1 粒子的运动和动力学性质

粒子世界的尺度特征

粒子运动的特点

量子性、相对论性、自由度可变

自然单位制

规定真空介电常数为无量纲数 1 来定义电荷。

玻尔兹曼常数：$k = 1.38 \times 10^{-23}\ \mathrm{J} \cdot \mathrm{K}^{-1} = 8.62 \times 10^{-5}\ \mathrm{eV} \cdot \mathrm{K}^{-1}$，规定 $k = 1$，则
$1\ \mathrm{K} = 1.38 \times 10^{-23}\ \mathrm{J} = 8.62 \times 10^{-5}\ \mathrm{eV}.$

真空光速：$c = 3 \times 10^{8} \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$，规定 $c = 1$，则 $1\ \mathrm{s} = 3 \times 10^{8}\ \mathrm{m}.$

约化普朗克常数：$\hbar = 1.05 \times 10^{-34}\ \mathrm{J} \cdot \mathrm{s} = 6.58 \times 10^{-22}\ \mathrm{MeV} \cdot \mathrm{s} = 6.58 \times 10^{-16} \mathrm{eV} \cdot \mathrm{s}$，规定 $\hbar = 1$，则
$1\ \mathrm{MeV}^{-1} = 6.58 \times 10^{-22}\ \mathrm{s}, 1\ \mathrm{eV}^{-1} = 6.58 \times 10^{-16}\ \mathrm{s}.$

上面四个规定使得五个基本物理量（长度、时间、质量、电荷、温度）中只剩下一种独立的量纲。

粒子物理中常用单位

$1\ \mathrm{keV} = 10^{3}\ \mathrm{eV}, 1\ \mathrm{MeV} = 10^{6}\ \mathrm{eV}, 1\ \mathrm{GeV} = 10^{9}\ \mathrm{eV}, 1\ \mathrm{TeV} = 10^{12}\ \mathrm{eV}, 1\ \mathrm{eV} = 1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$

量纲 1：速度、角动量、电荷；量纲 M：质量、能量、动量、温度；量纲 M^{-1}：长度、时间；量纲 M^{-2}：截面

$1\ \mathrm{fm} = 10^{-15}\ \mathrm{m} = 5.07\ \mathrm{GeV}^{-1}$；精细结构常数 $\alpha = 1/137 = e^2/4\pi$

量纲分析及应用举例

巴巴散射 $e^+e^- \to e^+e^-$，其中伴随有交换虚光子（此处有费曼图），散射微分截面：

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\left(\cos\theta\right)} = \frac{\pi\alpha^2}{s}\left[u^2\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{t}\right)^2 + \left(\frac{t}{s}\right)^2 + \left(\frac{s}{t}\right)^2\right], \quad s = (k+p)^2, \quad t = (k-k')^2, \quad u = (k-p')^2$$

公式左截面的量纲为 M^{-2}，s, t, u 量纲为 M^2，量纲上看，上式没问题。

粒子的运动性质

粒子的质量

速度为 $\vec{v}$ 运动的粒子，其能量 E，动量 $\vec{p}$ 和静止质量 m 满足：

$$E=\frac{m}{\sqrt{1-\vec{v}^2}},\quad \vec{p}=\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\vec{v}^2}},\quad E^2-\vec{p}^2=m^2,(\text{质壳条件})$$

实验上不稳定粒子的质量是一个几率分布（此处有图）：

$$\rho(M)=\frac{\Gamma}{2\pi\left[(M-m)^2+\Gamma^2/4\right]}$$

m 称为粒子的质量，Γ 称为粒子的宽度。

质量 m 的物理意义：最可几取值；宽度 Γ 的物理意义：质量分布半高宽。

对于一个质量为 m，宽度为 Γ 的粒子，该粒子质量测量值在 $[m-\Gamma/2, m+\Gamma/2]$ 区间的概率为 0.5，质量测量值小于 $m-\Gamma/2$ 或大于 $m+\Gamma/2$ 的概率各为 0.25。

一些粒子的质量

光子质量：接近零；电子质量：$0.51\ \mathrm{MeV}$；质子质量：$938\ \mathrm{MeV}$

粒子的寿命

粒子的寿命是粒子静止时的平均寿命。粒子产生后到衰变前存在的时间就是该粒子的寿命。粒子的寿命是大量粒子寿命的平均值，都是值粒子静止时的寿命。

粒子寿命 τ 和宽度 Γ 满足：$\Gamma\tau=1$.

分支比：不稳定粒子衰变可以有不同的衰变方式。每种衰变方式所占比例称为该衰变方式的分支比 R_i. 所有衰变方式分支比之和为 1.

寿命测量方式：若粒子寿命长，可通过粒子衰变前径迹长度确定寿命；若粒子寿命短，可通过测量粒子质量分布，量出宽度 Γ，再根据 $\Gamma\tau=1$ 计算寿命。

粒子的宽度 Γ 是粒子寿命的倒数，它的概率含义是单位时间内粒子衰变掉的概率。单位时间内粒子衰变到第 i 衰变道的概率称为该衰变道的部分宽度 Γ_i.

近域共振态：粒子的某一衰变道的末态各粒子的质量总和大于该不稳定粒子的质量，这样的粒子称为近域共振态。$f_0(980)$ 粒子是典型的近域共振态。$\dfrac{\Gamma\left(f_0(980)\to K^+K^-\right)}{\Gamma\left(f_0(980)\to\pi^+\pi^-\right)}=0.69\pm0.32$，$f_0(980)$ 粒子质量中心值为 $980\ \mathrm{MeV}$，大于末态 $K\bar{K}$ 的质量和。这是因为 $f_0(980)$ 的质量是一个几率分布，质量分布的“尾巴”部分可以衰变到 $K\bar{K}$ 末态。

以 $\omega(782)$ 为例介绍短寿命粒子的宽度测量：

粒子的电荷

粒子的电荷是量子化的；电荷在一切相互作用下都守恒；已发现粒子的电荷最大数值为 2，典型例子是 Δ 重子，它有四种带电状态 $\Delta^{++}, \Delta^{+}, \Delta^{0}, \Delta^{-}$，质量有小差别。

粒子的自旋

自旋量子化：$j=0,1/2,1,3/2,\cdots$

粒子自旋角动量绝对值的平方 $=j(j+1)$

粒子自旋角动量在任一方向的投影取值：$-j,-j+1,\cdots,j-1,j$

螺旋度：粒子自旋角动量在粒子运动方向的投影。

粒子的螺旋度在不同的参考系里可以不同。无质量粒子以光速运动，螺旋度不随参考的改变而改变。

光子自旋为 1，质量为零，有两种极化：$+1$ 右旋、-1 左旋。

粒子的磁矩

自旋磁矩 $\vec{\mu}$ 与自旋 $\vec{S}$ 的关系：

$$\vec{\mu}=g\frac{e}{2m}\vec{S}$$

e 为粒子电荷。

对任意自旋 $\vec{S}$ 不为零的带电粒子，若它与电磁场相互作用满足最小电磁作用原理，则有关系：$Sg=1$

反常磁矩：带电粒子自己产生的电磁场与自己的相互作用使自旋磁矩有微小改变。强子有内部结构，反常磁矩与强子内部结构有关系。

三、粒子的运动学描述

粒子的能量和动量

$E^2-\vec{p}^2=m^2, \vec{v}=\frac{\vec{p}}{E}=\frac{\vec{p}}{\sqrt{m^2+\vec{p}^2}}$；若粒子质量为零，则 $v=1$，即光速。

粒子动量可按纵动量（一维）和横动量（二维）进行分解。

把空间某一方向作为标准方向，可把粒子动量分解为纵动量 p_L 和横动量 $\vec{p}_T$ 之和。若沿这个标准方向作 Lorentz 变化，则 $p_L'=\gamma(p_L-\beta E), E'=\gamma(E-\beta p_L), \gamma=1/\sqrt{1-\beta^2}$，$\beta$ 是两个参考系相对速度。横动量不变 $\vec{p}_T'=\vec{p}_T$

横能量：$E_T = E\sin\theta$，θ 是粒子运动方向与标准方向的夹角。$E_T = \sqrt{(\vec{p}^2 + m^2)\sin^2\theta} = \sqrt{(\vec{p}\sin\theta)\cdot(\vec{p}\sin\theta) + m^2\sin^2\theta} = \sqrt{\vec{p}_T^2 + m^2\sin^2\theta}$. 由于横动量 $\vec{p}_T$ 在 Lorentz 变换下不变，因此不同参考系中的横能量与 θ 有关。

$$E = \sqrt{m^2 + \frac{\vec{p}_T^2}{\sin^2\theta}}$$

粒子的快度和赝快度

双曲正弦：$\mathrm{sh}(x) \equiv [\exp(x) - \exp(-x)]/2$

双曲余弦：$\mathrm{ch}(x) \equiv [\exp(x) + \exp(-x)]/2$

双曲正切：$\mathrm{th}(x) \equiv \mathrm{sh}(x)/\mathrm{ch}(x) = [\exp(x) - \exp(-x)]/[\exp(x) + \exp(-x)]$

v_L：速度在标准方向的投影。

快度 y 满足：$\mathrm{th}\,y = v_L, \quad \mathrm{sh}\,y = v_L/\sqrt{1-v_L^2}, \quad \mathrm{ch}\,y = 1/\sqrt{1-v_L^2}$

粒子的快度 y 是速度投影 v_L 的单调递增函数。当 v_L 从 -1 增加到 0 再增加到 1 时，快度 y 相应从 $-\infty$ 增加到 0 再增加到 ∞.

当 $v_L \to 0$ 时，有近似公式 $y \approx v_L$

在 Lorentz 变换下，快度的变换规律：$y' = y - y_0$，y_0 为两个参考系之间的快度。

粒子的快度用能量、动量表示：

$$y = \frac{1}{2}\ln\frac{E+p_L}{E-p_L}, \quad \mathrm{th}\,y = \frac{p_L}{E}$$

纵动量 p_L 与能量和快度的关系：

$$p_L = m_T\,\mathrm{sh}\,y, \quad E = m_T\mathrm{ch}\,y$$

横质量 $m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2}$，其沿纵向的 Lorentz 变换下不变。

赝快度 η：$\eta = -\ln\tan\frac{\theta}{2}$，$\theta$ 为粒子运动方向与标准方向的夹角。

赝快度和快度的关系：

$$y = \mathrm{th}^{-1}\left[\frac{1}{\sqrt{1+m^2/p^2}}\,\mathrm{th}\,\eta\right]$$

若粒子的质量远小于粒子的横动量，即 $m \ll p_T$，则有近似：

$$y \approx \eta - \frac{m^2}{2p_T^2}\cos\theta$$

以 π 介子为例描述赝快度和快度的差值：

实验室系和质心系

两粒子质心系总能量（θ 是两个粒子运动方向的夹角）：

$$E_{cm}=\sqrt{\left(E_1+E_2\right)^2-\left(\vec{p}_1+\vec{p}_2\right)^2}=\sqrt{m_1^2+m_2^2+2E_1E_2\left(1-v_1v_2\cos\theta\right)}$$

一个高速粒子与一个静止粒子碰撞

实验室系中粒子的纵动量和横动量取值满足椭圆方程

$$\frac{\left(p_L'-\beta_c\gamma_cE_{cm}\right)^2}{\gamma_c^2p_{cm}^2}+\frac{p_T'^2}{p_{cm}^2}=1$$

在实验室系里观测系统质心运动速度为

n 粒子反应 Lorentz 不变量

第 i 个粒子四维动量 $p_{i\mu}$

$$(p_i,p_j)=g^{\mu\nu}p_{i\mu}p_{j\nu}$$

$\mu=0$ 对应粒子能量，$g^{\mu\nu}=\mathrm{diag}\left(+,-,-,-\right)$

由能量动量守恒，n 个四维动量中只有 $n-1$ 个是独立的，可构成 $n(n-1)/2$ 个 Lorentz 不变量；再结合质壳条件，共 $n(n-3)/2$ 个独立 Lorentz 不变量。

n 体末态相空间

n 体末态相空间不变体积元：

$$\mathrm{d}\Phi(p_i;p_1,p_2,\cdots,p_n)=\delta^4\left[p_i-\sum_{f=1}^{n}p_f\right]\prod_{f=1}^{n}\frac{\mathrm{d}^3\vec{p}_f}{\left(2\pi\right)^3 2E_f}$$

p_i 为初态总四维动量，$p_1,p_2,\cdots,p_n$ 为末态 n 个粒子的四维动量。

假如所有末态粒子的质量都为零，则 n 体末态相空间不变体积 $\Phi_2=\dfrac{1}{4(2\pi)^5}$（二体末态），$\Phi_3=\dfrac{s}{32(2\pi)^7}$ （三体末态），其中 s 是 Lorentz 不变量。

$$\Phi_n=\frac{1}{4(2\pi)^5(n-1)!(n-2)!}\left(\frac{s}{16\pi^2}\right)^{n-2}$$

无量纲化的 n 体末态相空间体积：

$$\phi_n'=\frac{\Phi_n}{s^{n-2}}$$

产生粒子越多，概率越小。

四、相互作用

基态：场的能量最低的状态

物理真空：所有场都处于基态。

粒子之间的相互作用来自场之间的相互作用。

	强相互作用	电磁相互作用	弱相互作用	引力相互作用
力程	$\sim 10^{-15}\ \mathrm{m}$	∞	$\sim 10^{-18}\ \mathrm{m}$	∞
作用强度	0.15	0.0073	6.34×10^{-10}	5.90×10^{-30}
媒介粒子	介子、胶子	光子	W^+,W^-,Z^0	引力子

五、粒子的分类

规范玻色子：传递相互作用的媒介粒子。4种：光子+三种中间玻色子 $\left(\gamma,W^\pm,Z^0\right)$

轻子：不直接参与强相互作用，但可参与电磁相互作用和弱相互作用。6 种以及 6 种反粒子。自旋都为 $1/2$.

强子：直接参与强相互作用的粒子。介子：自旋为整数，重子数为 0；重子：自旋为半整数，重子数为 1.

稳定粒子和共振态

稳定粒子：不能通过强相互作用衰变的粒子。

共振态：可以通过强相互作用衰变的粒子。

轻子和夸克层次的粒子分类

规范玻色子：

费米子：

Higgs粒子：自旋为 0，实现对称性的自发破缺。

2 对称性和守恒定律

对称和对称性

对称性：若某一现象或系统在某一变换下不变，则称该现象或系统具有该变换所对应的对称性。

内部对称性：物理学中独立于空间和时间的其他性质的变换所体现的对称性。

守恒量的一般性质

守恒量的分类

有经典对应的守恒量：能量、动量、角动量、电荷。

无经典对应的守恒量：同位旋、奇异数、粲数、底数、轻子数、重子数、P宇称、C宇称、G宇称。

相加性守恒量：一个复合体的总守恒量是其各个组分所贡献该守恒量的总和。能量、动量、角动量、电荷、同位旋、奇异数、粲数、底数、轻子数、重子数。

相乘性守恒量：一个复合体的总守恒量是其各个组分所贡献该守恒量的乘积。P宇称、C宇称、G宇称。

严格守恒：守恒定律对各种相互作用的成立。

近似守恒：守恒定律对某些相互作用成立，但对另一些相互作用不成立，且运动过程中后者影响是次要的。

能量、动量、角动量、电荷：有经典对应的相加性严格守恒量。

同位旋、奇异数：无经典对应的相加性近似守恒量。

P宇称、C宇称、G宇称：无经典对应的相乘性近似守恒量。

诺特定理

经典物理中的诺特定理

若运动规律在某一不明显依赖于时间的变换下具有不变性，则必定存在一个守恒定律。

变分原理：

$$\delta S=\int \delta L\left(q_i, \dot{q}_i\right) \mathrm{d} t=0$$

运动方程：

$$\frac{\partial L}{\partial q_i}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d} t} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$$

若运动规律在某一不明显依赖于时间的连续变换（由连续参数 ξ 描写）下不变，即

$$\delta S=0=\int\sum_i\left(\frac{\partial L}{\partial q_i}\frac{\partial q_i}{\partial \xi}+\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\frac{\partial \dot{q}_i}{\partial \xi}\right)\delta\xi\mathrm{d}t=\int\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sum_i\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\frac{\partial q_i}{\partial \xi}\right)\delta\xi\mathrm{d}t$$

则有

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sum_i\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\frac{\partial q_i}{\partial \xi}\right)=0$$

也就是说，守恒量为：

$$F\equiv\sum_i\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\frac{\partial q_i}{\partial \xi}\right)$$

量子力学中的诺特定理

在量子力学中，任一系统的运动规律由系统的哈密顿量 H 描写。若系统哈密顿量在某一连续变换下不变，则必定存在一个守恒量。

Ehrenfest 定理

Ehrenfest 定理给出：

$$\frac{\mathrm{d}\langle A\rangle}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{\mathrm{i}\hbar}\langle[A,H]\rangle+\left\langle\frac{\partial A}{\partial t}\right\rangle$$

这就是说，一个不显含时间 t 的物理量是守恒量的充要条件是该物理量与 H 对易。

连续变换

对于一个连续变换，总可引入一个连续参数 ξ 来描写。$H=H(\xi)$.

运动规律在连续变换下不变意味着：

$$H(\xi+\mathrm{d}\xi)=H(\xi)$$

展开至一阶小量得到：

$$\frac{\partial H}{\partial \xi}=0$$

对于任意态 $|\psi\rangle$，有

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\left(H|\psi\rangle\right)=\frac{\partial H}{\partial \xi}|\psi\rangle+H\frac{\partial}{\partial \xi}|\psi\rangle=H\frac{\partial}{\partial \xi}|\psi\rangle$$

也即：

$$\left[H, \frac{\partial}{\partial \xi}\right] = 0$$

定义厄米算符：

$$p = -\mathrm{i}\frac{\partial}{\partial \xi}$$

则 p 是守恒量。

分立变换

分立变换：$H \to H' = UHU^{-1}$

若哈密顿量在分立变换下不变，即

$$H = H' = UHU^{-1}$$

则

$$HU = UH$$

即 U 是守恒量。

四、同位旋

质子和中子自旋相同、质量接近、电荷不同。可以把质子和中子看作同一种粒子——“核子”的不同带电状态。

π^+, π^0, π^- 三种粒子自旋相同、质量相近、电荷不同。可以把三种粒子看作 π 介子的三种不同带电状态。

如果与自旋类比，可以认为核子具有某种类似自旋的“旋”，称为同位旋。

同位旋是强相互作用下的守恒量。所有强子都具有确定的同位旋。

在同位旋空间可选定一个特殊方向，同位旋为 I 的粒子，其同位旋在这个特殊方向的投影 I_3 可能的取值为：

$$-I, -I+1, \cdots I-1, I$$

规定 I_3 的本征态就是电荷取确定值的态。同一同位旋多重态内不同 I_3 本征值的改变等于电荷的改变。

更严格的数学描述：可以引入一个内部抽象空间上的 $\mathrm{SU}(2)$ 群，强相互作用在这个内部空间的 $\mathrm{SU}(2)$ 群变换下具有不变性。

介子	J	I	I_3	b	S	Q	$m\,(\mathrm{MeV})$
π^+	0	1	1	0	0	1	139.57061
π^0	0	1	0	0	0	0	134.9770
π^-	0	1	-1	0	0	-1	139.57061

介子	J	I	I_3	b	S	Q	$m\,(\mathrm{MeV})$
K^+	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1	1	493.677
K^0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	1	0	497.611
$\bar{K}^0$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	497.611
K^-	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	-1	-1	493.677
η	0	0	0	0	0	0	547.862

重子	J	I	I_3	b	S	Q	$m\,(\mathrm{MeV})$
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0	1	938.272081
n	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	0	0	939.565413
Λ	$\frac{1}{2}$	0	0	1	-1	0	1115.683
Σ^+	$\frac{1}{2}$	1	1	1	-1	1	1189.37
Σ^0	$\frac{1}{2}$	1	0	1	-1	0	1192.642
Σ^-	$\frac{1}{2}$	1	-1	1	-1	-1	1197.449
Ξ^0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	-2	0	1314.86
Ξ^-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	-2	-1	1321.71

同位旋守恒

强相互作用反应过程中，系统在同位旋空间中的状态保持不变。即系统的 I 和 I_3 在反应前后不变。

以 π 介子与核子散射为例：

同位旋破坏

以 $\phi(1020)$ 的衰变为例。

同位旋破坏的源于同位旋多重态中不同分量之间的质量差引起的运动学效应。

同位旋破坏的本质是 u 夸克和 d 夸克的质量有差别。

五、奇异数和重子数

奇异粒子的特征：协同产生，独立衰变；快产生，慢衰变。

奇异数

奇异数只能取整数。

普通粒子的奇异数为 0，奇异粒子的奇异数由以下反应规定：

$$\pi^- p \to \Lambda \pi^- K^+$$

规定 K^+ 粒子的奇异数为 $+1$，Λ 的奇异数为 -1，然后由其他反应确定其余粒子的奇异数。

奇异数 $S=+1$ 的奇异粒子：K^0, K^+

奇异数 $S=-1$ 的奇异粒子：$K^-, \Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$

奇异数 $S=-2$ 的奇异粒子：Ξ^0, Ξ^-

奇异数 $S=-3$ 的奇异粒子：Ω^-

在强相互作用中，奇异粒子协同产生，奇异数 S 严格守恒：

$$\Delta S = 0$$

弱相互作用中，奇异数 S 可以不守恒：

$$\Delta S = 0, \pm 1$$

重子数

用重子数 b 来区别重子中的正反粒子。

$$b = \frac{1}{3}\left(n_q - n_{\bar{q}}\right)$$

其中，n_q 表示强子内部正夸克的数目，$n_{\bar{q}}$ 表示强子内部反夸克的数目。

重子：$b=+1$；反重子：$b=-1$；重子以外的粒子：$b=0$

在相互作用中重子数守恒。

重子数守恒绝对了重子的稳定性。重子数守恒决定了质子不能衰变成一个正电子和一个光子。

重子数可用于区分电中性的正反中子。中子的重子数为 1，反中子的重子数为 -1.

重子数是一个严格的内部相加性守恒量。

盖尔曼-西岛关系

强子的电荷 Q，同位旋第三分量 I_3，重子数 b，奇异数 S 满足：

$$Q = I_3 + \frac{b+S}{2}$$

$Y \equiv b+S$ 称为超荷。

粲数 C，底数 B，顶数 T，盖尔曼-西岛关系扩展为：

$$Q=I_3+\frac{b+S+C+B+T}{2}$$

目前发现的所有强子都满足这一关系。

正反粒子变换

C变换

$$C|A\rangle=C'(A)|\bar{A}\rangle$$

$C'(A)$ 是一个绝对值为 1 的数，称为态 $|A\rangle$ 的C变换因子。

对于由多个粒子构成的系统，C变换可表示为：

$$C|ABC\cdots\rangle=C'(A)C'(B)C'(C)\cdots|\bar{A}\bar{B}\bar{C}\cdots\rangle$$

C变换的性质

$$C^2=1$$

$$C^2|A\rangle=CC'(A)|\bar{A}\rangle=C'\left(\bar{A}\right)C'(A)|A\rangle$$

$$C'(A)C'\left(\bar{A}\right)=1, \quad C'\left(\bar{A}\right)=C'^*(A)$$

若 Q 是一个相加性守恒量，$|A\rangle$ 是 Q 的任意本征态，满足

$$Q|A\rangle=Q'(A)|A\rangle, \quad Q|\bar{A}\rangle=-Q'(A)|\bar{A}\rangle$$

则

$$QC|A\rangle=QC'(A)|\bar{A}\rangle=-Q'(A)C'(A)|\bar{A}\rangle=-Q'(A)C|A\rangle=-CQ|A\rangle$$

即：

$$\{Q,C\}=0$$

也就是说，所有相加性守恒量都与C变换反对易。

纯中性态和C宇称

纯中性粒子在C变换下不变，其C变换因子称为C宇称。纯中性粒子才有C宇称。或者说，C宇称就是纯中性粒子C变换的本征值。

纯中性粒子C宇称的值为 $+1$ 或 -1

C宇称是相乘性守恒量，用 $C'=\pm$ 来代替 $C'=\pm 1$

光子是纯中性粒子，其C宇称为 -1，即 $C'(\gamma)=-1$

π^0 介子也是纯中性粒子，根据电磁相互作用C宇称守恒要求以及反应方程 $\pi^0\to\gamma\gamma$，可知 $C'\left(\pi^0\right)=C'(\gamma)C'(\gamma)=+1$

正反粒子组成系统的C宇称

只有在C变换下系统的组成不变，该系统才是纯中性系统。

一对正反粒子组成的系统，若正反粒子的自旋之和为 S，正反粒子之间的相对轨道角动量为 L，则这个纯中性系统的C宇称为：

$$C'=(-1)^{L+S}$$

C变换和C宇称守恒

强相互作用和电磁相互作用在C变换下不变：通过C变换联系的两个过程规律和行为相同。

例子：$K^{*+}\to K^+\pi^-$，C变换下 $K^{*-}\to K^-\pi^+$，$K^{*\pm}$ 具有相同的质量、衰变宽度，相应衰变道的分支比也一致。

若初态是C变换的本征态，初态具有确定的C宇称，则末态也是C宇称的本征态，有和初态相同的C宇称，即**C宇称守恒**。

例子：已知 π^0 的C宇称为 $+$，光子 γ 的C宇称为 $-$，则允许：$\pi^0\to\gamma\gamma$；禁戒：$\pi^0\to\gamma\gamma\gamma$

例子：电子偶素是由正负电子构成的束缚态系统，是纯中性系统。这个纯中性系统由一对正反粒子组成，因此其C宇称为 $C'=(-1)^{L+S}, L=0, S=0,1$

$L=0, S=0, C'=(-1)^0=+$，允许 $e^+e^-\to\gamma\gamma$，禁戒 $e^+e^-\to\gamma\gamma\gamma$

$L=0, S=1, C'=(-1)^1=-$，禁戒 $e^+e^-\to\gamma\gamma$，允许 $e^+e^-\to\gamma\gamma\gamma$

七、G变换

普通介子：除了同位旋对称性所包含的相加性守恒量 I_3 以及与 I_3 相关的电荷 Q 之外，其他内部相加性守恒量都为 0 的粒子。

根据 $Q=I_3+\dfrac{b+S+C+B+T}{2}$，由于在强相互作用中 b,S,C,B,T 都是相加性守恒量，因此由普通介子的定义可知，普通介子满足 $Q=I_3$.

G变换：一个系统绕同位旋空间第二轴 I_2 旋转 π 后，再进行C变换

$$G=CR_2=C\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi I_2}$$

G变换就是除了 I_3 外，其他所有内部相加性守恒量都变号。因此，G变换的本征态必定是所有内部相加性守恒量都为零的粒子，即普通介子。

G宇称：普通介子除了 I_3 外，其他内部相加性守恒量为 0，是G变换的本征态，其本征值称为G宇称。

普通介子的G宇称：$G' = (-1)^I C'$，其中 C' 是普通介子C变换的系数，不一定是C宇称（对于纯中性普通介子，C' 才是C宇称）。

轻子没有G宇称。π^+ 介子有G宇称。质子和中子没有G宇称。K^+ 介子有G宇称。

G变换的性质

一切强子都有确定的G变换性质，但只有普通介子才有G宇称。

一切强子都有确定的C变换性质，但只有中性普通介子才有C宇称。

一个由多个强子构成的系统，只要其所具有的内部相加性守恒量除 I_3 和 Q 外都为 0，又有确定的同位旋，且 $I_3 = 0$ 分量具有确定的C宇称，则这个态具有确定的G宇称。$G' = (-1)^I C'$

由一对正反粒子组成的具有确定轨道角动量 L 和 S 的系统：$G' = (-1)^{I+L+S}$

例子：两个正反 K 介子组成的系统。K 介子同位旋 $I = 1/2$，系统总同位旋可取 $I = 0, 1$；K 介子自旋 $S = 0$，系统总自旋 $S = 0$；当系统总同位旋取 $I = 0$，有 $G' = (-1)^{I+L+S} = (-1)^L$；当系统总同位旋取 $I = 1$，有 $G' = (-1)^{I+L+S} = (-1)^{L+1}$

由几个确定G宇称的子系统所组成的系统也具有确定的G宇称，其值等于各个子系统G宇称的乘积，即G宇称是相乘性守恒量。

例子：π 介子G宇称为 -1，n 个 π 介子构成的系统 G宇称为 $(-1)^n$.

G宇称守恒

强相互作用下，G宇称守恒（强相互作用在C变换和同位旋转动下不变）。

例子：确定 $\rho(770)$ 介子的性质。

基本实验信息：实验在 $\pi^+\pi^+$ 和 $\pi^-\pi^-$ 的 末态没有发现 $\rho(770)$ 介子；实验发现了 $\rho^+ \to \pi^+\pi^0, \rho^0 \to \pi^+\pi^-, \rho^- \to \pi^-\pi^0$ 过程。

（1）由于 ρ 有 ρ^+, ρ^0, ρ^- 三种电荷分别为 $Q = +1, 0, -1$ 的态，且末态都是普通介子，则 $I = 1$；

（2）G宇称守恒要求：由于 π 介子G宇称为 -1，则 ρ 的G宇称为 $+1$.

（3）电中性的 ρ^0 介子是纯中性粒子，因此有C宇称。$G' = (-1)^I C'$ 可推出 ρ^0 介子C宇称为 $C' = -1$.

（4）考虑 $\rho^0 \to \pi^+\pi^-$，末态是纯中性系统，$C' = (-1)^{L+S} = (-1)^L$，因此 L 只能取奇数。

（5）

（6）

（7）角动量守恒：$\rho(770)$ 的总角动量 J 为奇数。

例子：确定 $\omega(782)$ 介子的性质。

P变换

P变换也称为空间反射变换。

$$\vec{x} \to -\vec{x}, \quad t \to t$$

P变换是分立变换。

P变换下

$$\vec{p} \to -\vec{p}, \quad E \to E$$

$$\vec{L} \equiv \vec{x} \times \vec{p} \to (-\vec{x}) \times (-\vec{p}) = \vec{L}$$

$$P\vec{L} = \vec{L}P$$

$P, \vec{L}$ 有共同本征态。

轨道宇称和内禀宇称

$$P^2 = 1$$

P 的本征值为 ± 1，P 的本征值称为 P 宇称。

在P变换下

$$\theta \to \pi - \theta, \quad \phi \to \pi + \phi$$

$$PY_{lm}(\theta, \phi) = (-1)^L Y_{lm}(\theta, \phi)$$

轨道宇称：

$$P' = (-1)^L$$

P变换下粒子内部波函数有一定P宇称，称为内禀宇称，简称粒子的宇称。

相对宇称和绝对宇称

只有纯中性粒子才具有绝对内禀宇称。

一对正反粒子组成的纯中性系统

$$CP\left|x, r, -x, t\right\rangle = C\left|-x, r, x, t\right\rangle = \left|x, t, -x, r\right\rangle$$

交换自旋

$$= (-1)^{S+1} |x, r, -x, t\rangle \,, \quad \text{费米子}$$

$$= (-1)^{S} |x, r, -x, t\rangle \,, \quad \text{玻色子}$$

系统C宇称 $(-1)^{L+S}$，系统绝对宇称

$$P' = (-1)^{L+1}, \quad \text{费米子}$$

$$P' = (-1)^{L}, \quad \text{玻色子}$$

宇称守恒和宇称不守恒

P宇称在强相互作用和电磁相互作用过程中守恒，在弱相互作用过程中不守恒。

CP变换

CPT定理

弱相互作用的CP不变性

CP破坏现象

CP破坏可能来源

全同粒子交换变换

P_{ij} 交换第 i 个粒子与第 j 个粒子。

$$P_{ij}^2 = 1$$

$$P_{ij}H = HP_{ij}$$

两个全同粒子组成的系统的选择规则

两粒子之间的轨道角动量记为 L，总自旋记为 S，P_{ij} 作用后，费米子：$(-1)^{L+S+1} = -1$；玻色子：$(-1)^{L+S} = +1$

无论费米子还是玻色子，两个全同粒子组成的系统满足：

$$L + S = \text{偶数}$$

广义全同粒子

同位旋对交换算符本征值的贡献：对半整数同位旋粒子贡献 $(-1)^{I+1}$，对整数同位旋粒子贡献 $(-1)^{I}$，I 为两个粒子的总同位旋。

考虑同位旋的全同性后的选择定则：

$$L+S+I+2i=\text{偶数}$$

电荷共轭交换变换

一对正反粒子组成的纯中性系统，若交换正反粒子，则系统未变，态变了。再作 C 变换，则态复原。

若系统的 C 宇称为 C' 则 CP_{ij} 作用的结果为：

费米子：$C'\left(-1\right)^{L+S+1}=-1$

玻色子：$C'\left(-1\right)^{L+S}=+1$

$$C'=\left(-1\right)^{L+S}$$

中性 K 介子的对称性

构造 CP 变换的本征态：

$$\left|K_S\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|K^0\right\rangle+CP\left|K^0\right\rangle\right)$$

$$\left|K_L\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|K^0\right\rangle-CP\left|K^0\right\rangle\right)$$

$$\left|K^0\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|K_S\right\rangle+\left|K_L\right\rangle\right)$$

K_S 介子的 CP 宇称为 $+1$，K_L 介子的 CP 宇称为 -1

正反粒子组成系统的对称性

奇特态和绝对奇特态

胶球的对称性

第3章 强子对称性和强子结构

更高对称性的探寻

$\mathrm{SU}(3)$ 群的不可约表示

$\mathrm{SU}(3)$ 群用两个参数 λ, μ 来描写，不可约表示用 $D[\lambda, \mu]$ 来标记。

$\mathrm{SU}(3)$ 群的不可约表示 $D[\lambda, \mu]$ 的维数：

$$N(\lambda, \mu)=\frac{(\lambda+1)(\mu+1)(\lambda+\mu+1)}{2}$$

不可约表示的直乘和分解

$\mathrm{SU}(N)$ 群的不可约表示通过 $N-1$ 个参数 $[\lambda_1, \cdots, \lambda_N]$ 来描写。

$\mathrm{SU}(N)$ 群的任何不可约表示都可以用杨图来描述。

$\mathrm{SU}(3)$ 理论的发展

夸克模型

夸克是一类 $J=1/2$，重子数 $b=1/3$ 的粒子。

$$Q=I_3+\frac{1}{2}(b+S+C+B+T)$$

夸克模型认为：介子由一对正反夸克构成，重子由三个夸克构成。

自旋统计关系和色空间

色对称性

每味夸克都有三色，满足 $\mathrm{SU}(3)$ 对称性，

三个夸克组成重子时，重子属于色 $\mathrm{SU}(3)$ 的一维表示（色单态的要求）。

颜色自由度的数目

五、强相互作用动力学

色相互作用和胶子

渐进自由

当两个夸克彼此靠得越近时，它们之间的强相互作用就越弱，近乎自由；而当它们距离增大时，相互作用则变得越强。

强子结构的动力学图像

价粒子（Valence Quarks）：决定强子类型和量子数的“主力”夸克。

海粒子（Sea Quarks 和 Gluons）：由量子涨落产生的短寿命虚粒子对，以“海”状分布填满强子内部。

色禁闭

色禁闭指的是所有带“色荷”（color charge）的粒子，如夸克和胶子，永远不能单独存在或被直接观测。它们只能以颜色中性（无净色荷）的组合形式存在，如质子、中子、介子等。

六、介子和重子