

兰州大学 2021—2022 学年第 1 学期

期末考试试卷 (A 卷)

课程名称: 数学物理方法 任课教师: _____

学院: 物理学院 专业: _____ 年级: _____

姓名: _____ 校园卡号: _____

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
分数								

1. (24 分) 简答题。

- (A) 柯西-黎曼条件 (B) 留数定理
(C) 泰勒级数和洛朗级数的区别 (D) 傅里叶变换
(E) 拉普拉斯变换 (F) 自然边界条件

2. (8 分) 已知解析函数的实部 $u = x^3 - 3xy^2$, 求该解析函数。

3. (8 分) 求 $\frac{1}{z(z-1)}$ 分别在 $z_0 = 0$ 和 $z_0 = 1$ 的附近展开式。

4. (10 分) 计算回路积分 $I = \oint_l \frac{dz}{(z^2+1)(z-1)^2}$, 其中回路方程为 $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ 。

5. (10 分) 计算定积分 $\int_0^{2\pi} \frac{1}{3-2\cos\theta+\sin\theta} d\theta$ 。

6. (10 分) 用拉普拉斯变换求解下列 LR 串联电路方程 $\begin{cases} L \frac{di}{dt} + Ri = E \\ i(0) = 0 \end{cases}$, 其中 L 、 R 、 E 为常数。

(注: 7-10 题自选 3 题)

7. (10 分) 在半径 $r = r_0$ 的球内求解 $\Delta u = 0$ 使满足边界条件 $u|_{r=r_0} = \sin^2 \theta$ 。(提示: 勒让德

多项式 $P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$)

8. (10 分) 求定解问题

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0 \\ u_x|_{x=0} = 0; u_x|_{x=l} = 0 \\ u|_{t=0} = \cos\left(\frac{\pi x}{l}\right); u_t|_{t=0} = 0 \end{cases}$$

9. (10 分) 半径为 a 的导体球接地, 在距球心为 b 的地方放置一点电荷, $b > a$, 电量为 $4\pi\epsilon_0$ 。求导体球外的电势分布。

10. (10 分) 求边缘固定半径为 a 的圆形膜的本征振动频率(固有频率) 及本征振动模式。