

兰州大学 2021 ~ 2022 学年 第 1 学期

期末考试试卷 (A 卷)

课程名称: 数学物理方法 任课教师: 王永强 孙志峰 伊里 俞重星  
学 院: 物理学院 专 业: 年 级:   
姓 名: 校 园 卡 号:

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						
阅卷教师						

1. (每小题 4 分, 共 24 分) 简答题.

- (A) 柯西-黎曼条件 (B) 留数定理  
(C) 泰勒级数和洛朗级数的区别  
(D) 傅里叶变换 (E) 拉普拉斯变换  
(F) 自然边界条件

2. (8 分) 已知解析函数的实部  $u = x^2 - 3xy^2$ , 求该解析函数.

3. (8 分) 求  $\frac{1}{z(z-1)}$  分别在  $z_0 = 0$  和  $z_0 = 1$  的附近展开式. *洛朗级数*

4. (10 分) 计算回路积分  $I = \oint_C \frac{dz}{(z^2 + 1)(z - 1)^2}$  其中回路  $C$  为  $|z| = 2$   
 $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$

5. (10 分) 计算定积分  $\int_0^{2\pi} \frac{1}{3 - 2\cos\theta + \sin\theta} d\theta$

6. (10 分) 用拉普拉斯变换求解下列 LR 串联电路方程  $\begin{cases} L \frac{di}{dt} + Ri = E \\ i(0) = 0 \end{cases}$ ,  
其中  $L, R, E$  为常数.

(注: 7-10 题自选 3 题)

7. (10 分) 在半径为  $r = r_0$  的球内求解  $\Delta u = 0$  使满足边界条件  $u|_{r=r_0} = \sin^2 \theta$ . (提示: 勒让德多项式  $P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$ )

8. (10 分) 求定解问题

$$\begin{cases} u_{xx} - a^2 u_{yy} = 0 \\ u_x|_{x=0} = 0; \quad u_x|_{x=l} = 0 \\ u|_{y=0} = \cos(\frac{\pi x}{l}); \quad u|_{y=b} = 0 \end{cases}$$

9. (10 分) 半径为  $a$  的导体球接地, 在距球心为  $b$  的地方放置一点电荷,  $b > a$ , 电量为  $4\pi\epsilon_0$ . 求导体球外的电势分布.

10. (10 分) 求边缘固定半径为  $a$  的圆形膜的本征振动频率 (固有频率) 及本征振动模式.