装订线内不准答题

兰州大学 2021～2022 学年第二学期

概率论与数理统计期中考试试卷

学院：<u>物理科学与技术学院</u> 专业：<u>物理类</u> 年级：________________
姓名：______________________________ 校园卡号：____________________

一、选择题（每题 4 分，共 24 分）

1. 设 A,B 为随机事件，且 $P(B)>0$，$P(A|B)=1$，则必有______。

（A）$P(A\cup B)>P(A)$　　（B）$P(A\cup B)>P(B)$

（C）$P(A\cup B)=P(A)$　　（D）$P(A\cup B)=P(B)$

2. 以 A 表示事件“甲种产品畅销，乙种产品滞销”，则其对立事件 $\overline{A}$ 为：

（A）“甲种产品滞销，乙种产品畅销”。

（B）“甲、乙两种产品均畅销”。

（C）“甲种产品滞销”。

（D）“甲种产品滞销或乙种产品畅销”。

3. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(0,1)$，对给定的 $\alpha\in(0,1)$，数 u_α 满足 $P\{X>u_\alpha\}=\alpha$，若 $P\{|X|<x\}=\alpha$，则 X 等于_______。

(A) $u_{\frac{\alpha}{2}}$.　(B) $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$.　(C) $u_{\frac{1-\alpha}{2}}$.　(D) $u_{1-\alpha}$.

4. 设随机变量 $X\sim N(\mu,\ \sigma^2)$，则随着 σ 的增大，概率 $P(\ |X-\mu|<\sigma\ )$_____。

（A）单调增大。　（B）单调减小。

（C）保持不变。　（D）增减不定。

5. 设随机变量 X、Y 相互独立且同分布，$P(X=-1)=P(Y=-1)=\frac{1}{2}$，$P(X=1)=P(Y=1)=\frac{1}{2}$，则下列各式成立的是_____。

（A）$P(X=Y)=\frac{1}{2}$　（B）$P(X=Y)=1$

（C）$P(X+Y=0)=\frac{1}{4}$　（D）$P(XY=1)=\frac{1}{4}$

6. 设两个相互独立的随机变量 X 和 Y 分别服从正态分布 $N(0,1)$ 和 $N(1,1)$，则_____。

（A）$P\{X+Y\le 0\}=\frac{1}{2}$　（B）$P\{X+Y\le 1\}=\frac{1}{2}$

（C）$P\{X-Y\le 0\}=\frac{1}{2}$　（D）$P\{X-Y\le 1\}=\frac{1}{2}$

二、填空题（每空 5 分，共 25 分）

1. 在区间（0，1）中随机地取两个数，则事件“两数之和小于 $\frac{6}{5}$”的概率为________。

2. 设三次独立试验中，事件 A 出现的概率相等，若已知 A 至少出现一次的概率等于 $\frac{19}{27}$，则事件 A 在一次试验中出现的概率为___________。

3. 设随机变量 ξ 在区间（1，6）上服从均匀分布，则方程 $x^2+\xi x+1=0$ 有实根的概率是________。

4. 设 X 和 Y 为两个随机变量，且 $P\{X\ge 0,Y\ge 0\}=\frac{3}{7}$，$P\{X\ge 0\}=P\{Y\ge 0\}=\frac{4}{7}$，则 $P\{\max(X,Y)\ge 0\}=$__________。

5. 设随机变量 X 的方差为 2，则根据切比雪夫不等式估计 $P\{|X-E(X)|\ge 2\}\le$ _________。

三、解答题（4 道题，共 51 分）

1. （13 分）设随机变量 X 的绝对值不大于 1，$P\{X=-1\}=\frac{1}{8}$，$p\{X=1\}=\frac{1}{4}$，在事件 $\{-1<X<1\}$ 出现的条件下，X 在（-1，1）内的任一子区间上取值的条件概率与该子区间的长度成正比。试求：

（1）X 的分布函数 $F(x)=p\{X\le x\}$；

（2）X 取负值的概率。

2.（12 分）设二维随机变量（X，Y）的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}2e^{-(x+2y)} & x>0,y>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

求随机变量 Z=X+2Y 的分布函数。

3. （15 分）设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|},-\infty<x<+\infty$

（1）求 EX 和 DX;

（2）求 X 与 $|X|$ 的协方差，并问 X 与 $|X|$ 是否不相关？

（3）问 X 与 $|X|$ 是否相互独立？为什么？

4. （11 分）一生产线生产的产品成箱包装，每箱的重量是随机的。假设每箱平均重 50 千克，标准差为 5 千克。若用最大载重量为 5 吨的汽车承运，试利用中心极限定理说明每辆车最多可以装多少箱，才能保障不超载的概率大于 0.977。（Φ（2）=0.977，其中 Φ（x）是标准正态分布函数。）