Universitatea Tehnică a Moldovei
Facultatea Calculatoare Informatică și Microelectronică
Departamentul Ingineria Software și Automatică

RAPORT

Lucrarea de laborator
Nr.1
Metode și modele de calcul

Tema : Rezolvarea numerică a ecuațiilor algebrice și transcendente

Varianta 3

A efectuat : st.gr.TI-214 Buza Cătălin
A verificat : asistent univ. Vadim Struna

Chișinău 2022

- Scopul lucrării:

  - Să se separe toate rădăcinile reale ale ecuaţiei f(x)=0 unde y=f(x)este o funcţie reală de variabilă reală.
  - Să se determine o rădăcină reală a ecuaţiei date cu ajutorul metodei înjumătăţirii intervalului cu o eroare mai mică decît $=10^{-2}$.
  - Să se aprecieze rădăcina obţinută cu exactitatea $=10^{-6}$, utilizînd :
    - Metoda aproximării succesive ;
    - Metoda tangentelor(Newton);
    - Metoda secantelor;
  - Să se compare rezultatele luînd în consideraţie numărul de iteraţii , evaluările pentru funcţii şi derivată.

Sarcina problemei:

Să se găsească rădăcinile ecuaţiei :

3	a) e^x+3x b) $x^3-23x-42$

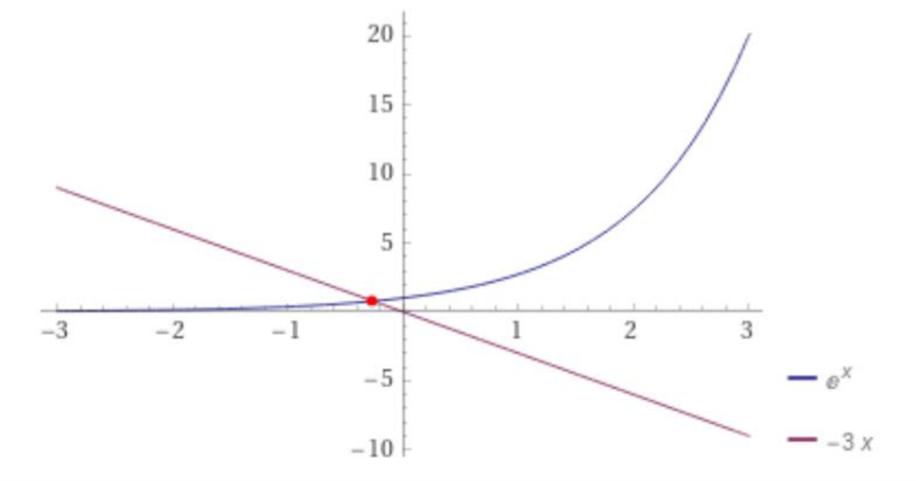
1) Separarea rădăcinilor

Pentru prima ecuație este convenabilă folosirea metodei grafice de separare a rădăcinilor.

Scriem ecuația $e^x + 3 * x = 0$ sub forma $\varphi(x)=g(x)$ și obținem:

$-3x = e^x$.

$y=\varphi(x)$ și $y=g(x)$



a) Pentru determinarea punctelor de intersecție a funcțiilor construim graficele :

Astfel ecuația are o rădăcină reală ξ pe interval (-0.4,-0.2).

b)Pentru a doua ecuație folosim *metoda șirului lui Rolle*.

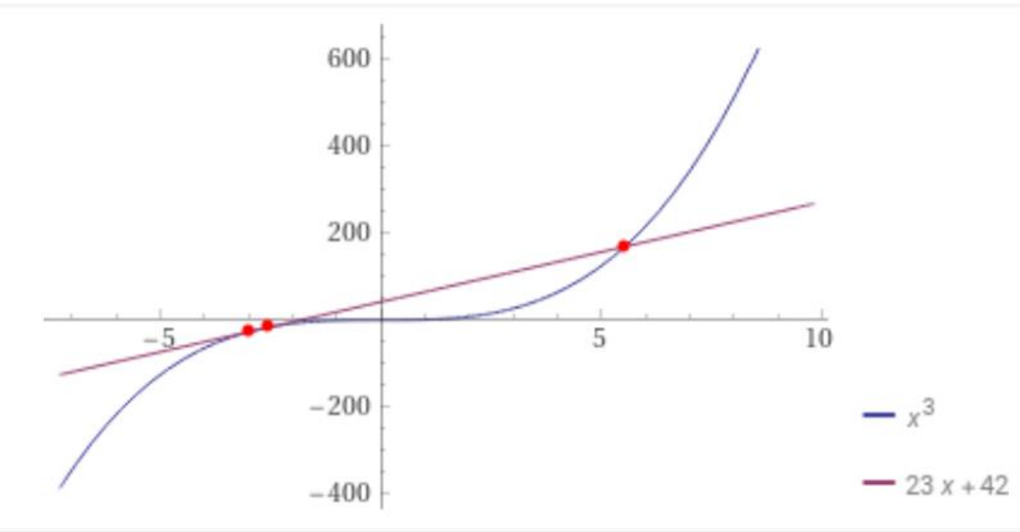
Derivata $f'(x) = 3 * x^2 - 23$ se anuleaza pentru $x = \pm\frac{\sqrt{23}}{3} = \pm 2.77$

x	-2.9	-2.77	2.77	2.9
y	0.31	0.45	-84.45	-84.311

Avem o alternanță de semn și respectiv o singură rădăcină reală ξ

$\epsilon(-2.77; 2.77)$

Pentru a determina celelalte rădăcini folosim metoda grafică.



Astfel mai avem 2 rădăcini ξ ∈(−3.5,−2.8)(5,6)

2)Calculul rădăcinii reale prin metoda înjumătățirii intervalului;

```
#include<math.h>
using namespace std;
double f(double x){ //prima functie din varianta 3
 return exp(x)+3*x;
}
double f1(double x){ // a doua functie din varianta3
return pow(x,3)-23*x-42;
}
/*
voi folosi o functie pentru a calcula solutiile ambelor ecuatii cu metoda injumatatirii intervalelor
functia primeste ca parametrii valorile intervalului unde se afla solutia si un pointer la o functie care contine ecuatia ce trebuie rezolvata
*/
void injumatatirea_intervalului(double a,double b,double(*func)(double))
{
    int k=0; //variabila ce va stoca nr de iteratii ce sau efectuat pina la gasirea solutiei
    double c = 0,eps = 0.0001;// c- solutia ,eps-eroare admisibila
    while((b-a)>eps ) //atita timp cit se satsfice conditiia
    {
        k++;
        c = a+(b-a)/2;//aflam mijlocu intervalului
        if (func(c)==0)//daca valoare functiei in mijlocul intervalului ii egala solutia inseamna ca am gasit solutie
            break;// programu se opreste
        if (func(a)*func(c)<0) b = c;//daca nu se verifica conditia daca e adevarata inseamna ca solutia se afla in intervalul (a,c) si repetam procedura cu b=c
        else a = c;//daca nu se respecta conditia inseamna ca solutia se afla in intervalul (c,b) si repetam algoritmul cu a=c
    }
    cout <<"\nRadacina x=" << c<<endl;//afisam radacina gasita
    cout<<"Numarul de iteratii: "<<k<<endl;//afisam nr de iterati efectuate pina la gasirea solutiei
}
int main()
{
injumatatirea_intervalului(-0.4,-0.2,&f);//dam valorile intervalului a si b si adresa functiei unde se afla ecuatia spre rezolvare
cout<<"\nEcuatia 2:";
injumatatirea_intervalului(-2.77,2.77,&f1);
injumatatirea_intervalului(-3.5,-2.8,&f1);
injumatatirea_intervalului(5,6,&f1);

return 0;
}
```

3) Calculul rădăcinii reale prin metoda aproximațiilor succesive

a) Pentru aplicarea metodei aproximațiilor succesive verificăm condiția de convergență. Scriind ecuația în forma x=φ(x) obținem : $x = \frac{-e^x}{3}$

$$\varphi'(x) = \frac{-1}{3} \times e^x$$

$$\varphi'(x) < 1$$

Prin urmare șirul converge.

b) Verificăm condiția de convergență :

$$-23x=42-x^3 <=> x=(x^3-42)/23 <=> x=\frac{x^3}{23}-\frac{42}{23} <=> \varphi(x)=\frac{x^3}{23}-\frac{42}{23}$$

$$\varphi'(x)=\frac{3*x^2}{23}\ ;\ \frac{3*x^2}{23}<1;\ x\epsilon(-\sqrt{\frac{23}{3}};\sqrt{\frac{23}{3}};)$$

```
double f3(double x){ //prima functie din varianta 3 scrisa sub  forma x=fi(x)
 return exp(x)/-3;
}
double f4(double x){ //a doua functie din varianta 3 scrisa sub  forma x=fi(x)
return (pow(x,3)-42)/23;
}
void aproximatii_succesive(double x0, double(*func)(double))//x0 este o valoare initiala aleasa de noi ce apartine intervalului unde se afla solutia noastra
{
   int k=0;//variabila ce ne va arata nr de iteratii efectuate pina la gasirea solutiei
   double x1,eps=0.000001;//x1-variabila ce va stoca valoare functiei in punctul initial dat de noi; eps-eroarea
   while(1) //folosim while pentru agasi solutia ecuatiei
   {
      x1=func(x0);//x1 ii atribuim valoarea functiei in punctul initial ales de noi ce apartine intervalului (a,b)
      k++;//incrementam k
      if(abs(x1-x0)<eps) //daca acesta conditie se indeplineste inseamna ca am gasit solutia
      {
         cout<<"Radacina x= "<<x0<<endl<<"Numarul de iteratii k="<<k<<endl;//afisam radacina si numarul de iteratii
         break;//dupa ce am gasit solutia folosim break pentru a iesi din bucla while
      }
      x0=x1;//in caz contrar repetam algoritmul cu x0=x1;
   }
}
int main()
{
cout<<"\nMetoda aproximatiilor succesive:"<<endl;
cout<<"Ecuatia 1:"<<endl;;
aproximatii_succesive(-0.4,&f3);
cout<<"Ecuatia 2:"<<endl;
aproximatii_succesive(-0.2,&f4);

return 0;
}
```

4) Calculul rădăcinii reale prin metoda tangentelor(Newton)

```
double f(double x){ //prima functie din varianta 3
 return exp(x)+3*x;
}
double f1(double x){ // a doua functie din varianta3
return pow(x,3)-23*x-42;
}
double fderiv(double x){ //derivata functiei f de mai sus
   return 3+exp(x);
}
double f1deriv(double x){ //derivata functiei f1 de mia sus
   return 3*pow(x,2)-23;
}
/*x0=valoarea initiala a functiei alesa de noi arbitrar din intervalul unde se afla solutia cautata
func,func2 pointeri la functii prima e la la functia unde se afla ecuatia careia trebuie sai gasim solutie func2- derivata func
*/
void metoda_tangentelor(double x0,double (*func) (double),double(*func2)(double))
{
   int k=0;//variabila care ne va arata de cite ori am folosit algorimul pina la gasirea solutie
```

```
 double x1,eps=0.000001;//x1-punctul de pe axa ox obtinut la intersectarea tangentei prin x0 eps-exactitatea cu care sa obtinut solutia
   while(1)//incepem algortmul
   {
       x1=x0-func(x0)/func2(x0);//formula prin care aflam punctul x1 ce se apropie rapid de solutia cautata
       k++;//incrementam valoarea lui k
       if(abs(x1-x0)<eps)// daca se respecta conditia data inseamna ca am gasit solutia
       {
          cout<<"Radacina x= "<<x0<<endl;//daca am gasit solutia o afisam si mai afisam nr de iteratii a algoritmului pina la gasirea solutiei
          cout<<"Numarul de iteratii :"<<endl;
          break;//iesim din bucla while dupa ce am gasit solutia
       }
       x0=x1;//daca nu sa gasit solutia repetam algoritmul cu x0=x1;
    }
}
int main()
{
 cout<<"\nMetoda tangentelor (Newton):"<<endl;
cout<<"Ecuatia 1:"<<endl;
metoda_tangentelor(-0.4,&f,&fderiv);
cout<<"Ecuatia 2:"<<endl;
metoda_tangentelor(-0.5,&f1,&f1deriv);

return 0;
}
```

Rezultatul(toate cele 3 metode intr-un program):

```
Metoda injumatatirii intervalului
Ecuatia 1:
Radacina x=-0.257627
Numarul de iteratii: 18
Ecuatia 2:
Radacina x=-2.53113
Numarul de iteratii: 23

Metoda aproximatiilor succesive:
Ecuatia 1:
Radacina x= -0.257627
Numarul de iteratii 10
Ecuatia 2:
Radacina x= -2.53112
Numarul de iteratii 62

Metoda tangentelor (Newton):
Ecuatia 1:
Radacina x= -0.257627
Numarul de iteratii :3
Ecuatia 2:
Radacina x= -2.53113
Numarul de iteratii :7

Process returned 0 (0x0)   execution time : 1.375 s
```

6) Compararea rezultatelor și concluzia

Metoda	Rădacina		Numărul de iterații		Eroarea
	$f(x)$	$f_1(x)$	$f(x)$	$f_1(x)$	
Înjumătățirii intervalului	-0.257627	-2.53113	18	23	0.0001
Aproximării succesive	-0.257627	-2.53112	10	62	0.000001
Tangentei	-0.257627	-2.53113	3	7	0.000001

Concluzii:

În urma efectuării lucrării de laborator am realizat în practică rezolvarea numerică a ecuațiilor algebrice și transcendente. Putem concluziona că cea mai eficientă metoda este metoda tangentelor, calculatorul efectuând un număr minim de iterații , însă numărul acestor iterații este dependent de aproximația inițială aleasă. Acest număr este cu atât mai mic cu cât aproxima ia inițială este mai aproape de rădăcina căutată. O vulnerabilitate a acestei metode este necesitatea calculului derivatei, ceea ce în unele cazuri poate fi dificil sau practic imposibil.