

第6章 磁介质

基本概念

磁化强度矢量

磁化强度矢量 \vec{M} ，定义为单位体积内分子磁矩的矢量和，数学表达式为：

$$\vec{M} \equiv \lim_{\Delta V \rightarrow 0^+} \frac{\sum \vec{m}_{\text{分子}}}{\Delta V}$$

电介质公式

$$\oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = \sum_{(L\text{内})} I'$$

磁化强度与介质表面磁化电流的关系

$$M_t = i'$$

其中， M_t 是 \vec{M} 的切向分量， i' 是介质表面单位长度上的磁化电流

矢量式：

$$\vec{i}' = \vec{M} \times \vec{e}_n$$

其中， \vec{e}_n 是磁介质表面外法线的单位矢量。

只有介质表面附近 \vec{M} 有切向分量的地方 $\vec{i}' \neq \vec{0}$

磁介质中的安培环路定理

考虑磁介质，安培环路定理应写为：

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{(L\text{内})} I_0 + \mu_0 \sum_{(L\text{内})} I'$$

磁场强度矢量，记为 \vec{H} ，定义为：

$$\vec{H} \equiv \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$
$$\left\{ \begin{array}{l} \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{(L\text{内})} I_0 + \mu_0 \sum_{(L\text{内})} I' \\ \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = \sum_{(L\text{内})} I' \\ \vec{H} \equiv \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \end{array} \right. \implies \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{(L\text{内})} I_0$$

磁场的两个普遍公式（磁介质情况也适用）

磁场的“高斯定理”

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

\vec{H} 矢量的安培环路定理

$$\oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{(L\text{内})} I_0$$

磁化率和磁导率

$$\vec{M} = \chi_{\text{m}} \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = (1 + \chi_{\text{m}})\mu_0 \vec{H} = \mu\mu_0 \vec{H}$$

其中, χ_m 称为磁化率, $\mu \equiv 1 + \chi_m$ 称为磁导率

顺磁质和抗磁质

顺磁质 $\chi_m > 0$

抗磁质 $\chi_m < 0$

磁介质的边界条件

\vec{B} 的法线分量的连续性

$$\vec{e}_n \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0, \text{ 或 } B_{2n} = B_{1n}$$

在边界面两侧磁感应强度的法线分量连续

\vec{H} 的切线分量的连续性

$$H_{2t} = H_{1t}, \text{ 或 } \vec{e}_n \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{0}$$

在边界面两侧磁场强度矢量的切线分量连续

磁路定理

磁感应管叫作磁路。

闭合电路：

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \sum_i IR_i \\ &= I \sum_i R_i \\ &= I \sum_i \frac{l_i}{\sigma_i S_i} \end{aligned}$$

磁路：

$$\begin{aligned} NI_0 &= \oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \\ &= \sum_i H_i l_i \\ &= \sum_i \frac{B_i l_i}{\mu_i \mu_0} \\ &= \sum_i \frac{\Phi_{Bi} l_i}{\mu_i \mu_0 S_i} \end{aligned}$$

磁路定理

$$\begin{cases} \text{磁动势 } \mathcal{E}_m = NI_0 \\ \text{磁阻 } R_{mi} = \frac{l_i}{\mu_i \mu_0 S_i} \\ \text{磁势降落 } H_i l_i = \Phi_B R_{mi} \end{cases}$$

$$\mathcal{E}_m = \sum_i H_i l_i = \Phi_B \sum_i R_{mi}$$

电路和磁路的对比

电路	电动势 \mathcal{E}	电流 I	电导率 σ_i	电阻 $R_i = \frac{l_i}{\sigma_i S_i}$	电势降落 IR_i
磁路	磁动势 $\mathcal{E}_m = NI_0$	磁感应通量 Φ_B	磁导率 $\mu_i \mu_0$	磁阻 $R_{mi} = \frac{l_i}{\mu_i \mu_0 S_i}$	磁势降落 $H_i l_i = \Phi_B \frac{l_i}{\mu_i \mu_0 S_i}$

磁场的能量和能量密度

磁场的能量密度

$$w_{\text{m}} = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$$

磁场的能量

$$W_{\text{m}} = \iiint_V w_{\text{m}} \text{d}V = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{B} \cdot \vec{H} \text{d}V$$