



UNIVERSIDADE EDUARDO MONDLANE

FACULDADE DE ENGENHARIA

DEPARTAMENTO DE ELECTROTECNIA

ENGENHARIA ELECTRÓNICA

CONTROLE AUTOMÁTICO I

3º Ano – I semestre

**PROJECTO DE UM CONTROLADOR PELO MÉTODO DO
LUGAR GEOMÉTRICO DAS RAÍZES**

Discentes

Novela, Raquel Almeida

Paruque, Amanda Velasco

Docentes:

Prof. Doutor A. Zimbigo, Engº

Eng º. Aristides Anselmo

Maputo, Maio de 2024

Índice

1. Introdução.....	3
2. Objectivos	3
2.1. Gerais	3
2.2. Específicos.....	3
3. Metodologia.....	3
4. Resumo teórico.....	4
4.1. Definições.....	4
4.2. Controladores	4
4.2.2. Controladores por realimentação.....	4
4.3.1. Controlador Proporcional (P)	5
4.3.2. Controlador Proporcional+Integral (PI).....	5
4.3.4. Controlador Proporcional+Integral+Derivativo (PID)	7
5. Polos dominantes em malha fechada.....	8
6. Análise em regime transitório.....	9
5. Lugar Geométrico das Raízes (LGR)	10
6.1. Gráfico do Lugar das Raízes	10
6. Resolução	11
6.1. Cálculo do LGR antes do controlador	11
6.2. Cálculos com o controlador	14
7. Conclusão	19
8. Bibliografia	20

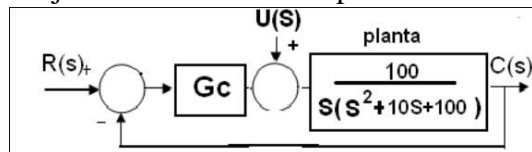
1. Introdução

Em alguns sistemas, o simples ajuste do ganho pode mover os polos de malha fechada para as localizações desejadas. Então, o problema do projeto pode se reduzir à escolha de um valor de ganho apropriado para se obter a resposta desejada. Porém isso nem sempre é possível e, por isso, para tornar a resposta mais adequada, podem ser utilizados controladores. Esses controladores são funções de transferências inseridas no sistema com o objectivo de modificar a resposta fazendo então com que o sistema funcione nos padrões desejados.

2. Objectivos

2.1. Gerais

Projectar um controlador para o sistema abaixo.



2.2. Específicos

Projectar um controlador que tenha os polos dominantes em $-10 \pm 10j$

3. Metodologia

Para a realização deste trabalho, foram usados os conhecimentos obtidos durante o semestre na cadeira de Controle Automático I, o que exigiu domínio sobre resposta transitória e sobre o Lugar Geométrico das Raízes. Foi utilizado o software Matlab como auxílio para o projecto.

4. Resumo teórico

4.1. Definições

Controle: É a acção de fazer com que um sistema físico atenda as especificações de desempenho determinadas a priori.

Controlador: Dispositivo utilizado para a obtenção do controle de um sistema físico.

Sistema de controle: Conjunto formado pelo sistema a ser controlado e o controlador.

4.2. Controladores

4.2.1. Controladores em série

Consiste em colocar o controlador no ramo direto de alimentação, ou seja, em série com a planta.

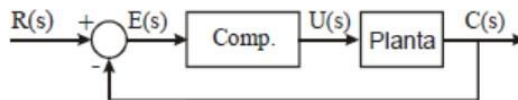


Fig.1: Controlador série

4.2.2. Controladores por realimentação

O compensador é inserido num ramo de realimentação.

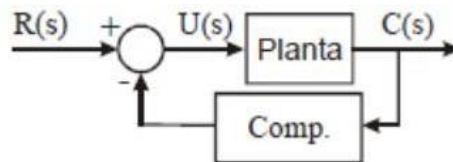


Fig.2: Controlador p/ realimentação

4.3. Lei de controle

O controlador também pode ser definido como o elemento no sistema de controle em malha fechada que tem como entrada o sinal de erro e gera uma saída que torna a entrada. A relação entre a saída e a entrada do controlador é frequentemente chamada **lei de controle**.

Existem três formas dessa lei:

- Controlador proporcional;
- Controlador integral;
- Controlador derivativo.

4.3.1. Controlador Proporcional (P)

O controlador P é um tipo de controlador que actua na variável controlada de forma proporcional ao erro (como o nome sugere). Isto é, se o erro é pequeno, ele actua pouco na variável controlada e, se o erro é grande, ele actua muito.

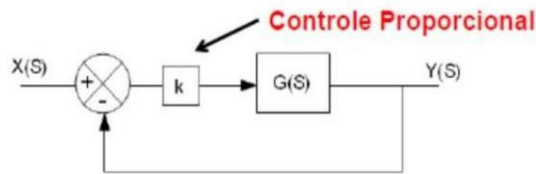


Fig.3: Controlador proporcional 1

$$u(t) = Ke(t) \rightarrow U(s) = K_P E(s)$$

$$\text{Onde: } e(t) = r(t) - y(t)$$

Para entrada degrau unitário temos que o erro é dado por: $E_{ss} = \frac{1}{1+k}$

O erro em estado estacionário será nulo somente para $K \rightarrow \infty$, o que nem sempre é possível.

- A acção de atuação no sistema de controlo é proporcional à intensidade do sinal de erro;
- A eficácia desta acção de controlo é limitada dependendo das especificações do sistema e dependendo das características da planta de controlo;
- Na maioria dos sistemas o aumento do ganho K reduz o erro em regime porém aumenta as oscilações, aumenta o sobressinal (MP) e reduz a estabilidade relativa. Portanto é necessário verificar se há algum ponto de operação que atenda a todas as exigências de controlo. Caso não atenda, deve-se usar outro tipo de controlado.

4.3.2. Controlador Proporcional+Integral (PI)

Este tipo de controlador apresenta duas ações de controlo, nomeadamente a ação proporcional e a ação integrativa. Apresentam, em suas ações de controlo, diferentes proporcionalidades em relação ao sinal, de modo que, no primeiro, o sinal que sai do controlador e vai para o sistema é proporcional ao erro, de maneira instantânea. Enquanto no segundo este mesmo sinal é proporcional à integral do erro.

A ação de controle de um controlador proporcional-integral é definida por:

$$U(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt$$

ou, então, a função de transferência do controlador é:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

onde T_i é chamado tempo integrativo.

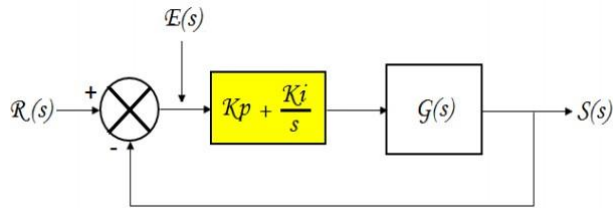


Fig.4: Controlador proporcional-integral

4.3.2.1. Passos para o projeto de controladores PI

1. Localizar o pólo na origem;
2. Determinar o zero de modo que a condição de ângulo seja satisfeita;
3. Calcular o ganho total requerido, aplicando a condição de módulo;
4. Simular o sistema em malha fechada com o controlador
5. Caso o desempenho não seja satisfatório, tentar fazer um ajuste fino dos parâmetros do controlador (K_c e z)

4.3.3. Controlador Proporcional+Derivativo (PD)

A ação derivativa quando combinada com a ação proporcional tem justamente a função de "antecipar" a ação de controle a fim de que o processo reaja mais rápido. Neste caso, o sinal de controle a ser aplicado é proporcional a uma predição da saída do processo.

Um controlador puramente derivativo não é implementável na prática, a ação derivativa, associada à ação proporcional, corresponde ao acréscimo de um zero ao sistema, actuando benéficamente no regime transitório, tendendo a aumentar a estabilidade relativa do sistema e reduzindo o tempo de acomodação, contudo, contrapondo-se a estas vantagens, ele aumenta o tempo de subida e, por não atuar no regime permanente, não corrige o erro de estado estacionário.

A ação de controle de um controlador proporcional-derivativo é definida por:

$$U(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt$$

ou, então, a função de transferência do controlador é:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

onde T_i é chamado tempo integrativo.

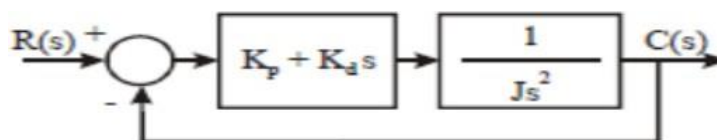


Fig.5: Controlador proporcional-derivativo

4.3.3.1. Passos para o projeto de controladores PD

1. Traduzir as especificações de desempenho em termos de uma localização desejada dos pólos dominantes de malha fechada;
2. Verificar se o objetivo não pode ser atingido com um controlador Proporcional;
3. Se o PD é necessário, localizar o zero de modo que a condição de ângulo seja satisfeita;
4. Calcular o ganho total requerido, aplicando a condição de módulo;
5. Calcular a constante de erro estacionário;
6. Se a constante não for adequada, tentar um outro controlador;
7. Simular o sistema com o controlador e observar o comportamento da resposta. Caso não seja satisfatório, tentar um ajuste fino dos parâmetros do controlador (K_c e z).

4.3.4. Controlador Proporcional+Integral+Derivativo (PID)

É uma técnica de controlo de processos que une as acções derivativa, integral e proporcional, fazendo assim com que o sinal de erro seja minimizado pela acção proporcional, zerado pela acção integral e obtido com uma velocidade antecipada pela acção derivativa.

A acção de controle de um PID é dada por:

$$U(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{e(t)}{dt}$$

e a função de transferência é:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

onde T_d é chamado tempo derivativo.

4.3.4.1. Passos para o projeto de controladores PID

1. Traduzir as especificações de desempenho em termos de uma localização desejada de pólos dominantes de malha fechada;
2. Verificar se o objetivo não pode ser atingido com um controlador mais simples;
3. Se o PID é necessário, localizar o pólo na origem e os zeros de modo que a condição de ângulo seja satisfeita;
4. Calcular o ganho total requerido, aplicando a condição de módulo;
5. Simular o sistema com o controlador e observar o comportamento da resposta. Caso não seja satisfatório, tentar um ajuste fino dos parâmetros do controlador (K_c , z_1 e z_2).

5. Polos dominantes em malha fechada

O domínio relativo dos polos de malha fechada é determinado pela relação das partes reais dos polos de malha fechada, bem como pelo valor dos resíduos calculados nos polos. As magnitudes dos resíduos dependem tanto dos polos como dos zeros de malha fechada.

Se as relações das partes reais forem maiores que 5 e não houver zeros nas proximidades, então os polos de malha fechada mais próximos do eixo $j\omega$ serão dominantes no comportamento da resposta transitória porque correspondem aos termos da resposta transitória que decrescem lentamente. Os polos que têm efeitos dominantes no comportamento da resposta transitória são chamados polos *dominantes de malha fechada*. Muito frequentemente, os polos dominantes apresentam-se sob a forma de um par complexo conjugado. Os polos dominantes de malha fechada são os de maior importância entre todos os polos de malha fechada.

Note que o ganho de um sistema de ordem superior é frequentemente ajustado para ter um par de polos complexos conjugados dominantes de malha fechada. A presença desses polos em um sistema estável reduz o efeito de certas não linearidades, como zona morta, folga e atrito de Coulomb.

5.1. Análise de estabilidade no plano complexo

A estabilidade de um sistema linear de malha fechada pode ser determinada a partir da localização dos polos de malha fechada no plano s . Se qualquer um desses polos estiver no semiplano direito do plano s , então, com o decorrer do tempo, eles darão origem ao modo dominante e a resposta transitória aumentará monotonamente ou oscilará com amplitude crescente. Isso representa um sistema instável.

Assim que for ligada, a saída desse sistema poderá aumentar com o tempo. Se não for alcançado um ponto de saturação do sistema ou se não houver um fim de curso mecânico, então o sistema poderá estar sujeito a danos e apresentar falhas, já que a resposta de um sistema físico real não pode aumentar indefinidamente. Por isso, nos usuais sistemas lineares de controle, não são permitidos polos de malha fechada no semiplano direito do plano s . Se todos os polos de malha fechada se situarem à esquerda do eixo $j\omega$, qualquer resposta transitória poderá alcançar o equilíbrio. Isso caracteriza um sistema estável.

A estabilidade ou a instabilidade de um sistema linear é propriedade do próprio sistema e não depende da entrada ou da função de excitação do sistema. Os polos da entrada ou da função de excitação não afetam a estabilidade do sistema, mas contribuem somente para os termos da resposta de regime permanente na solução.

6. Análise em regime transitório

Nos circuitos eléctricos que envolvem a comutação de estados de um sistema, o circuito pode apresentar dois regimes de actuação, a saber: regime estacionário e regime transitório. Ao estado estacionário do sistema, entende-se como comportamento do sinal de saída do sistema na medida em que t tende ao infinito. Por resposta transitória, entende-se aquela que vai do estado inicial ao estado final.

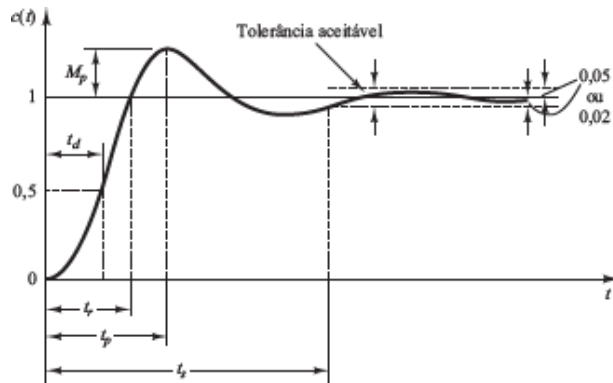


Fig.6. Resposta transitória

Onde:

$\epsilon \rightarrow$ é chamado atenuação;

$\omega_d \rightarrow$ é a frequência natural não amortecida;

$\zeta \rightarrow$ é o coeficiente de amortecimento do sistema. O coeficiente de amortecimento ζ é a relação entre o amortecimento real B e o amortecimento crítico ou $B_c = 2\sqrt{JK}$ ou

$$\zeta = \frac{B}{B_c} = \frac{B}{2\sqrt{JK}}$$

$\omega_d \rightarrow$ é chamada frequência natural amortecida do sistema.

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

Forma canônica de um sistema de segunda ordem:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Onde os polos são dados por: $s = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$

5. Lugar Geométrico das Raízes (LGR)

A característica básica da resposta transitória de um sistema de malha fechada está intimamente relacionada à localização dos polos de malha fechada. Se o ganho de malha do sistema for variável, então a localização dos polos de malha fechada dependerá do valor do ganho de malha escolhido. É importante, então, que o projetista saiba como os polos de malha fechada se movem no plano s , à medida que o ganho de malha varia.

Utilizando o método do lugar das raízes, o projetista pode prever quais os efeitos da variação do valor do ganho ou da adição de polos de malha aberta e/ou zeros de malha aberta sobre a localização dos polos de malha fechada.

6.1. Gráfico do Lugar das Raízes

Considere um sistema de malha fechada com a função de transferência seguinte:

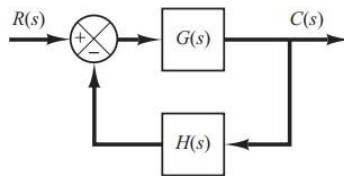


Fig.7. Sistema de malha fechada

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (a)$$

A equação característica desse sistema de malha fechada é obtida igualando a zero o denominador do lado direito da equação. Ou seja, $1 + G(s)H(s) = 0 \rightarrow G(s)H(s) = -1$ (b)

Aqui, vamos supor que $G(s)H(s)$ seja uma relação dos polinômios em s . Como $G(s)H(s)$ é uma grandeza complexa, a Equação b pode ser dividida em duas equações equiparando-se os ângulos e módulos de ambos os lados, respectivamente, obtendo-se:

Condição angular: $\angle G(s)H(s) = \pm 180^\circ(2k + 1) \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (c)$

Condição de módulo: $|G(s)H(s)| \quad (d)$

Os valores de s que satisfazem tanto a condição angular como a de módulo são as raízes da equação característica, ou os polos de malha fechada. Um lugar dos pontos no plano complexo que satisfaz somente a condição angular é o lugar das raízes. As raízes da equação característica (os polos de malha fechada) que correspondem a dado valor do ganho podem ser determinadas pela condição de módulo.

6. Resolução

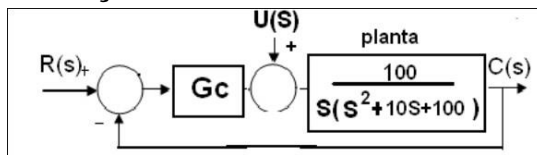


Fig.8. Exercício

Polos dominantes em: $s = -10 \pm 10j$

Uma vez que $s = \sigma \pm \omega_d \rightarrow s = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$

Sendo assim: $\omega_d = 10$ e $\sigma = -10$

Com $\zeta\omega_n$ podemos obter o tempo de subida que é dado por:

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}; \text{ sendo assim } t_s = \frac{4}{10} = 0.4s$$

Como $\omega_d = 10$, podemos obter ζ e ω_n ;

$\omega_n = \frac{10}{\zeta}$; substituindo na formula do ω_d obtemos

$$10 = \frac{10}{\zeta} \sqrt{1 - \zeta^2} \rightarrow \zeta = \sqrt{1 - \zeta^2} \rightarrow \zeta^2 = 1 - \zeta^2 \rightarrow 2\zeta^2 = 1 \rightarrow \zeta = \sqrt{0.5}$$

e, por fim, obtemos

$$\zeta = 0.707; \text{ sendo assim } \omega_n = \frac{10}{0.707} = 14.14$$

6.1. Cálculo do LGR antes do controlador

$$G(s) = \frac{100}{s(s^2 + 10s + 100)}; H(s) = 1$$

Considerando $U(s) = 0$ e $G_c = K$, obtemos a seguinte função de transferência:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{100k}{s(s^2 + 10s + 100)}}{1 + \frac{100k}{s(s^2 + 10s + 100)}} = \frac{100k}{s(s^2 + 10s + 100) + 100k}$$

$$\text{Equação característica: } s(s^2 + 10s + 100) + 100k = 0$$

Polos: os polos são achados igualando o denominador de $G(s)$ a zero.

$$s(s^2 + 10s + 100) = 0$$

$S_1 = 0$ e $S_{2/3} = -5 \pm j8,66$; totalizando 3 polos

Os zeros são achados igualando o numerador de $G(s)$ a zero. Uma vez que não temos nenhum s no numerador, significa que temos 0 zeros.

Vamos agora determinar o número de assíntotas: $N_A = N_p - N_z = 3 - 0 = 3$ assíntotas.

Ponto de intercessão das assíntotas e os ângulos das mesmas

$$\sigma = \frac{\sum(-P) - \sum(-Z)}{N_p - N_z} = -\frac{10}{3}$$

$$\theta_k = \frac{(2k+1)\pi}{N_p - N_z} \quad [K = 0, 1 \text{ e } 2 \text{ (porque temos 3 assíntotas)}]$$

$$\theta_0 = \frac{\pi}{3}; \theta_1 = \pi; \theta_2 = \frac{5\pi}{3}$$

Agora precisamos de achar o ponto de desprendimento k :

Através da equação característica $s(s^2 + 10s + 100) + 100k = 0$; temos que

$$k = -\frac{s^3}{100} - \frac{s^2}{10} - s;$$

e derivando k em função de s obtemos:

$$\frac{dk}{ds} = -\frac{3s^2}{100} - \frac{s}{5} - 1;$$

igualando a zero

$$-\frac{3s^2}{100} - \frac{s}{5} - 1 = 0$$

Obtemos os polos de malha fechada $s = -3.33 \pm j4.714$

$$\text{Então } |K|_{-3.33 \pm j4.714} = \frac{10}{3} = 3.33$$

Nessas condições, o esboço do LGR é:

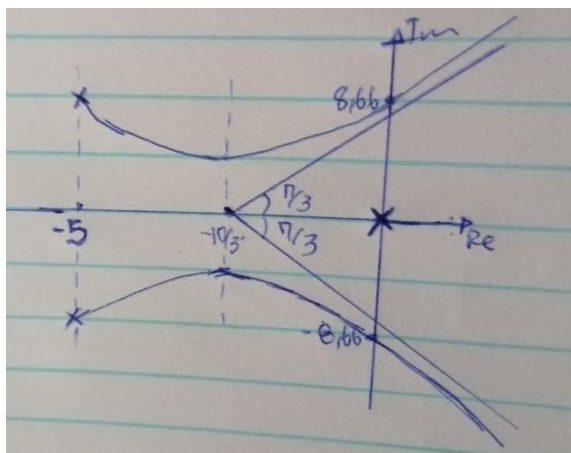


Fig.6. Esboço do LGR

Plotando a função no MATLAB obtemos o seguinte LGR:

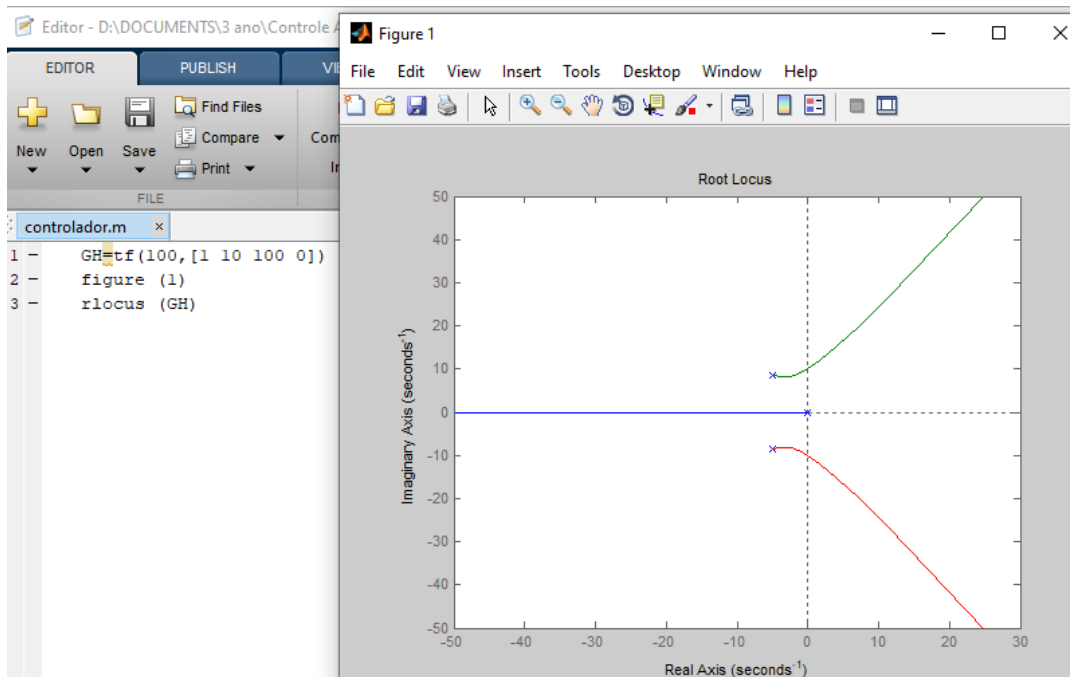


Fig.9. LGR antes do controlador

E a resposta transitória é:

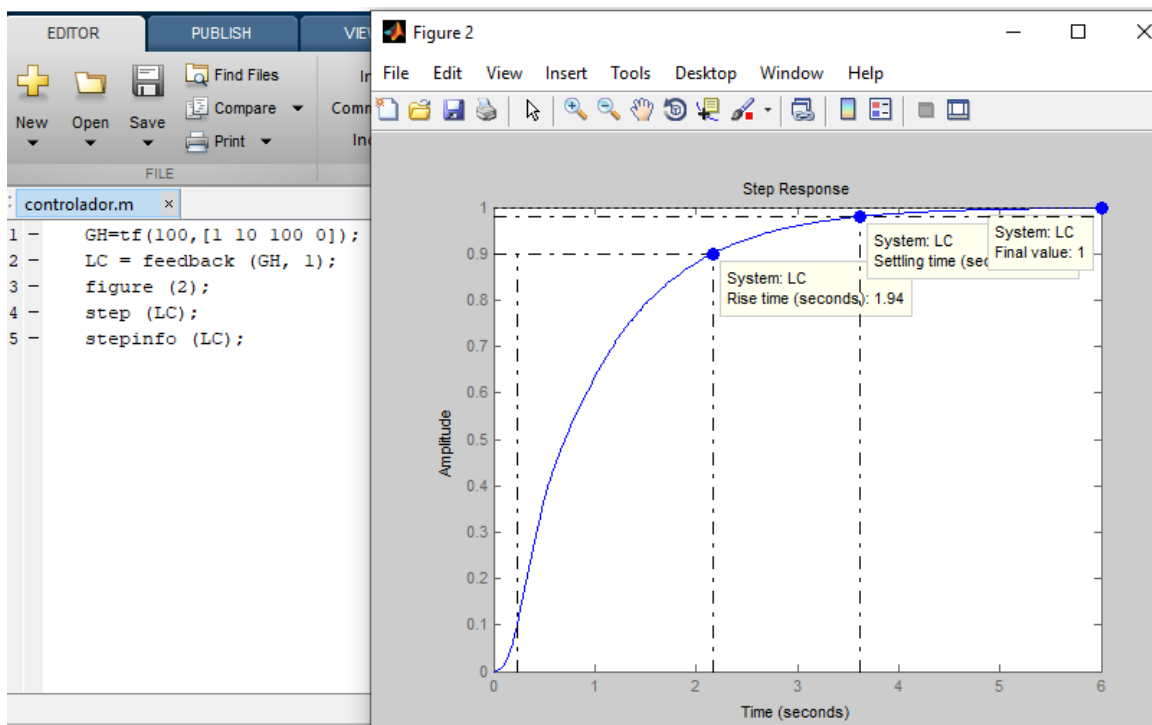


Fig.10. Resposta transitória antes do controlador

6.2. Cálculos com o controlado

- Usando PID

Uma vez que os controladores PID são os mais ideais para definir polos de malha fechada, vamos primeiro achar um controlador PID.

$$G_c = \frac{K_c (S+Z_1) + (S+Z_2)}{S} ; \text{ Considerando } Z_1 = Z_2 = Z, G_c = \frac{K_c (S+Z)^2}{S}$$

$$\text{e } G(s) = \frac{100}{s(s^2+10s+100)} ; \text{ então } GH(s) = \frac{100K_c(s+z)^2}{s^2(s^2+10s+100)}$$

Condição de fase

$$\angle GH(s)|_{-10+10j} = 180 \rightarrow \angle \frac{100K_c(s+z)^2}{s^2(s^2+10s+100)}|_{-10+10j} = 180$$

$$2\angle s + z|_{-10+10j} - 2\angle s|_{-10+10j} - \angle s^2 + 10s + 100|_{-10+10j} = 180$$

$$2\angle 10j + z - 10 - 2\angle 10j - 10 - \angle (-10 + 10j)^2 + 10(-10 + 10j) + 100 = 180$$

$$2\tan^{-1}\left(\frac{10}{z-10}\right) - 2\tan^{-1}\left(\frac{10}{-10}\right) - \angle -100j = 180$$

$$2\tan^{-1}\left(\frac{10}{z-10}\right) - 2\tan^{-1}\left(\frac{10}{-10}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{-100}{0}\right) = 180$$

$$2\tan^{-1}\left(\frac{10}{z-10}\right) - 2 \times 135 + 90 = 180$$

$$2\tan^{-1}\left(\frac{10}{z-10}\right) = 180 + 270 - 90$$

$$2\tan^{-1}\left(\frac{10}{z-10}\right) = 360$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{10}{z-10}\right) = 180$$

$$\tan\left(\tan^{-1}\left(\frac{10}{z-10}\right)\right) = \tan 180$$

$$\frac{10}{z-10} = 0$$

$$10 = 0 \times (Z - 10)$$

$$10 = 0 \text{ (Impossível)}$$

Como para um controlador PID o valor de z é indefinido, vamos tentar um controlador diferente.

- **Usando PI**

$$G_c = \frac{K_c (s+z)}{s} \text{ e } G(s) = \frac{100}{s(s^2+10s+100)}; \text{ então } GH(s) = \frac{100K_c(s+z)}{s^2(s^2+10s+100)}$$

Condição de fase

$$\angle \left(\frac{100K_c(s+z)}{s^2(s^2+10s+100)} \right) \big|_{-10+10j} = 180$$

$$\angle (s+z) \big|_{-10+10j} - 2\angle (s) \big|_{-10+10j} - \angle (s^2+10s+100) \big|_{-10+10j} = 180$$

$$\angle (10j+z-10) - 2\angle (10j-10) - \angle (-100j) = 180$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{10}{z-10}\right) - 2\tan^{-1}\left(\frac{10}{-10}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{-100}{0}\right) = 180$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{10}{z-10}\right) - 2 \times 135 + 90 = 180$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{10}{z-10}\right) = 360$$

$$\tan\left(\tan^{-1}\left(\frac{10}{z-10}\right)\right) = \tan 360$$

$$\frac{10}{z-10} = 0 \rightarrow 10 = 0 \text{ (Z Indefinido)}$$

Para este controlador, também temos um valor de z indefinido. Vamos tentar usar outro controlador,

- **Usando PD**

$$G_c = K_c(s+z) \text{ e } G(s) = \frac{100}{s(s^2+10s+100)}; \text{ então } GH(s) = \frac{100K_c(s+z)}{s(s^2+10s+100)}$$

Condição de fase

$$\angle \left(\frac{100K_c(s+z)}{s(s^2+10s+100)} \right) \big|_{-10+10j} = 180$$

$$\angle (s+z) \big|_{-10+10j} - \angle (s) \big|_{-10+10j} - \angle (s^2+10s+100) \big|_{-10+10j} = 180$$

$$\angle (10j+z-10) - \angle (10j-10) - \angle (-100j) = 180$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{10}{z-10}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{10}{-10}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{-100}{0}\right) = 180$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{10}{z-10}\right) - 135 + 90 = 180$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{10}{z-10}\right) = 225$$

$$\tan\left(\tan^{-1}\left(\frac{10}{z-10}\right)\right) = \tan 225$$

$$\frac{10}{z-10} = 1 \rightarrow z-10 = 10 \rightarrow z = 20$$

Foi possível achar o valor de z usando um controlador PD, agora vamos aplicar a condição de magnitude para achar o valor de Kc.

Condição de magnitude

$$|GH(s)|_{-10+10j} = 1$$

$$\left| \frac{100Kc(s+z)}{s(s^2+10s+100)} \right|_{-10+10j} = 1; \text{ vamos substituir o valor de } z$$

$$\frac{100Kc|s+20|_{-10+10j}}{|s|_{-10+10j} \times |s^2+10s+100|_{-10+10j}} = 1; \text{ substituindo o valor de } s$$

$$\frac{100Kc|-10+10j+20|}{|-10+10j| \times |-100j|} = 1 \rightarrow \frac{100Kc|10+10j|}{|-10+10j| \times |-100j|} = 1$$

$$\frac{100Kc\sqrt{10^2+10^2}}{\sqrt{(-10)^2+10^2} \times \sqrt{(-100)^2}} = 1$$

$$\frac{100Kc \times 10\sqrt{2}}{10\sqrt{2} \times 100} = 1 \rightarrow Kc = 1$$

Com $z = 20$, temos $Kc = 1$ e o controlador fica $Gc = 1 \times (s + 20) = s + 20$

E o $Gc \times G(s) = \frac{100(s+20)}{s(s^2+10s+100)}$; Nessas condições, tendo um feedback unitário, o nosso LGR é:

```
GC = tf([1 20], [1])
GH = tf([100], [1 10 100 0])
H = feedback (GH*GC, 1)
rlocus (H)
figure (1)
```

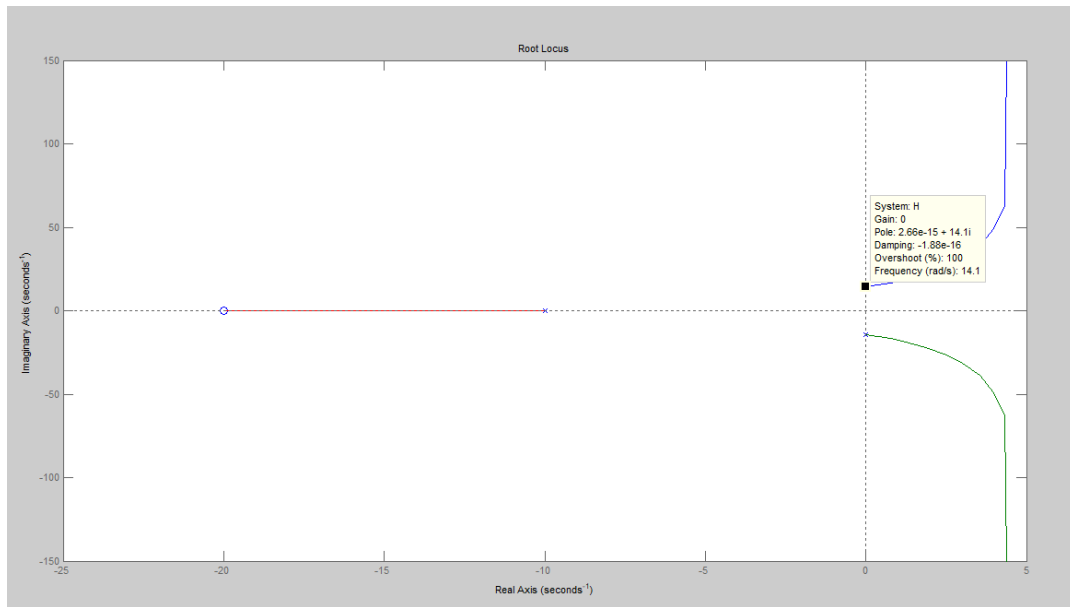



Fig.11. LGR com o controlador antes do ajuste

E a resposta transitória é:

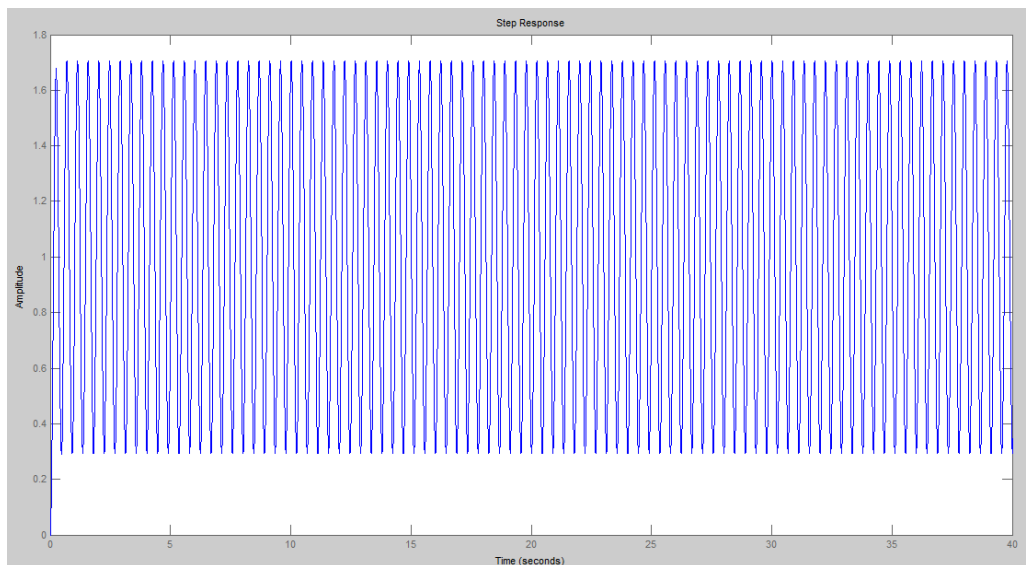


Fig.12. Resposta transitória antes do ajuste

Percebe-se que os polos determinantes encontrados ($2.66e-15 \pm 14.1j$) estão muito distantes dos polos pretendidos ($-10 \pm 10j$). Então, tentamos fazer alguns ajustes para ver se nos aproximamos o máximo possível dos polos pretendidos.

Alterando o valor de z para $z = -36$, aproximamos os polos para $-9.7 \pm 17j$

```
GC = tf([1 -36], [1])
GH = tf([100], [1 10 100 0])
H = feedback (GH*GC, 1)
```

```
rlocus (H)
figure (1)
```

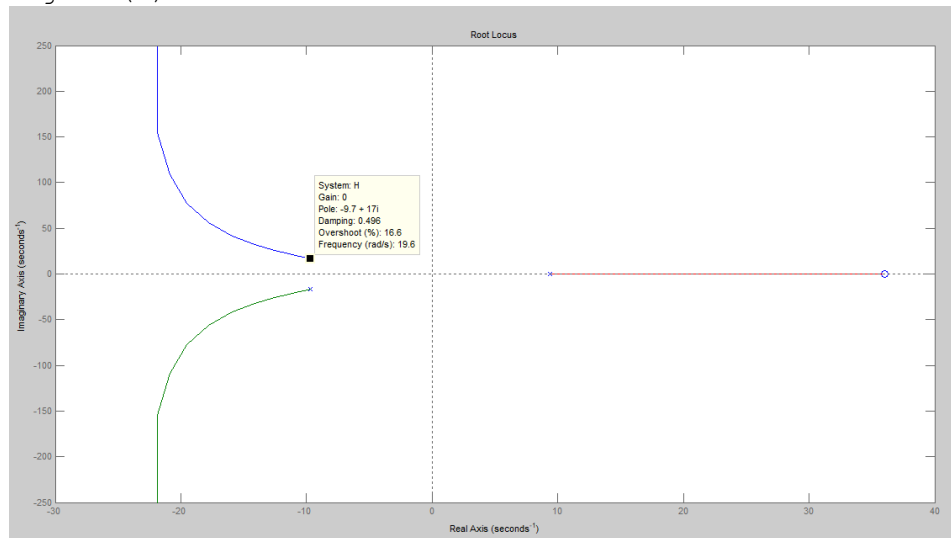


Fig.13. LGR com ajuste em Z

Alterando o valor de K_c para 0,29, ficamos com $G_c = 0.29s \pm 5.8$ e temos polos determinantes em $s = -2.22 \pm 9.97j$

```
GC = tf([0.29 5.8], [1])
GH = tf([100], [1 10 100 0])
H = feedback (GH*GC, 1)
rlocus (H)
figure (1)
```

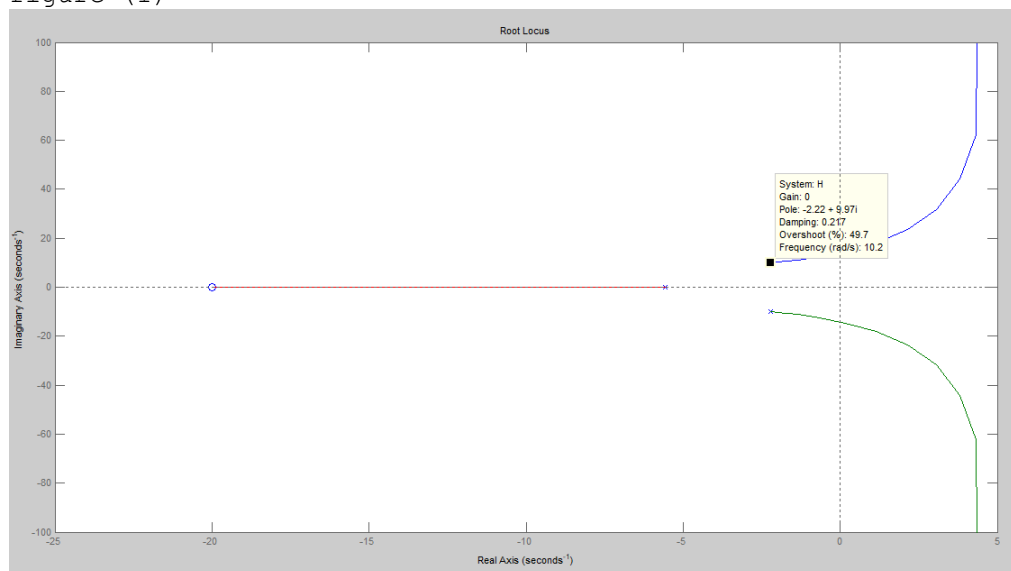


Fig.13. LGR com ajuste em K_c

Diminuindo mais o valor de K_c , o valor de σ nos polos dominantes aproxima-se de 10 enquanto o valor de ω_d distancia-se. Portanto, com este controlador, torna-se impossível igualar os valores de σ e ω_d .

7. Conclusão

Como o controlador PID possui três parâmetros: ganho proporcional, ganho integral e ganho derivativo, ele seria controlador ideal para atender às necessidades do projecto. Mas os cálculos mostraram que não é possível ter um controlador PID no sistema dado de modo a obter os polos dominantes pretendidos e, por isso, acabamos por usar um controlador PD.

Usando um controlador PD, torna-se quase impossível achar um ponto em que os valores de σ e ω_d , mas o grupo tentou aproximá-los o máximo possível.

E uma vez que obtivemos todos os polos no semiplano esquerdo de s , diz-se que o sistema é estável.

8. Bibliografia

K. OGATA. Engenharia de Controle Moderno - Segunda Edição. São Paulo – Brasil, 2011.

T. Analog and Digital Control System Design, Sanders College Publishing, USA, 1993