兰州大学 2021～2022 学年第 二 学期

期末考试试卷（A 卷）

课程名称：<u>概率论与数理统计</u> 任课教师：________________

学院：______________ 专业：______________ 年级：______________

姓名：______________ 校园卡号：______________

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

一、选择题（共 24 分）

1. 已知某运动员投球进的概率为 p，则该运动员投第 4 次球恰好是投进的第二次的概率为

A. $3p(1-p)^2$　　B. $6p(1-p)^2$　　C. $3p^2(1-p)^2$　　D. $6p^2(1-p)^2$

2.设 A,B 为随机事件，P(B)>0，P(A|B)=1,则

A. $P(A\cup B)>P(A)$　　B. $P(A\cup B)>P(B)$　　C. $P(A\cup B)=P(A)$　　D. $P(A\cup B)=P(B)$

3.已知某两个随机变量的概率密度函分别为 $f_1(x)$、$f_2(x)$,分布函数分别为 $F_1(x)$、$F_2(x)$，则下列选项中一定是概率密度函数的是

A. $f_1(x)f_2(x)$　　B. $f_1(x)F_2(x)$

C. $F_1(x)F_2(x)$　　D. $f_1(x)F_2(x)+f_2(x)F_1(x)$

4.设 X_1,X_2,X_3,X_4,且 $X_1\sim N(0,1)$，$X_2\sim N(0,2^2)$，$X_3\sim N(5,3^2)$，$p_i=P\{-2\le x\le 2\}$(i=1,2,3)，则

A. $p_1>p_2>p_3$　　B. $p_2>p_1>p_3$　　C. $p_3>p_1>p_2$　　D. $p_1>p_3>p_2$

5.已知 X,Y 的联合分布服从 $N(1,0;1,1;0)$，则 $P\{XY-Y\le 0\}=$

A. 1/4　　B. 1/3　　C. 1/2　　D. 2/3

6.设 X,Y 为随机事件，且 X,Y 独立，$U=\max\{X,Y\}$，$V=\min\{X,Y\}$，则 $E(UV)=$

A. $E(U)E(V)$　　B. $E(UX)$　　C. $E(X)E(Y)$　　D. $E(YV)$

7.已知随机变量 $X\sim t(n)$，$Y=\dfrac{1}{X^2}$ 则 Y 服从

A. $\chi^2(n)$　　B. $F(n,1)$　　C. $\chi^2(n\text{-}1)$　　D. $F(1,n)$

8.设 X_1，$X_1\cdots$，X_{16} 是来自总体 $N(\mu,4)$ 的简单随机样本，考虑假设检验问题:

$$H_0:\mu\le 10,H_1:\mu>10$$

$\Phi(x)$ 表示标准正态分布函数，若假设检验问题的拒绝域为 $W:\{\bar{X}\ge 11\}$，其中 $\bar{X}=\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}X_i$，则 μ=11.5时，该检验犯第二类错误的概率为

A. $1-\Phi(0.5)$　　B. $1-\Phi(1)$　　C. $1-\Phi(1.5)$　　D. $1-\Phi(2)$

二、填空题（16 分）

1. 设 A,B,C 满足 A,B 互不相容，A,C 互不相容，B,C 相互独立，$P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{3}$，则 $P[(B\cup C)\,|\,(A\cup B\cup C)]=$___________

2.正态分布的概率密度函数为________，已知 X_1,X_2 分别服从 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$N(\mu_2,\sigma_2^2)$，则 X_1+X_2 的数学期望为___________，方差为___________

3.估计量的评判标准是__________、____________、_________

4.甲乙两个盒子各装有 2 个红球和 2 个白球，先从甲盒中任取一球，观察颜色后放入乙盒中，再从乙盒中任取一球。令 X,Y 分别表示从甲盒和乙盒中取到的红球个数，则 X 与 Y 的相关系数为_________

三、计算题

1.将 5 个人的帽子收集后随机分配，求恰好有 2 个人分配到自己的帽子的概率。

2.已知韦布尔分布的概率密度函数为 $f(t)=\begin{cases}\lambda\beta(\lambda t)^{\beta-1}e^{-(\lambda t)^{\beta}}, t>0\\ 0, else\end{cases}$ 求其分布函数。

3.已知变量 X,Y 的联合概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{4}[1+xy(x^2-y^2)], |x|<1, |y|<1\\ 0, else\end{cases}$，试分析 X,Y 是否独立？是否相关？

4.已知某观测数据如下，画出箱线图与修正的箱线图

1 2 3 3 4 4 5 6 6 7 7 8 8

10 12 12 13 15 18 23 55

5.已知随机变量 X_1，$X_1\cdots$，X_n 均服从 $N(\mu,\sigma^2)$，且 μ 已知，σ^2 未知，求 σ^2 在置信水平为 $1-\alpha$ 的单侧置信上限。

6.某机器的工作时间均值为 10，经过改良技术后，随机抽查了 20 个机器并测试其工作时间如下，则在 α=0.95 的情况下是否认为新技术提升了平均工作时间（$\mu>10$）？

9.8	10.4	10.6	9.6	9.7	9.9	10.9	11.1	9.6	10.2
10.3	9.6	9.9	11.2	10.6	9.8	10.5	10.1	10.5	9.7

参考数据:

$t_{0.05}(19)=1.7291$，$t_{0.05}(20)=1.7247$，$t_{0.025}(19)=2.0930, t_{0.025}(20)=2.0860$

答案（选择请以选项为主，答案仅供参考）

选择

1.C　$3p^2(1-p)^2$

2. C　$P(A\cup B)=P(A)$

3. D　$f_1(x)F_2(x)+f_2(x)F_1(x)$

4.A　$p_1>p_2>p_3$

5.C　1/2

6.C　$E(X)E(Y)$

7.B　$F(n,1)$

8.B　$1-\Phi(1)$

填空

1.5/8

2.　$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$，$\mu_1+\mu_2$，$\sigma_1^2+\sigma_2^2$

3. 无偏性　有效性　一致性

4.1/5

计算题

1.　$p=\dfrac{2C_5^2}{A_5^5}=\dfrac{1}{6}$

2.　$F(t)=\begin{cases}1-e^{-(\lambda t)^\beta},t>0\\0,t\le 0\end{cases}$

3.　$E(XY)=E(X)=E(Y)=0$，不独立，不相关

4. 略

5.　$\sum_{i=1}^{n}\dfrac{(X_i-\mu)^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n)$，故单侧置信上限为 $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi_\alpha^2(n)}$

6. 设　$H_0:\mu\le 10,H_1:\mu>10$，计算得

$\bar{X}=10.2$，$S=0.5099$，$\dfrac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$=1.7541>1.7291=$t_{0.05}(19)$，故拒绝 H_0，即

认为提高了平均时间