第1章 粒子的运动和动力学性质

一、粒子世界的尺度特征

1 什么是粒子

2 粒子运动的特点

量子性、相对论性、自由度可变

3 自然单位制

（1）规定真空介电常数为无量纲数 1 来定义电荷。

（2）玻尔兹曼常数：$k = 1.38\times10^{-23}\ \mathrm{J\cdot K^{-1}} = 8.62\times10^{-5}\ \mathrm{eV\cdot K^{-1}}$，规定 $k=1$，则 $1\ \mathrm{K} = 1.38\times10^{-23}\ \mathrm{J} = 8.62\times10^{-5}\ \mathrm{eV}.$

（3）真空光速：$c = 3\times10^{8}\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，规定 $c=1$，则 $1\ \mathrm{s} = 3\times10^{8}\ \mathrm{m}.$

（4）约化普朗克常数：$\hbar = 1.05\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s} = 6.58\times10^{-22}\ \mathrm{MeV\cdot s} = 6.58\times10^{-16}\mathrm{eV\cdot s}$，规定 $\hbar=1$，则 $1\ \mathrm{MeV^{-1}} = 6.58\times10^{-22}\ \mathrm{s}, 1\ \mathrm{eV^{-1}} = 6.58\times10^{-16}\ \mathrm{s}.$

上面四个规定使得五个基本物理量（长度、时间、质量、电荷、温度）中只剩下一种独立的量纲。

4 粒子物理中常用单位

$1\ \mathrm{keV}=10^3\ \mathrm{eV}, 1\ \mathrm{MeV}=10^6\ \mathrm{eV}, 1\ \mathrm{GeV}=10^9\ \mathrm{eV}, 1\ \mathrm{TeV}=10^{12}\ \mathrm{eV}, 1\ \mathrm{eV}=1.60\times 10^{-19}\ \mathrm{J}$

量纲 1：速度、角动量、电荷；

量纲 M：质量、能量、动量、温度；

量纲 M^{-1}：长度、时间；

量纲 M^{-2}：截面

$1\ \mathrm{fm}=10^{-15}\ \mathrm{m}=5.07\ \mathrm{GeV}^{-1}$；精细结构常数 $\alpha=1/137=e^2/4\pi$

5 量纲分析及应用举例

巴巴散射 $e^+e^-\to e^+e^-$，其中伴随有交换虚光子（此处有费曼图），散射微分截面：

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}(\cos\theta)}=\frac{\pi\alpha^2}{s}\left[u^2\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{t}\right)^2+\left(\frac{t}{s}\right)^2+\left(\frac{s}{t}\right)^2\right],\quad s=(k+p)^2,\quad t=(k-k')^2,\quad u=(k-p')^2$$

公式左截面的量纲为 M^{-2}，s,t,u 量纲为 M^2，量纲上看，上式没问题。

二、粒子的运动性质

1 粒子的质量

速度为 $\vec{v}$ 运动的粒子，其能量 E，动量 $\vec{p}$ 和静止质量 m 满足：

$$E=\frac{m}{\sqrt{1-\vec{v}^2}},\quad \vec{p}=\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\vec{v}^2}},\quad E^2-\vec{p}^2=m^2,(\text{质壳条件})$$

实验上不稳定粒子的质量是一个几率分布（此处有图）：

$$\rho(M)=\frac{\Gamma}{2\pi\left[(M-m)^2+\Gamma^2/4\right]}$$

m 称为**粒子的质量**，Γ 称为**粒子的宽度**。

质量 m 的物理意义：最可几取值；宽度 Γ 的物理意义：质量分布半高宽。

对于一个质量为 m，宽度为 Γ 的粒子，该粒子质量测量值在 $[m-\Gamma/2,m+\Gamma/2]$ 区间的概率为 0.5，质量测量值小于 $m-\Gamma/2$ 或大于 $m+\Gamma/2$ 的概率各为 0.25。

一些粒子的质量：光子质量：接近零；电子质量：$0.51\ \mathrm{MeV}$；质子质量：$938\ \mathrm{MeV}$；Higgs 粒子质量：$125\ \mathrm{GeV}$.

2 粒子的寿命

粒子的寿命是粒子静止时的平均寿命。粒子产生后到衰变前存在的时间就是该粒子的寿命。粒子的寿命是大量粒子寿命的平均值，都是值粒子静止时的寿命。

粒子寿命 τ 和宽度 Γ 满足：$\Gamma\tau=1.$

分支比：不稳定粒子衰变可以有不同的衰变方式。每种衰变方式所占比例称为该衰变方式的分支比 R_i. 所有衰变方式分支比之和为 $1.$

寿命测量方式：若粒子寿命长，可通过粒子衰变前径迹长度确定寿命；若粒子寿命短，可通过测量粒子质量分布，量出宽度 Γ，再根据 $\Gamma\tau=1$ 计算寿命。

粒子的宽度 Γ 是粒子寿命的倒数，它的概率含义是单位时间内粒子衰变掉的概率。单位时间内粒子衰变到第 i 衰变道的概率称为该衰变道的部分宽度 Γ_i.

近域共振态：粒子的某一衰变道的末态各粒子的质量总和大于该不稳定粒子的质量，这样的粒子称为近域共振态。$f_0(980)$ 粒子是典型的近域共振态。$\dfrac{\Gamma\left(f_0(980)\to K^+K^-\right)}{\Gamma\left(f_0\left(980\right)\to\pi^+\pi^-\right)}=0.69\pm0.32$，$f_0(980)$ 粒子质量中心值为 $980\ \mathrm{MeV}$，大于末态 $K\bar{K}$ 的质量和。这是因为 $f_0(980)$ 的质量是一个几率分布，质量分布的“尾巴”部分可以衰变到 $K\bar{K}$ 末态。

以 $\omega(782)$ 为例介绍短寿命粒子的宽度测量：

3 粒子的电荷

粒子的电荷是量子化的；电荷在一切相互作用下都守恒；已发现粒子的电荷最大数值为 2，典型例子是 Δ 重子，它有四种带电状态 $\Delta^{++},\Delta^{+},\Delta^{0},\Delta^{-}$，质量有小差别。

Dirac 的磁单极理论：磁单极的磁荷 g 和任意一个粒子的电荷 q 满足 $qg=n/2,n=0,1,2.$ 若存在磁单极，则电荷必定是量子化的。

电荷在一切相互作用下都守恒。已发现粒子的电荷最大数值为 $2.$

4 粒子的自旋

自旋量子化：$j=0,1/2,1,3/2,\cdots$

粒子自旋角动量绝对值的平方 $=j(j+1)$

粒子自旋角动量在任一方向的投影取值：$-j,-j+1,\cdots,j-1,j$

螺旋度：粒子自旋角动量在粒子运动方向的投影。

粒子的螺旋度在不同的参考系里可以不同。无质量粒子以光速运动，螺旋度不随参考的改变而改变。

光子自旋为 1，质量为零，有两种极化：$+1$ 右旋、-1 左旋。

已发现粒子具有的最大自旋：$15/2.$

原子核由许多 $1/2$ 自旋粒子构成，即使轨道角动量很低也能形成高自旋态。

两个正反夸克 $\rightarrow$ 介子；三个夸克 $\rightarrow$ 重子

5 粒子的磁矩

自旋磁矩 $\vec{\mu}$ 与自旋 $\vec{S}$ 的关系：

$$\vec{\mu} = g\frac{e}{2m}\vec{S}$$

e 为粒子电荷，m 为粒子质量，g 为朗德因子。g 因子随粒子自旋不同而不同。

对任意自旋 S 不为零的带电粒子，若它与电磁场相互作用满足最小电磁作用原理，则有关系：$Sg = 1$.

最小电磁作用原理：带电粒子和电磁场的相互作用通过粒子哈密顿量中作替换 $p_\mu \rightarrow p_\mu - eA_\mu$ 给出。

反常磁矩：根据最小电磁作用原理的推论 $Sg = 1$ 和 $\vec{\mu} = g\frac{e}{2m}\vec{S}$，带电粒子的磁矩在某特殊方向的投影最大值为 $e/2m$.

反常磁矩的来源：带电粒子自己产生的电磁场与自己的相互作用使自旋磁矩有微小改变。强子有内部结构，反常磁矩与强子内部结构有关系。

三、粒子的运动学描述

1 粒子的能量和动量

$E^2 - \vec{p}^2 = m^2, \vec{v} = \frac{\vec{p}}{E} = \frac{\vec{p}}{\sqrt{m^2+\vec{p}^2}}$；若粒子质量为零，则 $v = 1$，即光速。

粒子动量可按**纵动量**（一维）和**横动量**（二维）进行分解。

把空间某一方向作为标准方向，可把粒子动量分解为纵动量 p_L 和横动量 $\vec{p}_T$ 之和。若沿这个标准方向作 Lorentz 变化，则 $p'_L = \gamma(p_L - \beta E), E' = \gamma(E - \beta p_L), \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$，$\beta$ 是两个参考系相对速度。横动量不变 $\vec{p}'_T = \vec{p}_T$.

横能量：$E_T = E\sin\theta$，θ 是粒子运动方向与标准方向的夹角。$E_T = \sqrt{(\vec{p}^2 + m^2)\sin^2\theta} = \sqrt{(\vec{p}\sin\theta)\cdot(\vec{p}\sin\theta) + m^2\sin^2\theta} = \sqrt{\vec{p}_T^2 + m^2\sin^2\theta}$. 由于横动量 $\vec{p}_T$ 在 Lorentz 变换下不变，因此不同参考系中的横能量与 θ 有关。

$$E = \sqrt{m^2 + \frac{\vec{p}_T^2}{\sin^2\theta}}$$

2 粒子的快度和赝快度

双曲正弦：$\mathrm{sh}(x) \equiv [\exp(x) - \exp(-x)]/2$

双曲余弦：$\mathrm{ch}(x) \equiv [\exp(x) + \exp(-x)]/2$

双曲正切：$\mathrm{th}(x) \equiv \mathrm{sh}(x)/\mathrm{ch}(x) = [\exp(x) - \exp(-x)]/[\exp(x) + \exp(-x)]$

v_L：速度在标准方向的投影。

快度 y 满足：$\operatorname{th} y = v_L$， $\operatorname{sh} y = v_L/\sqrt{1-v_L^2}$， $\operatorname{ch} y = 1/\sqrt{1-v_L^2}$

粒子的快度 y 是速度投影 v_L 的单调递增函数。当 v_L 从 -1 增加到 0 再增加到 1 时，快度 y 相应从 $-\infty$ 增加到 0 再增加到 ∞.

当 $v_L \to 0$ 时，有近似公式 $y \approx v_L$.

在 Lorentz 变换下，快度的变换规律：$y' = y - y_0$，y_0 为两个参考系之间的快度。

粒子的快度用能量、动量表示：

$$y = \frac{1}{2}\ln\frac{E+p_L}{E-p_L}, \quad \operatorname{th} y = \frac{p_L}{E}$$

纵动量 p_L 与能量和快度的关系：

$$p_L = m_T \operatorname{sh} y, \quad E = m_T \operatorname{ch} y$$

横质量 $m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2}$，其沿纵向的 Lorentz 变换下不变。

赝快度 η：$\eta = -\ln\tan\frac{\theta}{2}$，$\theta$ 为粒子运动方向与标准方向的夹角。

赝快度和快度的关系：

$$y = \operatorname{th}^{-1}\left[\frac{1}{\sqrt{1+m^2/p^2}}\operatorname{th}\eta\right]$$

若粒子的质量远小于粒子的横动量，即 $m \ll p_T$，则有近似：

$$y \approx \eta - \frac{m^2}{2p_T^2}\cos\theta$$

以 π 介子为例描述赝快度和快度的差值：

3 实验室系和质心系

两粒子质心系总能量（θ 是两个粒子运动方向的夹角）：

$$E_{cm} = \sqrt{(E_1+E_2)^2 - (\vec{p}_1+\vec{p}_2)^2} = \sqrt{m_1^2+m_2^2+2E_1E_2(1-v_1v_2\cos\theta)}$$

两粒子碰撞：E_{cm} 是碰撞后产生的全部粒子质量和的下限；

一个粒子衰变为两个粒子：E_{cm} 是初态粒子的质量。

一个高速粒子与一个静止粒子碰撞（质量为 m_2）：

$$E_{cm} = \sqrt{m_1^2+m_2^2+2E_{1lab}m_2}$$

对于在质心系中给定能量 E_{cm} 的粒子，实验室系中粒子的纵动量和横动量取值满足椭圆方程：

$$\frac{\left(p_L' - \beta_c\gamma_c E_{cm}\right)^2}{\gamma_c^2 p_{cm}^2} + \frac{p_T'^2}{p_{cm}^2} = 1$$

在实验室系里观测系统质心运动速度为 $v_c = \beta_c = p_{1lab}/\left(E_{1lab} + m_2\right)$

在作从实验室系到质心系的 Lorentz 变换时，实验室系观察到的质心运动的 γ 因子：$\gamma_c = \left(E_{1lab} + m_2\right)/E_{cm}$

p_{cm} 为所考察的粒子在质心系中的动量大小；E_{cm} 为所考察的粒子在质心系中的能量大小。

π 介子打靶：

4 n 粒子反应 Lorentz 不变量

第 i 个粒子四维动量 $p_{i\mu}$

$$(p_i, p_j) = g^{\mu\nu} p_{i\mu} p_{j\nu}$$

$\mu = 0$ 对应粒子能量，$g^{\mu\nu} = \mathrm{diag}\left(+,-,-,-\right)$

由能量动量守恒，n 个四维动量中只有 $n-1$ 个是独立的，可构成 $n(n-1)/2$ 个 Lorentz 不变量；再结合质壳条件，共 $n(n-3)/2$ 个独立 Lorentz 不变量。

5 n 体末态相空间

n 体末态相空间不变体积元：

$$\mathrm{d}\Phi_n(p_i; p_1, p_2, \cdots, p_n) = \delta^4\left[p_i - \sum_{f=1}^{n} p_f\right] \prod_{f=1}^{n} \frac{\mathrm{d}^3\vec{p}_f}{(2\pi)^3\, 2E_f}$$

p_i 为初态总四维动量，$p_1, p_2, \cdots, p_n$ 为末态 n 个粒子的四维动量。

要得到相空间不变体积要进行 $3n$ 重积分。积掉 δ 函数后还有 $3n-4$ 重积分。

假如所有末态粒子的质量都为零，则 n 体末态相空间不变体积 $\Phi_2 = \dfrac{1}{4(2\pi)^5}$（二体末态），$\Phi_3 = \dfrac{s}{32(2\pi)^7}$（三体末态），其中 s 为初态总四维动量平方，是 Lorentz 不变量。

推导：

$$
\begin{aligned}
\Phi_2 &= \int \delta\left(E_i - E_1 - E_2\right) \delta^3\left(\vec{p}_i - \vec{p}_1 - \vec{p}_2\right) \frac{\mathrm{d}^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3\, 2E_1} \frac{\mathrm{d}^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3\, 2E_2} \\
&= \int \delta\left(E_i - |\vec{p}_1| - |\vec{p}_2|\right) \delta^3\left(\vec{p}_i - \vec{p}_1 - \vec{p}_2\right) \frac{\mathrm{d}^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3\, 2\,|\vec{p}_1|} \frac{\mathrm{d}^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3\, 2\,|\vec{p}_2|} \\
&= \int \delta\left(E_i - |\vec{p}_1| - |\vec{p}_i - \vec{p}_1|\right) \frac{\mathrm{d}^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3\, 2\,|\vec{p}_1|} \frac{1}{(2\pi)^3\, 2\,|\vec{p}_i - \vec{p}_1|} \\
\left(\text{考虑质心系}\vec{p}_i = \vec{0}\right) &= \int \delta\left(E_i - 2\,|\vec{p}_1|\right) \frac{\mathrm{d}^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3\, 2\,|\vec{p}_1|} \frac{1}{(2\pi)^3\, 2\,|\vec{p}_1|} \\
&= \frac{1}{4\,(2\pi)^6} \int \delta\left(E_i - 2\,|\vec{p}_1|\right) \frac{\mathrm{d}^3\vec{p}_1}{|\vec{p}_1|^2} \\
&= \frac{1}{4\,(2\pi)^6} \int \delta\left(E_i - 2\,|\vec{p}_1|\right) \frac{|\vec{p}_1|^2 \sin\theta_1 \mathrm{d}\,|\vec{p}_1|\,\mathrm{d}\theta_1 \mathrm{d}\phi_1}{|\vec{p}_1|^2} \\
&= \frac{2\cdot 2\pi}{4\,(2\pi)^6} \int \delta\left(E_i - 2\,|\vec{p}_1|\right) \mathrm{d}\,|\vec{p}_1| \\
&= \frac{2\cdot 2\pi}{4\,(2\pi)^6} \cdot \frac{1}{2} \\
&= \frac{1}{4(2\pi)^5}
\end{aligned}
$$

$$
\Phi_n = \frac{1}{4(2\pi)^5 (n-1)!(n-2)!} \left(\frac{s}{16\pi^2}\right)^{n-2}
$$

无量纲化的 n 体末态相空间体积：

$$
\Phi_n' = \frac{\Phi_n}{s^{n-2}}
$$

产生粒子越多，概率越小。

四、相互作用

1 场论中场和粒子的基本图像

基态：场的能量最低的状态

物理真空：所有场都处于基态。

2 场论中相互作用的基本图像

粒子之间的相互作用来自场之间的相互作用。

3 四种相互作用

	强相互作用	电磁相互作用	弱相互作用	引力相互作用
力程	$\sim 10^{-15}$ m	∞	$\sim 10^{-18}$ m	∞
作用强度	0.15	0.0073	6.34×10^{-10}	5.90×10^{-30}
媒介粒子	介子、胶子	光子	W^+, W^-, Z^0	引力子

五、粒子的分类

1 粒子的分类

规范玻色子：传递相互作用的媒介粒子。4种：光子+三种中间玻色子 $(\gamma, W^{\pm}, Z^0)$

轻子：不直接参与强相互作用，但可参与电磁相互作用和弱相互作用。6 种以及 6 种反粒子。自旋都为 $1/2$.

强子：直接参与强相互作用的粒子。**介子**：自旋为整数，重子数为 0；**重子**：自旋为半整数，重子数为 1.

2 稳定粒子和共振态

稳定粒子：不能通过强相互作用衰变的粒子。

共振态：可以通过强相互作用衰变的粒子。

3 轻子和夸克层次的粒子分类

规范玻色子：传递相互作用的媒介粒子。包括：光子、三种中间玻色子 $(W^{\pm}, Z^0)$、八种胶子、理论预言的引力子。

费米子：轻子+夸克，它们自旋都是 $1/2$.

Higgs粒子：自旋为 0，实现对称性的自发破缺。

已发现粒子数目：61

第2章 对称性和守恒定律

一、对称和对称性

1 对称和破缺

2 变换和对称的分类

对称性：若某一现象或系统在某一变换下不变，则称该现象或系统具有该变换所对应的对称性。

内部对称性：物理学中独立于空间和时间的其他性质的变换所体现的对称性。

二、守恒量的一般性质

1 守恒量的分类

有经典对应的守恒量：能量、动量、角动量、电荷。

无经典对应的守恒量：同位旋、奇异数、粲数、底数、轻子数、重子数、P宇称、C宇称、G宇称。

2 相加性守恒量和相乘性守恒量

相加性守恒量：一个复合体的总守恒量是其各个组分所贡献该守恒量的总和。能量、动量、角动量、电荷、同位旋、奇异数、粲数、底数、轻子数、重子数。

相乘性守恒量：一个复合体的总守恒量是其各个组分所贡献该守恒量的乘积。P宇称、C宇称、G宇称。

3 严格守恒和近似守恒

严格守恒：守恒定律对各种相互作用的成立。

近似守恒：守恒定律对某些相互作用成立，但对另一些相互作用不成立，且运动过程中后者影响是次要的。

能量、动量、角动量、电荷：有经典对应的相加性严格守恒量。

同位旋、奇异数：无经典对应的相加性近似守恒量。

P宇称、C宇称、G宇称：无经典对应的相乘性近似守恒量。

三、诺特定理

1 经典物理中的诺特定理

若运动规律在某一不明显依赖于时间的变换下具有不变性，则必定存在一个守恒定律。

变分原理：

$$\delta S=\int \delta L\left(q_i, \dot{q}_i\right) \mathrm{d} t=0$$

运动方程：

$$\frac{\partial L}{\partial q_i}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d} t} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$$

若运动规律在某一不明显依赖于时间的连续变换（由连续参数 ξ 描写）下不变，即

$$\delta S=0=\int \sum_i\left(\frac{\partial L}{\partial q_i} \frac{\partial q_i}{\partial \xi}+\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \frac{\partial \dot{q}_i}{\partial \xi}\right) \delta \xi \mathrm{d} t=\int \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d} t} \sum_i\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \frac{\partial q_i}{\partial \xi}\right) \delta \xi \mathrm{d} t$$

则有

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sum_i\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\frac{\partial q_i}{\partial \xi}\right)=0$$

也就是说，守恒量为：

$$F\equiv\sum_i\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\frac{\partial q_i}{\partial \xi}\right)$$

2 量子力学中的诺特定理

在量子力学中，任一系统的运动规律由系统的哈密顿量 H 描写。若系统哈密顿量在某一连续变换下不变，则必定存在一个守恒量。

Ehrenfest 定理

Ehrenfest 定理给出：

$$\frac{\mathrm{d}\langle A\rangle}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\langle[A,H]\rangle+\left\langle\frac{\partial A}{\partial t}\right\rangle$$

这就是说，一个不显含时间 t 的物理量是守恒量的充要条件是该物理量与 H 对易。

连续变换

对于一个连续变换，总可引入一个连续参数 ξ 来描写。$H=H(\xi)$.

运动规律在连续变换下不变意味着：

$$H(\xi+\mathrm{d}\xi)=H(\xi)$$

展开至一阶小量得到：

$$\frac{\partial H}{\partial \xi}=0$$

对于任意态 $|\psi\rangle$，有

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\left(H|\psi\rangle\right)=\frac{\partial H}{\partial \xi}|\psi\rangle+H\frac{\partial}{\partial \xi}|\psi\rangle=H\frac{\partial}{\partial \xi}|\psi\rangle$$

也即：

$$\left[H,\frac{\partial}{\partial \xi}\right]=0$$

定义厄米算符：

$$p=-\mathrm{i}\frac{\partial}{\partial \xi}$$

则 p 是守恒量。

分立变换

分立变换：$H \to H' = UHU^{-1}$

若哈密顿量在分立变换下不变，即

$$H = H' = UHU^{-1}$$

则

$$HU = UH$$

即 U 是守恒量。

四、同位旋

1 同位旋的引入

质子和中子自旋相同、质量接近、电荷不同。可以把质子和中子看作同一种粒子——“核子”的不同带电状态。

π^+, π^0, π^- 三种粒子自旋相同、质量相近、电荷不同。可以把三种粒子看作 π 介子的三种不同带电状态。

如果与自旋类比，可以认为核子具有某种类似自旋的“旋”，称为**同位旋**。

同位旋是强相互作用下的守恒量。所有强子都具有确定的同位旋。

在同位旋空间可选定一个特殊方向，同位旋为 I 的粒子，其同位旋在这个特殊方向的投影 I_3 可能的取值为：

$$-I, -I+1, \cdots I-1, I$$

规定 I_3 的本征态就是电荷取确定值的态。同一同位旋多重态内不同 I_3 本征值的改变等于电荷的改变。

更严格的数学描述：可以引入一个内部抽象空间上的 $\mathrm{SU}(2)$ 群，强相互作用在这个内部空间的 $\mathrm{SU}(2)$ 群变换下具有不变性。

介子	J	I	I_3	b	S	Q	$m\,(\mathrm{MeV})$
π^+	0	1	1	0	0	1	139.57061
π^0	0	1	0	0	0	0	134.9770
π^-	0	1	-1	0	0	-1	139.57061
K^+	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1	1	493.677
K^0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	1	0	497.611
$\bar{K}^0$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	497.611
K^-	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	-1	-1	493.677
η	0	0	0	0	0	0	547.862

重子	J	I	I_3	b	S	Q	$m\,(\mathrm{MeV})$
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0	1	938.272081
n	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	0	939.565413
Λ	$\frac{1}{2}$	0	0	1	-1	0	1115.683
Σ^+	$\frac{1}{2}$	1	1	1	-1	1	1189.37
Σ^0	$\frac{1}{2}$	1	0	1	-1	0	1192.642
Σ^-	$\frac{1}{2}$	1	-1	1	-1	-1	1197.449
Ξ^0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	-2	0	1314.86
Ξ^-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	-2	-1	1321.71

2 同位旋守恒

强相互作用反应过程中，系统在同位旋空间中的状态保持不变。即系统的 I 和 I_3 在反应前后不变。

以 π 介子与核子散射为例：见 ppt

3 同位旋破坏

以 $\phi(1020)$ 的衰变为例。见 ppt

同位旋破坏的源于同位旋多重态中不同分量之间的质量差引起的运动学效应。

同位旋破坏的本质是 u 夸克和 d 夸克的质量有差别。

4 补充思考

五、奇异数和重子数

1 奇异粒子的奇异性质

奇异粒子的特征：协同产生，独立衰变；快产生，慢衰变。

2 奇异数的引入

奇异数只能取整数。

普通粒子的奇异数为 0，奇异粒子的奇异数由以下反应规定：

$$\pi^- p \to \Lambda \pi^- K^+$$

规定 K^+ 粒子的奇异数为 $+1$，Λ 的奇异数为 -1，然后由其他反应确定其余粒子的奇异数。

奇异数 $S=+1$ 的奇异粒子：K^0, K^+

奇异数 $S=-1$ 的奇异粒子：$K^-, \Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$

奇异数 $S=-2$ 的奇异粒子：Ξ^0, Ξ^-

奇异数 $S=-3$ 的奇异粒子：Ω^-

在强相互作用中，奇异粒子协同产生，奇异数 S 严格守恒：

$$\Delta S=0$$

弱相互作用中，奇异数 S 可以不守恒：

$$\Delta S=0, \pm 1$$

3 重子数

用重子数 b 来区别重子中的正反粒子。

$$b=\frac{1}{3}\left(n_q-n_{\bar{q}}\right)$$

其中，n_q 表示强子内部正夸克的数目，$n_{\bar{q}}$ 表示强子内部反夸克的数目。

重子：$b=+1$；反重子：$b=-1$；重子以外的粒子：$b=0$

在相互作用中重子数守恒。

重子数守恒决定了重子的稳定性。重子数守恒决定了质子不能衰变成一个正电子和一个光子。

重子数可用于区分电中性的正反中子。中子的重子数为 1，反中子的重子数为 -1.

重子数是一个严格的内部相加性守恒量。

4 盖尔曼-西岛关系

强子的电荷 Q，同位旋第三分量 I_3，重子数 b，奇异数 S 满足：

$$Q=I_3+\frac{b+S}{2}$$

$Y \equiv b+S$ 称为超荷。

粲数 C，底数 B，顶数 T，盖尔曼-西岛关系扩展为：

$$Q=I_3+\frac{b+S+C+B+T}{2}$$

目前发现的所有强子都满足这一关系。

六、正反粒子变换

1 粒子与反粒子

Dirac 空穴理论：物理上的真空态对应负能态填满电子、正能态没有电子的状态。把一个电子从负能态激发到正能态去，需要输入至少两倍于电子静止质量的能量，表现为出现一个正能态的电子和一个负能态的空穴。空穴表现为一个带电荷 $+e$ 的正电子，正能态的电子带电荷为 $-e$.

粒子和反粒子的质量、寿命、自旋相同，但它们的一切内部相加性守恒量都反号。

Majorana 粒子/纯中性粒子：粒子的所有内部相加性守恒量为零，反粒子就是自身。

中微子没有上面含义下的反粒子。反中微子不是上面含义下中微子的反粒子。

2 C变换及其基本性质

C变换可以表示为：

$$C|A\rangle = C'(A)|\bar{A}\rangle$$

$C'(A)$ 是一个绝对值为 1 的数，称为态 $|A\rangle$ 的C变换因子。

对于由多个粒子构成的系统，C变换可表示为：

$$C|ABC\cdots\rangle = C'(A)C'(B)C'(C)\cdots|\bar{A}\bar{B}\bar{C}\cdots\rangle$$

C变换的性质

$$C^2 = 1$$

$$C^2|A\rangle = CC'(A)|\bar{A}\rangle = C'\left(\bar{A}\right)C'(A)|A\rangle$$

$$C'(A)C'\left(\bar{A}\right) = 1, \quad C'\left(\bar{A}\right) = C'^*(A)$$

若 Q 是一个相加性守恒量，$|A\rangle$ 是 Q 的任意本征态，满足

$$Q|A\rangle = Q'(A)|A\rangle, \quad Q|\bar{A}\rangle = -Q'(A)|\bar{A}\rangle$$

则

$$QC|A\rangle = QC'(A)|\bar{A}\rangle = -Q'(A)C'(A)|\bar{A}\rangle = -Q'(A)C|A\rangle = -CQ|A\rangle$$

即：

$$\{Q, C\} = 0$$

也就是说，所有相加性守恒量都与C变换反对易。

3 纯中性态和C宇称

纯中性粒子：纯中性粒子的所有内部相加性守恒量为 0，反粒子就是自身。

纯中性粒子在C变换下不变，其C变换因子称为C宇称。纯中性粒子才有C宇称。或者说，C宇称就是纯中性粒子C变换的本征值。

纯中性粒子C宇称的值取 $+1$ 或 -1.

C宇称是相乘性守恒量，用 $C' = \pm$ 来代替 $C' = \pm 1$

光子是纯中性粒子，其C宇称为 -1，即 $C'(\gamma) = -1$

π^0 介子也是纯中性粒子，根据电磁相互作用C宇称守恒要求以及反应方程 $\pi^0 \to \gamma\gamma$，可知 $C'\left(\pi^0\right) = C'(\gamma)C'(\gamma) = +1$

4 正反粒子组成系统的C宇称

只有在C变换下系统的组成不变，该系统才是**纯中性系统**。

一对正反粒子组成的系统，若正反粒子的自旋之和为 S，正反粒子之间的相对轨道角动量为 L，则这个纯中性系统的C宇称为：

$$C' = (-1)^{L+S}$$

5 C变换和C宇称守恒

强相互作用和电磁相互作用在C变换下不变：通过C变换联系的两个过程规律和行为相同。

例子：$K^{*+} \to K^+\pi^-$，C变换下 $K^{*-} \to K^-\pi^+$，$K^{*\pm}$ 具有相同的质量、衰变宽度，相应衰变道的分支比也一致。

若初态是C变换的本征态，初态具有确定的C宇称，则末态也是C宇称的本征态，有和初态相同的C宇称，即**C宇称守恒**。

例子：已知 π^0 的C宇称为 $+$，光子 γ 的C宇称为 $-$，则允许：$\pi^0 \to \gamma\gamma$；禁戒：$\pi^0 \to \gamma\gamma\gamma$

例子：电子偶素是由正负电子构成的束缚态系统，是纯中性系统。这个纯中性系统由一对正反粒子组成，因此其C宇称为 $C' = (-1)^{L+S}, L = 0, S = 0, 1$

$L = 0, S = 0, C' = (-1)^0 = +$，允许 $e^+e^- \to \gamma\gamma$，禁戒 $e^+e^- \to \gamma\gamma\gamma$

$L = 0, S = 1, C' = (-1)^1 = -$，禁戒 $e^+e^- \to \gamma\gamma$，允许 $e^+e^- \to \gamma\gamma\gamma$

七、G变换

1 G变换和G宇称

普通介子：除了同位旋对称性所包含的相加性守恒量 I_3 以及与 I_3 相关的电荷 Q 之外，其他内部相加性守恒量都为 0 的粒子。

根据 $Q = I_3 + \dfrac{b + S + C + B + T}{2}$，由于在强相互作用中 b, S, C, B, T 都是相加性守恒量，因此由普通介子的定义可知，普通介子满足 $Q = I_3$.

G变换：一个系统绕同位旋空间第二轴 I_2 旋转 π 后，再进行C变换

$$G = CR_2 = C\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi I_2}$$

G变换就是除了 I_3 外，其他所有内部相加性守恒量都变号。因此，G变换的本征态必定是所有内部相加性守恒量都为零的粒子，即普通介子。但普通介子不一定有C宇称。

G宇称：普通介子除了 I_3 外，其他内部相加性守恒量为 0，是G变换的本征态，其本征值称为G宇称。

2 普通介子的G宇称和G变换的性质

普通介子的G宇称：$G' = (-1)^I C'$，其中 C' 是普通介子C变换的系数，不一定是C宇称（对于纯中性普通介子，C' 才是C宇称）。

轻子没有G宇称（轻子不参与强相互作用）。π^+ 介子有G宇称。质子和中子没有G宇称（重子数这一内部相加性守恒量非零）。K^+ 介子没有G宇称（奇异数这一内部相加性守恒量非零）。

G变换的性质

一切强子都有确定的G变换性质，但只有普通介子才有G宇称。

一切强子都有确定的C变换性质，但只有中性普通介子才有C宇称。

一个由多个强子构成的系统，只要其所具有的内部相加性守恒量除 I_3 和 Q 外都为 0，又有确定的同位旋，且 $I_3 = 0$ 分量具有确定的C宇称，则这个态具有确定的G宇称。$G' = (-1)^I C'$

由一对正反粒子组成的具有确定轨道角动量 L 和 S 的系统：$G' = (-1)^{I+L+S}$

例子：两个正反 K 介子组成的系统。K 介子同位旋 $I = 1/2$，系统总同位旋可取 $I = 0, 1$；K 介子自旋 $S = 0$，系统总自旋 $S = 0$；当系统总同位旋取 $I = 0$，有 $G' = (-1)^{I+L+S} = (-1)^L$；当系统总同位旋取 $I = 1$，有 $G' = (-1)^{I+L+S} = (-1)^{L+1}$

由几个确定G宇称的子系统所组成的系统也具有确定的G宇称，其值等于各个子系统G宇称的乘积，即G宇称是相乘性守恒量。

例子：π 介子G宇称为 -1，n 个 π 介子构成的系统 G宇称为 $(-1)^n$.

3 G宇称守恒

强相互作用下，G宇称守恒（强相互作用在C变换和同位旋转动下不变）。

例子：确定 $\rho(770)$ 介子的性质。

基本实验信息：实验在 $\pi^+\pi^+$ 和 $\pi^-\pi^-$ 的 末态没有发现 $\rho(770)$ 介子；实验发现了 $\rho^+ \to \pi^+\pi^0, \rho^0 \to \pi^+\pi^-, \rho^- \to \pi^-\pi^0$ 过程。

（1）由于 ρ 有 ρ^+, ρ^0, ρ^- 三种电荷分别为 $Q = +1, 0, -1$ 的态，且末态都是普通介子，则 $I\left(\rho^{\pm,0}\right) = 1$；

（2）强相互作用G宇称守恒要求：由于已知 π 介子G宇称为 $G'\left(\pi^{\pm,0}\right) = -1$，则 ρ 的G宇称为 $G'\left(\rho^{\pm,0}\right) = +1$；

（3）电中性的 ρ^0 介子是纯中性粒子，因此有C宇称。由 $G' = (-1)^I C'$ 可推出 ρ^0 介子C宇称为 $C'\left(\rho^0\right) = -1$；

（4）考虑 $\rho^0 \to \pi^+\pi^-$，末态是纯中性系统，强相互作用C宇称守恒，且 π^+, π^- 自旋都为零，则 $C'\left(\pi^+\pi^-\right) = (-1)^{L+S} = (-1)^L = C'\left(\rho^0\right) = -1$，因此 $L\left(\pi^+\pi^-\right)$ 只能取奇数；

（5）ρ^0 C宇称为 $C'\left(\rho^0\right) = -1$；

（6）由 $(-1)^{L\left(\pi^+\pi^-\right)} = -1$ 可知 $L\left(\pi^+\pi^-\right)$ 为奇数；

（7）角动量守恒：$\rho(770)$ 的总角动量 J 为奇数。

例子：确定 $\omega(782)$ 介子的性质。

基本实验信息：$\omega(782)$ 介子只在 $\pi^+\pi^-\pi^0$ 中看到，没有出现在 $\pi^+\pi^+\pi^-$ 和 $\pi^+\pi^-\pi^-$.

（1）ω 介子只在 $Q=0$ 的末态中被发现，由电荷守恒，其电荷为零，于是它是 $I(\omega)=0$ 的普通介子；

（2）已知 π 介子G宇称为 $G'\left(\pi^{\pm,0}\right) = -1$，根据强相互作用G宇称守恒，$\omega(782)$ 的G宇称为 $G'(\omega) = G'(\pi^+)G'(\pi^-)G'(\pi^0) = -1$

（3）ω 介子是纯中性粒子，有C宇称。根据 $G' = (-1)^I C'$，$\omega(782)$ 的C宇称为 $C'(\omega) = -1$.

（4）根据电磁相互作用C宇称守恒可以预言：$\omega(782)$ 不能通过电磁相互作用衰变到 $\pi^0\pi^0, \gamma\gamma, \pi^0\pi^0\pi^0$；$\omega(782)$ 能通过电磁相互作用衰变到 $\pi^0\gamma$；根据强相互作用G宇称守恒可预言：$\omega(782)$ 不能通过强相互作用衰变到 $\pi\pi$.

根据强相互作用下G宇称守恒，$\omega(782) \to \pi^+\pi^-$ 在强相互作用下是严格禁戒的。但可通过电磁相互作用发生。电磁相互作用没有G宇称守恒的要求。

通过电磁相互作用 $\omega(782) \to \pi^+\pi^-$ 过程可分析 $\pi^+\pi^-$ 系统的C宇称，从而得到 $\omega(782)$ 的总角动量 J 必定为奇数。

八、P变换

1 空间反射变换

P变换也称为空间反射变换。

$$\vec{x} \to -\vec{x}, \quad t \to t$$

P变换是分立变换。P变换下

$$\vec{p} \to -\vec{p}, \quad E \to E$$

$$\vec{L} \equiv \vec{x} \times \vec{p} \to (-\vec{x}) \times (-\vec{p}) = \vec{L}$$

$$P\vec{L} = \vec{L}P$$

$P, \vec{L}$ 有共同本征态，可同时具有确定测量值。

2 轨道宇称和内禀宇称

P变换满足 $P^2 = 1$，因此 P 算符本征值可取 ± 1，P 的本征值称为P宇称。

P 的本征值为 ± 1，P 的本征值称为 P 宇称。

在P变换下

$$\theta \rightarrow \pi-\theta, \quad \phi \rightarrow \pi+\phi$$

$$P Y_{lm}(\theta, \phi)=(-1)^L Y_{lm}(\theta, \phi)$$

轨道宇称（与轨道角动量有关）：

$$P^{\prime}=(-1)^L$$

P变换下粒子内部波函数有一定P宇称，称为内禀宇称，简称粒子的**宇称**。

3 相对宇称和绝对宇称

宇称具有相对性，即内禀宇称只能根据 P 宇称守恒定律的要求来确定。只有纯中性粒子才具有绝对内禀宇称，如：

$$P^{\prime}(\gamma)=-1, \quad P^{\prime}\left(\pi^0\right)=-1$$

一对正反粒子组成的纯中性系统，系统的轨道角动量为 L，总自旋为 S，系统的态可用 $|x, r,-x, t\rangle$ 描述。r, t 分别描述两个粒子的自旋状态。对这个态作 CP 联合变换：

$$C P|x, r,-x, t\rangle=C|-x, r, x, t\rangle=|x, t,-x, r\rangle$$

交换自旋可以进一步给出：

$$=(-1)^{S+1}|x, r,-x, t\rangle, \quad \text{费米子}$$

$$=(-1)^S|x, r,-x, t\rangle, \quad \text{玻色子}$$

已知系统C宇称为 $(-1)^{L+S}$，可以得到系统绝对宇称为

$$P^{\prime}=(-1)^{L+1}, \quad \text{费米子}$$

$$P^{\prime}=(-1)^L, \quad \text{玻色子}$$

而轨道宇称的贡献为 $(-1)^L$，总之，一对正反粒子组成系统的**内禀宇称**为：$P^{\prime}=-1$，正反费米子对；$P^{\prime}=+1$，正反玻色子对。

对于非纯中性粒子的**内禀宇称**，作约定：

电荷 Q：同一同位旋多重态的不同电荷态宇称相同

量子数：$P^{\prime}(N)=+1$

e **轻子数** L_e：$P^{\prime}(e^-)=+1$

μ **轻子数** L_μ：$P^{\prime}(\mu^-)=+1$

τ **轻子数** L_τ：$P^{\prime}(\tau^-)=+1$

奇异数 S：$P^{\prime}(K)=P^{\prime}(\pi)=+1$

粲数 C: $P'(D) = P'(\pi) = +1$

底数 B: $P'(B) = P'(\pi) = +1$

规定核子的宇称为 $+1$，根据正反费米子所构成系统的内禀宇称为 -1，可以确定反核子的宇称为 -1，因此，正反费米子的宇称正好相反。

4 宇称守恒和宇称不守恒

P宇称在强相互作用和电磁相互作用过程中守恒，在弱相互作用过程中不守恒。

对于不直接参与强相互作用和电磁相互作用的中微子，其没有确定的 P 宇称。

九、CP变换

1 CPT定理

若讨论的场是定域场，即场对应的粒子是点粒子；且场具有相对论所要求的正 Lorentz 协变性；且满足自旋统计关系：自旋为整数的粒子满足玻色统计，自旋为半整数的粒子满足费米统计；则运动规律在 CPT 联合变换下不变。

CPT 联合变换下不变表现为：粒子与反粒子的质量、寿命、自旋磁矩的 g 因子都完全相同；粒子的某一衰变速率和 C 变换后反粒子相应衰变道的衰变速率相同。

2 弱相互作用的CP不变性

弱相互作用中宇称可以不守恒。弱相互作用中 C 宇称也可以不守恒。

但在弱相互作用具有 CP 不变性，即弱相互作用过程中 CP 宇称守恒。

物理含义：两个通过 CP 变换相联系的过程，其演化性质和概率分布完全相同。

3 CP破坏现象

弱相互作用具有 CP 不变性，则 K_S 和 K_L 都应该是 CP 变换的本征态。K_S 的 CP 宇称为 $+1$，K_L 的 CP 宇称为 -1

K_S 可以衰变到两个 π 介子，而 K_L 不能衰变到两个 π 介子。

但 1964 年在实验中发现 K_L 有一小部分可衰变到两个 π 介子，也即弱相互作用过程中存在 CP 破坏的分量。

定义:

$$|\eta_{+-}| \equiv \left[\frac{\Gamma\left(K_L \to \pi^+\pi^-\right)}{\Gamma\left(K_S \to \pi^+\pi^-\right)}\right]^{1/2}, \quad |\eta_{00}| \equiv \left[\frac{\Gamma\left(K_L \to \pi^0\pi^0\right)}{\Gamma\left(K_S \to \pi^0\pi^0\right)}\right]^{1/2}$$

若弱相互作用具有 CP 变换不变性，则 $|\eta_{+-}| = |\eta_{00}| = 0$

然而实验结果表明，$|\eta_{+-}| = 2.286 \times 10^{-3}, \quad |\eta_{00}| = 2.274 \times 10^{-3}$，即在若相互作用下，CP 破坏效应约占千分之二。

此外，CP 变换还体现在 K_L 粒子的半轻子衰变的测量。

4 CP破坏可能来源

强 CP 破坏、弱 CP 破坏、

十、全同粒子交换变换

1 全同粒子交换变换的绝对守恒性

P_{ij} 交换第 i 个粒子与第 j 个粒子。

$$P_{ij}^2 = 1$$

$$P_{ij}H = HP_{ij}$$

P_{ij} 在各种相互作用下是守恒量。

P_{ij} 的本征值为 ± 1，它把一切粒子分为玻色子和费米子。

P_{ij} 是严格守恒量，而 C 变换和 P 变换在弱相互作用下不守恒。

2 两个全同粒子组成的系统的选择规则

两粒子之间的轨道角动量记为 L，总自旋记为 S，P_{ij} 作用后，费米子：$(-1)^{L+S+1} = -1$；玻色子：$(-1)^{L+S} = +1$

无论费米子还是玻色子，两个全同粒子组成的系统满足：

$$L + S = \text{偶数}$$

3 广义全同粒子组成系统的选择规则

同位旋对交换算符本征值的贡献：对半整数同位旋粒子贡献 $(-1)^{I+1}$，对整数同位旋粒子贡献 $(-1)^{I}$，I 为两个粒子的总同位旋。

考虑同位旋的全同性后的选择定则：

$$L + S + I + 2i = \text{偶数}$$

举例：

氘核：由质子和中子构成，质子和中子可以作为全同粒子。它们的自旋和同位旋都是 $1/2$，满足

$$L + S + I + 2i = \text{偶数}$$

实验上确定 $S = 1$，L 是 0 和 2 的混合，因此 I 必须是偶数。

而中子和质子构成的系统的总同位旋 $I=0$ 或 $I=1$，因此只能是 $I=0$.

这就说明，没有与氘核对应的 (pp) 或 (nn) 束缚态存在。

$I=0,(pn):I=0,I_3=0;$

$I=1,(pn):I=1,I_3=0;(pp):I=1,I_3=+1;(nn):I=1,I_3=-1$

考虑两个 π 介子组成的系统。

π 介子自旋为 0，同位旋为 1，玻色统计性要求 $(-1)^{L+I}=+1$，因此 L 与 I 同奇偶，即：$I=0,2$ 时，$L=$ 偶数；$I=1$ 时，$L=$ 奇数.

两个 π 介子组成的系统总角动量等于轨道角动量：$J=L$，宇称 $P=(-1)^L$

两个 π 介子的 G 宇称都为 $+1$，相应的中性分量的 C 宇称为 $C'=G'(-1)^I=(-1)^I$

J^{PC}	I^G	**可能的粒子组态**
偶 ++	0^+	$\pi^+\pi^-,\pi^0\pi^0$
偶 ++	2^+	$\pi^+\pi^-,\pi^0\pi^0,\pi^+\pi^0,\pi^-\pi^0,\pi^+\pi^+,\pi^-\pi^-$
奇 --	1^+	$\pi^+\pi^-,\pi^+\pi^0,\pi^-\pi^0$

C 宇称的值是指中性分量的 C 宇称

$\pi^0\pi^0$ 系统的 C 宇称为正，因此在 J^{PC} = 奇-- 的情况下不会出现 $\pi^0\pi^0$ 组合

4 电荷共轭交换变换

一对正反粒子组成的纯中性系统，若交换正反粒子，则系统未变，态变了。再作 C 变换，则态复原。

若系统的 C 宇称为 C' 则 CP_{ij} 作用的结果为：

费米子：$C'(-1)^{L+S+1}=-1$；玻色子：$C'(-1)^{L+S}=+1$

不论费米子还是玻色子，一对正反粒子组成的系统的 C 宇称为 $C'=(-1)^{L+S}$

十一、中性 K 介子的对称性

1 K^0 介子的弱相互作用行为

构造 CP 变换的本征态：

$$|K_S\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0\rangle+CP|K^0\rangle\right)$$

$$|K_L\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0\rangle-CP|K^0\rangle\right)$$

$$\left|K^0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K_S\rangle + |K_L\rangle\right)$$

2 K_S 介子和 K_L 介子

K_S 介子的 CP 宇称为 $+1$，K_L 介子的 CP 宇称为 -1.

只有 CP 宇称为 $+1$ 的 K_S 介子能够衰变到两个 π 介子末态；有 CP 宇称为 -1 的 K_L 介子能够衰变到三个 π 介子末态。

两体衰变的末态相空间远大于三体末态的相空间，因此 K_S 介子的平均寿命 $\ll K_L$ 介子的平均寿命。

考察一对正反 K 介子组成的具有确定同位旋的系统。

宇称：$P' = (-1)^L$；C宇称：$C' = (-1)^{L+S} = (-1)^L$；CP宇称：$(CP)' = +1$；G宇称：$I = 0, G' = (-1)^L; I = 1, G' = (-1)^{L+1}$

正反 K 介子组成系统 CP 宇称为正的要求：（1）L 为偶，表现为 $K_S K_S$ 和 $K_L K_L$；L 为奇，表现为 $K_S K_L$.

K^0 介子再生

$$\left|K^0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K_S\rangle + |K_L\rangle\right)$$

K_S 的寿命比 K_L 短。经过 10^{-9} s 的时间后基本只剩下纯 K_L 介子。

K_L 中又有一半表现为 K^0，一半表现为 $\bar{K}^0$.

十二、正反粒子组成系统的对称性

1 正反费米子组成的系统

强子结构模型：由于介子的某些主要性质，可以把介子看成一对自旋 $1/2$ 的正反费米子的束缚态。

一对自旋 $1/2$ 的正反粒子组成系统的性质：

（1）系统总自旋 S 可以取 $0, 1$；轨道角动量 L 可以取任意非负整数；

（2）系统总角动量：$J = |L - S|, |L - S| + 1, \cdots, L + S$;

（3）系统的 C 宇称为 $C' = (-1)^{L+S}$;

（4）若把系统当作一个粒子看待，则 J 就是该粒子自旋（单粒子无轨道角动量）。

（5）该系统的 J^{PC} 量子数：

如果组成该系统的费米子是同位旋为零的粒子，则系统的同位旋为零。由此可知 $G' = (-1)^I C' = C'$

如果组分的费米子是同位旋为 $1/2$ 的粒子，则系统的同位旋可以取 $0, 1$，此时表征系统的量子数为 $I^G J^{PC}$

若介子是一对正反费米子组成的束缚态，可估计 $L=0$ 的态为基态，其能量最低：$J^{PC}=0^{-+},1^{--}$

2 正反玻色子组成的系统

分析过程类似。

$\rho^0(770)$ 介子衰变到 $\pi^+\pi^-$ 允许：

$\rho^0(770)$ 介子衰变到 $\pi^0\pi^0$严格禁戒：

3 奇特态和绝对奇特态

一对正反费米子不可能构成的 J^{PC} 量子数：$0^{--},0^{+-},1^{-+},2^{+-},3^{-+},\cdots$

具有这些量子数的态称为**奇特态**。

4 胶球的对称性

夸克之间的相互作用由胶子传递。胶子共有 8 种，分别对应 $\mathrm{SU}(3)$ 群的 8 个生成元，构成 $\mathrm{SU}(3)$ 群的正规表示。

QCD 认为，色相互作用具有禁闭作用，即只有属于色 $\mathrm{SU}(3)$ 单态的系统才能独立存在。自由夸克合自由胶子都不能单独存在。

介子和重子都是由夸克和反夸克构成的色 $\mathrm{SU}(3)$ 单态。

两个和两个以上的胶子也可能构成一个色 $\mathrm{SU}(3)$ 单态，这样的复合态称为**胶球**。

胶球的量子数只能是：$J^{PC}=0^{++},0^{-+},2^{++},2^{-+},\cdots$

十三、对称性的定性分析

1 守恒定律的回顾

2 离心位垒

当衰变动量不大时，衰变概率随 L 的增加而迅速减小，这一效应称为离心位垒。

3 等效耦合常数

两题衰变 $A\to B+C$，衰变概率用衰变宽度 Γ 描写：

$$\Gamma=\eta\alpha\frac{k^{2L+1}}{m^{2L}}$$

α 是等效耦合常数。强相互作用：$\alpha\sim\mathcal{O}(1)$；电磁相互作用：$\alpha\ll\mathcal{O}(1)$

4 $J^{PC}=偶^{++}$ 和 $奇^{--}$ 粒子的衰变

5 $\eta(548)$ 粒子

$\eta(548)$ 同位旋为 $I=0$；$C'=+1, G'=+1$，；不能通过强相互作用衰变为奇数个 π 介子；电磁相互作用下G宇称不守恒，可通过电磁相互作用衰变成奇数个 π 介子。

6 $\phi(1020)$ 粒子

基本实验信息：在强子碰撞中发现在 K^+K^- 和 $K_L^0K_S^0$ 的不变质量分布中有一个共振峰；

结论：

（1）同位旋 $I=0$;

（2）$C'=P'=(-1)^L=(-1)^J$，CP 宇称为正；

（3）$K_L^0K_S^0$ 的 CP 宇称为 $(-1)^{L+S}$，轨道 CP 宇称为 $(-1)^L$

（4）$L=奇数$;

（5）$C'=P'=-, G'=-, I^G=0^-, J^{PC}=奇^{--}$

第3章 强子对称性和强子结构

一、更高对称性的探寻

1 同位旋和奇异数

2 几种可能的更高对称性

群论的结果：同位旋对称性由 $\mathrm{SU}(2)$ 群来描写，奇异数对称性由 $\mathrm{U}(1)$ 群来描写。

在同位旋和奇异数基础上的更高对称性群用 G 表示，群 G 应包含 $\mathrm{SU}(2)$ 群和 $\mathrm{U}(1)$ 群的直乘为子群。

进一步要求 $\mathrm{SU}(2)\times\mathrm{U}(1)$ 群有两个可以同时测量的相加性守恒量，即 I_3 和 S，这个群的秩为 $2.$

3 $\mathrm{SU}(3)$ 对称性的确立

二、$\mathrm{SU}(3)$ 群的不可约表示

1 $\mathrm{SU}(3)$ 群的生成元

$\mathrm{SU}(3)$ 群有 8 个生成元 $I_i=\lambda_i/2$，群元素可由 8 个生成元表示：

$$g\left(\xi\right)=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}I_i\xi_i}$$

其中 $\xi_i(i=1,2,\cdots,8)$ 是群参数。

2 $\mathrm{SU}(3)$ 群不可约表示的描写

$\mathrm{SU}(3)$ 群用两个参数 λ,μ 来描写，不可约表示用 $D[\lambda,\mu]$ 来标记。

$\mathrm{SU}(3)$ 群的不可约表示 $D[\lambda,\mu]$ 的维数：

$$N(\lambda,\mu)=\frac{(\lambda+1)(\mu+1)(\lambda+\mu+1)}{2}$$

$$D[0,0]=\mathbf{1},\quad D[0,1]=\mathbf{3}^*,\quad D[4,0]=\mathbf{15}',\quad D[0,4]=\mathbf{15}'^*$$

3 不可约表示的 Casimir 算符

对于 $\mathrm{SU}(3)$ 群，八个生成元的平方和定义为它的 Casimir 算符。

对于 $\mathrm{SU}(3)$ 群的不可约表示 $D[\lambda,\mu]$，它的 casimir 算符的本征值为

$$C_2(\lambda,\mu)=\lambda+\mu+\frac{\lambda^2+\lambda\mu+\mu^2}{3}$$

4 不可约表示的直乘和分解

$\mathrm{SU}(N)$ 群的不可约表示通过 $N-1$ 个参数 $[\lambda_1,\cdots,\lambda_N]$ 来描写。

$\mathrm{SU}(N)$ 群的任何不可约表示都可以用杨图来描述。

杨图最大用处是用于表示直乘分解。具体规则见 ppt.

三、$\mathrm{SU}(3)$ 理论的发展

1 坂田模型

坂田模型认为，所有的强子都是由质子 p、中子 n 和超子 Λ 和它们的反粒子构成。由它们组成的强子应很好满足 $\mathrm{SU}(3)$ 对称性。

坂田模型对介子的分类解释得很好，但对重子的分类解释得不好。

2 八正法

八正法认为，介子和重子都属于 $\mathrm{SU}(3)$ 群得八维表示或八维表示直乘分解所得到得表示。

$$\mathbf{8} \times \mathbf{8} = \mathbf{1} + \mathbf{8} + \mathbf{8} + \mathbf{10} + \mathbf{10}^* + \mathbf{27}$$

介子的分类和坂田模型相同；

八个 $J = 1/2$ 的重子归入一个八维表示，克服了坂田模型的困难；

已发现的九个 $J = 3/2$ 的重子刚好可归入一个十维表示，并预言了一个尚未发现的第十个 $J = 3/2$ 重子 Ω^-.

3 Ω^- 粒子的性质和实验上的探寻

4 夸克模型

夸克是一类自旋 $J = 1/2$，重子数 $b = 1/3$ 的粒子。目前存在 6 种夸克，夸克的这种区分称为“味”。

味	电荷 Q	同位旋 I	I_3	奇异数 S	粲数 C	底数 B	顶数 T
上 u	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0
下 d	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0
奇异 s	$-\frac{1}{3}$	0	0	-1	0	0	0
粲 c	$\frac{2}{3}$	0	0	0	1	0	0
底 b	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	0	-1	0
顶 t	$\frac{2}{3}$	0	0	0	0	0	1

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}(b + S + C + B + T)$$

夸克模型认为：介子由一对正反夸克构成，重子由三个夸克构成。

介子和重子分别属于下列表示：

介子：$\mathbf{3}\times\mathbf{3}^*=\mathbf{1}+\mathbf{8}$；重子：$\mathbf{3}\times\mathbf{3}\times\mathbf{3}=\mathbf{3}\times(\mathbf{3}^*+\mathbf{6})=\mathbf{1}+\mathbf{8}+\mathbf{8}+\mathbf{10}$

5 自旋统计关系和色空间

色对称性

味道空间对称、空间波函数对称、自旋波函数对称，但费米统计要求总波函数反对称，因此引入色对称性。

每味夸克都有三色，满足 $\mathrm{SU}(3)$ 对称性，构成 $\mathrm{SU}(3)$ 的三维表示 $\mathbf{3}_c$

三个夸克组成重子时，重子属于色 $\mathrm{SU}(3)$ 的一维表示（色单态的要求）。

$$\mathbf{3_c}\times\mathbf{3_c}\times\mathbf{3_c}=\mathbf{1_c}+\mathbf{8_c}+\mathbf{8_c}+\mathbf{10_c}$$

6 颜色自由度的数目

$N_c=3$

夸克带有颜色，颜色只能是三种，夸克通过胶子场发生强相互作用。胶子的颜色自由度为 8，有自相互作用。

四、味对称性破缺

1 味道对称性破缺带来的变化

味道对称性破缺带来的变化主要表现在质量和寿命上。

2 Gell-Mann-大久保质量分裂公式

$$m=a+b\left[I(I+1)-\frac{1}{4}Y^2\right]+cY$$

3 介子的 1+8 表示混合

4 衰变过程的对称性破缺

考虑 $J^{PC}=1^{--}$ 介子衰变为两个 $J^{PC}=0^{-+}$ 介子，其普适的衰变宽度为

$$\Gamma=\alpha C^2\frac{2p^3}{3m^2}$$

α 是等效耦合常数。实验种发现不同衰变过程 α 略有不同。

五、强相互作用动力学

1 色相互作用和胶子

夸克之间通过色相互作用结合成强子。胶子带色荷，胶子本身能直接吸收和放出胶子。

2 渐进自由

当两个夸克彼此靠得越近时，它们之间的强相互作用就越弱，近乎自由；而当它们距离增大时，相互作用则变得越强。

部分子模型认为，部分子带电荷、自旋为 $1/2$、是费米子；强子不能简单归结为由夸克和反夸克组成。

3 强子结构的动力学图像

量子色动力学：强子内部夸克 q，反夸克 $\bar{q}$ 和胶子 g 可以相互转化。

强子都是由价粒子和海粒子构成。

价粒子（Valence Quarks）：决定强子类型和量子数的“主力”夸克。

海粒子（Sea Quarks 和 Gluons）：由量子涨落产生的短寿命虚粒子对，以“海”状分布填满强子内部。

4 色禁闭

色禁闭指的是所有带“色荷”（color charge）的粒子，如夸克和胶子，永远不能单独存在或被直接观测。它们只能以颜色中性（无净色荷）的组合形式存在，如质子、中子、介子等。

六、介子和重子

1 介子和重子的自旋宇称分布

见 ppt.

2 OZI 规则

在强子衰变或反应过程中，若价夸克的 Feyman 图断成互不相连的两部分，则这个过程的概率被大大压低。

3 重子磁矩

重子磁矩归为组成重子的各价夸克自旋磁矩的矢量和。

夸克自旋磁矩：

$$\vec{\mu} = gQ_q \frac{e}{2m_q} \vec{S}$$

4 重夸克偶素

一对正反夸克作为价粒子的介子称为夸克偶素。

粲偶素：由一对正反粲夸克构成的束缚态。

底偶素：由一对正反底夸克构成的介子。

5 粲粒子和底粒子

粲偶素的组成中有正反粲夸克，它的粲数为零，称为隐粲粒子。

只包含一个粲夸克或反粲夸克的介子称为粲介子。

只包含一个底夸克或反底夸克的介子称为底介子。

只包含一个粲夸克或反粲夸克的重子称为粲重子。

只包含一个底夸克或反底夸克的重子称为底重子。

七、分子态研究

第4章 电弱统一理论

一、弱相互作用现象

弱相互作用是自然界四种基本相互作用之一，其特点是强度最弱（相对于强相互作用和电磁相互作用）且作用范围极短。它主要导致粒子的衰变，特别是那些寿命相对较长的衰变过程。

1 弱衰变过程的特点

$$n \to p + e^- + \overline{\nu}_e, \quad \mu^- \to e^- + \overline{\nu}_e + \nu_\mu, \quad \pi^- \to \mu^- + \overline{\nu}_\mu, \quad \Lambda \to p + \pi^-, \quad K^- \to \mu^- + \overline{\nu}_\mu$$

弱相互作用的特点：(a) 寿命长：表明相互作用的强度很弱；(b) 力程很短；(c) 每次弱相互作用过程往往伴随粒子类型变化或粒子转化为同类型中不同荷电状态。

2 宇称不守恒

θ 衰变时产生两个 π 介子，τ 衰变时产生三个 π 介子。李-杨断言，这两是一种粒子，但 $\theta - \tau$ 粒子在弱相互作用下宇称不守恒。

宇称不守恒律是指，弱相互作用中，互为镜像的物质的运动不对称。吴健雄用钴60验证。

二、普适费米弱相互作用理论

弱相互作用的基本形式是费米子之间的直接转化，转化过程涉及两对费米子，每对费米子的类型相同，但电荷差为1

每对费米子的联系是既有矢量型的又有轴矢型的，这导致弱相互作用过程中宇称和C宇称分别都不守恒，但 CP 守恒。

所有弱相互作用的过程中，耦合常数相同，是普适的。

成功之处

普遍地准确地解释当时观察到的所有弱相互作用实验现象，定出的普适费米弱相互作用耦合常数为 $G_F = 1.17 \times 10^{-6}\ \mathrm{GeV}^{-2}$

主要困难

发散困难

该理论对于弱相互作用过程，计算到最低级近似的结果可以和实验符合，进一步计算更高级修正时却得到无穷大；若想用重整化方法消去发散困难，一个必要条件是：所有基本相互作用的耦合常数的量纲不是质量的负幂次。

例子：作用量无量纲，拉氏密度量纲为质量四次方，长度量纲为质量 -1 次方，QED 中

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}\left(\mathrm{i}\gamma^{\mu} D_{\mu} - m\right)\psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

电子是费米子，电子场量纲为质量 1.5 次方；光子是玻色子，光子场量纲是质量 1 次方，因此相应耦合常数无量纲，复合可重整化必要条件。

但普适费米弱相互作用理论：基本相互作用涉及两对费米子，基本相互作用各场量贡献的量纲为质量 6 次方，相应普适弱相互作用理论的耦合常数量纲为质量 -2 次方，不满足可重整化必要条件。

$$\mathcal{L} = G_F \phi^4$$

第二个困难

粒子碰撞时的碰撞概率用碰撞截面描写，面积量纲为 $[-2]$

考虑具体过程 $\nu_e + e^- \to \nu_e + e^-$，由普适费米弱相互作用理论，该过程的截面为

$$\sigma = \frac{G_F^2 s}{pi}$$

散射的普遍理论给出

$$\sigma = \frac{\pi\left(1 - \Re\left\{\alpha\right\}\right)}{2k^2}$$

其中 k 为在质心系中的动量，振幅 α 满足 $|\alpha| \leqslant 1$，在高能时 $s = 4k^2$ 可得

$$\sigma < \frac{4\pi}{s}$$

普适费米弱相互作用理论得出的结果最多适用于

$$\sqrt{s} < \sqrt{\frac{2\pi}{G_F}} = 734 \text{ GeV}$$

三、中间玻色子理论和电弱统一的可能性

1 中间玻色子理论

费米子之间的弱相互作用是通过吸收和放出质量很重的自旋为 1 的粒子——中间玻色子 W 的交换过程实现。

$$G_F\phi^4 \to G_F'\phi\phi\frac{\mathrm{i}}{p^2-m^2}\phi\phi$$

G_F' 量纲为 $[0]$，可重整。

场论给出：若相互作用的媒介粒子的质量为 M，相互作用荷为 g，则这种相互作用的静势为汤川型 $V(r) = g^2\mathrm{e}^{-Mr}/r$，其力程为 $L=1/M$ 只由媒介粒子的质量决定。

$$m < \sqrt{\frac{\pi\alpha_W}{\sqrt{2}G_F}}$$

2 电磁相互作用和弱相互作用的行为的不同

电磁相互作用：长程、作用较强、作用时电荷不同、宇称守恒；

弱相互作用：短程、作用较弱、作用时电荷改变、宇称不守恒。

3 电磁相互作用和中间玻色子理论的对比

四、电弱统一理论

1 电弱统一理论中包含的粒子

统一电弱相互作用满足 $\mathrm{SU}(2)\times\mathrm{U}(1)$ 内部规范对称性。

场的激发表现为四种规范玻色子 $W^{\pm}, W^0$ $(\mathrm{SU}(2)\text{规范场})$ 和 B^0 $(\mathrm{U}(1)\text{规范场})$

费米子：自旋为 $1/2$，质量为 $0.$

Higgs 粒子：自旋为零、质量为纯虚数，最小电弱统一理论可以有 4 个 Higgs 粒子：$\phi^{\pm}, \phi^0, \bar{\phi}^0.$

粒子在 $\mathrm{SU}(2)\times\mathrm{U}(1)$ 规范变换下的性质可以用 (I,Y) 来描写。

2 粒子之间相互作用机理

g_2：$\mathrm{SU}(2)$ 群的规范耦合常数 $\to W^{\pm}, W^0$

g_1：$\mathrm{U}(1)$ 群的规范耦合常数 $\rightarrow B^0$

3 对称性自发破缺

Higgs 场的 Lagrangian $\mathcal{L}=\left(D_\mu \Phi\right)^{\dagger}\left(D^\mu \Phi\right)-V(\Phi)$

$$D_\mu \equiv\begin{bmatrix}\partial_\mu-\mathrm{i} \frac{g_2}{2} W_\mu^0-\mathrm{i} \frac{g_1}{2} B_\mu^0 & -\mathrm{i} \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^{+} \\ -\mathrm{i} \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^{-} & \partial_\mu+\mathrm{i} \frac{g_2}{2} W_\mu^0-\mathrm{i} \frac{g_1}{2} B_\mu^0\end{bmatrix}, \quad \phi=\begin{bmatrix}\phi^{+} \\ \phi^{-}\end{bmatrix}$$

若场量 Φ 不随时间变化，可使动能为零；若 Φ 取某一常数使得 $V(\Phi)$ 取最小，则得到 Higgs 场的最小能量状态。

$$V(\Phi)=-\mu^2 \Phi^{\dagger} \Phi+\lambda\left(\Phi^{\dagger} \Phi\right)^2$$

若令 $\Phi^{\dagger} \Phi \equiv f^2$，则

$$V(\Phi)=-\mu^2 f^2+\lambda f^4$$

若令

$$\Phi=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}\phi_1+\mathrm{i} \phi_2 \\ \phi_3+\mathrm{i} \phi_4\end{bmatrix}$$

则 $\Phi^{\dagger} \Phi=\frac{1}{2}\left(\phi_1^2+\phi_2^2+\phi_3^2+\phi_4^2\right)$；当 $f=0, \sqrt{\mu^2 /(2 \lambda)}$ 时，$V(\Phi)$ 取极值。

满足 $\Phi^{\dagger} \Phi=f^2=\frac{1}{2} \sum_{i=0}^4 \phi_i^2=\frac{\mu^2}{2 \lambda}$ 的所有点的整体具有 $\mathrm{SU}(2) \times \mathrm{U}(1)$ 对称性。满足这个条件的点的状态可以是物理真空，而现实的物理真空只有一个。对于这个作为物理真空的点来说，原有的对称性不存在了。

对称性自发破缺后 Higgs 场的真空期待值为：

$$\langle\Phi\rangle_0=\begin{bmatrix}0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}, \quad v=\sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}$$

$\mathrm{SU}(2) \times \mathrm{U}(1)$ 群生成元：$I_1, I_2, I_3, Y / 2$，

$$\left(I_3+\frac{Y}{2}\right)\langle\Phi\rangle_0=\begin{bmatrix}1 & 0 \\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}=0$$

仍保留的规范场的规范玻色子是光子，它是 W^0 和 B^0 的线性组合；Z^0 粒子是 W^0 和 B^0 的线性组合。

Z^0 粒子自发对称破缺获得很重质量，$W^{\pm}$ 也获得质量，这是 $W^{\pm}$ 和 Z^0 传递弱相互作用。

对称性自发破缺后规范粒子所受的影响

Higgs 场 Lagrangian 动能项中用其真空期待值代入：

$$\left[D_\mu\langle\Phi\rangle_0\right]\left[D^\mu\langle\Phi\rangle_0\right]=\frac{g_2^2}{2} v^2 W_\mu^{+} W^{-\mu}+\frac{g_1^2+g_2^2}{g} v^2 Z_\mu^2 Z^{0 \mu}, \quad Z_\mu^0 \equiv \frac{g_2 W_\mu^0-g_1 B_\mu^0}{\sqrt{g_2^2+g_1^2}}$$

在场论中，带电粒子场量二次项系数是带电粒子质量的平方，中性粒子场量二次项系数是中性粒子质量平方除以 2，则可得 $W^{\pm}$ 和 Z^0 粒子的质量：

$$m_W^2 = \frac{1}{4} g_2 v^2, \quad m_Z^2 = \frac{1}{4}\left(g_2^2 + g_1^2\right) v^2$$

引入 Weinberg 角

$$\sin\theta_W \equiv \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}, \quad \cos \equiv \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}$$

$$Z_\mu^0 = \cos\theta_W W_\mu^0 - \sin\theta_W B_\mu^0 \to Z^0, \quad A_\mu^0 = \sin\theta_W W_\mu^0 + \cos\theta_W B_\mu^0 \to \gamma$$

Higgs 粒子的质量

自发破缺后，$\Phi^\dagger\Phi = \frac{1}{2}\left[\phi_1^2 + \phi_2^2 + (v+H)^2\phi_4^2\right]$，代入 $V(\Phi) = -\mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda\left(\Phi^\dagger\Phi\right)^2$
后展开，含场量的二次项为：$\lambda^2 v^2 H^2 = \mu^2 H^2$

这表明 H 粒子获得了质量，但 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_4 为零质量粒子。

对称性自发破缺会产生零质量、零自旋的玻色子——Goldstone 粒子，这会使某些规范粒子获得质量。每个获得质量的规范粒子同时又吃掉一个 Goldstone 粒子。

最小电弱统一理论中出现的三个 Goldstone 粒子刚好被 3 个重的规范粒子吃掉，因此不会出现可观测的零质量、零自旋粒子，正好补充第三个极化（零质量时是两个极化，有质量时是三个极化，回答了如何找到第三个极化）。

实际能被观测到的 Higgs 粒子只有中性的 H^0.

对称性自发破缺后，只有 Higgs 场的真空期待值非零，其他场的真空期待值为零。凡有 Higgs 粒子场参与的相互作用和过程，都将反应对称性自发破缺带来的影响和变化。

真的看不懂呀！

五、其他内容

左手性粒子：自旋方向与动量方向相反的粒子

右手性粒子：自旋方向与动量方向相同的粒子

$$\psi_L = \frac{1-\gamma_5}{2}\psi, \quad \psi_R = \frac{1+\gamma_5}{2}\psi$$

ψ_L 是左手分量，ψ_R 是右手分量。

规范不变性：若下规范变换 $A_\mu(x) \to A_\mu(x) - \partial_\mu\alpha(x)$ 下物理结果不变，就称系统有规范对称性。

比如说定义 $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$，利用最小作用量原理，可得真空无源四维麦克斯韦方程：

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = 0, \quad \varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\partial^\nu F^{\lambda\rho} = 0$$

$$S = \int \mathrm{d}^4x \mathcal{L} = \int \mathrm{d}^4x \left(-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}\right)$$

具体过程如下：

$$\delta\mathcal{L}=-\frac{1}{4}\left(\delta F_{\mu\nu}\right)F^{\mu\nu}-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}\left(\delta F^{\mu\nu}\right)=-\frac{1}{2}\left(\delta F_{\mu\nu}\right)F^{\mu\nu}=-\frac{1}{2}\left(\partial_\mu\delta A_\nu-\partial_\nu\delta A_\mu\right)F^{\mu\nu}=-\partial_\mu\left(\delta A_\nu\right)F^{\mu\nu}$$

$$0=\delta S=\int\mathrm{d}^4x\delta\mathcal{L}=\int\mathrm{d}^4x\left(\delta A_\mu\right)\partial_\mu F^{\mu\nu}\Longrightarrow\partial_\mu F^{\mu\nu}=0$$

考虑 $A_\mu(x)\to A_\mu(x)-\partial_\mu\alpha(x)$，注意到

$$F_{\mu\nu}\to\partial_\mu(A_\nu-\partial_\nu\alpha)-\partial_\nu(A_\mu-\partial_\mu\alpha)=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu-\partial_\mu\partial_\nu\alpha+\partial_\nu\partial_\mu\alpha=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu=F_{\mu\nu}$$

于是 $\mathcal{L}\to\mathcal{L}$，即拉式密度在规范变换下不变。

但若光子有质量，则光子质量项

$$m_\gamma^2A_\mu A^\mu\to m_\gamma^2\left(A_\mu-\partial_\mu\alpha\right)\left(A^\mu-\partial^\mu\alpha\right)=m_\gamma^2A_\mu A^\mu-m_\gamma^2A_\mu\partial^\mu\alpha-m_\gamma^2A^\mu\partial_\mu\alpha+m_\gamma^2\partial_\mu\alpha\partial^\mu\alpha\neq m_\gamma^2A_\mu A^\mu$$

即若光子有质量，这会破坏规范对称性。因此光子质量 $m_\gamma=0.$

$$\mathcal{L}_{\mathrm{QED}}=\bar{\psi}\left(\mathrm{i}\gamma_\mu\partial^\mu-m\right)\psi-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}+q\bar{\psi}\gamma_\mu A^\mu\psi$$

$$\begin{cases}\psi\to\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\alpha}\psi\\ \bar{\psi}\to\mathrm{e}^{\mathrm{i}q\alpha}\psi\\ A_\mu\to A_\mu-\partial_\mu\alpha(x)\end{cases}$$

$$-m\bar{\psi}\psi\to-m\bar{\psi}\mathrm{e}^{\mathrm{i}q\alpha}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\alpha}\psi=-m\bar{\psi}\psi$$

$$\bar{\psi}\mathrm{i}\gamma_\mu\left(\partial^\mu-\mathrm{i}qA^\mu\right)\psi\to\bar{\psi}\mathrm{i}\gamma_\mu\left(\partial^\mu-\mathrm{i}qA^\mu\right)\psi$$

定义协变导数

$$D^\mu\equiv\partial^\mu-\mathrm{i}qA^\mu$$

把 $\mathcal{L}_{\text{自由}}$ 中的 ∂^μ 替换成 D^μ 就得到 $\mathcal{L}^{\mathrm{QED}}_{\text{相互作用}}$.

$$\bar{\psi}\mathrm{i}\gamma_\mu\partial^\mu\psi=\bar{\psi}_L\mathrm{i}\gamma_\mu\partial^\mu\psi_L+\bar{\psi}_R\mathrm{i}\gamma_\mu\partial^\mu\psi_R$$

弱相互作用只发生在左手，$\partial^\mu\to\partial^\mu-g_2\frac{\tau_i}{2}W_i^\mu$；右手不变，$\partial^\mu\to\partial^\mu$

$\mathrm{SU}(2)$ 三个生成元 τ_1,τ_2,τ_3 是三个 Pauli 矩阵。

电弱 $\mathrm{SU_L}(2)\times\mathrm{U}(1)$，左手场 $\partial^\mu\to\partial^\mu-g_2\frac{\tau_i}{2}W_i^\mu-g_1Y_LB^\mu$；右手场 $\partial^\mu\to\partial^\mu-g_1Y_RB^\mu$.

W_1,W_2,W_3,B 作为基础粒子；实验上有 $W^\pm,Z^0,\gamma$，$W^\pm=\frac{W_1\pm\mathrm{i}W_2}{\sqrt{2}},Z^0=\cos\theta_WW_3-\sin\theta_WB,\gamma=\sin\theta_WW_3+\cos\theta_WB$，$\theta_W$ 是 Weinberg 角。

对称性自发破缺：$\mathcal{L}$ 有某种对称性，但基态破坏了这种对称性。