КРИПТОГРАФІЯ
КОМП’ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №4

Вивчення криптосистеми RSA та алгоритму електронного підпису; ознайомлення з методами генерації параметрів для асиметричних криптосистем

Виконали: ФБ-13 Летюка, Мірошніков

Мета та основні завдання роботи :

Ознайомлення з тестами перевірки чисел на простоту і методами генерації ключів для асиметричної криптосистеми типу RSA; практичне ознайомлення з системою захисту інформації на основі криптосхеми RSA, організація з використанням цієї системи засекреченого зв'язку й електронного підпису, вивчення протоколу розсилання ключів.

Хід Роботи

1. Написати функцію пошуку випадкового простого числа з заданого інтервалу або заданої довжини, використовуючи датчик випадкових чисел та тести перевірки на простоту. В якості датчика випадкових чисел використовуйте вбудований генератор псевдовипадкових чисел вашої мови програмування. В якості тесту перевірки на простоту рекомендовано використовувати тест Міллера-Рабіна із попередніми пробними діленнями. Тести необхідно реалізовувати власноруч, використання готових реалізацій тестів не дозволяється.

Реалізуємо функцію пошуку випадкового числа за заданою довжиною (256 біт) з використанням стандартної для python бібліотеки random:

```
def generate_number():
    while True:
        number = random.getrandbits(256)
        if division(number):
            if test_miller_rabin(number, 15):
                return number
            else:
                print(f'Не пройшло - {number}')
        else: print(f'Не пройшло - {number}')
```

Далі число перевіряється на простоту у 2 кроки:

Спочатку виконуємо просте відсортування шляхом пробного ділення на числа від 2 до 49:

```
def division(n):
    for i in range(2,50):
        if n % i == 0:
            return False
    return True
```

Якщо число проходить цю перевірку, то далі використовуємо тест Міллера-Рабіна:

```
def test_miller_rabin(n, k):
    if n == 2 or n == 3:
        return True
    if n % 2 == 0 or n < 2:
        return False

    r, d = 0, n - 1

    while d % 2 == 0:
        r += 1
        d //= 2
```

Приклад чисел що не пройшли перевірку:

```
Не пройшло - 360027141500776180828255625413804415834173944956942621255799465439025681704 35
Не пройшло - 301824381000640943535833783847153262265241971166417577492067706835705304546 99
Не пройшло - 181006427686628735495726070378255328443884437854392920769572539757761168240 37
Не пройшло - 797351070759185893038702796075213237413107843876406249691895462663911707926 09
Не пройшло - 125316795852503002404157514782690567661984071070458926799901786851443368066 91
```

За допомогою цієї функції згенерувати дві пари простих чисел p, q і p_1 , q_1 довжини щонайменше 256 біт. При цьому пари чисел беруться так, щоб pq ≤ p1q1 ; p і q – прості числа для побудови ключів абонента A, 1 p і q1 – абонента B

```python
def gen_keys():
    p = generate_number()
    q = generate_number()
    return p, q
```

2. Написати функцію генерації ключових пар для RSA. Після генерування функція повинна повертати та/або зберігати секретний ключ (d, p,q) та відкритий ключ (n,e) . За допомогою цієї функції побудувати схеми RSA для абонентів A і B – тобто, створити та зберегти для подальшого використання відкриті ключі (e,n) , (e_1,n_1) та секретні d і d1 .

```python
class RSA():
    def __init__(self, name : str):
        self.name = name
        self.p = None
        self.q = None
        self.d = None
        self.e = 2**16 + 1
        self.n = None

    def generate_key(self):
        self.p, self.q = gen_keys()
        self.n = self.p * self.q
        fn = (self.p-1)*(self.q-1)
        self.d = pow(self.e, -1, fn)
```

В результаті виконання цієї частини коду отримаємо:

```
Коритсувач:a
Відкритий ключ:(n = 87876A842A564293AC87267B35CFE8C484E2CE41D0A1DCAF8166B27D15F3D639BAFFBBAC699EEF1264DAA4C1D486B0B9005FFA18AA7C20D8093D4BF4403F1749, e = 10001)
Закритий ключ:(p - EDF13DFA01D6F065AFBF86BA0EC6007DEC17211642C7AF714C85367A9CE2E449, q - 91D07B15D5AB2BC32A880BF4258195421DD29C4B1D38CA728EB79FA722049B01, d - 65ECA2
5FA9135C5880ECD734DC207316B0357E16A317C7C739D30932E73A8D0597102898A58E05D45B4205DB3AAD9AD4574E4E952DEFD67C56C843D3BF302801)
```

Секретний ключ що складається з (d, p,q) зберігається в об’єкті класу RSA.

Значення n та e виводяться в hex форматі, за допомогою такої функції:

```python
def to_hex(n:int):
    return hex(n)[2:].upper()
```

3. Написати програму шифрування, розшифрування і створення повідомлення з цифровим підписом для абонентів А і В. Кожна з операцій (шифрування, розшифрування, створення цифрового підпису, перевірка цифрового підпису) повинна бути реалізована окремою процедурою, на вхід до якої повинні подаватись лише ті ключові дані, які необхідні для її виконання. За допомогою датчика випадкових чисел вибрати відкрите повідомлення М і знайти криптограму для абонентів А и В, перевірити правильність розшифрування. Скласти для А і В повідомлення з цифровим підписом і перевірити його.

Кожну операцію рекомендується перевіряти шляхом взаємодії із тестовим середовищем, розташованим за адресою http://asymcryptwebservice.appspot.com/?section=rsa.

Наприклад, для перевірки коректності операції шифрування необхідно а) зашифрувати власною реалізацією повідомлення для серверу та розшифрувати його на сервері, б) зашифрувати на сервері повідомлення для вашої реалізації та розшифрувати його локально.

Розглянемо реалізовані функції та приклад результату їх роботи:

- Шифрування

```
def Encrypt(M, received):
    return pow(M, received.e, received.n)
```

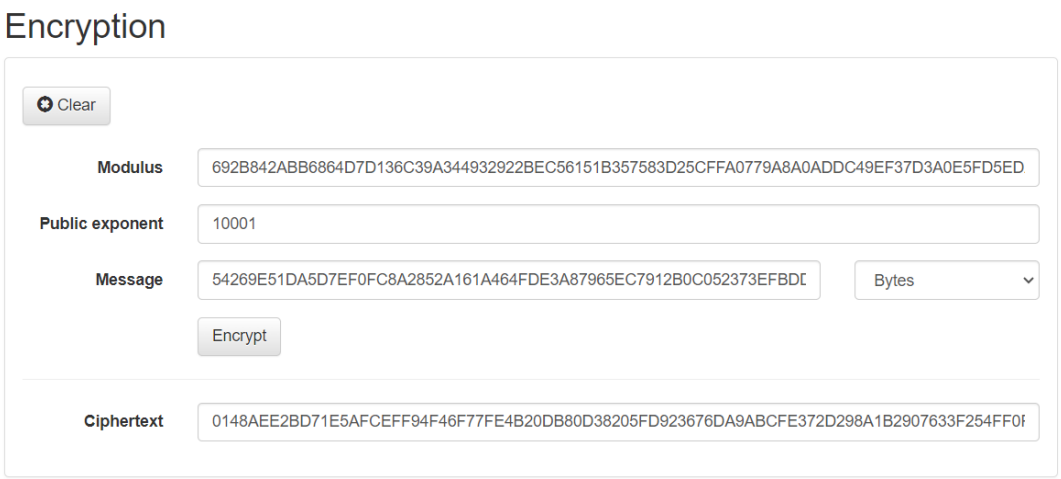
```
Введіть користувача:a
Повідомлення - 54269E51DA5D7EF0FC8A2852A161A464FDE3A87965EC7912B0C052373EFBDD4DE1A6DC0D03DDDA02CADA00BD0AFFBFED05235AA6756FA92
E348C8D90ECB2430
Зашифроване повідомлення - 148AEE2BD71E5AFCEFF94F46F77FE4B20DB80D38205FD923676DA9ABCFE372D298A1B2907633F254FF0F398C0921EBDB247
9A72092D8EAB551C66DB27CF72B7
```

- Розшифрування:

```
def Decrypt(C, received):
    return pow(C, received.d, received.n)
```

```
Розшифроване повідомлення - 54269E51DA5D7EF0FC8A2852A161A464FDE3A87965EC7912B0C052373EFBDD4DE1A6DC0D03DDDA02CADA00BD0AFFBFED05
235AA6756FA92E348C8D90ECB2430
```

- Як зазначено в методичці, перевіримо коректність роботи наших функції на сайті http://asymcryptwebservice.appspot.com/?section=rsa.



Як бачимо, значення шифртексту та відкритого тексту співпадають з тими що отримали в нашій програмі.

- Створення та перевірка цифрового підпису

```python
def sign(sender):
    M = generate_msg(sender.n - 1)
    signature = pow(M, sender.d, sender.n)
    return [M, signature]

def verify(M, sign, sender):
    if M == pow(sign, sender.e, sender.n):
        print('Повідомлення не спотворене')
    else:
        print('Усе пропало')
```

```
Хто підписує?
Ім'я користувача:a
Повідомлення - 1661B416D99E97F9816A0540F228EA377BE6BDAB731569E935DAF6E3471CDBC545BA546235AD5D5A616B302FB8D103BB0983F0ECA8DFC51
12811670B45069DF5
Підпис - A563FEFF5C31B28C4C5A0C3798180DDA7EE4E5160C66078DE502086783CA37B9422BE50B0467C510C471DF74FF0223E9C9C9FF2209B9FC053E20E
77EE1F4364
Повідомлення не спотворене
```

4. За допомогою раніше написаних на попередніх етапах програм організувати роботу протоколу конфіденційного розсилання ключів з підтвердженням справжності по відкритому каналу за допомогою алгоритму RSA. Протоколи роботи кожного учасника (відправника та приймаючого) повинні бути реалізовані у вигляді окремих процедур, на вхід до яких повинні подаватись лише ті ключові дані, які необхідні для виконання. Перевірити роботу програм для випадково обраного ключа $0 < k < n$.

```python
def send_key(user1, user2):
    while user1.n > user2.n:
        user1.generate_key()
    k = random.randint(1, user1.n)
    k1 = pow(k, user2.e, user2.n)
    S = pow(k, user1.d, user1.n)
    S1 = pow(S, user2.e, user2.n)
    return [k1, S1]

def receive_key(user2, signed):
    k1, S1 = signed
    k = pow(k1, user2.d, user2.n)
    S = pow(S1, user2.d, user2.n)
    return [k, S]
```

Приклад роботи:

```
Перший користувач:a
Другий користувач:b
k1 - 24A7412699C7AA48F89CFE44963FD791976941B381090A67A45F80A995580E5F58CFC47F04324AEADC02F1FDDBD321300ACA5AFCBFE76227EEC8C26B8B4D8B62
S1 - 1E80C02E7C77C6D43CC4F44235D9F4A3C6BE2063DE2AD3BD9B8F4CE684E5D9E2E833EAA8747E1AC5844213D8DEF223DEFFAFBC5597FE300D20860A2B9DC0155C
k - 46E9C0A70B8DB9A07B4030BE853E61985C39A1ADC5C672429BEA042D9F9E16A58BB62D02A1357438A9DDA414B53C70AFD8A4B984B118FC2D665153F9B4C8C0F
S - 2985664C30F44C780365A98293A328537182346E8F3F7B5EB77CFEBF0052DCFFEBC803B2E775C91BC9CD2EA9CD5C0B2845A9B162396D8B1732755616F24FF0C
Автентифікація успішна
```

Труднощі

Під час реалізації функцій шифрування та розшифрування та перевірки їх роботи на відповідному сайті виникла проблема з тим що ми використовували дані в десятковому форматі, а на сайті бачимо hex-значення, що призводило до неможливості перевірки коректності роботи програми. Також були невеликі труднощі у виборі методу зберігання ключів для певного користувача. У початковій версії програми також іноді пара ключів k, S некоректно розшифровувалась через те що число n у першого користувача генерувалось більше ніж у другого, що призводило до неправильної генерації пари k,S.

Висновок:

В результаті виконання даної лабораторної роботи ми ближче ознайомилися з шифром RSA. Отримали навички використання тесту Міллера-Рабіна та схеми Горнера для роботи даного алгоритму. Також ознайомилися та реалізували на практиці технології цифрового підпису та протокол конфіденційного розсилання ключів по відкритих каналах зв'язку з підтвердженням справжності відправника.