

兰州大学 2020~2021 学年第 二 学期

期末考试试卷 (A 卷)

课程名称: 高等数学 (物理类) 任课教师: \_\_\_\_\_

学院: \_\_\_\_\_ 专业: \_\_\_\_\_ 年级: \_\_\_\_\_

姓名: \_\_\_\_\_ 校园卡号: \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
分数								

一、计算题 (共 54 分):

1. 求方程  $x' + x \cos y - e^{-\sin y} = 0$  的通解。

2. 求方程  $y'' - 3y' + 2y = e^{2x}$  的通解。

3. 计算极限  $\lim_{(x,y) \rightarrow (\infty, 3)} (1 + \frac{1}{2x})^{\frac{x^2}{x+y}}$

二 (10 分) 已知某直线过  $(-1, 0, 4)$ , 与平面  $3x - 4y + z = 10$  平行, 且与直线

$\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$  相交, 求该直线

三 (12 分) 已知  $z$  满足  $f(xy, \frac{x}{y}) + g(\frac{y}{x}) = z$ , 其中  $f$  具有二阶连续偏导数, 求

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$$

四 (10 分) 已知  $z$  满足  $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y}$ , 求  $dz$

五 (11 分) 已知  $dz = 2x dx - 2y dy$ , 且过  $(1, 1, 2)$ , 求  $z$  在椭圆域

$\{(x, y) | x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1\}$  时  $z$  的最值

六 (1) (12 分) 计算积分  $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^y \frac{\sin x}{x} dx$

(2) (12 分) 计算积分  $I = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dV$ , 其中  $\Omega$  是由曲线  $\begin{cases} y^2 = 2z \\ x = 0 \end{cases}$  绕  $z$  轴

旋转形成的曲面与平面  $z = 8$  所围成的空间

七 (10 分) 计算曲面积分

$\iint_{\Sigma} (f(x, y, z) + x) dy dz + (2f(x, y, z) + y) dz dx + (f(x, y, z) + z) dx dy$ , 其中

$f(x, y, z)$  连续可导,  $\Sigma$  为平面柱面  $x - y + z - 1 = 0$  在第四卦限部分的上侧

兰州大学 2020~2021 学年第 二 学期

期末考试试卷 (A 卷)

课程名称: \_\_\_\_\_ 高等数学 (物理类) \_\_\_\_\_ 任课教师: \_\_\_\_\_

学院: \_\_\_\_\_ 专业: \_\_\_\_\_ 年级: \_\_\_\_\_

姓名: \_\_\_\_\_ 校园卡号: \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
分数								

一、计算题 (共 36 分):

1. 求方程  $y' - \frac{2}{x}y = \frac{2}{x} - 2$  的通解。

2. 求方程  $y'' - 2y' + y = 0$  的通解。

3. 计算曲线积分  $\int_{\Gamma} \sqrt{x^2 + y^2} ds$ , 其中  $\Gamma$  是圆周  $x^2 + y^2 = x$

4. 求曲面  $z = x^2 + y^2 - 1$  在  $(2, 1, 4)$  点的切平面方程

5. 计算极限  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x+y) \ln(x^2 + y^2)$

6. 求与二直线  $L_1: \begin{cases} x = 3z - 1 \\ y = 2z - 3 \end{cases}$ , 和  $L_2: \begin{cases} y = 2x - 5 \\ z = 7x + 2 \end{cases}$  垂直且相交的直线方程

二 (10 分) 设  $y = g(x, z)$ , 而  $z$  是由方程  $f(x - z, xy) = 0$  所确定的  $x, y$  的函数,

求  $\frac{dz}{dx}$

三 (12 分) 设  $z = f(2x - y, y \sin x)$ , 其中  $f$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

四 (10 分) 求球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$  在抛物面  $x^2 + y^2 + z = 16$  之外部分的面积

五 (11 分) 计算曲线积分  $I = \int_L \frac{x-y}{x^2+y^2} dx + \frac{x+y}{x^2+y^2} dy$ , 其中  $L$  是按逆时针定

向的椭圆  $x^2 + 2y^2 = 1$

六 (11 分) 计算曲面积分  $I = \iint_{\Sigma} 2xdydz - ydzdx + zdxdy$ , 其中  $\Sigma$  由柱面

$x^2 + y^2 = 4$  被平面  $x + z = 2$  和  $z = 0$  所截部分的外侧

七 (10 分) 求抛物面  $x^2 + y^2 = 4z$ , 柱面  $x^2 + y^2 = 8y$ , 平面  $z = 0$  围成几何体的体积

七、 $\frac{1}{2}$

2021

一、1.  $x = e^{-\sin y}(y + C)$

2.  $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + x e^{2x}$

3.  $e^{\frac{1}{2}}$

二、
$$\begin{cases} 3x - 4y + z - 1 = 0 \\ -10x + 4y + 3z - 22 = 0 \end{cases}$$
或点向式  $\frac{x+1}{16} = \frac{y}{19} = \frac{z-4}{28}$

三、 $xyf''_{11} - \frac{x}{y^3}f''_{22} + f'_1 - \frac{1}{y^2}f'_2 - \frac{y}{x}g'' - \frac{1}{x^2}g'$

四、 $\frac{yzdx + z^2dy}{xy + yz}$

五、 $z = x^2 - y^2 + 2$ ，最大值 3，最小值 -2

六、(1)  $\sin 1 - 1$  (2)  $\frac{1024\pi}{3}$

2020

一、1、P374，例 2.10。2、P389，例 3.11。

3、P214，例 4.3。4、P88，例 2.10。

5、0。6、P28，例 2.5。

二、P125，例 4.17。三、P117，例 4.9。

四、P226，例 4.15。五、P292，例 4.7。

六、参考 P301，例 4.18。七、P200，例 3.4。