2-4

> 证明闵氏时空 $\left(x^1, x^2, x^3, x^4\right)$ 坐标系及 $\operatorname{diag}(-1,-1,-1,-1)$ 度规下的 Klein-Gordon 方程 $\Box\phi(x)-\left(\frac{m_0 c}{\hbar}\right)^2\phi(x)=0$ 的广义 Lorentz 变换的协变性。

在自然单位制下，x' 系中 K-G 方程为：

$$\Box'\phi'(x')-m_0^2\phi'(x')=0$$

注意到：

$$\Box'=\partial'_\mu\partial'_\mu=A_{\mu\alpha}\partial_\alpha A_{\mu\beta}\partial_\beta=\delta_{\alpha\beta}\partial_\alpha\partial_\beta=\partial_\alpha\partial_\alpha=\Box$$

并要求 ϕ 是个标量：

$$\phi'(x')=\phi(x)$$

则 x' 中 K-G 方程等价于：

$$\Box\phi(x)-m_0^2\phi(x)=0$$

因此 K-G 方程具有广义 Lorentz 变换的协变性。