

三、数据处理与误差分析

拟合法原理

设物理量 y 与 x 线性相关, $y = ax + b$, 则最小二乘法给出:

斜率估计值:

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

截距估计值:

$$\hat{b} = \bar{y} - \hat{a}\bar{x}$$

斜率不确定度 (A类) :

$$U(a) = t(N-2) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [y_i - (\hat{a}x_i + \hat{b})]^2}{(n-2) \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}}$$

截距不确定度 (A类) :

$$U(b) = t(N-2) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [y_i - (\hat{a}x_i + \hat{b})]^2}{(n-2)}} \cdot \sqrt{\frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} + \frac{1}{n}}$$

根据公式 $nV_0 + V_C = V_{G2K}$, 若以 n 为横坐标, V_{G2K} 为纵坐标对数据点进行线性拟合, 则拟合直线的斜率等于第一激发电位 V_0 , 截距等于接触电位差 V_C 。

逐差法原理

设物理量 y 与 x 线性相关, $y = ax + b$, (x_i, y_i) 是一系列等间隔数据点, $x_{i+1} - x_i = \Delta x$, 则斜率估计值:

$$\hat{a} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta x} = \frac{1}{N-1} \frac{y_N - y_1}{\Delta x}$$

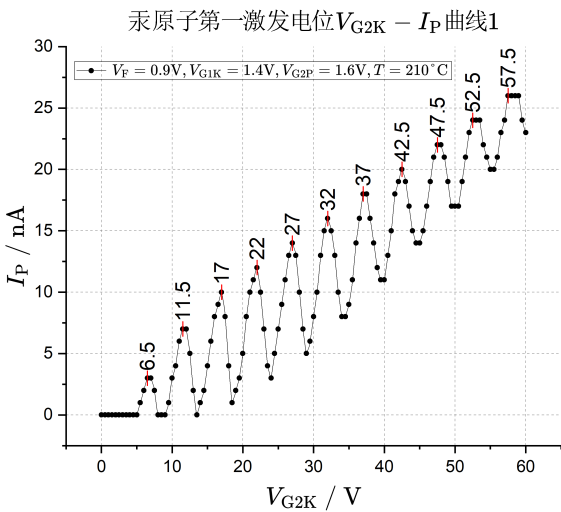
截距估计值:

$$\hat{b} = \bar{y} - \hat{a}\bar{x}$$

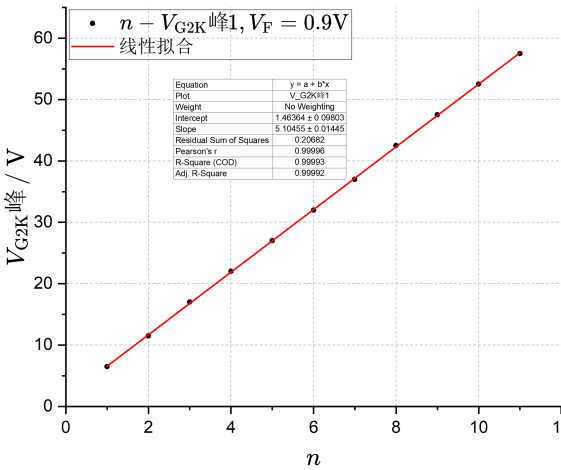
汞原子第一激发电位 $V_F = 0.9V$

实验参数: $V_F = 0.9V, V_{G1K} = 1.4V, V_{G2P} = 1.6V, T = 210^{\circ}C$

拟合法



汞原子第一激发电位 $V_F = 0.9V$ 情况下 $n - V_{G2K}$ 峰线性拟合



为简便, 把 V_{G2K} 记为 y , 把 n 记为 x 。

第一激发电位 (斜率): $\hat{V}_0 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} = 5.105 \text{ V}$

接触电位差 (截距): $\hat{V}_C = \bar{y} - \hat{V}_0 \bar{x} = 1.464 \text{ V}$

第一激发电位 V_0 不确定度:

$$\begin{aligned}
 U(V_0) &= t(N-2) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [y_i - (\hat{a}x_i + \hat{b})]^2}{(n-2) \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}} \\
 &= 2.31 \times 0.144 \text{ V} \\
 &= 0.033 \text{ V}
 \end{aligned}$$

接触电位差 V_C 不确定度:

$$\begin{aligned}
 U(V_C) &= t(N-2) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [y_i - (\hat{a}x_i + \hat{b})]^2}{(n-2)}} \cdot \sqrt{\frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} + \frac{1}{n}} \\
 &= 2.31 \times 0.098 \text{ V} \\
 &= 0.226 \text{ V}
 \end{aligned}$$

第一激发电位: $V_0 = \hat{V}_0 \pm U(V_0) = (5.105 \pm 0.033) \text{ V}$

接触电位差: $V_C = \hat{V}_C \pm U(V_C) = (1.464 \pm 0.226) \text{ V}$

置信度为 0.95。

逐差法

第一激发电位估计值:

$$\hat{V}_0 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta x} = \frac{1}{N-1} (y_N - y_1) = 5.100 \text{ V}$$

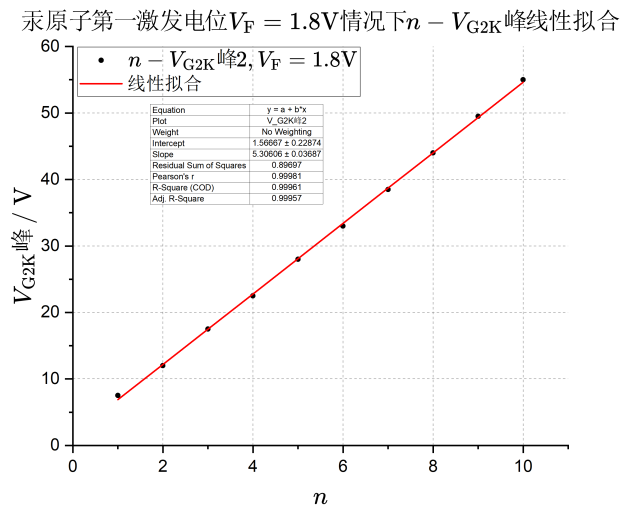
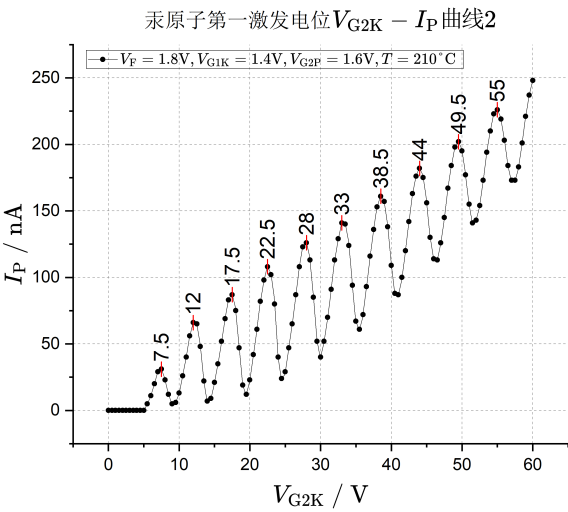
接触电位差估计值:

$$\hat{V}_C = \bar{y} - \hat{V}_0 \bar{x} = 1.491 \text{ V}$$

汞原子第一激发电位 $V_F = 1.8 \text{ V}$

实验参数: $V_F = 1.8 \text{ V}$, $V_{G1K} = 1.4 \text{ V}$, $V_{G2P} = 1.6 \text{ V}$, $T = 210^\circ \text{ C}$

拟合法



为简便，把 V_{G2K} 记为 y ，把 n 记为 x 。

第一激发电位（斜率）：
$$\hat{V}_0 = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \bigg/ \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = 5.306 \text{ V}$$

接触电位差（截距）：
$$\hat{V}_C = \bar{y} - \hat{V}_0 \bar{x} = 1.567 \text{ V}$$

第一激发电位 V_0 不确定度：

$$\begin{aligned}
 U(V_0) &= t(N-2) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [y_i - (\hat{a}x_i + \hat{b})]^2}{(n-2) \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}} \\
 &= 2.36 \times 0.037 \text{ V} \\
 &= 0.087 \text{ V}
 \end{aligned}$$

接触电位差 V_C 不确定度:

$$\begin{aligned}
 U(V_C) &= t(N-2) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [y_i - (\hat{a}x_i + \hat{b})]^2}{(n-2)}} \cdot \sqrt{\frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} + \frac{1}{n}} \\
 &= 2.36 \times 0.229 \text{ V} \\
 &= 0.540 \text{ V}
 \end{aligned}$$

第一激发电位: $V_0 = \hat{V}_0 \pm U(V_0) = (5.306 \pm 0.087) \text{ V}$

接触电位差: $V_C = \hat{V}_C \pm U(V_C) = (1.567 \pm 0.540) \text{ V}$

置信度为 0.95。

结论: 当 V_F 增大时 ($V_F: 0.9 \text{ V} \rightarrow 1.8 \text{ V}$), 第一激发电位 V_0 增大 ($V_0: 5.105 \text{ V} \rightarrow 5.306 \text{ V}$), 接触电位差 V_C 也增大 ($V_C: 1.464 \text{ V} \rightarrow 1.567 \text{ V}$)。

逐差法

第一激发电位估计值:

$$\hat{V}_0 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta x} = \frac{1}{N-1} (y_N - y_1) = 5.278 \text{ V}$$

接触电位差估计值:

$$\hat{V}_C = \bar{y} - \hat{V}_0 \bar{x} = 1.722 \text{ V}$$

汞原子高激发态 $V_F = 1.2 \text{ V}$

实验参数: $V_F = 1.2 \text{ V}$, $V_{G1K} = 1.5 \text{ V}$, $V_{G2P} = 1.3 \text{ V}$, $T = 110^\circ \text{ C}$

汞原子高激发态电位 $V_{G2K} - I_P$ 曲线

