

高一新生入学分班考试

数 学 试 题

总分：150 分

时量：120 分钟

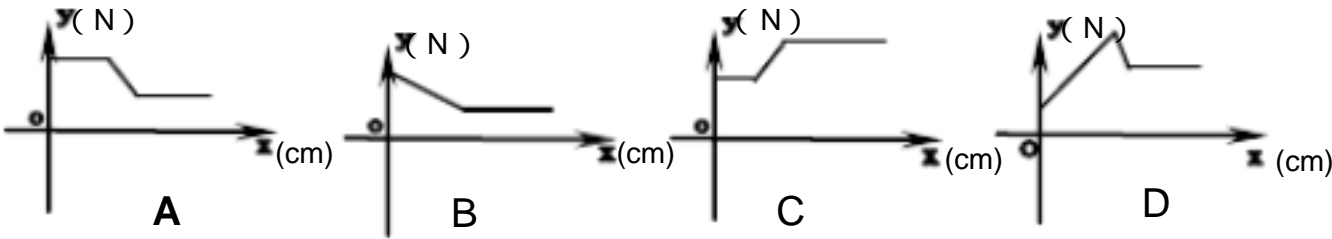
第 卷

一．选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

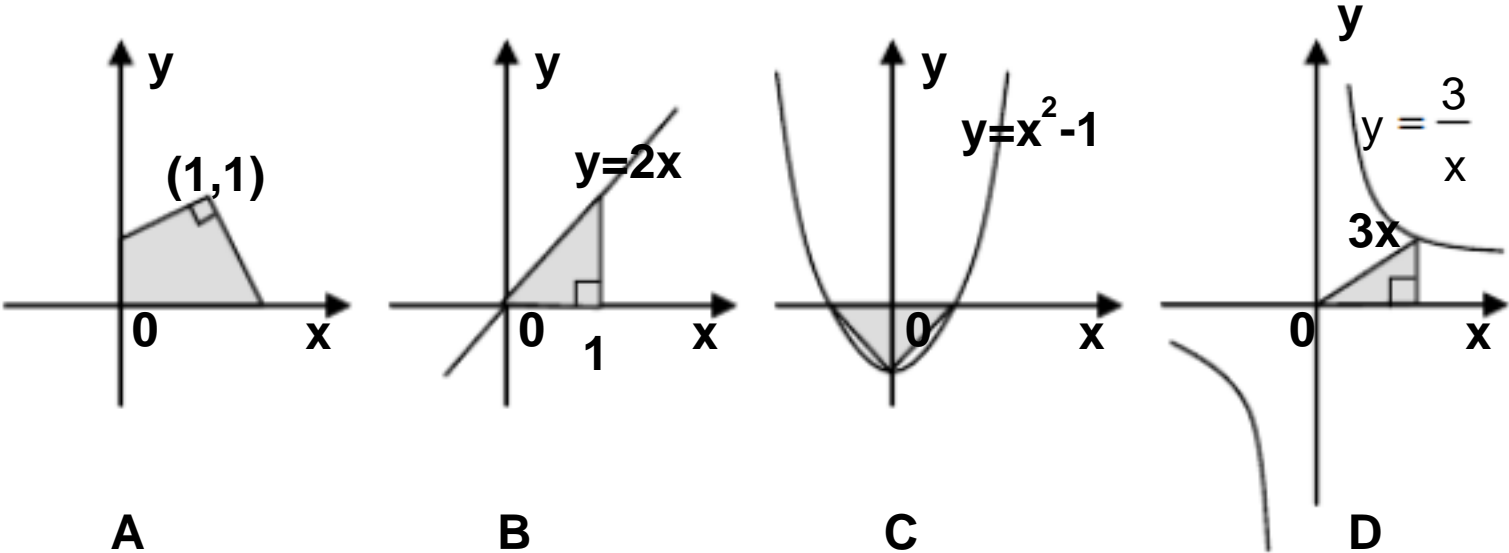
- 1．下列运算正确的是（ ）。
- A、 $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B、 $a^8 \div a^4 = a^2$ C、 $a^3 + a^3 = 2a^6$ D、 $(a^3)^2 = a^6$
- 2．一元二次方程 $2x^2 - 7x + k = 0$ 的一个根是 $x_1 = 2$, 则另一个根和 k 的值是 ()
- A . $x_2 = 1$, $k = 4$ B . $x_2 = -1$, $k = -4$ C . $x_2 = \frac{3}{2}$, $k = 6$ D . $x_2 = -\frac{3}{2}$, $k = -6$
- 3．如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 - kx + 2 = 0$ 中, k 是投掷骰子所得的数字 (1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6), 则该二次方程有两个不等实数根的概率 $P =$ ()
- A . $\frac{2}{3}$ B . $\frac{1}{2}$ C . $\frac{1}{3}$ D . $\frac{1}{6}$
- 4．二次函数 $y = -x^2 - 4x + 2$ 的顶点坐标、对称轴分别是 ()
- A. $(-2, 6)$, $x = -2$ B. $(2, 6)$, $x = 2$ C. $(2, 6)$, $x = -2$ D. $(-2, 6)$, $x = 2$
- 5．已知关于 x 的方程 $|5x - 4| + a = 0$ 无解, $|4x - 3| + b = 0$ 有两个解, $|3x - 2| + c = 0$ 只有一个解, 则化简 $|a - c| + |c - b| - |a - b|$ 的结果是 ()
- A、 $2a$ B、 $2b$ C、 $2c$ D、 0
6. 在物理实验课上， 小明用弹簧称将铁块 A 悬于盛有水的水槽中，然后匀速向上提起，直至铁块完全露出水面一定高度，则下图能反映弹簧称的读数 y (单位 N) 与铁块被提起的高度 x (单位 cm) 之间的函数关系的大致图象是 ()



第 6 题图



- 7． 下列图中阴影部分的面积与算式 $|-\frac{3}{4}| + (\frac{1}{2})^2 + 2^{-1}$ 的结果相同的是 ()

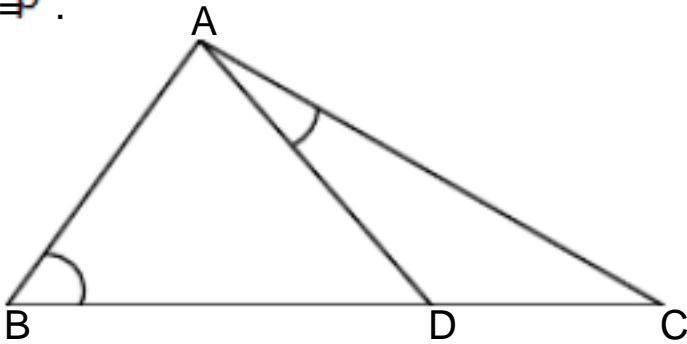


8. 已知四边形 S_1 的两条对角线相等，但不垂直，顺次连结 S_1 各边中点得四边形 S_2 ，顺次连结 S_2 各边中点得四边形 S_3 ，以此类推，则 S_{2006} 为 ()
- A. 是矩形但不是菱形；
B. 是菱形但不是矩形；
C. 既是菱形又是矩形；
D. 既非矩形又非菱形 .

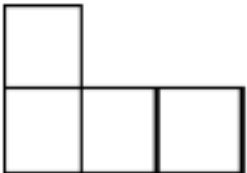
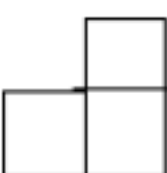
9. 如图 ,D 是直角 $\triangle ABC$ 斜边 BC 上一点 ,AB=AD, 记 $\angle CAD = \alpha$, $\angle ABC = \beta$.

若 $\alpha = 10^\circ$,则 β 的度数是

- A . 40° B . 50°
C . 60° D . 不能确定



10. 如图为由一些边长为 1cm 正方体堆积在桌面形成的立方体的三视图， 则该立方体露在外面部分的表面积是 _____ cm^2 。



正视图

左视图

俯视图

- A . 11 B . 15 C . 18 D . 22

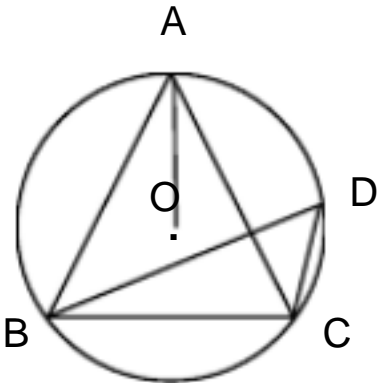
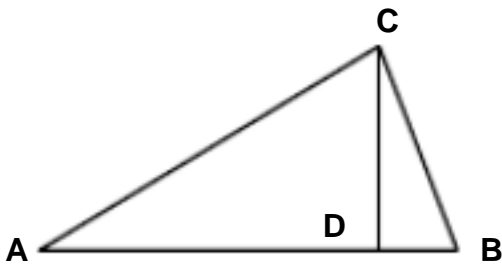
第 卷 (答卷)

二. 填空题 (本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

11. 函数 $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是 _____ .

12. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$ 于 D , $AC = 10$, $CD = 6$, 则 $\sin B$ 的值为 _____。

13. 如图 , 在 $\odot O$ 中， $\angle ACB = \angle D = 60^\circ$, $OA = 2$, 则 AC 的长为 _____。



14. 同室的 4 人各写一张贺年卡，先集中起来，然后每人从中拿一张别人送出的贺年卡，则 4 张贺年卡不同的拿法有 _____ 种。

15. 对于正数 x , 规定 $f(x) = \frac{x}{1+x}$, 例如 $f(3) = \frac{3}{1+3} = \frac{3}{4}$, $f(\frac{1}{3}) = \frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}} = \frac{1}{4}$,



计算 $f\left(\frac{1}{2006}\right) + f\left(\frac{1}{2005}\right) + f\left(\frac{1}{2004}\right) + \dots + f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(1) + f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2004) + f(2005) + f(2006) =$ _____.

三. 解答题 (共 6 小题, 共 80 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

16.(1) 解不等式组:
$$\begin{cases} \frac{2x-4}{3} > 1 - \frac{5-x}{2} \\ 2(x+1) - 6 \leq x \end{cases}$$
, 并把解集在数轴上表示出来.

(2) 先化简, 再求值: 已知 $x = \sqrt{2} + 1$, 求 $\left(\frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x}{x^2-2x+1}\right) \div \frac{1}{x}$ 的值.

17. (本小题满分 10 分)
如图, 等腰三角形 ABC 中, AB=AC, 以 AC 为直径作圆, 交 AB 于 D, 交 BC 于 E,
(1) 求证: EC=ED
(2) 已知: AB=5, BC=6, 求 CD 长.

18.(本小题满分 12 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - (2k+1)x + 4(k - \frac{1}{2}) = 0$.

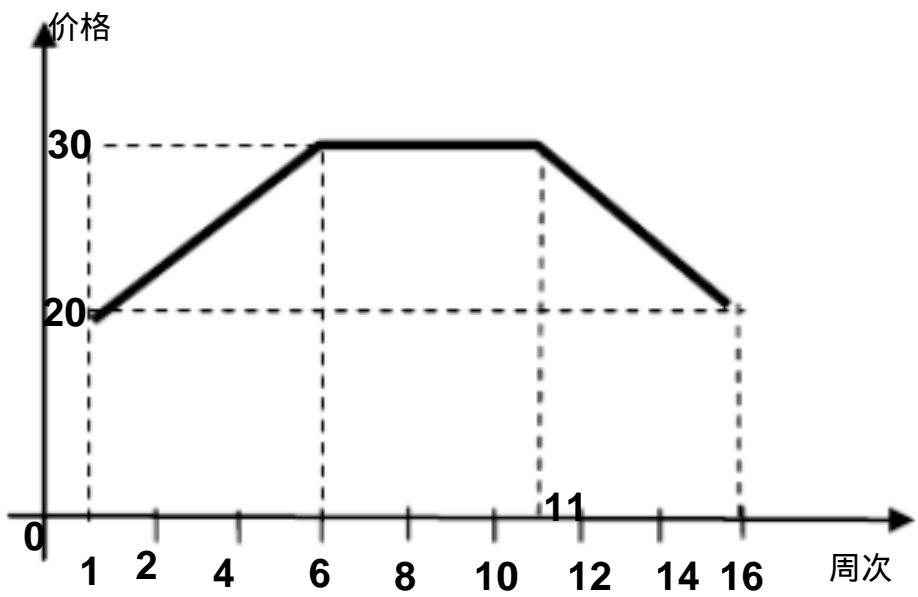
求证: 无论 k 取何值, 这个方程总有实数根;

若等腰三角形 ABC 的一边长 a=4, 另两边的长 b、c 恰好是这个方程的两个根, 求三角形 ABC 的周长.

19.(本小题满分 14 分)
在芦淞服装批发市场, 某种品牌的时装当季节将来临时, 价格呈上升趋势, 设这种时装开始时定价为 20 元/件 (第 1 周价格), 并且每周价格上涨, 如图示, 从第 6 周开始到第 11 周保持 30 元/件的价格平稳销售; 从第 12 周开始, 当季节即将过去时, 每周下跌, 直到第 16 周周末, 该服装不再销售.
求 销售价格 y (元/件) 与周次 x 之间的函数关系式;



若这种时装每件进价 Z (元/件) 与周次 x 次之间的关系为 $Z = -0.125(x-8)^2 + 12$ ($1 \leq x \leq 16$), 且 x 为整数, 试问该服装第几周出售时, 每件销售利润最大? 最大利润为多少?



20. (本小题满分 14 分)

已知抛物线 $y = \frac{1}{8}x^2 + 3mx + 18m^2 - m$ 与 x 轴交于 $A(x_1, 0)$, $B(x_2, 0)$ ($x_1 < x_2$) 两点, 与 y 轴交于点 $C(0, b)$, O 为原点.

- (1) 求 m 的取值范围;
- (2) 若 $m > \frac{1}{18}$ 且 $OA+OB=3OC$ 求抛物线的解析式及 A 、 B 、 C 的坐标.
- (3) 在 (2) 的情形下, 点 P 、 Q 分别从 A 、 O 两点同时出发以相同的速度沿 AB 、 OC 向 B 、 C 运动, 联结 PQ 与 BC 交于 M , 设 $AP=k$, 问是否存在 k , 使以 P 、 B 、 M 为顶点的三角形与 ABC 相似. 若存在, 求所有的 k 值, 若不存在说明理由.

21. (本小题满分 14 分) 若干个 1 与 2 排成一行: 1, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 2, 1, 2, -----, 规则是: 第 1 个数是 1, 第 2 个数是 2, 第 3 个数是 1, 一般地, 先写一行 1, 再在第 k 个 1 与第 $k+1$ 个 1 之间插入 k 个 2 ($k=1, 2, 3, \dots$). 试问: (1) 第 2006 个数是 1 还是 2? (2) 前 2006 个数的和是多少? 前 2006 个数的平方和是多少? (3) 前 2006 个数两两乘积的和是多少?



参考答案

一．选择题（每小题 5 分，共 50 分）

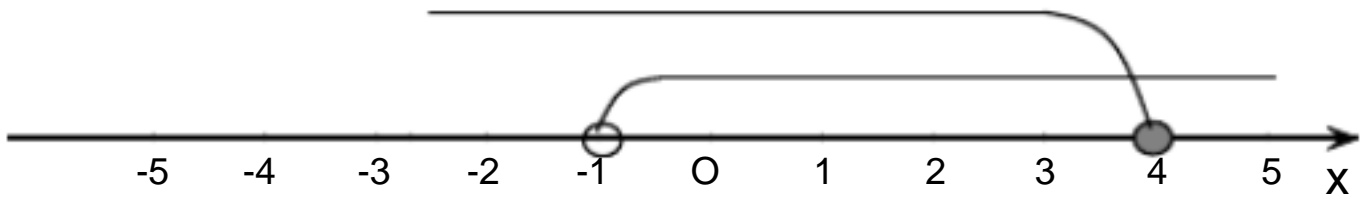
题次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	A	A	D	C	D	B	B	C

三．解答题（共 6 小题，共 80 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

16．解：

$$\begin{cases} \frac{2x-4}{3} > 1 - \frac{5-x}{2} & (1) \\ 2(x+1)-6 \leq x & (2) \end{cases}$$

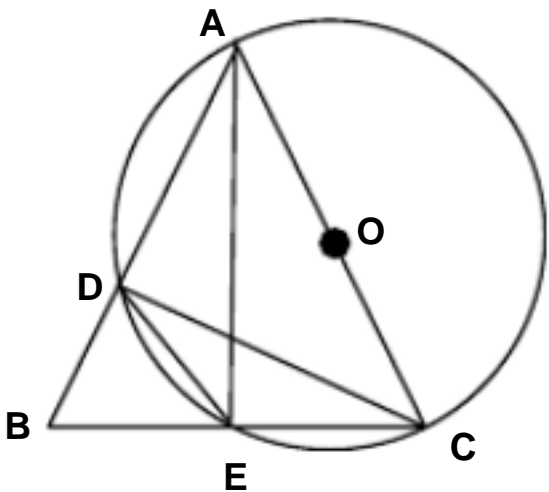
由（1）得： $x > -1$
由（2）得： $x \leq 4$ 所以原不等式组的解集为： $-1 < x \leq 4$



（2）先化简，再求值：已知 $x = \sqrt{2} + 1$ ，求 $\left(\frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x}{x^2-2x+1}\right) \div \frac{1}{x}$ 的值．

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x}{x^2-2x+1}\right) \div \frac{1}{x} \\ &= \left(\frac{x+1}{x(x-1)} - \frac{x}{(x-1)^2}\right) \cdot x \\ \text{解：当 } x = \sqrt{2} + 1 \text{ 时，} &= \frac{x^2-1-x^2}{x(x-1)^2} \cdot x \\ &= \frac{-1}{(x-1)^2} \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

17. 证明：



∵ AC 为直径， ∴ $AE \perp BC$ ，
∵ $AB=AC$ ， ∴ $\angle BAE = \angle CAE$
∴ $EC=ED$
（2）解：由 $AB=5$ ， $BC=6$
得： $BE=3$ ， $AE=4$
∵ AC 为直径， ∴ $\angle CDA = \angle AEB = 90^\circ$ ， $\angle B = \angle B$

$\therefore \triangle BDC \sim \triangle BEA \therefore \frac{BC}{AB} = \frac{CD}{AE}$
即： $\frac{6}{5} = \frac{CD}{4} \therefore CD = \frac{24}{5}$

18 . (本小题满分 12 分) 解：(1)

$\Delta = (2k + 1)^2 - 16(k - \frac{1}{2})$
 $= 4k^2 - 12k + 9$
 $= (2k - 3)^2$

恒大于等于 0

所以：无论 k 取何值，这个方程总有实数根。 -----5 分

(2) 三角形 ABC为等腰三角形，可能有两种情况：

1) b 或 c 中至少有一个等于 a= 4，即：方程 $x^2 - (2k + 1)x + 4(k - \frac{1}{2}) = 0$ 有一根为 4，

可得 $k = \frac{5}{2}$ ，方程为 $x^2 - 6x + 8 = 0$. 另一根为 2，此时三角形 ABC周长为 10； -----9 分

2) b=c 时， $\Delta = (2k + 1)^2 - 16(k - \frac{1}{2}) = 0$

得 $k = \frac{3}{2}$ ，方程为 $x^2 - 4x + 4 = 0$. 得 b=c=2，此时 ABC不能构成三角形；

综上，三角形 ABC周长为 10。 -----12 分

19 . 解： 依题意，可建立的函数关系式为：

$y = \begin{cases} 2x + 18 & (1 \leq x \leq 6) \\ 30 & (6 \leq x \leq 11) \\ -2x + 52 & (12 \leq x \leq 16) \end{cases}$ -----6 分

设销售利润为 W，则 W = 售价 - 进价

故 $W = \begin{cases} 20 + 2x + \frac{1}{8}(x - 8)^2 - 14 & (1 \leq x \leq 6) \\ 30 + \frac{1}{8}(x - 8)^2 - 12 & (6 \leq x \leq 11) \\ \frac{1}{8}(x - 8)^2 - 2x + 40 & (12 \leq x \leq 16) \end{cases}$

化简得 $W = \begin{cases} \frac{1}{8}x^2 + 14 & (1 \leq x \leq 6) \\ \frac{1}{8}x^2 - 2x + 26 & (6 \leq x \leq 11) \\ \frac{1}{8}x^2 - 4x + 48 & (12 \leq x \leq 16) \end{cases}$ 10 分

当 $W = \frac{1}{8}x^2 + 14$ 时， $x \in [0, 6]$ ，函数 y 随着 x 增大而增大， $1 \leq x \leq 6$

当 $x = 6$ 时， W 有最大值，最大值 = 18.5



当 $W = \frac{1}{8}x^2 - 2x + 26$ 时， $W = \frac{1}{8}(x - 8)^2 + 18$ ，当 $x \geq 8$ 时，函数 y 随 x 增大而增大

在 $x = 11$ 时，函数有最大值为 $19\frac{1}{8}$

当 $W = \frac{1}{8}x^2 - 4x + 48$ 时， $W = \frac{1}{8}(x - 16)^2 + 16$ ， $12 \leq x \leq 16$ ，当 $x = 16$ 时，函数 y 随 x 增大而减小，

在 $x = 12$ 时，函数有最大值为 18

综上所述，当 $x = 11$ 时，函数有最大值为 $19\frac{1}{8}$ 14 分

20. 解：(1) 利用判别式 $\Delta > 0$ 解得 $m > 0$ (4 分)

(2) 注意条件 $m > \frac{1}{18}$ 可得 $18m - 1 > 0$ ，从而 $18m^2 - m > 0$ ，

所有 $x_1x_2 = \frac{18m^2 - m}{\frac{1}{8}} = 8(18m^2 - m) > 0$ ，

$x_1 + x_2 = -\frac{3m}{\frac{1}{8}} = -24m < 0 \therefore x_1 < x_2 < 0$

所以 满足条件的抛物线图象如图所示

依题意 $\therefore -(x_1 + x_2) = 3b$ $24m = 3b$ ，而 $18m^2 - m = b$ ，

所以有 $18m^2 - m = 8m$ ，解得 $m = 0$ (舍去) $m = \frac{1}{2}$

从而 $y = \frac{1}{18}x^2 + \frac{3}{2}x + 4$ 为所求的抛物线解析式

令 $\frac{1}{18}x^2 + \frac{3}{2}x + 4 = 0$ 得 $A(-8, 0)$ $B(-4, 0)$ $C(0, 4)$ (8 分)

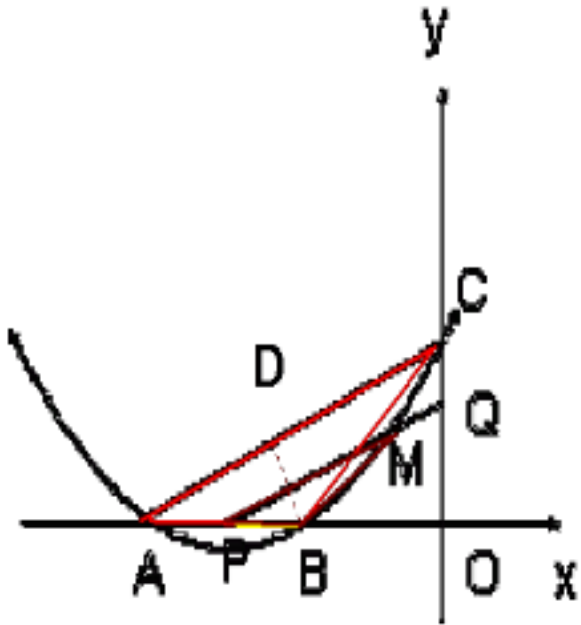
(3) $\triangle PBM$ 与 $\triangle ABC$ 相似有两种情况：

1) 当 $PQ \parallel AC$ ， $AP = OQ = k$ 由 $\frac{AO}{PO} = \frac{CO}{QO}$ ，

得 $\frac{8}{8-k} = \frac{4}{k}$ ，解得 $k = \frac{8}{3}$ (10 分)

2) 当 PQ 与 AC 不平行，设有 $\angle ACB = \angle MPB$ ，过 B 作 AC 的垂线，垂足为 D ，

利用 $\sin A = \frac{BD}{AB} = \frac{CO}{AC}$ ，求得 $BD = \frac{4\sqrt{5}}{5}$



由 Rt△CDB ∽ Rt△POQ 则有 $\frac{BD}{OQ} = \frac{BC}{PQ}$,即 $\frac{\frac{4\sqrt{5}}{5}}{k} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{k^2 + (8-k)^2}}$,化简得 $k^2 + 2k - 8 = 0$,解得 $k = -4$

或 $k = 2$, 但由 $CQ=4-k$, 知 $0<k<4$, 所以只有 $k=2$, 综上 1) 2) 所求的 k 值是 $k = \frac{8}{3}$ 或 $k=2$. 14 分

21 . 解：

(1) 把该列数如下分组：

				1	第 1 组
			2	1	第 2 组
		2	2	1	第 3 组
	2	2	2	1	第 4 组
2	2	2	2	1	第 5 组

2	2	2	2	2	1 第 n 组 (有 n-1 个 2)

易得，第 2006 个数为第 63 组，第 53 个数，为 2；-----4 分

(2) 前 2006 个数的和为 $62+1944\times 2=3950$,

前 2006 个数的平方和是： $62\times 1^2+1950\times 2^2=7862$ -----10 分

(3) 记这 2006 个数为

$a_1, a_2, \cdots, a_{2006}$
记 $R = a_1 + a_2 + \cdots + a_{2006} = 3950$
 $T = a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_{2006}^2 = 62 \times 1^2 + 1950 \times 2^2 = 7862$
 $S = a_1a_2 + a_1a_3 + \cdots + a_1a_{2006} + a_2a_3 + a_2a_4 + \cdots + a_2a_{2006} + \cdots + a_{2005}a_{2006}$
 $\therefore 2S = (a_1 + a_2 + \cdots + a_{2006})^2 - (a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_{2006}^2)$
 $= R^2 - T$
 $= 3950^2 - 7862$
 $S = \frac{1}{2}(3950^2 - 7862) = 7797319$

-----14 分

