证明 AB 效应中的相位差是规范不变量。

$$\delta = -rac{e}{\hbar c} \oint ec{A}(ec{r}') \cdot \mathrm{d}ec{r}'$$

设:

$$ec{A}(ec{r}') 
ightarrow ec{A}'(ec{r}') = ec{A}(ec{r}') + 
abla' \chi(ec{r}')$$

则:

$$\delta' = -\frac{e}{\hbar c} \oint \vec{A}'(\vec{r}') \cdot d\vec{r}'$$

$$= -\frac{e}{\hbar c} \oint \left( \vec{A}(\vec{r}') + \nabla' \chi(\vec{r}') \right) \cdot d\vec{r}'$$

$$= \delta - \frac{e}{\hbar c} \oint \nabla' \chi(\vec{r}') \cdot d\vec{r}'$$

$$= \delta - \frac{e}{\hbar c} \iint \nabla' \times (\nabla' \chi(\vec{r}')) \cdot d\vec{S}$$

$$= \delta - \frac{e}{\hbar c} \iint \vec{0} \cdot d\vec{S}$$

$$= \delta$$

即  $\delta$  是规范不变量。