

证明 AB 效应中的相位差是规范不变量。

$$\delta = -\frac{e}{\hbar c} \oint \vec{A}(\vec{r}') \cdot d\vec{r}'$$

设：

$$\vec{A}(\vec{r}') \rightarrow \vec{A}'(\vec{r}') = \vec{A}(\vec{r}') + \nabla' \chi(\vec{r}')$$

则：

$$\begin{aligned} \delta' &= -\frac{e}{\hbar c} \oint \vec{A}'(\vec{r}') \cdot d\vec{r}' \\ &= -\frac{e}{\hbar c} \oint \left(\vec{A}(\vec{r}') + \nabla' \chi(\vec{r}') \right) \cdot d\vec{r}' \\ &= \delta - \frac{e}{\hbar c} \oint \nabla' \chi(\vec{r}') \cdot d\vec{r}' \\ &= \delta - \frac{e}{\hbar c} \iint \nabla' \times (\nabla' \chi(\vec{r}')) \cdot d\vec{S} \\ &= \delta - \frac{e}{\hbar c} \iint \vec{0} \cdot d\vec{S} \\ &= \delta \end{aligned}$$

即 δ 是规范不变量。