

选择题(本题有14道小题，每小题4分，共56分)

1. 若集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.

- A. $\{1\}$ B. $\{2\}$ C. $\{3\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$

答 案 C

解 析 集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \cap B = \{3\}$.
故 选 C .

2. 已知函数 $f(x) = -x^2 + (m-2)x + (m^2 - 7m + 1)$ 为偶函数，则 m 的值是 (\quad) .

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

答 案 B

解 析 若函数 $f(x) = -x^2 + (m-2)x + (m^2 - 7m + 1)$ 为偶函数，
则 $m-2=0$,
解得 $m=2$.
故 选 B .

3. 若多项式 $2x^2 + 7x + m$ 分解因式的结果中有因式 $x+3$, 则此多项式分解因式的结果中另一个因式为 (\quad) .

- A. $x+1$ B. $x-1$ C. $2x-1$ D. $2x+1$

答 案 D

解 析 设此多项式分解因式的结果中另一个因式为 $ax+b$,
则 $(x+3)(ax+b) = ax^2 + (3a+b)x + 3b = 2x^2 + 7x + m$,
 $\therefore \begin{cases} a=2 \\ 3a+b=7 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$,
则另一个因式为 $2x+1$.
故 选 D .

4. 已知集合 $P = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $Q = \{x | 0 \leq x \leq 3\}$, 给出从 P 到 Q 的四个对应关系：

① $f: x \rightarrow y = |x|$; ② $f: x \rightarrow y = x+1$; ③ $f: x \rightarrow y = \frac{1}{2}x$; ④ $f: x \rightarrow y^2 = x$, 其中能构成从 P 到 Q 的函数个数为 (\quad) .

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

答 案 C

解 析 对于①，当 $x \in \{x | -1 \leq x \leq 2\}$ 时， $y = |x| \in [0, 2]$, 则每一个 x 都有唯一 y 与之对应，故①能构成函数；
对于②，当 $-1 \leq x \leq 2$ 时， $y = x+1 \in [0, 3]$, 则每一个 x 都有唯一的 y 与之对应，故②能构成函数；
对于③，当 $-1 \leq x < 0$ 时， $y = \frac{1}{2}x \in \left[-\frac{1}{2}, 0\right)$, 此时无 y 的值与之对应，故③不能构成函数；
对于④，当 $-1 \leq x < 0$ 时，不存在 y 的值与之对应，故④不能构成函数；
综上所述，能构成从 P 到 Q 的函数的个数为2个。
故 选 C .

5. 下列函数中值域为 $(0, +\infty)$ 的是 (\quad) .

- A. $y = \frac{1}{x}$ B. $y = \log \frac{1}{3} x$ C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ D. $y = x^{\frac{1}{2}}$

目录

选择题(本题有14道小题，每小题4分，...

填空题(共6个小题,每小题4分,共24分)

解答题(共4题,共40分)

目录

选择题(本题有14道小题, 每小题4分, ...)

填空题(共6个小题, 每小题4分, 共24分)

解答题(共4题, 共40分)

解析 A项. $y = \frac{1}{x}$ 的值域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 不符合题意;
B项. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 的值域为 \mathbf{R} , 不符合题意;
C项. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 的值域为 $(0, +\infty)$, 符合题意;
D项. $y = x^{\frac{1}{2}}$ 的值域为 $[0, +\infty)$, 不符合题意.
故选C.

6. 下列函数与 $y = x$ 有相同图象的一个函数是 ().

A. $y = \sqrt{x^2}$

B. $y = \frac{x^2}{x}$

C. $y = a^{\log_a x} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$

D. $y = \log_a a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$

答案 D

解析 A选项, $y = \sqrt{x^2} = |x|$, 与 $y = x$ 对应关系不同, 故图象不同, A错;
B选项, $y = \frac{x^2}{x}$ 定义域为 $\{x | x \neq 0\}$, 与 $y = x$ 定义域不同, B错;
C选项, $y = a^{\log_a x}$ 定义域为 $\{x | x > 0\}$, 与 $y = x$ 定义域不同, 故C错;
D选项, $y = \log_a a^x$ 与 $y = x$ 定义域相同, 对应关系也相同, 所以两函数图象相同, 故D正确.
综上, 故选D.

7. 函数 $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x-1}$ 的定义域是 ().

A. $\{x | x > -1, x \neq 1\}$

B. $\{x | x > 1\}$

C. $\{x | x \geq -1\}$

D. $\{x | x \geq 1\}$

答案 A

解析 由题意, $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases}$, 解得 $x > -1$ 且 $x \neq 1$,
则函数 $f(x)$ 的定义域是 $\{x | x > -1 \text{ 且 } x \neq 1\}$.
故选A.

8. 已知 $f(x) = ax^3 + bx - 4$, 其中 a, b 为常数, 若 $f(-2) = 2$, 则 $f(2)$ 的值等于 ().

A. -2

B. -4

C. -6

D. -10

答案 D

解析 $f(-2) = -8a - 2b - 4 = 2$, $\therefore 8a + 2b = -6$
 $\therefore f(2) = 8a + 2b - 4 = -6 - 4 = -10$.

9. 设 S 是非空集合, 且满足两个条件: $S \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 若 $a \in S$, 则 $6-a \in S$ 那么 S 的个数为 ().

A. 4

B. 5

C. 7

D. 31

答案 C

解析 将 $1, 2, 3, 4, 5$ 分成3组, $1, 5$ 一组, $2, 4$ 一组, 3 单独一组,
 \therefore 若 $a \in S$, 则 $6-a \in S$,
 $\therefore 1, 5, 2, 4, 3$ 同时属于 S 或同时不属于 S ,
又 S 是非空集合, 则 S 的个数为 $2^3 - 1 = 7$ 个.
故选C.

目录

选择题(本题有14道小题, 每小题4分, ...)

填空题(共6个小题, 每小题4分, 共24分)

解答题(共4题, 共40分)

10. 已知关于 x 的方程 $(m-1)x^2+3x+1=0$ 有两个不相等的正实数根, 则 m 的取值范围是().

- A. $-\frac{5}{4} < m < 1$ B. $-\frac{5}{4} \leq m < 1$
C. $-\frac{5}{4} < m \leq 1$ D. $m \leq -\frac{5}{4}$ 或 $m > 1$

答案 A

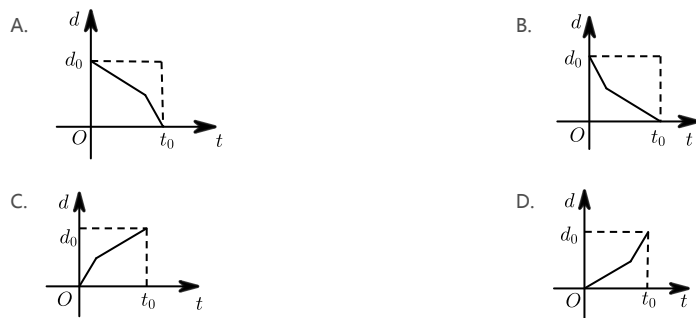
解析 \because 关于 x 的方程 $(m-1)x^2+3x+1=0$ 有两个不相等的正实数根,

$$\therefore \begin{cases} \Delta = 9 + 4(m-1) > 0 \\ -\frac{3}{m-1} > 0 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} m > \frac{5}{4} \\ m < 1 \\ m < 1 \end{cases}$$

$$\text{解得 } -\frac{5}{4} < m < 1.$$

故选A.

11. 某学生离家去学校, 由于怕迟到, 所以一开始就跑步, 等跑累了再走余下的路程. 在下图的纵轴表示离学校的距离, 横轴表示出发后的时间, 则下图中的四个图形中较符合该学生的走法的是().



答案 B

解析 \because 随着时间增加, 该学生离学校的距离越来越小,

\therefore 排除C, D,

又学生先跑后走,

\therefore 该学生开始的变化率大, 后来的变化率变小,

\therefore 排除A.

故选B.

12. 如果奇函数 $f(x)$ 在区间 $[3, 7]$ 上是增函数且最大值为5, 那么 $f(x)$ 在区间 $[-7, -3]$ 上是().

- A. 减函数且最大值是-5 B. 增函数且最大值是-5
C. 增函数且最小值是-5 D. 减函数且最小值是-5

答案 C

解析 \because 奇函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称,

\therefore 若 $f(x)$ 在区间 $[3, 7]$ 上是增函数, 且最大值为5, 那么函数 $f(x)$ 在区间 $[-7, -3]$ 上是增函数且最小值是-5.

故选C.

13. 设 $a = 0.6^7$, $b = 7^{0.6}$, $c = \log_{0.6} 7$, 则 a, b, c 的大小关系是().

- A. $c < b < a$ B. $c < a < b$
C. $a < c < b$ D. $a < b < c$

答案 B

解析
学生版

由指数函数和对数函数的性质可知，
教师版 答案版
 $a = 0.6^7 \in (0, 1)$ ， $b = 7^{0.6} > 1$ ， $c = \log_{0.6} 7 < 0$ ，
 $\therefore c < a < b$ 。
故选B。

编辑

目录

选择题(本题有14道小题，每小题4分，...

填空题(共6个小题，每小题4分，共24分)

解答题(共4题，共40分)

14. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(-x) = -f(x+4)$ ，当 $x > 2$ 时， $f(x)$ 单调递增，如果 $x_1 + x_2 < 4$ ，且 $(x_1 - 2) \cdot (x_2 - 2) < 0$ ，那么 $f(x_1) + f(x_2)$ 的值()。

A. 恒小于0 B. 恒大于0 C. 可能为0 D. 可正可负

答案 A

解析 $\because (x_1 - 2)(x_2 - 2) < 0$ ，
 \therefore 不妨设 $x_1 - 2 > 0$ ， $x_2 - 2 < 0$ ，则 $x_1 > 2$ ， $x_2 < 2$ ， $4 - x_2 > 2$ ，
又 $\because x_1 + x_2 < 4$ ，
 $\therefore x_1 < 4 - x_2$ ，
 \because 当 $x > 2$ 时， $f(x)$ 单调递增，
 $\therefore f(x_1) < f(4 - x_2)$ ，
对于 $f(-x) = -f(x+4)$ ，把 x 换成 $-x_2$ ，则可得 $f(x_2) = -f(4 - x_2)$ ，
即 $f(4 - x_2) = -f(x_2)$ ，
 $\therefore f(x_1) < -f(x_2)$ ，
即 $f(x_1) + f(x_2) < 0$ 。
故选A。

填空题(共6个小题,每小题4分,共24分)

15. 计算：

(1) $\log_2 \sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案 $\frac{1}{2}$

解析 $\log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ 。

(2) $\log_3 5 - \log_3 15 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案 -1

解析 $\log_3 5 - \log_3 15 = \log_3 \frac{5}{15} = \log_3 \frac{1}{3} = -1$ 。

(3) $(0.25)^{-0.5} + \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} - (6.25)^{0.25} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案 0

解析 $(0.25)^{-0.5} + \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} - 6.25^{0.25}$
 $= \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} - 6.25^{\frac{1}{4}}$
 $= (2^{-2})^{-\frac{1}{2}} + (3^{-3})^{-\frac{1}{3}} - (5^4)^{\frac{1}{4}}$
 $= 2 + 3 - 5 = 0$ 。

16. 函数 $f(x) = -x^2 - 4x + 3 (-3 \leq x \leq 0)$ 的最大值为 _____，最小值为 _____。

2. 3

解析 $f(x) = -x^2 - 4x + 3 = -(x+2)^2 + 7$,
 $\therefore -3 \leq x \leq 0$,
 \therefore 当 $x = -2$ 时, $f(x)$ 取得最大值 7 ,
 当 $x = 0$ 时 $f(x)$ 取得最小值 3 .

目录

选择题(本题有14道小题, 每小题4分, ...)

填空题(共6个小题,每小题4分,共24分)

解答题(共4题,共40分)

17. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (x \in \mathbf{R})$ 的部分对应值如表:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	6	0	-4	-6	-6	-4	0	6

则不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集是 _____ .

答案 $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$

解析 由表可设, $y = a(x+2)(x-3)$,
 又 $\because x = 0, y = -6$, 代入知 $a = 1$.
 $\therefore y = (x+2)(x-3)$,
 $\therefore ax^2 + bx + c = (x+2)(x-3) > 0$
 得 $x > 3$ 或 $x < -2$,
 故答案为: $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$.

18. 若函数 $f(x) = \frac{x+a}{x^2+bx+1} (x \in [-1, 1])$ 是奇函数, 则 $a =$ _____ , $b =$ _____ .

答案 1. 0

2. 0

解析 若函数 $f(x) = \frac{x+a}{x^2+bx+1} (x \in [-1, 1])$ 是奇函数,
 则 $\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(-1) + f(1) = 0 \end{cases}$,
 即 $\begin{cases} a = 0 \\ \frac{-1}{2-b} + \frac{1}{2+b} = 0 \end{cases}$,
 解得 $a = 0, b = 0$.

19. 已知 $f(x) = \begin{cases} -2x, & x < -1 \\ 2, & -1 \leq x \leq 1 \\ x, & x > 1 \end{cases}$, $a = f(-2)$, 则 a 的值为 _____ , $f(a)$ 的值为 _____ .

答案 1. 4

2. 4

解析 由题意, $a = f(-2) = (-2) \times (-2) = 4$,
 $f(a) = f(4) = 4$.

20. 关于 x 的方程 $(x^2 - 1)^2 - |x^2 - 1| + k = 0$ 给出下列四个命题:

- ① 存在实数 k , 使得方程恰有 2 个不同的实根;
- ② 存在实数 k , 使得方程恰有 4 个不同的实根;
- ③ 存在实数 k , 使得方程恰有 5 个不同的实根;
- ④ 存在实数 k , 使得方程恰有 7 个不同的实根;
- ⑤ 存在实数 k , 使得方程恰有 8 个不同的实根.

目录

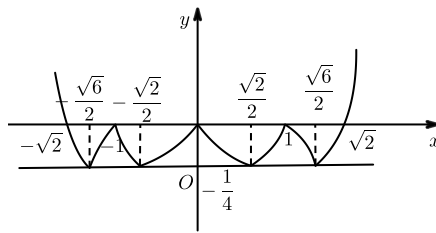
选择题(本题有14道小题, 每小题4分, ...)

填空题(共6个小题, 每小题4分, 共24分)

解答题(共4题, 共40分)

答案 ①②③⑤

解析 令 $f(x) = (x^2 - 1)^2 - |x^2 - 1|$, 该函数为偶函数, 作出该函数的图象如图所示,



其当 x 轴有5个交点, $(-\sqrt{2}, 0)$, $(-1, 0)$, $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(\sqrt{2}, 0)$,

当 $-k > 0$, 即 $k < 0$ 时, 方程恰有2个不同的实根,

当 $k = 0$ 时, 方程恰有5个不同的实根,

当 $-\frac{1}{4} < -k < 0$, 即 $0 < k < \frac{1}{4}$ 时, 方程恰有8个不同的实根,

当 $k = \frac{1}{4}$ 时, 方程恰有4个不同实根, 当 $k > \frac{1}{4}$ 时, 方程无实根,

综上所述, 正确命题的序号是①②③⑤.

解答题(共4题, 共40分)

21. 设集合 $A = \left\{ x \mid \frac{x+3}{x-1} < 0 \right\}$, $B = \{x \mid m-3 < x < m+2\}$, $m \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $m = 0$ 时, 求 $A \cup B$.

答案 $A \cup B = \{x \mid -3 < x < 2\}$.

解析 集合 $A = \left\{ x \mid \frac{x+3}{x-1} < 0 \right\} = \{x \mid -3 < x < 1\}$,

当 $m = 0$ 时, $B = \{x \mid m-3 < x < m+2\} = \{x \mid -3 < x < 2\}$,

故 $A \cup B = \{x \mid -3 < x < 2\}$.

(2) 若 $A \subseteq B$, 求实数 m 的取值范围.

答案 $[-1, 0]$.

解析 $\because A = \{x \mid -3 < x < 1\}$, $B = \{x \mid m-3 < x < m+2\}$,

\therefore 若 $A \subseteq B$, 则 $\begin{cases} m-3 \leq -3 \\ m+2 \geq 1 \end{cases}$,

解得 $-1 \leq m \leq 0$,

故实数 m 的取值范围是 $[-1, 0]$.

22. 设函数 $f(x) = \log_a(x+2) - 1$ 其图像恒过定点 M .

(1) 写出定点 M 的坐标.

答案 $(-1, -1)$.

解析 令 $x+2 = 1$, 得 $x = -1$,

故定点 M 的坐标为 $(-1, -1)$.

(2) 若 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值和最小值互为相反数, 求 a 的值.

答案 $a = \sqrt{6}$.

解析 $f(x) = \log_a(x+2) - 1$ 在 $[0, 1]$ 上为单调函数,

目录

选择题(本题有14道小题, 每小题4分, ...)

填空题(共6个小题, 每小题4分, 共24分)

解答题(共4题, 共40分)

学生版

教师版

答案版

编辑

$\because f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值和最小值互为相反数,

$$\therefore f(0) + f(1) = 0,$$

$$\text{即} \log_a 2 - 1 + \log_a 3 - 1 = 0,$$

$$\text{即} \log_a 6 = 2,$$

$$\therefore a^2 = 6,$$

$$\text{又} a > 0 \text{ 且 } a \neq 1,$$

$$\text{故} a = \sqrt{6}.$$

(3) 若 $y = f(x)$ 的图像不经过第二象限, 求 a 的取值范围.

答案 $[2, +\infty)$.

解析 若 $y = f(x)$ 的图象不经过第二象限, 则 $a > 1$, 且 $f(0) \leq 0$,

$$\therefore \log_a 2 - 1 \leq 0,$$

$$\text{解得} a \geq 2,$$

故 a 的取值范围是 $[2, +\infty)$.

23. 解关于 x 的不等式: $2^{mx^2+(m+3)x+3} > 1$, 其中 $m \in \mathbf{R}$.

答案 当 $m = 0$ 时, 不等式的解集为 $\{x | x > -1\}$,

当 $m < 0$ 时, 不等式的解集为 $\left\{x \mid -1 < x < -\frac{3}{m}\right\}$,

当 $0 < m < 3$ 时, 不等式的解集为 $\{x | x < -\frac{3}{m} \text{ 或 } x > -1\}$,

当 $m = 3$ 时, 不等式的解集为 $\{x | x \neq -1\}$,

当 $m > 3$ 时, 不等式的解集为 $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > -\frac{3}{m}\}$.

解析 $\because 2^{mx^2+(m+3)x+3} > 1$,

$$\therefore mx^2 + (m+3)x + 3 > 0, \text{ 即 } (mx+3)(x+1) > 0,$$

当 $m = 0$ 时, 不等式为 $x+1 > 0$, 解得 $x > -1$,

当 $m > 0$ 时, 若 $-\frac{3}{m} = -1$, 即 $m = 3$, 则不等式的解为 $x \neq -1$,

若 $-\frac{3}{m} > -1$, 即 $m > 3$, 则 $x < -\frac{3}{m}$ 或 $x > -1$,

若 $-\frac{3}{m} < -1$, 即 $0 < m < 3$, 则 $x < -\frac{3}{m}$ 或 $x > -1$;

当 $m < 0$ 时, $-\frac{3}{m} > 0$, 则 $-1 < x < -\frac{3}{m}$,

综上所述, 当 $m = 0$ 时, 不等式的解集为 $\{x | x > -1\}$,

当 $m < 0$ 时, 不等式的解集为 $\left\{x \mid -1 < x < -\frac{3}{m}\right\}$,

当 $0 < m < 3$ 时, 不等式的解集为 $\{x | x < -\frac{3}{m} \text{ 或 } x > -1\}$,

当 $m = 3$ 时, 不等式的解集为 $\{x | x \neq -1\}$,

当 $m > 3$ 时, 不等式的解集为 $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > -\frac{3}{m}\}$.

24. 定义在 \mathbf{R} 上的单调函数 $f(x)$ 满足 $f(3) = \log_2 3$ 且对于任意 $x, y \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+y) = f(x) + f(y)$.

(1) 求 $f(0)$ 的值.

答案 $f(0) = 0$.

解析 令 $x = y = 0$, 代入 $f(x+y) = f(x) + f(y)$,

$$\text{得} f(0) = f(0) + f(0),$$

$$\therefore f(0) = 0.$$

(2) 求证: $f(x)$ 为奇函数.

答案 证明见解析.

目录

选择题(本题有14道小题, 每小题4分, ...)

填空题(共6个小题, 每小题4分, 共24分)

解答题(共4题, 共40分)

解析 令 $y = -x$ 代入 $f(x+y) = f(x) + f(y)$,
 得 $f(x-x) = f(x) + f(-x)$,
 即 $f(x) + f(-x) = f(0)$,
 又由 (1) 知, $f(0) = 0$,
 则 $f(x) + f(-x) = 0$,
 即 $f(-x) = -f(x)$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 成立 ,
 $\therefore f(x)$ 是奇函数 .

(3) 若 $f(kt^2) + f(t^2 - t - 2) < 0$ 对于任意 $t > 0$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围 .

答案 $\left(-\infty, \frac{7}{8}\right)$.

解析 $f(3) = \log_2 3 > 0$, 即 $f(3) > f(0)$,
 又 $\because f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是单调函数 ,
 $\therefore f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是增函数 ,
 又由 (2) 知 $f(x)$ 是奇函数 ,
 $\therefore f(kt^2) + f(t^2 - t - 2) < 0$ 等价于 $f(kt^2) < f(t^2 - t + 2)$,
 $\therefore kt^2 < t^2 - t + 2$,
 即 $(k-1)t^2 + t - 2 < 0$ 对任意 $t > 0$ 恒成立 ,
 $\therefore \begin{cases} k-1 < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} -\frac{1}{k-1} \leq 0 \\ -\frac{2}{k-1} \geq 0 \end{cases}$,
 解得 $k < \frac{7}{8}$,
 故实数 k 的取值范围是 $\left(-\infty, \frac{7}{8}\right)$.