1.试讨论静电平衡下空腔、实心导体的性质

空腔:若腔内无电荷,则在静电平衡下,导体壳的内表面上处处没有电荷,电荷只能分布在外表面,空腔内没有电场,空腔内的电势处处相等;若腔内有其他带电体,在静电平衡状态下,导体壳的内表面所带电荷与腔内电荷的代数和为 0

实心导体:在达到静电平衡时,实心导体内部处处没有未抵消的净电荷,电荷只分布在导体的表面,导体是个等势体,导体表面是个等势面,导体以外靠近其表面地方的场强处处与表面垂直,大小为 $E=rac{\sigma_e}{\varepsilon_0}$

2.某球形介质球在匀强电场 E 下被均匀极化,该介质的介电常量为 ε ,求球心处的电场强度大小

思路:均匀极化,极化电荷只分布在介质球表面,介质球内部没有极化电荷;球坐标下求解

解:

 $\Leftrightarrow z$ 轴于原电场 \vec{E} 同向平行,

$$P = \chi_e \varepsilon_0 E$$
 $= (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E$
 $\sigma'_e = \vec{P} \cdot \vec{e}_n$
 $= P \cos \theta$
 $= (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E \cos \theta$
 $dq' = \sigma_e dS$
 $= \sigma_e R^2 \sin \theta d\theta d\varphi$
 $= (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 R^2 E \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi$
 $dE'_z = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq'}{R^2} \cdot \cos \theta$
 $= -\frac{(\varepsilon - 1)E \cos^2 \theta \sin \theta d\theta d\varphi}{4\pi}$

(其中,正负代表方向)

$$\begin{split} E_z' &= \iint_S \mathrm{d}E_z' \\ &= -\frac{(\varepsilon - 1)E}{4\pi} \iint_S \cos^2 \theta \sin \theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi \\ &= -\frac{(\varepsilon - 1)E}{4\pi} \int_{\varphi = 0}^{\varphi = 2\pi} \mathrm{d}\varphi \int_{\theta = 0}^{\theta = \pi} \cos^2 \theta \sin \theta \mathrm{d}\theta \\ &= -\frac{(\varepsilon - 1)E}{3} \end{split}$$

实际电场是E, E'的矢量和:

$$E_{real} = E' + E$$

$$= -\frac{(\varepsilon - 1)E}{3} + E$$

$$= \frac{(4 - \varepsilon)E}{3}$$

3:

无电流:均无变化(垂直方向磁感应强度为零,故不变化)

有电流:平行方向无变化,垂直方向有变化.

麦克斯韦方程组的两条积分形式:

$$\oint\limits_{S} ec{B} \cdot \mathrm{d}ec{S} = 0$$
 $\oint\limits_{L} ec{H} \cdot \mathrm{d}ec{l} = \iint\limits_{S} (ec{j}_{0} + rac{\partial ec{D}}{\partial t}) \cdot \mathrm{d}ec{S}$

微分形式为:

$$egin{aligned}
abla \cdot ec{B} &= 0 \
abla imes ec{H} &= ec{j}_0 + rac{\partial ec{D}}{\partial ec{t}} \end{aligned}$$

注意到,在各向同性线性介质中, $ec{B}=\mu\mu_0ec{H}$

于是:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$abla imes ec{B} = rac{1}{\mu \mu_0} (ec{j}_0 + rac{\partial ec{D}}{\partial ec{t}})$$

考虑恒定情况,且空间内无电流,则 $\nabla\cdot\vec{B}=0, \nabla imes\vec{B}=\vec{0}$,由于磁感应强度为平行线,不妨以磁感应强度方向为 x 轴建右手系,记 $\vec{B}=(B_x,0,0)$,其中, B_x 是场点 (x,y,z) 的函数

$$abla \cdot ec{B} \Longrightarrow rac{\partial B_x}{\partial x} = 0$$
 $abla imes ec{B} = ec{0} \Longrightarrow rac{\partial B_x}{\partial y} = 0, \ rac{\partial B_x}{\partial z} = 0$

于是磁感应强度沿平行方向和垂直方向不变化

若空间内有电流,则 $\nabla imes \vec{B}
eq \vec{0}$,但 $\nabla \cdot \vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} = 0$,于是沿平行方向磁感应强度无变化,沿垂直方向有变化

4.

电流连续性方程:

$$\iint\limits_{S} \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

物理本质: 电荷守恒定律

基尔霍夫定律:

基尔霍夫第一方程组: 汇于节点的各支路电流的代数和为 0

基尔霍夫第二方程组:绕回路环绕一周,电势降落的代数和为0

物理意义:不知道

5.直导线两端无电动势,整个回路有电动势,因为直导线处处与涡旋电场垂直

6

磁动势: $\mathscr{E}_m = NI_0$

磁阻: $R_{mi} = \frac{l_i}{\mu_0 \mu S_i}$

磁势下降: $H_i l_i = \Phi_B \sum_i R_{mi} = \Phi_B \sum_i rac{l_i}{\mu_0 \mu_i S_i}$

磁路定理: $\mathscr{E}_m = \sum\limits_i H_i l_i = \varPhi_B \sum\limits_i R_{mi}$

电阻的阻抗: $Z_R = R$

电阻的相位: $\varphi=0$

电容的阻抗: $Z_C=rac{1}{\omega C}$

电容的相位: $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

电感的阻抗: $Z_L = \omega L$

电感的相位: $\varphi = \frac{\pi}{2}$

例子1: 电阻和电容串联

$$egin{aligned} ilde{Z} &= R + rac{1}{\mathrm{j}\omega C} = R - rac{1}{\omega C}\mathrm{j} \ Z &= | ilde{Z}| = \sqrt{R^2 + (rac{1}{\omega C})^2} \ arphi &= rctan(-rac{1}{\omega CR}) \end{aligned}$$

例子2: 电阻和电感串联

$$egin{aligned} ilde{Z} &= R + \mathrm{j}\omega L \ Z &= | ilde{Z}| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \ arphi &= rctanrac{\omega L}{R} \end{aligned}$$

8

$$egin{aligned} & igoplus_{S} ec{D} \cdot \mathrm{d}ec{S} = q_{0} \ & \oint_{L} ec{E} \cdot \mathrm{d}ec{l} = - \iint_{S} rac{\partial ec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}ec{S} \ & \iint_{S} ec{B} \cdot \mathrm{d}ec{S} = 0 \ & \oint_{S} ec{H} \cdot \mathrm{d}ec{l} = \iint_{S} (ec{j}_{0} + rac{\partial ec{D}}{\partial t}) \cdot \mathrm{d}ec{S} \end{aligned}$$

物理本质(我不确定): 电介质中的高斯定理、静电场环路定理+法拉第电磁感应定律、磁场的高斯定理、安培环路定理+麦克斯韦位移电流假说

_\

1.(1):

$$\oint_S ec{D} \cdot \mathrm{d}ec{S} = \sum_{(S
eq 1)} q_0$$
 $D = \sigma$ $ec{D} = arepsilon_0 ec{E} + ec{P} = rac{arepsilon}{arepsilon - 1} ec{P}$ $\sigma = rac{arepsilon_1}{arepsilon_1 - 1} P_1 = rac{arepsilon_2}{arepsilon_2 - 2} P_2$

上极板上缘:

$$\sigma_{e1}' = P_{1n} = -rac{\sigma(arepsilon_1-1)}{arepsilon_1}$$

下极板下缘:

$$\sigma_{e2}' = P_{2n} = rac{\sigma(arepsilon_2 - 1)}{arepsilon_2}$$

交界处:

$$\sigma_e' = \sigma rac{arepsilon_1 - arepsilon_2}{arepsilon_1 arepsilon_2}$$

1.(2):

$$C=rac{Q}{U}=rac{\sigma S}{E_1d_1+E_2d_2}=rac{arepsilon_1arepsilon_2arepsilon_0S}{arepsilon_2d_1+arepsilon_1d_2}$$

2

设单位宽度上的电流强度为i

答案: $\frac{\mu_0 i}{2}$

由毕奥-萨伐尔定律,无限长电流强度为 I 的载流直导线

$$2\pi rB = \mu_0 I$$

于是:

$$B=rac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

在无限大平面上:

$$dB = \frac{\mu_0 i \sin \theta}{2\pi r_0} dx = \frac{\mu_0 i}{2\pi r_0} \cdot \frac{r_0}{\sin^2 \theta} d\theta = \frac{\mu_0 i}{2\pi \sin \theta} d\theta$$
$$(d\theta) \sin \theta = \frac{\mu_0 i}{2\pi} d\theta$$

积分得:

$$B = \int (\mathrm{d} heta) \sin heta = \int_{ heta=0}^{ heta=\pi} rac{\mu_0 i}{2\pi} \mathrm{d} heta = rac{\mu_0 i}{2}$$

安培环路定理验证:

$$2 \cdot xB = x\mu_0 i$$

解得:

$$B = rac{\mu_0 i}{2}$$

3

答案: $\frac{\sqrt{2}\mu_0Iva^2}{4\pi x(x+a)}$

上下两边产生的动生电动势相互抵消, 故只用考虑左右两边

左边电动势的大小:

$$\mathscr{E}_1 = rac{\sqrt{2}}{2} va \cdot rac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

右边电动势的大小:

$$\mathscr{E}_2 = rac{\sqrt{2}}{2} va \cdot rac{\mu_0 I}{2\pi (x+a)}$$

于是:

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2 = rac{\sqrt{2}\mu_0 I v a^2}{4\pi x (x+a)}$$

方向为顺时针

答案: $P' \approx 31 \mathrm{W}$

$$R=rac{U^2}{P_{f ar{i}ar{i}ar{j}}}=1210~\Omega$$
 $ilde{Z}= ilde{Z}_R+ ilde{Z}_C=R-rac{1}{\omega C}{f j}$ $Z=\sqrt{R^2+(rac{1}{\omega C})^2}$ $I'=rac{U}{Z}$ $P'=I'^2R$