新高一分班考试数学真题（三）

一、选择题（每题 5 分，共 40 分）

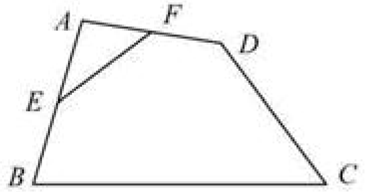
1．化简 $\sqrt{-a\sqrt{a^2}}=$ （　　）

A．$\sqrt{a}$　　B．$-a$　　C．a　　D．a^2

2．分式 $\dfrac{x^2-x-2}{|x|-1}$ 的值为 0，则 x 的值为 （　　）

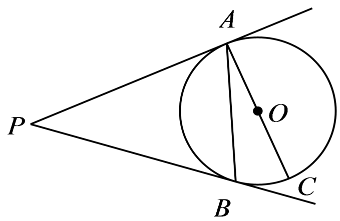
A．-1或2　　B．2　　C．-1　　D．-2

3．如图，在四边形 ABCD 中，E、F 分别是 AB、AD 的中点。若 EF＝2，BC＝5，CD＝3，则 tan C 等于 （　　）



A．$\dfrac{4}{3}$　　B．$\dfrac{3}{5}$　　C．$\dfrac{3}{4}$　　D．$\dfrac{4}{5}$

4．如图，*PA*、*PB* 是⊙*O* 切线，*A*、*B* 为切点，*AC* 是直径，∠*P*= 40°，则∠*BAC*=（　　）

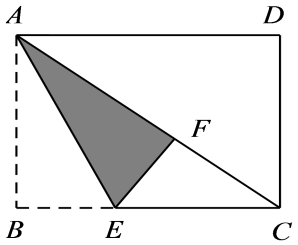


A．40^0　　B．80^0　　C．20^0　　D．10^0

5．在两个袋内，分别装着写有 1、2、3、4 四个数字的 4 张卡片，今从每个袋中各任取一张卡片，则所取两卡片上数字之积为偶数的概率是 （　　）

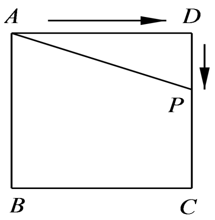
A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{5}{16}$　　C．$\dfrac{7}{16}$　　D．$\dfrac{3}{4}$

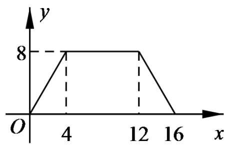
6．如图，矩形纸片 *ABCD* 中，已知 *AD* =8，折叠纸片使 *AB* 边与对角线 *AC* 重合，点 *B* 落在点 *F* 处，折痕为 *AE*，且 *EF*=3，则 *AB* 的长为 （　　）



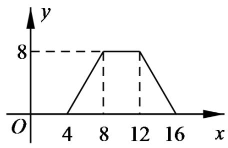
A. 6　　B. 4　　C. 5　　D. 3

7．如图，正方形 *ABCD* 的边长为 4，*P* 为正方形边上一动点，运动路线是 *A*→*D*→*C*→*B*→*A*, 设 *P* 点经过的路程为 *x*，以点 *A*、*P*、*D* 为顶点的三角形的面积是 *y*. 则下列图象能大致反映 *y* 与 *x* 的函数关系的是(　　)

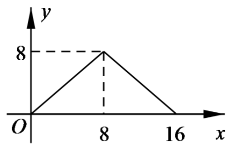




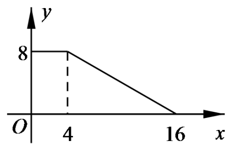
A



B



C



D

8. 若直角坐标系内两点 P、Q 满足条件①P、Q 都在函数 y 的图象上②P、Q 关于原点对称，则称点对（P，Q）是函数 y 的一个“友好点对”（点对（P，Q）与（Q，P）看作同一个“友好点对”）。已知函数 $y=\begin{cases}2x^2+4x+1，x\le 0\\ \dfrac{1}{2x}，x>0\end{cases}$，

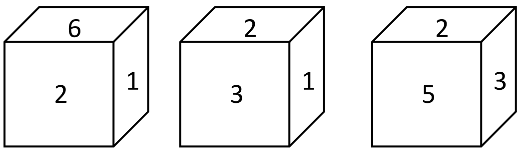
则函数 y 的“友好点对”有（　　）个

A．0　　　　B.1　　　　C. 2　　　　D.3

二、填空题（每题 5 分，共 50 分）

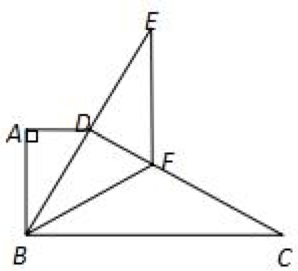
9．已知 *a*、*b* 是一元二次方程 $x^2-2x-1=0$ 的两个实数根，则代数式 $(a-b)(a+b-2)+ab$ 的值等于________

10．有一个六个面分别标上数字 1、2、3、4、5、6 的正方体，甲、乙、丙三位同学从不同的角度观察的结果如图所示．如果记 2 的对面的数字为 *m*，3 的对面的数字为 *n*，则方程 $m^{x+1}=n$ 的解 x 满足 $k<x<k+1$，k 为整数，则 $k=$__________



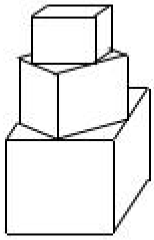
甲　　　乙　　　丙

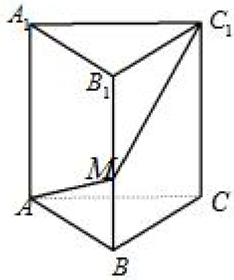
11．如图，直角梯形纸片 *ABCD* 中，*AD*//*BC*，∠*A*=90°，∠*C*=30°．折叠纸片使 *BC* 经过点 *D*，点 *C* 落在点 *E* 处，*BF* 是折痕，且 *BF*=*CF*=8，则 *AB* 的长为________________



12．记函数 y 在 x 处的值为 $f(x)$（如函数 $y=x^2$ 也可记为 $f(x)=x^2$，当 $x=1$ 时的函数值可记为 $f(1)=1$）。已知 $f(x)=\dfrac{x}{|x|}$，若 $a>b>c$ 且 $a+b+c=0$，$b\ne 0$，则 $f(a)+f(b)+f(c)$ 的所有可能值为______________

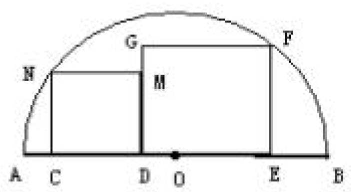
13．有一塔形几何体由若干个正方体构成，构成方式如图所示，上层正方体下底面的四个顶点是下层正方体上底面各边的中点。已知最底层正方体的棱长为 2，且该塔形的表面积(含最底层正方体的底面面积)超过 39，则该塔形中正方体的个数至少是______________





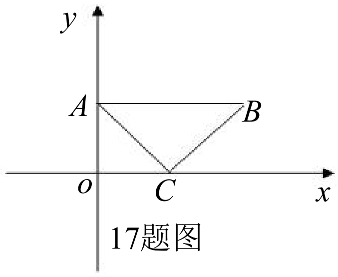
14．如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，底面 $AB=1, BC=2$，三个侧面都是矩形，$AA_1=3$ M 为线段 BB_1 上的一动点，则当 $AM+MC_1$ 最小时，BM =___________________

15.如图，AB 是半圆 O 的直径，四边形 CDMN 和 DEFG 都是正方形，其中 C，D，E 在 AB 上，F，N 在半圆上。若 AB=10，则正方形 CDMN 的面积与正方形 DEFG 的面积之和是________________



16.如图，CD 为直角ΔABC 斜边 AB 上的高，BC 长度为 1，DE⊥AC。设ΔADE，ΔCDB，ΔABC 的周长分别是 p_1, p_2, p。

当 $\dfrac{p_1+p_2}{p}$ 取最大值时，AB=___________



17题图

17. 如图放置的等腰直角ΔABC 薄片（$\angle ACB=90^0, AC=2$）沿 x 轴滚动，点 A 的运动轨迹曲线与 x 轴有交点，则在两个相邻交点间点 A 的轨迹曲线与 x 轴围成图形面积为_____

18. 如图是一个数表，第 1 行依次写着从小到大的正整数，然后把每行相邻的两个数的和写在这两数正中间的下方，得到下一行，数表从上到下与从左到右均为无限项，则这个数表中的第 11 行第 7 个数为______（用具体数字作答）

1 2 3 4 5 6 7…

3 5 7 9 11 13…

8 12 16 20 24…

20 28 36 44…

48 64 80…

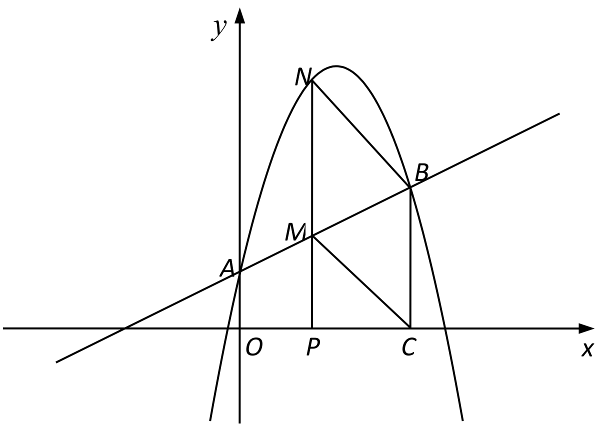
三、解答题（共 60 分）

19. （本小题满分 12 分）如图，抛物线 $y=-\frac{5}{4}x^2+\frac{17}{4}x+1$ 与 y 轴交于 A 点，过点 A 的直线与抛物线交于另一点 B，过点 B 作 BC⊥x 轴，垂足为点 C(3，0).

（1）求直线 AB 的函数关系式；

（2）动点 P 在线段 OC 上从原点出发以每秒一个单位的速度向 C 移动，过点 P 作 PN⊥x 轴，交直线 AB 于点 M，交抛物线于点 N。设点 P 移动的时间为 t 秒，MN 的长度为 s 个单位，求 s 与 t 的函数关系式，并写出 t 的取值范围；

（3）设在（2）的条件下（不考虑点 P 与点 O，点 C 重合的情况），连接 CM，BN，当 t 为何值时，四边形 BCMN 为平行四边形？问对于所求的 t 值，平行四边形 BCMN 能否为菱形？请说明理由.

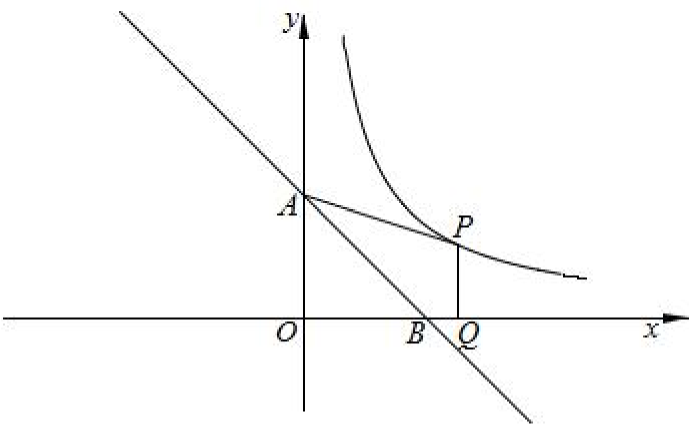


20. （本小题满分 12 分）函数 $f(x)$，若自变量 x 取值范围内存在 x_0，使 $f(x_0)=x_0$ 成立，则称以 (x_0,x_0) 为坐标的点为函数 $f(x)$ 图像上的不动点。（**$f(x)$ 的定义见第 12 题**）

（1）若函数 $f(x)=\frac{3x+a}{x+b}$ 有两个关于原点对称的不动点，求 a，b 应满足的条件；

（2）在（1）的条件下，若 a=2，直线 $l:y=(1-a)x+b-1$ 与 y 轴、x 轴分别相交于 A、B 两点，在 $y=\frac{b}{x}$ 的图象上取一点 P（P 点的横坐标大于 2)，过 P 作 PQ⊥x 轴，垂足是 Q，若四边形 ABQP 的面积等于 2，求 P 点的坐标

（3）定义在实数集上的函数 $f(x)$，对任意的 x 有 $f(-x)=-f(x)$ 恒成立。下述命题“若函数 $f(x)$ 的图像上存在有限个不动点，则不动点有奇数个”是否正确？若正确，给予证明；若不正确，举反例说明。

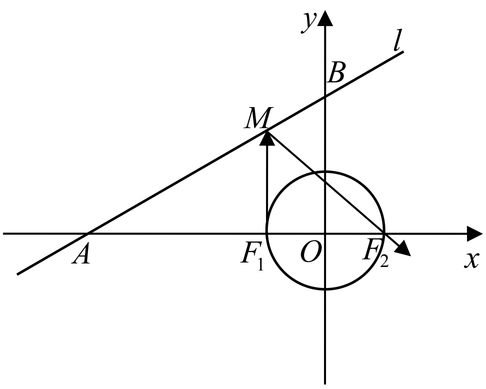


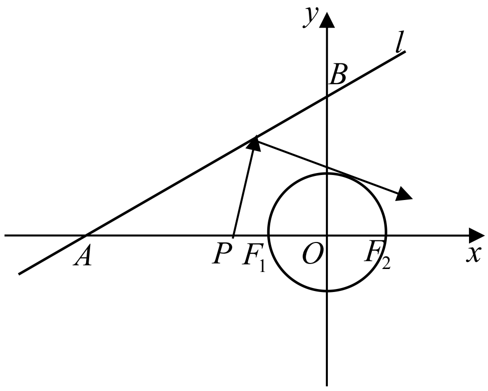
21. （本小题满分 12 分）已知圆 O 圆心为坐标原点，半径为$\frac{4}{3}$，直线l：$y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x+4)$交$x$轴负半轴于$A$点，交$y$轴正半轴于$B$点

（1）求$\angle BAO$

（2）设圆 O 与x轴的两交点是F_1,F_2，若从F_1发出的光线经l上的点 M 反射后过点F_2，求光线从F_1射出经反射到F_2经过的路程

（3）点 P 是x轴负半轴上一点，从点 P 发出的光线经l反射后与圆 O 相切．若光线从射出经反射到相切经过的路程最短，求点 P 的坐标





22. （本小题满分 12 分）

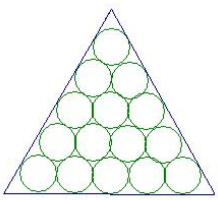
在金融危机中,某钢材公司积压了部分圆钢,经清理知共有 2009 根.现将它们堆放在一起.

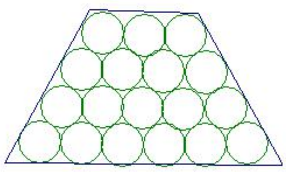
(1)若堆放成纵断面为正三角形(每一层的根数比上一层根数多1根),并使剩余的圆钢尽可能地少,则剩余了多少根圆钢?

(2)若堆成纵断面为等腰梯形(每一层的根数比上一层根数多1根),且不少于七层，

（Ⅰ）共有几种不同的方案?

（Ⅱ）已知每根圆钢的直径为$10cm$，为考虑安全隐患，堆放高度不得高于$4m$，则选择哪个方案，最能节省堆放场地？


图（ 1）


图（ 2）

23. （本小题满分 12 分）

试求出所有正整数a使得关于x的二次方程$ax^2+2(2a-1)x+4(a-3)=0$至少有一个整数根.

参考答案

一、选择题（每题 5 分，共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	A	C	D	A	B	C

三、填空题（每题 5 分，共 50 分）

9．-1 10．0 11．6 12．1 或-1 13．6

14．1 15．25 16．2 17．$4\pi+2$ 18．12288

三、解答题（共 60 分）

19．解：（1）易知 A(0,1)，B(3,2.5)，可得直线 AB 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+1$ …………… 3 分

（2）$s=MN=NP-MP=-\frac{5}{4}t^2+\frac{17}{4}t+1-(\frac{1}{2}t+1)$

$=-\frac{5}{4}t^2+\frac{15}{4}t\quad(0\le t\le 3)$ ………………6 分

（3）若四边形 *BCMN* 为平行四边形，则有 *MN=BC*，此时，有

$-\frac{5}{4}t^2+\frac{15}{4}t=\frac{5}{2}$，解得 $t_1=1$，$t_2=2$

所以当 *t*=1 或 2 时，四边形 *BCMN* 为平行四边形. ………………8 分

①当 *t*=1 时，$MP=\frac{3}{2}$，$NP=4$，故 $MN=NP-MP=\frac{5}{2}$，又在 Rt△*MPC* 中，$MC=\sqrt{MP^2+PC^2}=\frac{5}{2}$，故 *MN=MC*，此时四边形 *BCMN* 为菱形 …………10 分

②当 *t*=2 时，$MP=2$，$NP=\frac{9}{2}$，故 $MN=NP-MP=\frac{5}{2}$，又在 Rt△*MPC* 中，$MC=\sqrt{MP^2+PC^2}=\sqrt{5}$，故 *MN*≠*MC*，此时四边形 *BCMN* 不是菱形. …………12 分

20.解：（1）由题得 $\frac{3x+a}{x+b}=x$ 有两个互为相反数的根 x_0，$-x_0\ (x_0\ne 0)$

即 $x^2+(b-3)x-a=0(x\ne -b)$ 有两个互为相反数的根 x_0，$-x_0$ ……1 分

根带入得 $\begin{cases}x_0^2+(b-3)x_0-a=0\\x_0^2+(b-3)(-x_0)-a=0\end{cases}$，两式相减得 $2(b-3)x_0=0$，$\therefore b=3$ ……3 分

方程变为 $x^2-a=0(x\ne -3)$ $\therefore a>0且a\ne 9$ …………4 分

（2）由（1）得 $a=2,b=3$，所以 $l:y=-x+2$，即 A（0,2） B(2,0) ……5 分

设 $y=\frac{3}{x}$ 上任意一点 $P(t,\frac{3}{t})(t>2)$，所以 $Q(t,0)(t>2)$ ……6 分

又因为$S_{四边形AOQP}$ - $S_{\Delta AOB}=2$，所以$\frac{1}{2}(2+\frac{3}{t})t-\frac{1}{2}\times 2\times 2=2 \quad \therefore t=\frac{5}{2}$ ……8 分

$\therefore P(\frac{5}{2},\frac{6}{5})$ ……………………9 分

（3）正确

①在$f(-x)=-f(x)$令$x=0$得$f(0)=-f(0)$所以$f(0)=0$

所以$(0,0)$为函数的不动点 ……………………10 分

②设(x_0,x_0)为函数$f(x)$图像上的不动点，则$f(x_0)=x_0$

所以$f(-x_0)=-f(x_0)=-x_0$，

所以$(-x_0,-x_0)$也为函数$f(x)$图像上的不动点 ……………………12 分

21．解：（1）由题|OA|=4，|OB|=$\frac{4\sqrt{3}}{3}$，所以$\tan\angle BAO=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以$\angle BAO=30^0$ 2 分

（2）如图（1）由对称性可知，点F_1关于l的对称点$F_1^/$在过点$A\left(-4,0\right)$且倾斜角为60^0的直线$l^/$上在$\Delta AF_2F_1^/$中，

$\angle F_1^{'}AO=60^0$，$AF_1^{'}=AF_1=AO-F_1O=\frac{8}{3}$，$AF_2=\frac{16}{3}$

所以$\Delta AF_2F_1^/$为直角三角形，$\angle AF_1^{'}F_2=90^0$。所以光线从F_1射出经反射到F_2经过的路程为

$F_1M+MF_2=F_1^{'}M+MF_2=F_1^{'}F_2=\frac{8\sqrt{3}}{3}$ ………………………… 6 分

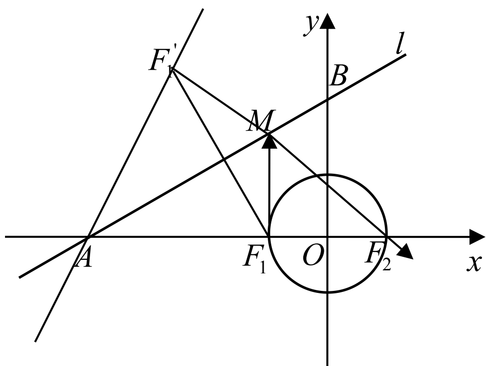
（2）如图（2）由对称性可知，点P关于l的对称点$P^{'}$在过点$A\left(-4,0\right)$且倾斜角为60^0的直线$l^/$上

$PM+MQ=P^{'}M+MQ=P^{'}Q$，所以路程最短即为$l^/$上点$P^/$到切点Q的切线长最短。

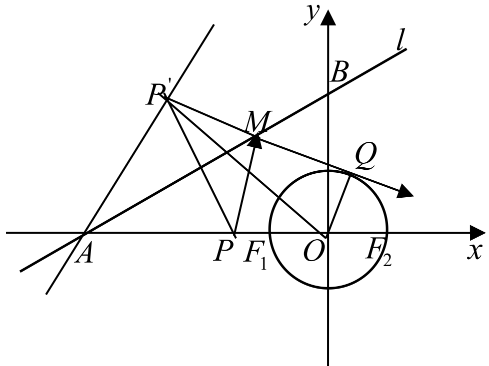
连接$OQ,OP^{'}$，在$Rt\Delta OQP^{'}$中，只要$OP^{'}$最短，

由几何知识可知，$P^/$应为过原点O且与$l^/$垂直的直线与$l^/$的交点，这一点又与点P关于l对称，$\therefore$

$AP=AP^{'}=AO\cos 60^0=2$，故点P的坐标为$\left(-2,0\right)$ …………… 12 分



图（1）



图（2）

22．解：(1) 设纵断面层数为n，则$1+2+3+......+n \le 2009$

即$\frac{n(n+1)}{2} \le 2009$，$n^2+n-4018 \le 0$，经带入$n=62$满足不等式，$n=63$不满足

当$n=62$时，剩余的圆钢最少 ………………………2 分

此时剩余的圆钢为$2009-\frac{62(62+1)}{2}=56$； ………………………4 分

(2) **当**纵断面为等腰梯形时，设共堆放n层,第一层圆钢根数为x，则由题意得：

$x+(x+1)+(x+2)+.....+(x+n-1)=2009$，化简得$nx+\frac{1}{2}n(n-1)=2009$，

即$n(2x+n-1)=2\times 2009=2\times 7\times 7\times 41$， ………………………6 分

因$n-1$与n的奇偶性不同，所以$2x+n-1$与n的奇偶性也不同，且$n<2x+n-1$，从而由上述等式得：

$\begin{cases} n=7 \\ 2x+n-1=574 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} n=14 \\ 2x+n-1=287 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} n=41 \\ 2x+n-1=98 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} n=49 \\ 2x+n-1=82 \end{cases}$，所以共有 4 种方案可供选择。

----------------------------8 分

(3) 因层数越多，最下层堆放得越少，占用面积也越少，所以由（2）可知：若$n=41$，则$x=29$，说明最上层有29 根圆钢，最下层有 69 根圆钢，两腰之长为 400 cm，上下底之长为 280 cm 和 680cm，从而梯形之高为$200\sqrt{3}$ cm，

而$200\sqrt{3}+10<400$，所以符合条件； ………………10 分

若$n=49$，则$x=17$，说明最上层有 17 根圆钢，最下层有 65 根圆钢，两腰之长为 480 cm，上下底之长为 160 cm 和 640cm，从而梯形之高为$240\sqrt{3}$ cm，

显然大于 4m，不合条件，舍去；

综上所述，选择堆放 41 层这个方案，最能节省堆放场地 ………………12 分

23.解：原方程可化为$(x+2)^2a=2x+12$，易知$x\ne -2$，此时$a=\frac{2x+12}{(x+2)^2}$ ……2 分

因为a是正整数，即$\frac{2x+12}{(x+2)^2}\ge 1$为正整数。又$(x+2)^2>0$，则$(x+2)^2\le 2x+12$

即$x^2+2x-8\le 0$，解得$-4\le x\le 2$。

因为$x\ne -2$且x是整数，故x只能取-4，-3，-1，0,1,2， ………………………6 分

依次带入a的表达式得$\begin{cases} x=-4 \\ a=1 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-3 \\ a=6 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1 \\ a=10 \end{cases}$ $\begin{cases} x=0 \\ a=3 \end{cases}$ $\begin{cases} x=1 \\ a=\frac{14}{9} \end{cases}$ $\begin{cases} x=2 \\ a=1 \end{cases}$

从而满足题意的正整数a的值有 4 个，分别为 1, 3 ,6,10 ………………………12 分