = y_p - \text{Integer}(y_p)$$

1) 利用 1_p , 2_p 的亮度值计算 I_p

$$I_p = \sum_i^2 W(x_{c(ip)}) \cdot I_{ip} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_{c(1p)} = -\Delta x \\ x_{c(2p)} = 1 - \Delta x \end{array} \right. \quad \longrightarrow \quad W(x_c)$$

2) 确定 1_p , 2_p 的亮度值; 各由上下两个像素确定

$$I_{ip} = \sum_j^2 W(y_{c(ij)}) \cdot I_{ij} \quad \text{带入上式}$$

$$I_p = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 W(x_{c(ip)}) \cdot I_{ij} \cdot W(y_{c(ij)})$$

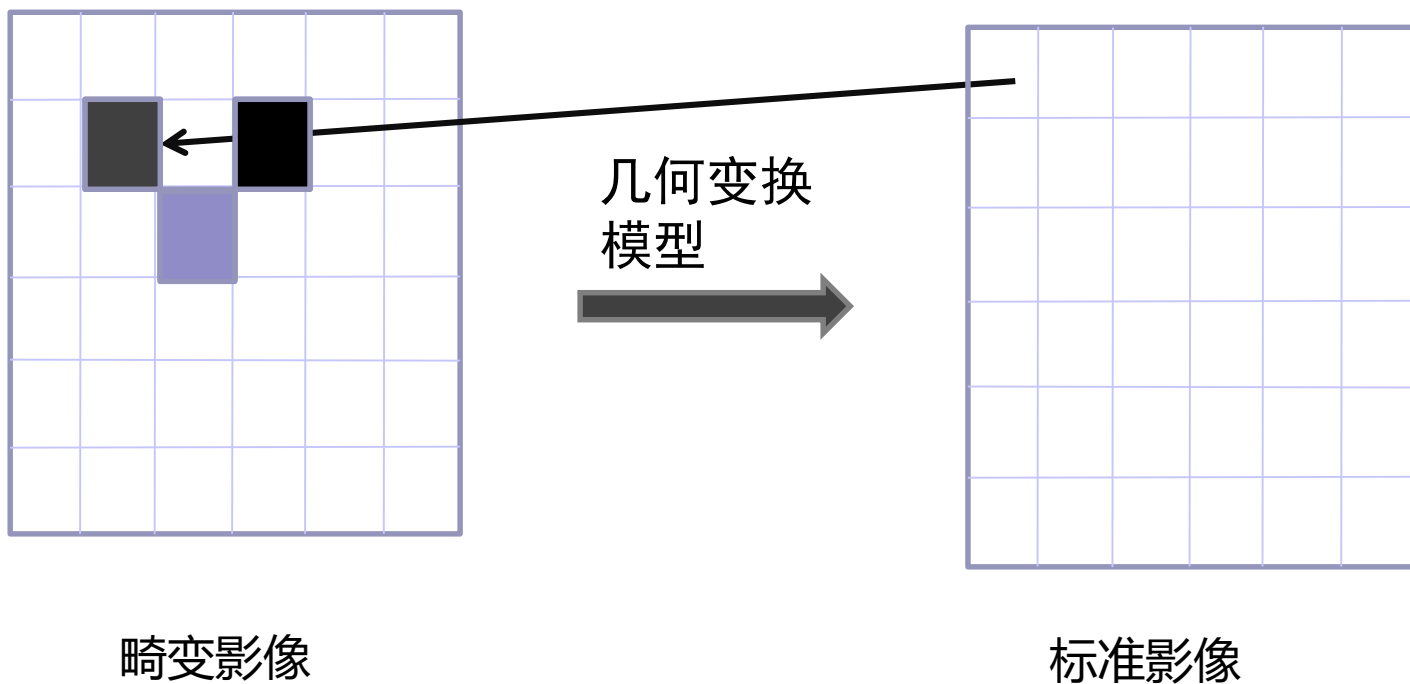
$$= [W(x_{c(1p)}) W(x_{c(2p)})] \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W(y_{c(i1)}) \\ W(y_{c(i2)}) \end{bmatrix}$$

$$= (1 - \Delta x)(1 - \Delta y) \cdot I_{11} + (1 - \Delta x)(\Delta y) \cdot I_{12} \\ + (\Delta x)(1 - \Delta y) \cdot I_{21} + \Delta x \cdot \Delta y \cdot I_{22}$$



几何变换的实现

影像几何校正的实现是几何变换模型，逐个像元对影像进行校正，从畸变影像中消除畸变的恢复出一张标准影像。

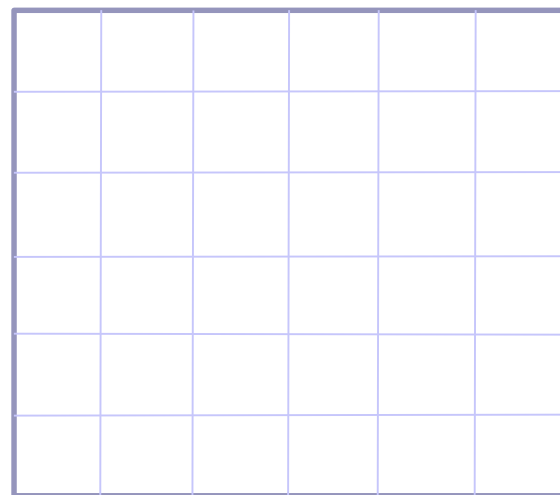


计算机实现步骤



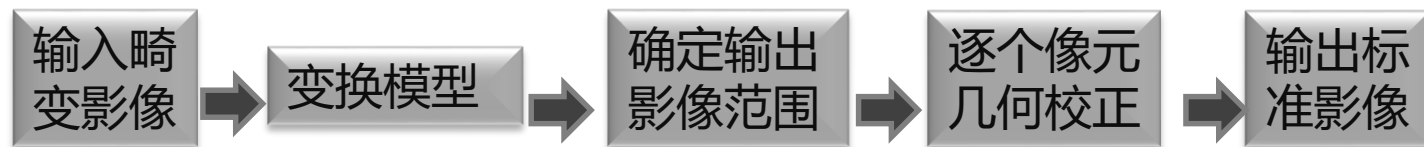
畸变影像

共线方程



标准影像

计算机实现步骤



畸变影像

几何模型



标准影像

对比影像校正前后的效果



畸变影像



标准影像

同一地面区域校正前后对比

四、几何变换的应用

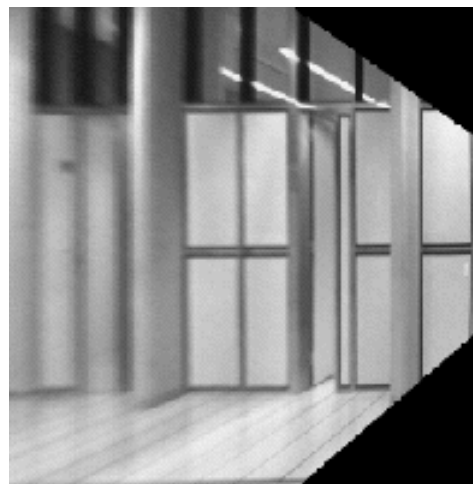
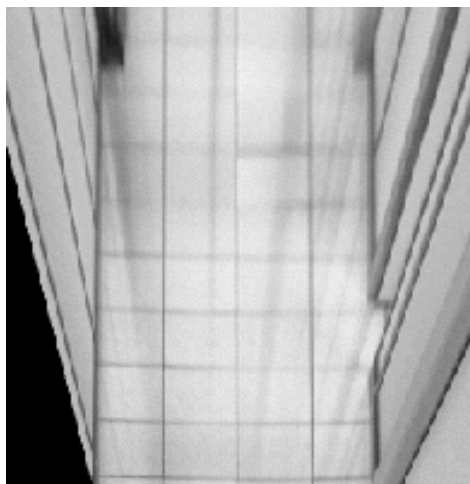
➤ 专题图

对遥感原始影像进行几何变换改正后，制作满足测量和定位要求的各类遥感专题图，才能对图像信息进行分析 and 提取；



重投影变换

- 将原图像重新投影到另一个成像面上，故称之为重投影变换，并将映射后得到的图像称为重投影图像。



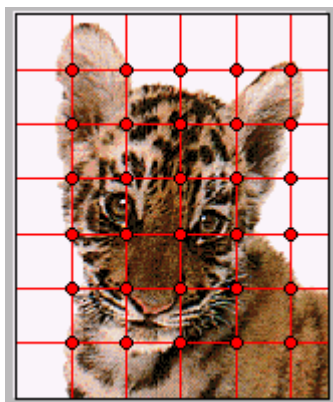
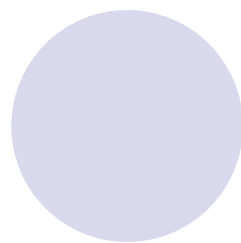
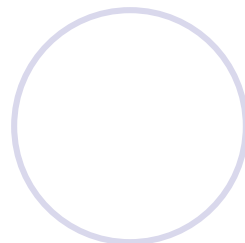
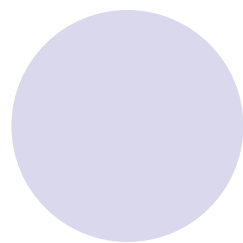
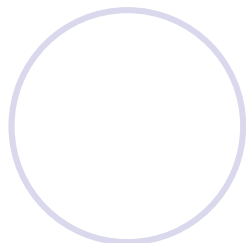
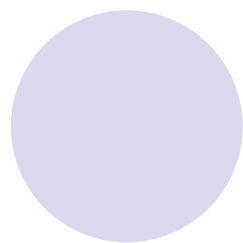
左图：走廊的原图像；中图：透视变换将图像中的地砖校正成正方形；右图：透视变换将门的四角（原图最右侧的门，有把手的门）校正成矩形。（图片来源：Andrew Zisserman, Robotics Research Group, University of Oxford,

变形



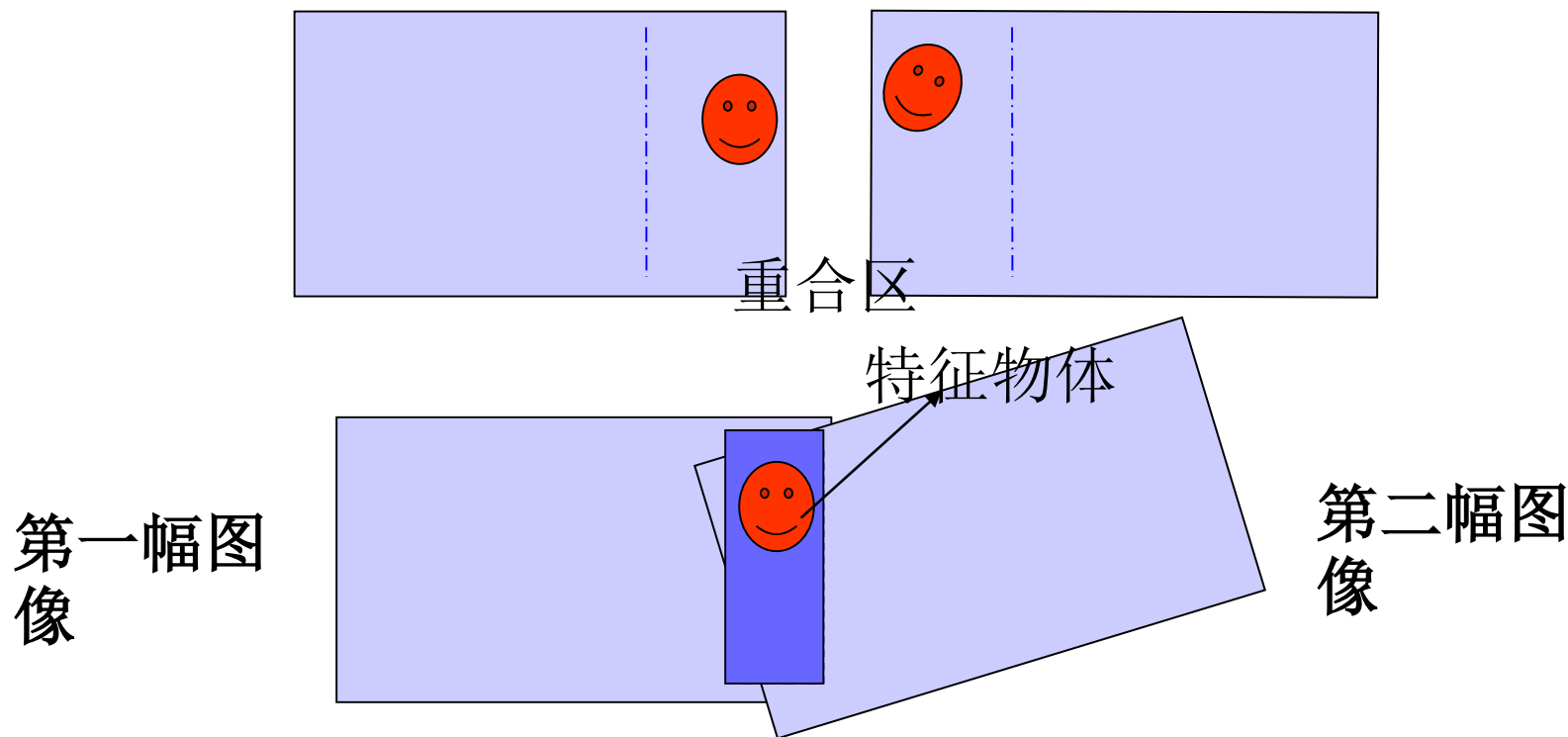
演示播放

变形是使图像中的一个物体逐渐变形为另外一个物体的过程。从一起始图像出发，利用渐隐(dissolve)技术，使起始图像逐渐“淡出(fade out)”，而目标图像则逐渐“淡入(fade in)”，同时以对应物体为转换控制对像，通过选择控制点及控制线来建立插值过程，让物体上的点从它们的起始位置逐渐移向对应的终止位置。



2、影像配准

实际工作中时常需要将多幅卫片或相邻航片镶嵌在一起。现在通过数字镶嵌方法可以较好地实现“无缝”拼接。数字镶嵌在理论和方法上与几何校正类似



实现方法：

- 以一幅影像为基准，对另一幅影像进行几何校正，满足配准要求；
- 将两幅影像分别按照标准影像进行校正，然后再进行配准拼接

无人机航空遥感影像的快速拼接



3、遥感影像的数据融合



总结



- 中心投影成像方式导致图像几何变形;
- 方位元素的概念;
- 几何变换的方法:
重点是变换模型的建立;
- 图像的重采样