兰州大学 2019—2020 学年第 1 学期

期末考试试卷（A 卷）

课程名称：<u>数学物理方法</u> 任课教师：______________

学院：<u>物理学院</u> 专业：__________ 年级：__________

姓名：______________ 校园卡号：______________

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
分数								

1.（5 分）推导复变函数可导的柯西——黎曼条件。

2.（10 分）求 $\dfrac{1}{z(z-1)}$ 在环形区域 $0<|z|<1$ 和 $|z|>1$，在 $z_0=0$ 处的展开式。

3.（10 分）计算回路积分 $I=\oint_l \dfrac{dz}{\left(z^2+1\right)\left(z-1\right)^2}$，其中回路方程为 $x^2+y^2-2x-2y=0$。

4.（10 分）计算定积分 $I=\int_0^{2\pi}\dfrac{d\theta}{1+\varepsilon\cos\theta}$，其中（$0<\varepsilon<1$）。

5.（10 分）用拉普拉斯变换求解下列 LR 串联电路方程 $\begin{cases} L\dfrac{di}{dt}+Ri=E \\ i(0)=0 \end{cases}$，其中 L,R,E 为常数。

6.（10 分）证明 $\nabla\cdot(\varphi\vec{A})=\vec{A}\cdot(\nabla\varphi)+\varphi\nabla\cdot\vec{A}$，并据此由 Gauss 公式证明 Green 公式。

注：Gauss 公式 $\int_{\Omega}\nabla\cdot\vec{A}dV=\int_{\partial\Omega}\vec{A}\cdot d\vec{S}$

Green 公式 $\int_{\partial\Omega}(\psi\nabla\varphi-\varphi\nabla\psi)\cdot d\vec{S}=\int_{\Omega}(\psi\nabla^2\varphi-\varphi\nabla^2\psi)\cdot dV$

7.（15 分）求解定解问题。（**注：7-10 题自选 3 题**）

$$\begin{cases} u_{tt}-a^2u_{xx}=0 \\ u_x|_{x=0}=0;u_x|_{x=l}=0 \\ u|_{t=0}=\cos\left(\dfrac{\pi x}{l}\right)+0.3\cos\left(\dfrac{3\pi x}{l}\right);u_t|_{t=0}=0 \end{cases}$$

8. （15 分）半径为 a 的导体球接地,放在强度 E 的匀强电场中,求球外电势、电场、以及导体球表面面电荷密度。已知 $\nabla=\vec{e}_r\dfrac{\partial}{\partial r}+\vec{e}_\theta\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial\theta}+\vec{e}_\varphi\dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial}{\partial\varphi}$

9. （15 分）求边缘固定半径为 b 的圆形膜的本征振动频率(固有频率) 及本征振动模式。

10.（15 分）数学物理方程反映了同一类现象的共同规律,各个具体问题所处的特定“环境”(边界条件)决定了其特殊性的一面,试简述你边界条件的认识(从边界条件的分类、边界条件与本征值的关系、自然边界条件等方面阐述)。