(1)五大公设

量子力学第一公设（波函数）：

具有波粒二象性的微观粒子的量子状态由物质波波函数 $\Psi(\vec{r},t)$ 描述，由波函数可确定体系的各种性质

量子力学第二公设（算符）：

微观物体的物理量用线性厄米算符描述

量子力学第三公设（测量）：

在状态 $\Psi(\vec{r},t)$ 下测量物理量 F 得到的值是其相应算符 $\hat{F}$ 的本征值 f_n（分立谱）或 f（连续谱），每种值出现的概率是 $\Psi(\vec{r},t)$ 以 $\hat{F}$ 的本征态为基作展开，的展开式中 ψ_n（分立谱）或 ψ_f（连续谱）的系数的模方

量子力学第四公设（薛定谔方程）：

描述微观粒子状态的波函数随时间的演化服从薛定谔方程：

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t}=\hat{H}\Psi(\vec{r},t)$$

量子力学第五公设：

(2)三大支柱：

波尔互补原理：

微观粒子同时具有波动性和粒子性两种互斥的属性，不能用一种统一的图像去完整地描述量子现象，必须结合起来才能完备描述量子现象。量子现象必须用这种既互斥又互补的方式来描述。

玻恩统计解释：

若微观粒子处于由波函数 $\Psi(\vec{r},t)$ 描述的状态，则 t 时刻处在 $\vec{r}$ 处体积元 $\mathrm{d}^3\vec{r}$ 内发现该粒子的概率记为 $\mathrm{d}P(\vec{r},t)$，则：

$$\begin{aligned}\mathrm{d}P(\vec{r},t)&=C|\Psi(\vec{r},t)|^2\mathrm{d}^3\vec{r}\\&=C\Psi^*(\vec{r},t)\Psi(\vec{r},t)\mathrm{d}^3\vec{r}\end{aligned}$$

概率积分归一性要求：

$$\int\limits_{\vec{r}\in\mathbb{R}^3} \mathrm{d}P(\vec{r},t)=1$$

得到：

$$C=\frac{1}{\int\limits_{\vec{r}\in\mathbb{R}^3}|\Psi(\vec{r},t)|^2\mathrm{d}^3\vec{r}}$$

海森堡不确定关系：

若 $[\hat{F},\hat{G}]=\mathrm{i}\hat{d}\neq\mathbf{0}$，则反映测量结果不确定度的物理量：

$$\Delta F\equiv\sqrt{\overline{(\hat{F}-\bar{F})^2}},\ \ \Delta F\equiv\sqrt{\overline{(\hat{G}-\bar{G})^2}},$$

满足海森堡不确定关系：

$$\Delta F\Delta G\geqslant\frac{\bar{d}}{2}$$

(3)

薛定谔方程为：

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t}=\hat{H}\Psi(\vec{r},t)$$

薛定谔方程的形式解为：

$$\Psi(\vec{r},t)=\sum_n c_n e^{-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}E_n t}\psi_n(\vec{r})$$

(4)

塞曼效应：将光源放入均匀磁场中，每条光谱线均分裂成一组相邻的线，这种现象称为塞曼效应

(5)

(6)

(7)

(8)

二

三

(1)

测量公设告诉我们，对力学量的测量值只可能是力学量对应算符的本征值，

$\hat{L}^2$ 的本征值是 $l(l+1)\hbar^2$，这里 $l=2$，于是测量值为 $6\hbar^2$，概率为 1

(2)

$\hat{L}_z$ 的本征值为 $m\hbar$，这里 $m=1$，于是测量值为 $\hbar$，概率为 1

(3)

$\hat{S}^2$ 的本征值为 $s(s+1)\hbar^2$，对于电子的波函数 $s=\frac{1}{2}$，于是测量值为 $\frac{3}{4}\hbar^2$，概率为 1

(4)

$\hat{S}_z$ 的本征值为 $m_s\hbar$，这里 $m_s=\frac{1}{2}$，于是测量值为 $\frac{1}{2}\hbar$，概率为 1

(5)

$j=l+\frac{1}{2},m_j=m_l+m_s=m_l+\frac{1}{2}$:

$$\psi_{l+\frac{1}{2},m_l+\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{l+m_l+1}{2l+1}}Y_{l,m_l}\chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{l-m_l}{2l+1}}Y_{l,m_l+1}\chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}$$

$j=l-\frac{1}{2},m_j=m_l+m_s=m_l+\frac{1}{2}$

$$\psi_{l-\frac{1}{2},m_l+\frac{1}{2}}=-\sqrt{\frac{l-m_l}{2l+1}}Y_{l,m_l}\chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{l+m_l+1}{2l+1}}Y_{l,m_l+1}\chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}$$

将 $Y_{2,1}\chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}$

$\hat{J}_z$ 的本征值为 $m_j\hbar=(m_l+m_s)\hbar$
，这里 $m_l=1,m_s=\frac{1}{2}$，于是测量值为 $\frac{3}{2}\hbar$，概率为 1

(6)

$\hat{J}^2$ 的本征值为 $j(j+1)\hbar^2$，其中，$j=l+\frac{1}{2};j=l-\frac{1}{2}$，于是测量值为 $\frac{35}{4}\hbar^2,\frac{15}{4}\hbar^2$

$$Y_{21}(\theta,\varphi)\chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}(s_z)=\sqrt{\frac{4}{5}}\psi$$

四

(1)

一维无限深势阱的定态波函数为：

$$u_n(x)=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin(\frac{n\pi}{a}x),\ \ n=1,2,\cdots$$

将 $\Psi(x,0)=C(1+\cos\frac{\pi x}{a})\sin\frac{\pi x}{a}$ 按定态波函数展开：

$$\begin{aligned}\Psi(x,0)&=C(1+\cos\frac{\pi x}{a})\sin\frac{\pi x}{a}\\&=C(\sin\frac{\pi x}{a}+\frac{1}{2}\cdot 2\sin\frac{\pi x}{a}\cos\frac{\pi x}{a})\\&=C(\sqrt{\frac{a}{2}}\cdot\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{\pi x}{a}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{2}}\cdot\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{2\pi x}{a})\\&=C\sqrt{\frac{a}{2}}(u_1(x)+\frac{1}{2}u_2(x))\end{aligned}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\Psi^*(x,0)\Psi(x,0)\mathrm{d}x=1\Longrightarrow C=\pm\sqrt{\frac{8}{5a}}$$

(2)

$$\Psi(x,0)=\sqrt{\frac{4}{5}}u_1(x)+\sqrt{\frac{1}{5}}u_2(x)$$

本征能量为：

$$\begin{gathered}E_n=\frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2},\ \ n=1,2,\cdots\\E_1=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2},\ \ E_2=\frac{2\pi^2\hbar^2}{ma^2}\\\bar{H}=\frac{4}{5}E_1+\frac{1}{5}E_2=\frac{4\pi^2\hbar^2}{5ma^2}\end{gathered}$$

$$\bar{H^2}=\frac{4}{5}E_1^2+\frac{1}{5}E_2^2=\frac{\pi^4\hbar^4}{m^2a^4}$$

能量的不确定度为：

$$\Delta H = \sqrt{\bar{H}^2 - \bar{H}^2} = \frac{3\pi^2\hbar^2}{5ma^2}$$

$$\begin{aligned}
P &= \int_0^{\frac{a}{2}} |\Psi(x,0)|^2 \mathrm{d}x \\
&= \frac{4}{5}\int_0^{\frac{a}{2}} u_1^2(x)\mathrm{d}x + \frac{1}{5}\int_0^{\frac{a}{2}} u_2^2(x)\mathrm{d}x + \frac{2}{5}\int_0^{\frac{a}{2}} u_1(x)u_2(x)\mathrm{d}x \\
&= \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{5}\int_0^{a} u_1^2(x)\mathrm{d}x + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}\int_0^{a} u_2^2(x)\mathrm{d}x + 0 \\
&= \frac{1}{2}
\end{aligned}$$