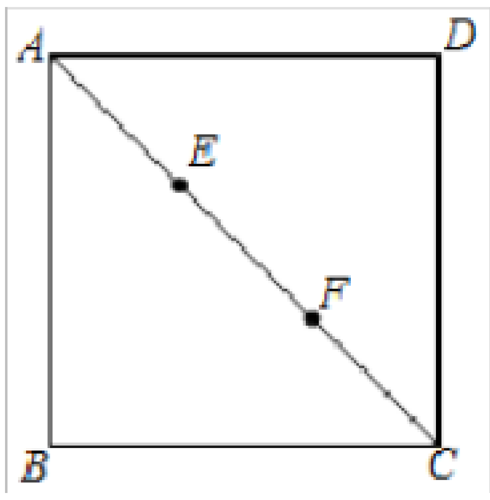
2019年北京八中新高一入学分班考试数学试题

2019.8

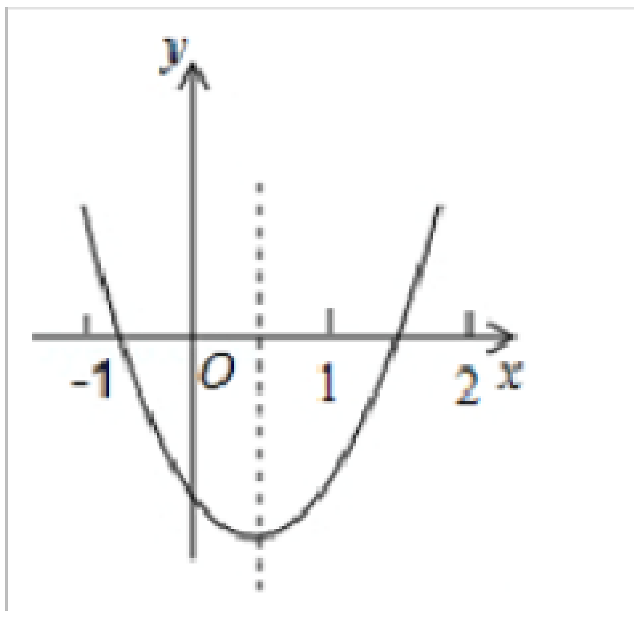
一、选择题（本大题共 9小题，共 31.0分）

1. 如图，在正方形 ABCD中，点 E，F将对角线 AC三等分，且 ????= 12，点 P在正方形的边上，则满足 ????+ ????= 9的点 P的个数是 ( )

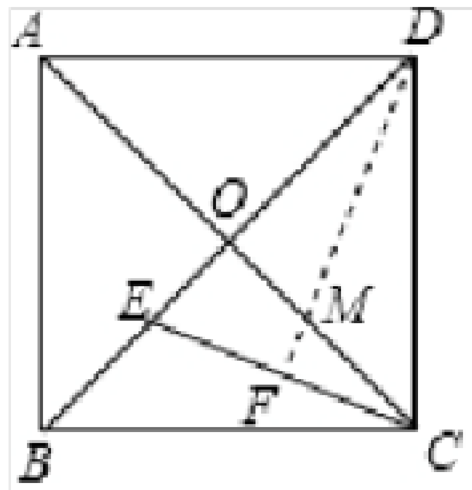
A. 0　　B. 4　　C. 6　　D. 8



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

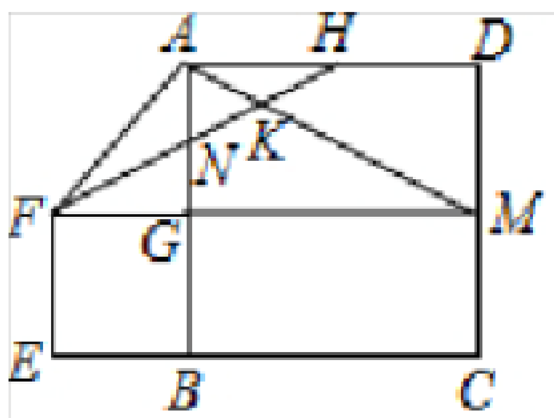
2. 如图是二次函数 ??= ???^{2}+ ????+ ??的图象，对于下列说法：①????> 0，②2??+ ??> 0，③4????< ??^{2}，④??+ ??+ ??< 0，⑤当??> 0时，y随x的增大而减小，其中正确的是 ( )

A. ①②③　　B. ①②④　　C. ②③④　　D. ③④⑤

3. 如图，边长为 $\sqrt{2}$的正方形 ABCD的对角线 AC与BD交于点 O，将正方形 ABCD沿直线 DF折叠，点 C落在对角线 BD上的点 E处，折痕 DF交AC于点 M，则????= ( )

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{3}-1$　　D. $\sqrt{2}-1$

4. 如图，正方形 ABCD的边长为 4，延长 CB至E使????= 2，以 EB为边在上方作正方形 EFGB，延长 FG交DC于M，连接 AM，AF，H为AD的中点，连接 FH分别与 AB，AM交于点 N、K：则下列结论：①△????≌△????；②∠????= ∠????；③????= 2????；④$??_{△????}$：$??_{△????}$= 1：4.其中正确的结论有 ( )



A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

5. 关于 x的一元二次方程 ??^{2} - (??- 1)??- ??+ 2 = 0有两个实数根 $??_1$，$??_2$，若($??_1$ - $??_2$ + 2)($??_1$ - $??_2$ - 2) + 2$??_1??_2$ = -3，则 k的值( )

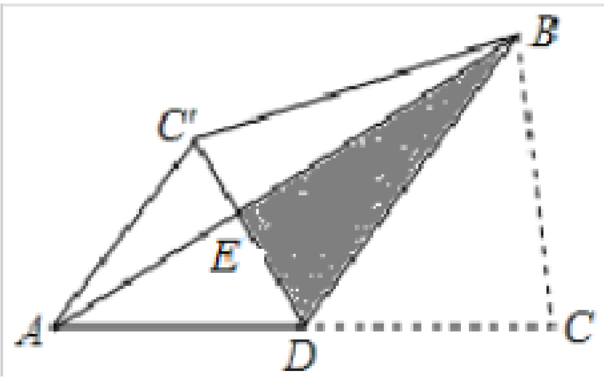
A. 0或 2　　B. -2 或 2　　C. -2　　D. 2

6. 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} ?? \frac{1}{4}(4??- 2) \leq \frac{1}{2} \\ \frac{3??-1}{2} < ??+ 2 \end{cases}$ 的解集是 ??≤ ??，且关于 y 的分式方程 $\frac{2??-??}{??-1}$ - $\frac{??-4}{1-??}$ = 1有非负整数解，则符合条件的所有整数 a的和为 ( )

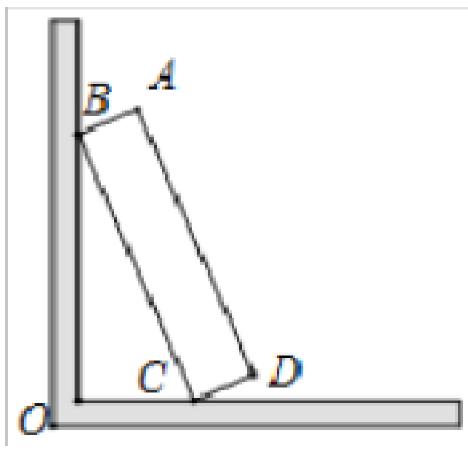
A. 0　　B. 1　　C. 4　　D. 6

7. 如图，在 △?????中， D 是 AC 边上的中点，连结 BD，把△?????沿 BD 翻折，得到 △?????，??′与 AB 交于点 E，连结 ????，若 ????= ????′= 2，????= 3，则点 D 到????的距离为 ( )

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{3\sqrt{21}}{7}$　　C. $\sqrt{7}$　　D. $\sqrt{13}$



第 7 题图



第 8 题图

8. 如图，一块矩形木板 ABCD 斜靠在墙边 (????⊥????，点 A，B，C，D，O 在同一平面内)，已知 ????= ??，????= ??，∠?????= ??，则点 A 到 OC 的距离等于 ( )

A. ??????+ ??????????　　B. ??????+ ??????????　　C. ??????+ ??????????　　D. ??????+ ??????????

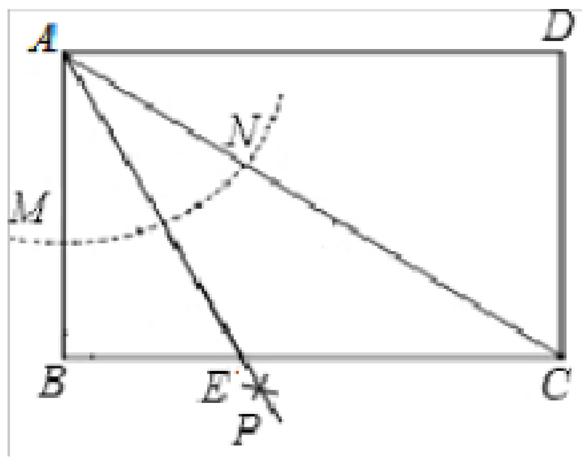
9. 在平面直角坐标系中，已知 ??≠ ??，设函数 ??= (??+ ??)(??+ ??)的图象与 x 轴有 M 个交点，函数 ??= (????+ 1)(????+ 1) 的图象与 x 轴有 N 个交点，则 ( )

A. ??= ??- 1或??= ??+ 1　　B. ??= ??- 1或??= ??+ 2

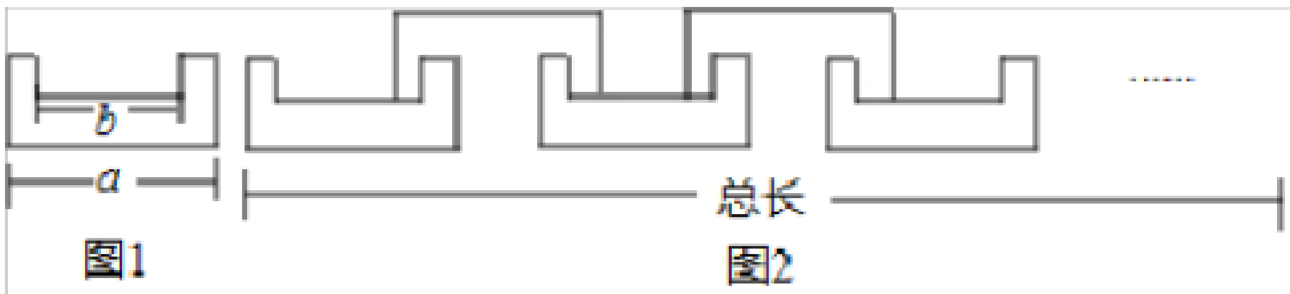
C. ??= ??或??= ??+ 1　　D. ??= ??或??= ??- 1

二、填空题（本大题共 6 小题，共 22.0 分）

10. 如图，矩形 ABCD，∠?????= 60°，以点 A 为圆心，以任意长为半径作弧分别交 AB，AC 于点 M，N 两点，再分别以点 M，N 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}$????的长作半径作弧交于点 P，作射线 AP 交 BC 于点 E，若 ????= 1，则矩形 ABCD 的面积等于 ______.



11. 如图 1 所示的图形是一个轴对称图形，且每个角都是直角，长度如图所示，小明按图 2 所示方法玩拼图游戏，两两相扣，相互间不留空隙，那么小明用 9 个这样的图形 (图 1) 拼出来的图形的总长度是 ______(结果用含 a，b 代数式表示).



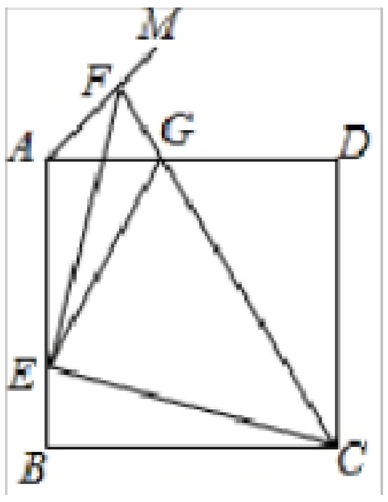
第 11 题图

12. 如图，正方形 ABCD 的边长为 a，点 E 在边 AB 上运动 (不与点 A，B 重合)，∠?????= 45 °，点 F 在射线 AM 上，且 ????= $\sqrt{2}$????，CF 与 AD 相交于点 G，连接 EC，EF，EG，则下列结论：

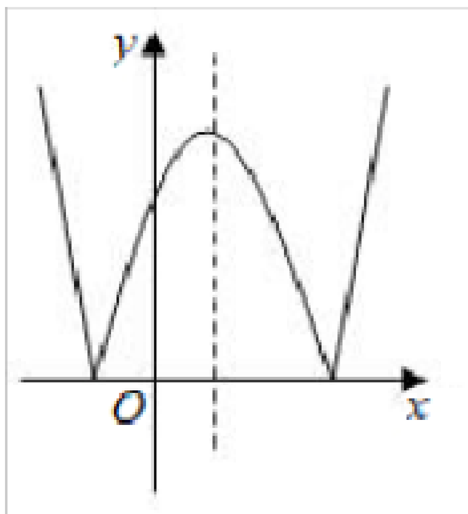
①∠ ?????= 45 °； ② △?????的周长为 $(1+\frac{\sqrt{2}}{2})$??；

③ ??² + ??² = ??²； ④△?????的面积的最大值 $\frac{1}{8}$??².

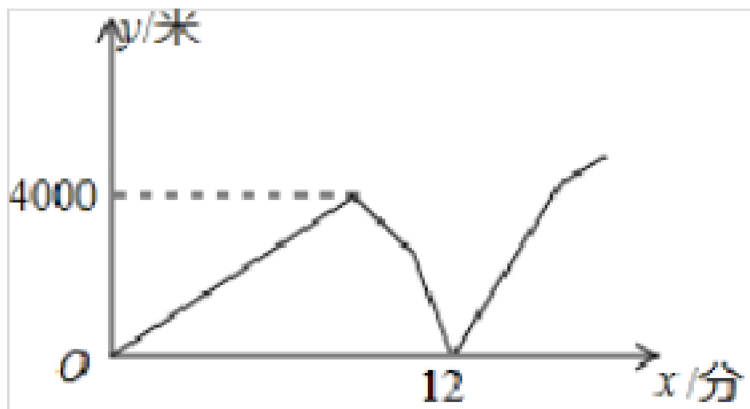
其中正确的结论是 ______.(填写所有正确结论的序号)



第 12 题图



第 13 题图

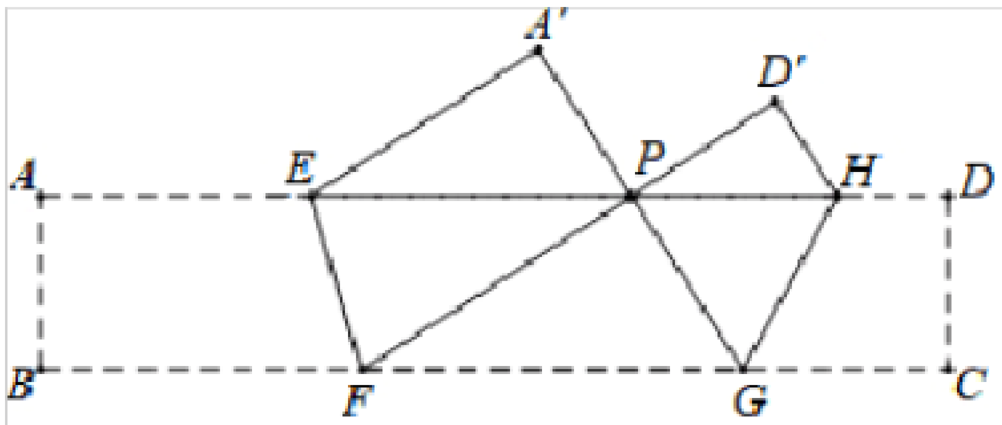


第 14 题图

13. 我们定义一种新函数：形如 ??= |???² + ???+ ??|(??≠ 0，且 ??² - 4??> 0) 的函数叫做 ‘鹊桥 ’函数．小丽同学画出了 ‘鹊桥 ’函数 ??= |??² - 2??- 3| 的图象 (如图所示)，并写出下列五个结论： ① 图象与坐标轴的交点为 (-1,0) ，(3,0) 和 (0,3) ；② 图象具有对称性，对称轴是直线 ??= 1；③ 当 -1 ≤ ??≤ 1 或 ??≥ 3 时，函数值 y 随 x 值的增大而增大； ④ 当 ??= -1 或 ??= 3 时，函数的最小值是 0；⑤ 当 ??= 1 时，函数的最大值是 4. 其中正确结论的个数是 ______.

14. 某公司快递员甲匀速骑车前往某小区送物件，出发几分钟后，快递员乙发现甲的手机落在公司，无法联系，于是乙匀速骑车去追赶甲．乙刚出发 2 分钟时，甲也发现自己手机落在公司，立刻按原路原速骑车回公司， 2 分钟后甲遇到乙，乙把手机给甲后立即原路原速返回公司，甲继续原路原速赶往某小区送物件，甲乙两人相距的路程 ??(米) 与甲出发的时间 ??(分钟) 之间的关系如图所示 (乙给甲手机的时间忽略不计). 则乙回到公司时，甲距公司的路程是 ______米.

15. 如图，把某矩形纸片 ABCD 沿 EF，GH 折叠(点 E，H 在 AD 边上，点 F，G 在 BC 边上)，使点 B 和点 C 落在 AD 边上同一点 P 处，A 点的对称点为 ??点，D 点的对称点为 ??点，若 ∠?????? 90°，△?? ′ 的面积为 4，△?? ′ 的面积为 1，则矩形 ABCD 的面积等于 ______.



第 15 题图

三、解答题（本大题共 10 小题，共 108.0 分）

16. 筒车是我国古代发明的一种水利灌溉工具．如图 1，明朝科学家徐光启在《农政全书》中用图画描绘了筒车的工作原理．如图 2，筒车盛水桶的运行轨迹是以轴心 O 为圆心的圆．已知圆心在水面上方，且圆被水面截得的弦 AB 长为 6 米，∠?????? 41.3°，若点 C 为运行轨道的最高点 (?? O 的连线垂直于 ????) 求点 C 到弦 AB 所在直线的距离．

(参考数据：??????41.3° ≈ 0.66，??????41.3° ≈ 0.75，??????41.3° ≈ 0.88)

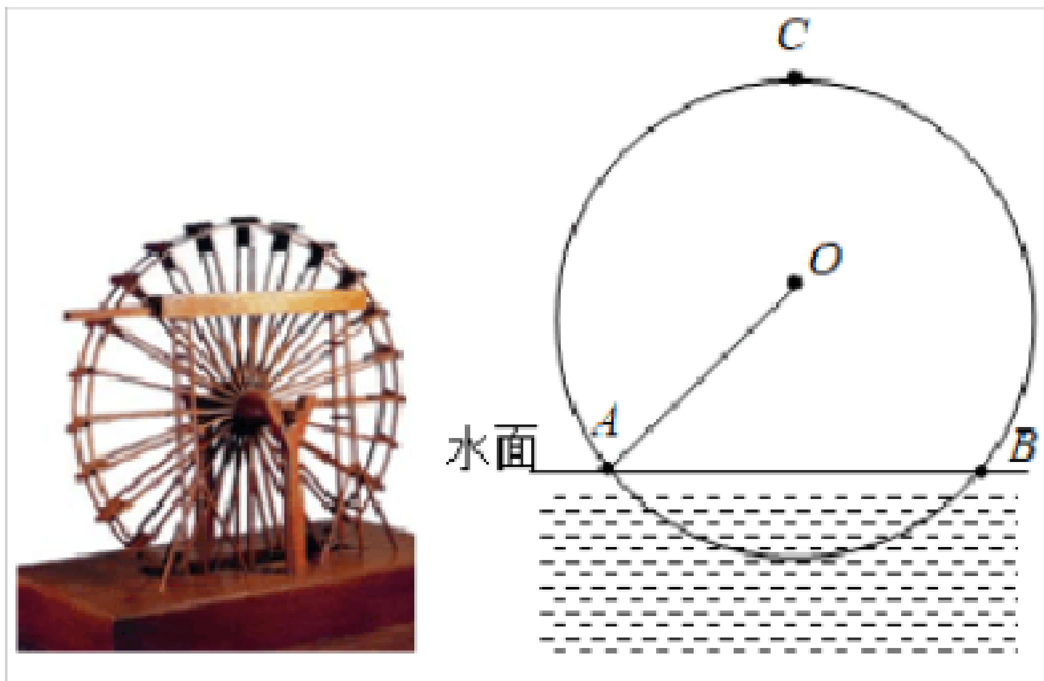


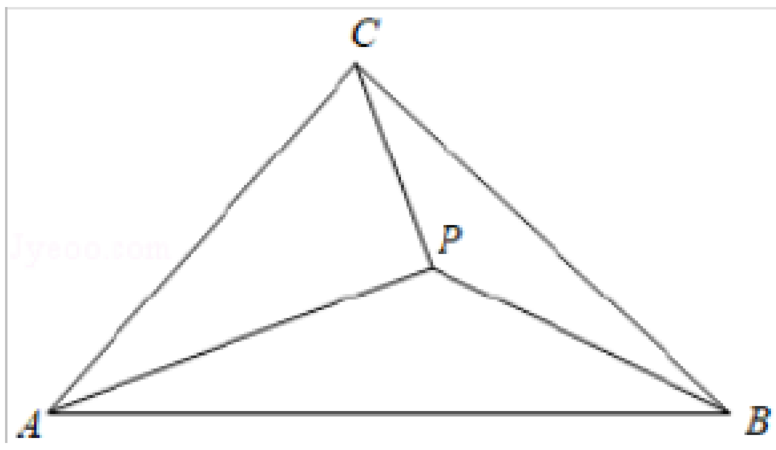
图1 图2

17. 如图，???△?????中，∠?????=?90°，????= ????，P 为△?????内部一点，且 ∠?????=?∠?????=?135°.

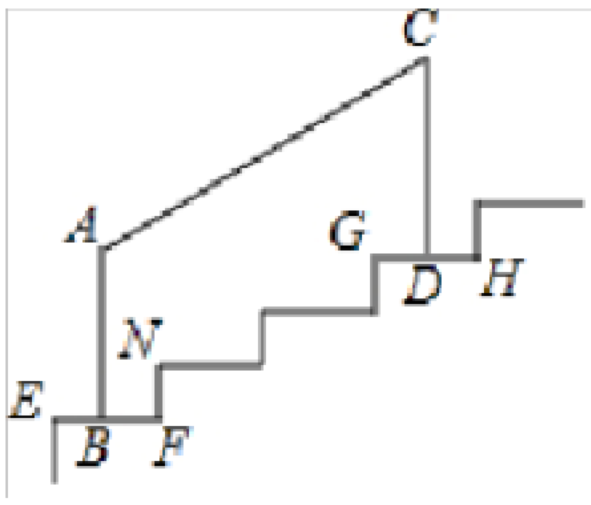
(1) 求证：△?????∽△?????；

(2) 求证：????= 2????；

(3)若点 P 到三角形的边 AB，BC，CA 的距离分别为 $?_1$，$?_2$，$?_3$，求证 $?_1^2 = ?_2 ??_3$.



18. 为了保证人们上下楼的安全，楼梯踏步的宽度和高度都要加以限制．中小学楼梯宽度的范围是 260????～300????含(300????)，高度的范围是 120????～150????(含150????).如图是某中学的楼梯扶手的截面示意图，测量结果如下： AB，CD 分别垂直平分踏步 EF，GH，各踏步互相平行，????= ????，????= 900????，∠?????=?65°，试问该中学楼梯踏步的宽度和高度是否符合规定． (结果精确到 1mm，参考数据： ??????65°≈0.906，??????65°≈0.423)



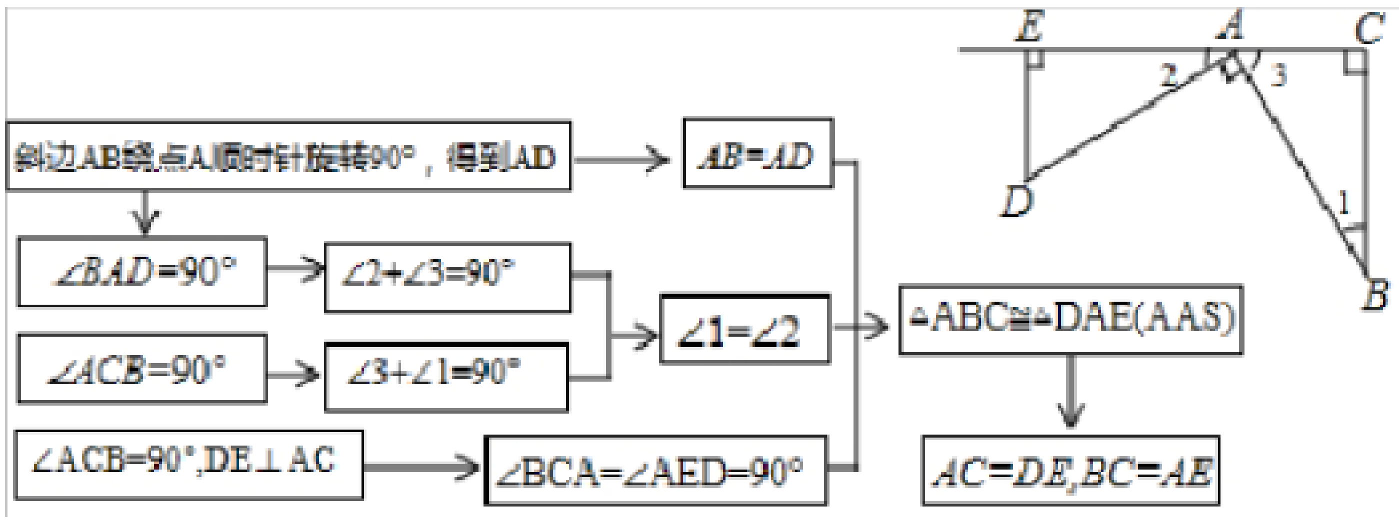
19. 通过对下面数学模型的研究学习，解决问题．

【模型呈现】

如图，在 ????△?????，∠?????= 90°，将斜边 AB 绕点 A 顺时针旋转 90°得到 AD，过点 D 作????⊥????于点 E，可以推理得到 △?????≌△?????，进而得到 ????= ????，????= ????.

我们把这个数学模型成为“K 型”.

推理过程如下：

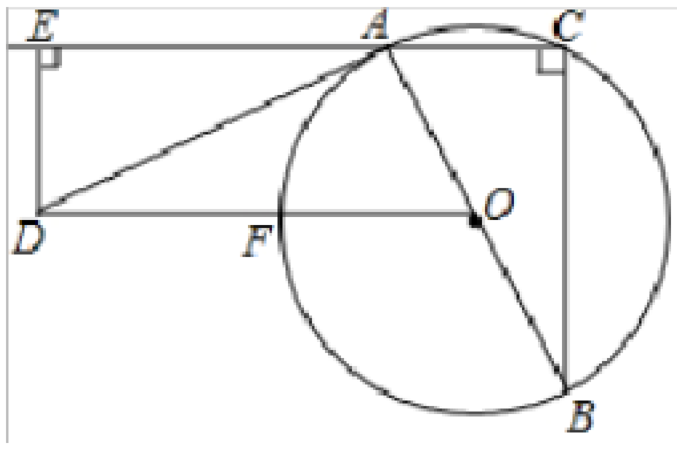


【模型应用】

如图，在 ????△?????内接于⊙ ??，∠?????= 90°，????= 2，将斜边 AB 绕点 A 顺时针旋转一定的角度得到 AD，过点 D 作????⊥????于点 E，∠?????= ∠?????，????= 1，连接 DO 交⊙ ??于点 F.

(1) 求证：AD 是⊙ ??的切线；

(2) 连接 FC 交 AB 于点 G，连接????.求证：$????^{2}$= ????????.



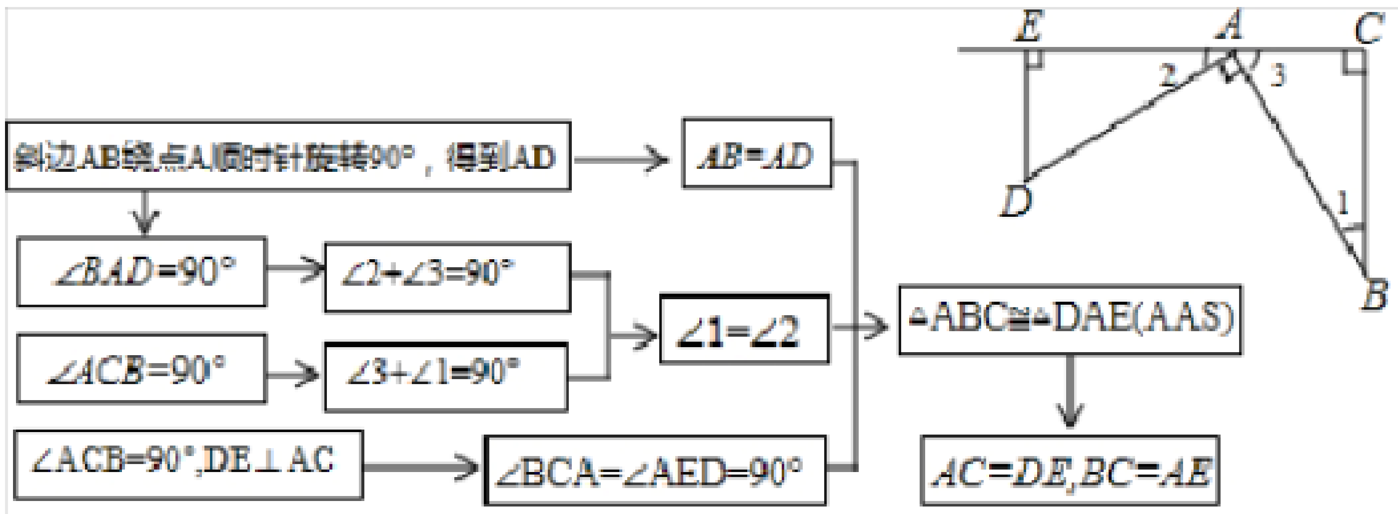
20. 通过对下面数学模型的研究学习，解决问题.

【模型呈现】

如图，在 ??△?????,??∠?????=??90°，将斜边 AB 绕点 A 顺时针旋转 90°得到 AD，过点 D 作????⊥????于点 E，可以推理得到 △?????≌△?????,??进而得到 ????= ????,????= ????

我们把这个数学模型成为 “K 型”.

推理过程如下：



【模型迁移】

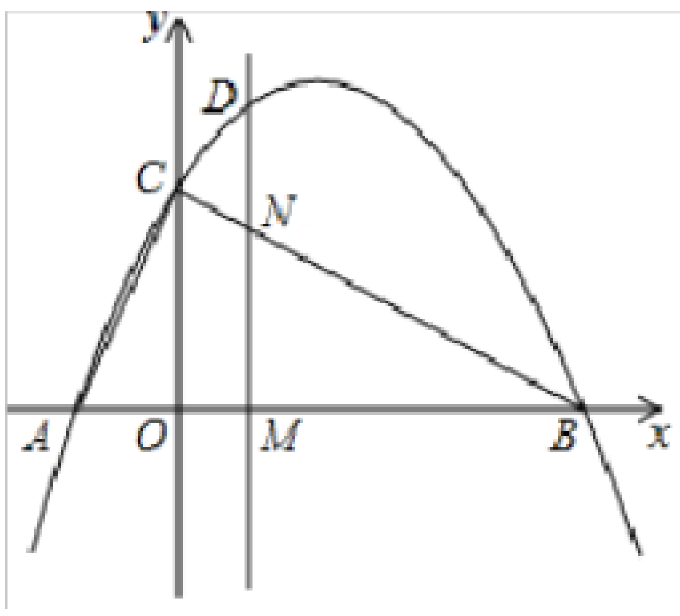
二次函数 ??= ????²+ ????+ 2 的图象交 x 轴于点 (-1,0)，??(4,0)两点，交 y 轴于点 ??.动点 M 从点 A 出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿 AB 方向运动，过点 M 作????⊥??轴交直线 BC 于点 N，交抛物线于点 D，连接 AC，设运动的时间为 t 秒.

(1) 求二次函数 ??= ????²+ ????+ 2 的表达式；

(2) 连接 BD，当 ??= $\frac{3}{2}$时，求 △?????的面积；

(3) 在直线 MN 上存在一点 P，当 △?????是以 ∠?????为直角的等腰直角三角形时，求此时点 D 的坐标；

(4) 当 ??= $\frac{5}{4}$时，在直线 MN 上存在一点 Q，使得 ∠?????+ ∠?????= 90°，求点 Q 的坐标.



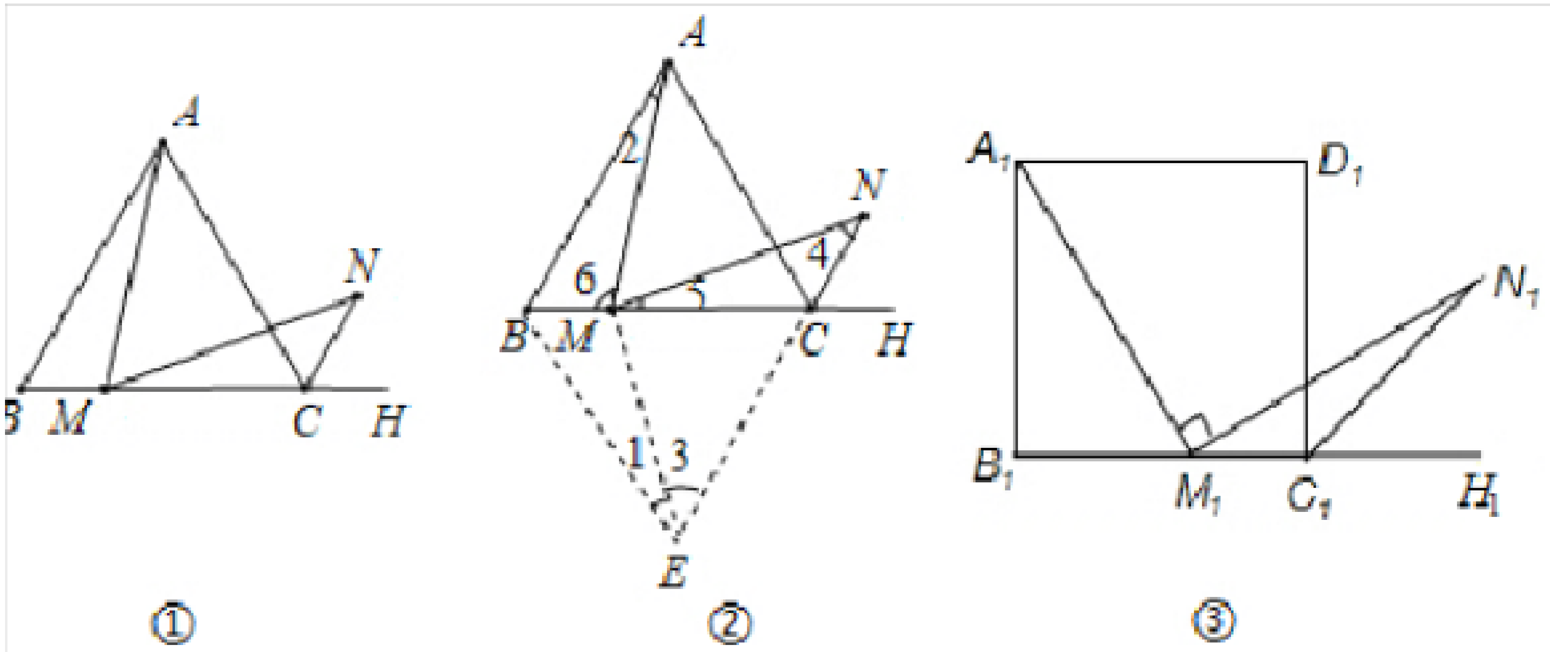
21. 阅读下面的例题及点拨，并解决问题：

例题：如图 ①，在等边 △?????中，M 是 BC 边上一点 (不含端点 B，??)，N 是△?????的外角 ∠??????

的平分线上一点，且 ????= ????.求证：∠?????= 60°.

点拨：如图 ②，作∠?????= 60°，BE 与 NC 的延长线相交于点 E，得等边△????，连接 ????.易证：△????≌△?????(???)，可得 ????= ????，∠1= ∠2；又 ????= ????，则 ????= ????，可得∠3= ∠4；由∠3+ ∠1= ∠4+ ∠5= 60°，进一步可得∠1= ∠2= ∠5，又因为∠2+ ∠6= 120°，所以∠5+ ∠6= 120°，即：∠?????= 60°.

问题：如图 ③，在正方形 ????????中，???是?????边上一点 (不含端点 ???，???)，???是正方形????????的外角∠??????的平分线上一点，且 ?????= ?????.求证：∠??????= 90°.



22. 已知抛物线 G：??= ????²- 2????? 3有最低点.

(1) 求二次函数 ??= ????²- 2????? 3的最小值 (用含 m 的式子表示)；

(2) 将抛物线 G 向右平移 m 个单位得到抛物线 ???.经过探究发现，随着 m 的变化，抛物线 ???顶点的纵坐标 y 与横坐标 x 之间存在一个函数关系，求这个函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

(3) 记(2) 所求的函数为 H，抛物线 G 与函数 H 的图象交于点 P，结合图象，求点 P 的纵坐标的取值范围.

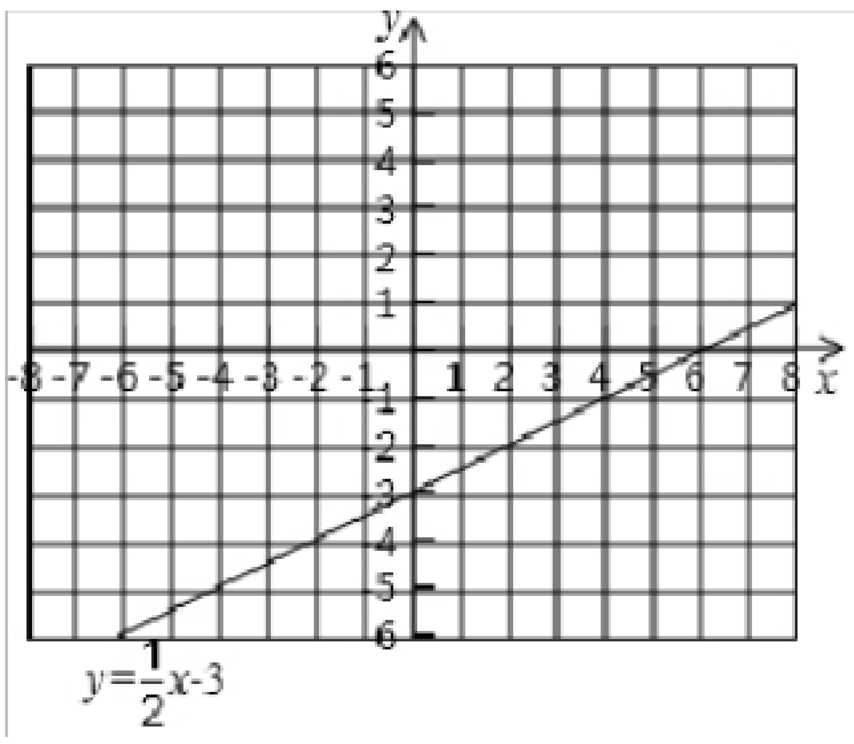
23. 在初中阶段的函数学习中，我们经历了“确定函数的表达式--利用函数图象研究其性质一一运用函数解决问题“的学习过程．在画函数图象时，我们通过描点或平移的方法画出了所学的函数图象．同时，我们也学习了绝对值的意义 |??|= { ??(??≥ 0) ; -??(??< 0) ．

结合上面经历的学习过程，现在来解决下面的问题在函数 ??= |???? 3| + ??中，当 ??= 2时，??= -4 ；当 ??= 0时，??= -1 ．

(1) 求这个函数的表达式；

(2) 在给出的平面直角坐标系中，请用你喜欢的方法面出这个函数的图象并写出这个函数的一条性质；

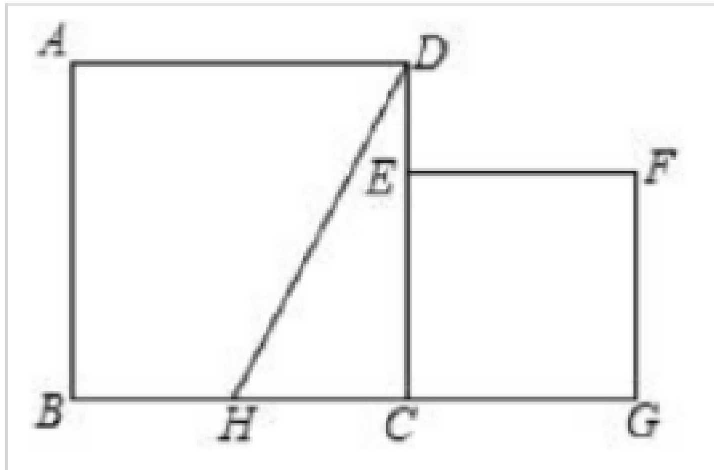
(3) 已知函 ??= $\frac{1}{2}$??- 3的图象如图所示，结合你所画的函数图象，直接写出不等式 |????? 3| + ??≤ $\frac{1}{2}$??- 3的解集．



24. 如图，已知正方形 ABCD 的边长为 1，正方形 CEFG 的面积为 $??_1$，点 E 在 DC 边上，点 G 在 BC 的延长线上，设以线段 AD 和 DE 为邻边的矩形的面积为 $??_2$，且 $??_1 = ??_2$.

(1) 求线段 CE 的长；

(2) 若点 H 为 BC 边的中点，连接 HD，求证：???? = ????.



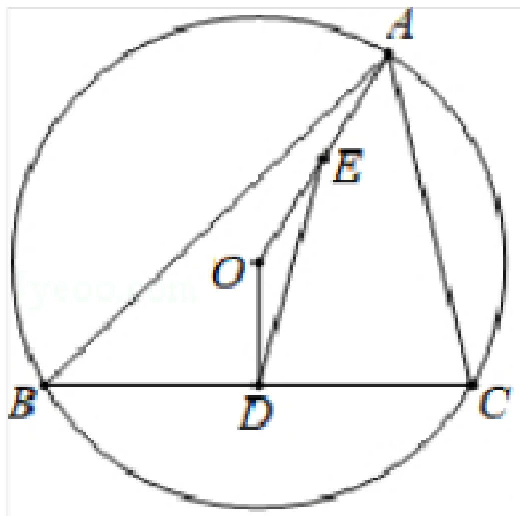
25. 如图，已知锐角三角形 ABC 内接于圆 O，????⊥????于点 D，连接 OA.

(1) 若∠???? = 60°，

① 求证：???? = $\frac{1}{2}$????.

② 当???? = 1时，求△????面积的最大值.

(2) 点 E 在线段 OA 上，???? = ????，连接 DE，设∠???? = ??∠????，∠???? = ??∠????（??是正数），若∠???? < ∠????，求证：?? - ?? + 2 = 0.



2019年北京八中新高一入学分班考试数学试题

2019.8

答案和解析

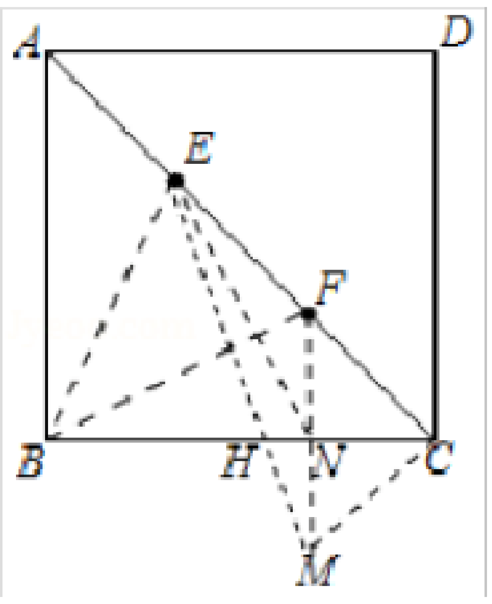
1.【答案】 D

【解析】 【分析】

本题考查了正方形的性质，最短路径问题，在 BC 上找到点 H，使点 H 到点 E 和点 F 的距离之和最小是本题的关键.

作点 F 关于 BC 的对称点 M，连接 FM 交 BC 于点 N，连接 EM，交 BC 于点 H，可得点 H 到点 E 和点 F 的距离之和最小，可求最小值，即可求解.

【解答】解：如图，作点 F 关于 BC 的对称点 M，连接 FM 交 BC 于点 N，连接 EM，交 BC 于点 H



∵点 E，F 将对角线 AC 三等分，且 ????= 12，

∴????= 8，????= 4 = ????，

∵点 M 与点 F 关于 BC 对称，

∴????= ????= 4，∠ ????=??∠ ????=?45 °，

∴∠ ????=?90 °，

∴????= $\sqrt{????+????}$ = $4\sqrt{5}$，

则在线段 BC 存在点 H 到点 E 和点 F 的距离之和最小为 $4\sqrt{5} < 9$，

在点 H 右侧，当点 P 与点 C 重合时，则 ????+ ????= 12，

∴点 P 在 CH 上时，$4\sqrt{5} <$????+ ????≤ 12，

在点 H 左侧，当点 P 与点 B 重合时，????= $\sqrt{????+????}$ = $2\sqrt{10}$，

∵????= ????，????= ????，∠ ????=??∠ ??????

∴△????≌△??????(??????)

∴????= ????= $2\sqrt{10}$，

∴???P ???? = $4\sqrt{10}$,

∴点 P 在 BH 上时，$4\sqrt{5}$ < ???P ???? < $4\sqrt{10}$,

∴在线段 BC 上点 H 的左右两边各有一个点 P 使???P ???? = 9,

同理在线段 AB，AD，CD 上都存在两个点使 ???P ???? = 9.

即共有 8 个点 P 满足???P ???? = 9,

故选：D.

2.【答案】 C

【解析】【分析】

本题考查二次函数，解题的关键是熟练运用二次函数的图象与性质，本题属于基础题型．根据二次函数的图象与性质即可求出答案.

【解答】

解：① 由图象可知：??> 0，??< 0,

∴????< 0，故 ① 错误；

② 由于对称轴可知：$-\frac{??}{2??}$< 1,

∴2??+ ??> 0，故 ② 正确；

③ 由于抛物线与 x 轴有两个交点,

∴△ =$??^2$ - 4????> 0，故 ③ 正确；

④ 由图象可知：??= 1时，??= ??+ ??+ ??< 0,

故④ 正确；

⑤ 当??> $-\frac{??}{2??}$时，y 随着 x 的增大而增大，故 ⑤ 错误；

故选：C.

3.【答案】 D

【解析】 解：∵四边形 ABCD 是正方形,

∴???? = ???? = ???? = ???? = $\sqrt{2}$，∠ ????? = ∠ ????? = ∠ ?????= 90 °，???? = ????,

∴???? = $\sqrt{2}$???? = 2,

∴???? = ???? = ???? = 1,

∵将正方形 ABCD 沿直线 DF 折叠，点 C 落在对角线 BD 上的点 E 处,

∴???? = ???? = $\sqrt{2}$，????⊥ ????,

∴???? = $\sqrt{2}$ - 1，∠ ????? = ∠ ????? = ∠ ????? = ∠ ?????= 90 °,

∴∠ ?????= ∠ ?????,

在△????和△????中，{ ∠????=∠????=90°，????=????，∠????=∠???? ，

△????≌△????(????)

∴????= ????= $\sqrt{2}-1$，

故选：D.

根据正方形的性质得到 ????= ????= ????= ????= $\sqrt{2}$，∠????=∠????=∠????=90°，????= ????，求得????= $\sqrt{2}$????= 2，得到 ????= ????= ????= 1，根据折叠的性质得到 ????= ????= $\sqrt{2}$，????⊥????，求得????= $\sqrt{2}-1$，根据全等三角形的性质即可得到结论.

本题考查了翻折变换 (折叠问题)，全等三角形的判定和性质，正方形的性质，正确的识别图形是解题的关键.

4.【答案】 C

【解析】 解：∵四边形 EFGB 是正方形， ????= 2，

∴????= ????= 2，∠????=90°，

∵四边形 ABCD 是正方形， H 为 AD 的中点，

∴????= 4， ????= 2，

∠????=90°，

∴∠????=∠????，????= ????，

∵∠????=∠????，

∴△????≌△????(????)，故① 正确；

∴∠????=∠????，

∵????= ????= 2 = ????，

∴????= $\sqrt{2}$????= $\sqrt{2}$????，

∴∠????≠∠????，

∴∠????≠∠????，故 ② 错误；

∵△????≌△????，

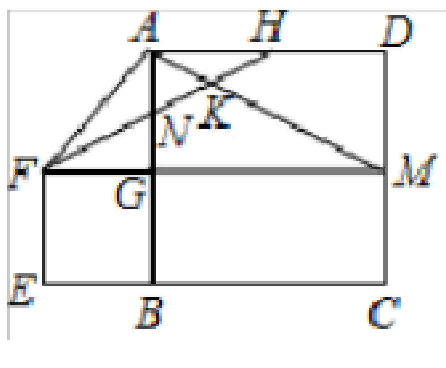
∴????= $\frac{1}{2}$????= 1，

∵????= ????= 4，

∴$\frac{????}{????}=\frac{????}{????}=2$，

∵∠????=∠????=90°，

∴△????∽△????，



∴∠ ????=??∠ ????;??

∵????//????;

∴∠ ????=??∠ ????;??

∴∠ ????=??∠ ????;??

∴????= ????;

∴????= ????= ????;

∵????= ????;

∴????= 2????; 故③正确；

∵延长 FG 交 DC 于 M,

∴四边形 ADMG 是矩形,

∴????= ????= 2,

∵$??_{\triangle ??????} = \frac{1}{2}$????·????= $\frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$，$??_{\triangle ??????} = \frac{1}{2}$????·????= $\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$,

∴$??_{\triangle ??????}$: $??_{\triangle ??????}$ = 1 : 4 故④正确,

故选： C.

由正方形的性质得到 ????= ????= 2，∠????=??90°，????= 4，????= 2，∠????=??90°，求得 ∠????=??∠????????= ????,根据全等三角形的定理定理得到 △????≌??△??????(???,??故)①正确；根据全等三角形的性质得到 ∠????=??∠????,??推出 ∠????≠??∠????,??得到 ∠????≠??∠????,??故②错误；根据全等三角形的性质得到 ????= $\frac{1}{2}$????= 1，根据相似三角形的性质得到 ∠????=??∠????,??根据平行线的性质得到∠????=??∠????,??根据直角三角形的性质得到 ????= 2????; 故③正确；根据矩形的性质得到 ????= ????= 2，根据三角形的面积公式即可得到结论.

本题考查了相似三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，正方形的性质，矩形的判定和性质，直角三角形的性质，正确的识别图形是解题的关键.

5.【答案】 D

【解析】 解：∵关于 x 的一元二次方程 $??^2 - (?? - 1)?? - ?? + 2 = 0$的两个实数根为 $??_1$，$??_2$,

∴$??_1 + ??_2 = ?? - 1$，$??_1??_2 = -?? + 2$.

∵$(??_1 - ??_2 + 2)(??_1 - ??_2 - 2) + 2??_1??_2 = -3$，即$(??_1 + ??_2)^2 - 2??_1??_2 - 4 = -3$，

∴$(?? - 1)^2 + 2?? - 4 - 4 = -3$，

解得：??= ±2

∵关于 x 的一元二次方程 $??^2 - (?? - 1)?? - ?? + 2 = 0$有实数根,

∴??= $[-(?? - 1)]^2 - 4 \times 1 \times (-?? + 2) \geq 0$,

解得：$??\geq 2\sqrt{2}-1$或$??\leq -2\sqrt{2}-1$，

∴$??=2$.

故选：D.

由根与系数的关系可得出 $??_1+??_2=??-1$，$??_1??_2=-??+2$，结合$(??_1-??_2+2)(??_1-??_2-2)+2??_1??_2=-3$ 可求出 k的值，根据方程的系数结合根的判别式 $??\geq 0$可得出关于 k的一元二次不等式，解之即可得出 k的取值范围，进而可确定 k的值，此题得解.

本题考查了根的判别式以及根与系数的关系，利用根与系数的关系结合 $(??_1-??_2+2)(??_1-??_2-2)+2??_1??_2=-3$，求出 k的值.

6.【答案】 B

【解析】【分析】

本题综合考查了含参一元一次不等式组的整数解，含参分式方程得问题，需要考虑的因素较多，属于易错题．先解关于 x的一元一次不等式组 $\begin{cases} ??-\frac{1}{4}(4??-2)\leq\frac{1}{2} \\ \frac{3??-1}{2}<??+2 \end{cases}$，再根据其解集是 $??\leq ??$，得 a小于5；再解分式方程，根据其有非负整数解，同时考虑增根的情况，得出 a的值，再求和即可.

【解答】

解：由不等式组 $\begin{cases} ??-\frac{1}{4}(4??-2)\leq\frac{1}{2} \\ \frac{3??-1}{2}<??+2 \end{cases}$得：$\begin{cases} ??\leq ?? \\ ??<5 \end{cases}$

∵解集是 $??\leq ??$，

∴$??<5$；

由关于 y的分式方程 $\frac{2??-??}{??-1}-\frac{??-4}{1-??}=1$得$2??-??+??-4=??-1$

∴$??=\frac{3+??}{2}$，

∵有非负整数解，

∴$\frac{3+??}{2}\geq 0$，

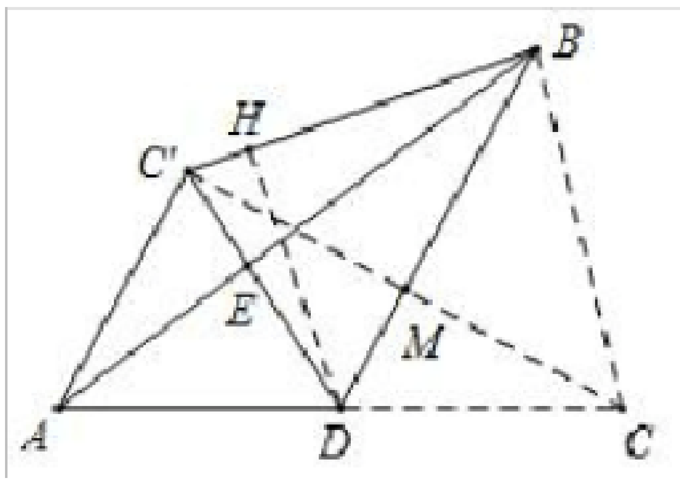
∴$??\geq -3$，且$??=-3$，$??=-1$(舍，此时分式方程为增根)，$??=1$，$??=3$

它们的和为 1.

故选：B.

7.【答案】 B

【解析】 解：如图，连接 ????′交 BD 于点 M，过点 D 作????⊥????于点 H，



∵????= ????= ′2，D 是 AC 边上的中点，

∴????= ????= 2，

由翻折知， △????≌△??????，BD 垂直平分 ????′

∴????= ????= ′2，????= ????，????= ?? ′，??

∴????= ????= ′????= ′2，

∴△??????为等边三角形，

∴∠ ??????∠′????= ′∠??? ′=??60°，

∵????⊥ ????′

∴∠ ??????∠′????= ′$\frac{1}{2}$??× 60 °= 30 °，

在??△?? ′??中，

∠ ????= ′30°，????= ′2，

∴????= 1，?? ′=??$\sqrt{3}$????= $\sqrt{3}$，

∴????= ???? ????= 3 - 1 = 2，

在??△??????中，

????= ′$\sqrt{????^2+ ?? ′^2}$ = $\sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2}$ = $\sqrt{7}$，

∵??△??????= $\frac{1}{2}$????·????= $\frac{1}{2}$????·????，

∴ $\sqrt{7}$????= 3 × $\sqrt{3}$，

∴????= $\frac{3\sqrt{21}}{7}$，

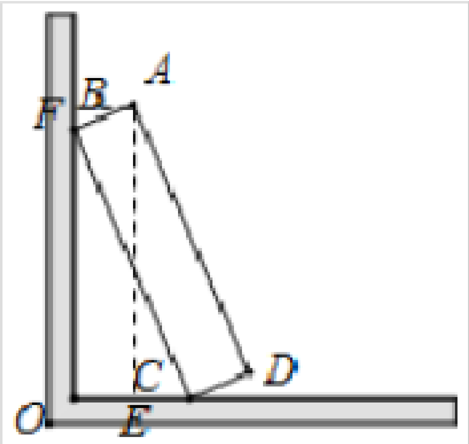
故选： B.

连接 ????′交 BD 于点 M，过点 D 作????⊥????于点 H，由翻折知， △????≌△??????，BD 垂直平分 ????，证 △??????为等边三角形，利用解直角三角形求出 ????= 1，?? ′=??$\sqrt{3}$????= $\sqrt{3}$，????= 2，在??△??????中，′利用勾股定理求出 ????的长，在 △??????中利用面积法求出 DH 的长.

本题考查了轴对称的性质，解直角三角形，勾股定理等，解题关键是会通过面积法求线段的长度.

8.【答案】 D

【解析】 解：作 ????⊥ ????于点 E，作 ????⊥ ????于点 F，



∵四边形 ABCD 是矩形，

∴∠ ????= 90°，

∵∠ ????= ??，∠ ????+ ∠ ????= ??，

∴∠ ????= ??，

∴∠ ????= ??，

∵???? = ??，???? = ??

∴???? = ????+ ???? = ??????????????????????

故选：D．

根据题意，作出合适的辅助线，然后利用锐角三角函数即可表示出点 A 到 OC 的距离，本题得以解决．

本题考查解直角三角形的应用 - 坡度角问题、矩形的性质，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答．

9.【答案】 C

【解析】 解：∵??= (??+ ??)(??+ ??)= ??² + (??+ ??)??+ ????

∴△=(??+ ??)² - 4???? = (??- ??)² > 0，

∴函数 ??= (??+ ??)(??+ ??)的图象与 x 轴有 2 个交点，

∴??= 2，

∵函数 ??= (????+ 1)(????+ 1) = ????²+ (??+ ??)??+ 1，

∴当 ????≠ 0时，△=(??+ ??)² - 4???? = (??- ??)² > 0，函数 ??= (????+ 1)(????+ 1) 的图象与 x 轴有 2 个交点，即 ??= 2，此时 ??= ??；

当 ???? = 0时，不妨令 ??= 0，∵??≠ ??，∴??≠ 0，函数 ??= (????+ 1)(????+ 1) = ????+ 1为一次函数，与 x 轴有一个交点，即 ??= 1，此时 ??= ??+ 1；

综上可知，??= ??或 ??= ??+ 1．

故选：C．

先把两个函数化成一般形式，若为二次函数，再计算根的判别式，从而确定图象与 x 轴的交点个数，若一次函数，则与 x 轴只有一个交点，据此解答．

本题主要考查一次函数与二次函数与 x 轴的交点问题，关键是根据根的判别式的取值确定抛物线与 x 轴的交点个数，二次项系数为字母的代数式时，要根据系数是否为 0，确定它是什么函数，进而确定与 x 轴的交点个数．

10.【答案】 $3\sqrt{3}$

【解析】 解：∵四边形 ABCD 是矩形，

∴∠ ??= ∠ ?????=90 °，

∵∠ ?????=60 °，

∴∠ ?????=30 °，

由作图知， AE 是∠ ?????的平分线，

∴∠ ?????=∠ ?????=30 °，

∴∠ ?????=∠ ?????=30 °，

∴????= ????，

过 E 作????⊥????于 F，

∴????= ????= 1，

∴????= 2????= $2\sqrt{3}$，

∴????= $\sqrt{3}$，????= 3，

∴矩形 ABCD 的面积 = ????????= $3\sqrt{3}$，

故答案为： $3\sqrt{3}$．

根据矩形的性质得到 ∠ ??= ∠ ?????=90 °，求得 ∠ ?????=30 °，由作图知， AE 是∠ ?????的平分线，得到∠ ?????=∠ ?????=30 °，根据等腰三角形的性质得到 ????= ????，过 E 作 EFAC 于 F，求得 ????= ????= 1，求得 ????= 2????= $2\sqrt{3}$，解直角三角形得到 ????= $\sqrt{3}$，????= 3，于是得到结论．

本题主要考查矩形的性质，作图 - 基本作图，解题的关键是熟练掌握角平分线的定义和性质及直角三角形 30 °角所对边等于斜边的一半．

11.【答案】 ??+ 8??

【解析】 解：由图可得，拼出来的图形的总长度 = 9??- 8(??- ??)= ??+ 8??

故答案为： ??+ 8??

用 9 个这样的图形的总长减去拼接时的重叠部分，即可得到拼出来的图形的总长度.

本题主要考查了利用轴对称设计图案，利用轴对称设计图案关键是要熟悉轴对称的性质，利用轴对称的作图方法来作图，通过变换对称轴来得到不同的图案.

12.【答案】 ①④

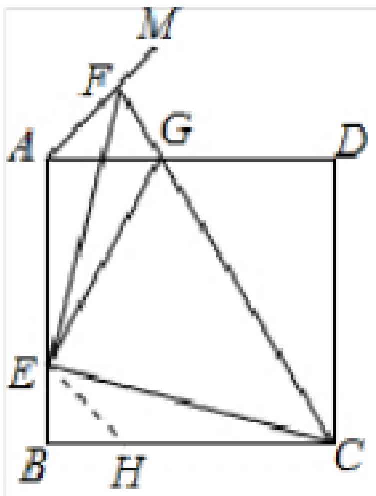


图1

【解析】 解：如图 1中，在 BC 上截取 ????= ???,? 连接 EH．

∵????= ???,? ∠ ????=??90 °,

∴????= $\sqrt{2}$???,? ∵????= $\sqrt{2}$???,?

∴????= ???,?

∵∠ ????=??∠ ????=??45 °, ∠ ????=??90 °,

∴∠ ????=??∠ ????=??135 °,

∵????= ???,? ????= ???,?

∴????= ???,?

∴△????≌?△??????(???,???)

∴????= ???,? ∠ ????=??∠ ??????

∵∠ ????+??∠ ????=??90 °,

∴∠ ????+??∠ ????=??90 °,

∴∠ ????=??90 °,

∴∠ ????=??∠ ????=??45 °, 故① 正确,

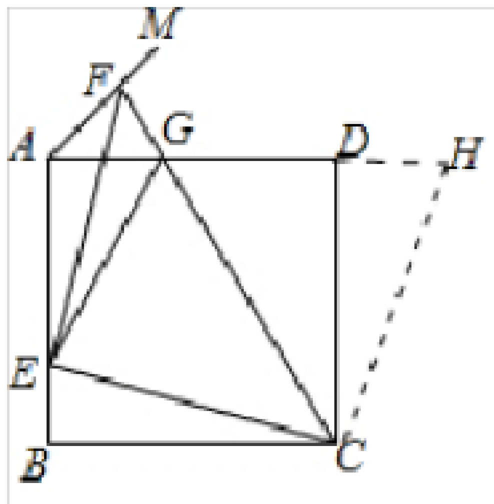


图2

如图 2中，延长 AD 到 H，使得 ????= ???,? 则△????≌?△??????(???,???)

∴∠ ????=??∠ ??????

∴∠ ????=??∠ ????=??90 °,

∴∠ ????=??∠ ????=??45 °,

∵????= ???,? ????= ???,?

∴△????≌?△??????(???,???)

∴????= ???,?

∵????= ????+ ???,? ????= ???,?

∴????= ????+ ???,? 故③ 错误,

∴△????的周长 = ????+ ????+ ????= ????+ ????= ????+ ????+ ????= ????+ ????+ ????= ????+ ????= 2???,

故② 错误,

设????= ??, 则????= ??- ??, ????= $\sqrt{2}$???,

$\therefore ??_{\triangle ??????} = \frac{1}{2}?(??-??)\times ??= -\frac{1}{2}??^2 + \frac{1}{2}????= -\frac{1}{2}(??^2 - ????+\frac{1}{4}??^2 - \frac{1}{4}??^2) = -\frac{1}{2}(??-\frac{1}{2}??)^2 + \frac{1}{8}??^2$,

$\because -\frac{1}{2} < 0$,

$\therefore ??= \frac{1}{2}??$时，$\triangle ??????$的面积的最大值为 $\frac{1}{8}??^2$.故④ 正确，

故答案为 ①④ .

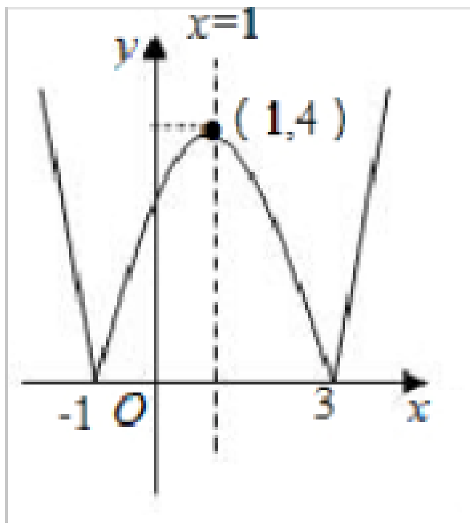
① 正确．如图 1 中，在 BC 上截取 ????= ????，连接 ????，证明 △?????≌△??????(????)即可解决问题．

②③ 错误．如图 2 中，延长 AD 到 H，使得 ????= ????，则 △?????≌△??????(????)，再证明 △?????≌△??????(????)即可解决问题．

④ 正确．设 ????= ??，则 ????= ??-??，????= $\sqrt{2}$??，构建二次函数，利用二次函数的性质解决最值问题．

本题考查正方形的性质，全等三角形的判定和性质，二次函数的应用等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线面构造全等三角形解决问题，属于中考填空题中的压轴题．

13.【答案】 4



【解析】 解：① ∵(-1,0) ，(3,0) 和 (0,3) 坐标都满足函数 $??= |??^2 - 2??-3|$，∴① 是正确的；

② 从图象可知图象具有对称性，对称轴可用对称轴公式求得是直线 ??= 1，因此 ② 也是正确的；

③ 根据函数的图象和性质，发现当 -1 ≤??≤1或??≥3时，函数值 y 随 x 值的增大而增大，因此 ③ 也是正确的；

④ 函数图象的最低点就是与 x 轴的两个交点，根据 ??= 0，求出相应的 x 的值为 ??= -1 或??= 3，因此④ 也是正确的；

⑤ 从图象上看，当 ??< -1 或??> 3，函数值要大于当 ??= 1时的 $??= |??^2 - 2??-3| = 4$，因此 ⑤ 时不正确的；

故答案是： 4

由 (-1,0) ，(3,0) 和 (0,3) 坐标都满足函数 $??= |??^2 - 2??-3|$，∴① 是正确的；从图象可以看出图象具有对称性，对称轴可用对称轴公式求得是直线 ??= 1，② 也是正确的；

根据函数的图象和性质，发现当 -1 ≤??≤1或 ??≥3时，函数值 y 随 x 值的增大而增大，因此 ③ 也是正确的；函数图象的最低点就是与 x 轴的两个交点，根据 ??= 0，求出相应的 x 的值为 ??= -1 或??= 3，因此 ④ 也是正确的；从图象上看，当 ??< -1 或??> 3，函数值要大于当 ??= 1时的 $??= |??^2 - 2??-3| = 4$，因此 ⑤ 时不正确的；逐个判断之后，可得出答案．

理解“鹊桥”函数 ??= |????^{2}+ ???+ ??|的意义，掌握“鹊桥”函数与 ??= |????^{2}+ ???+ ??|与二次函数 ??= ????^{2}+ ???+ ??之间的关系；两个函数性质之间的联系和区别是解决问题的关键；二次函数 ??= ????^{2}+ ???+ ??与 x 轴的交点、对称性、对称轴及最值的求法以及增减性应熟练掌握.

14.【答案】 6000

【解析】 解：由题意可得,

甲的速度为： $4000 \div (12-2-2) = 500$ 米/分,

乙的速度为： $\frac{4000+500\times 2-500\times 2}{2+2} = 1000$ 米/分,

乙从与甲相遇到返回公司用的时间为 4 分钟,

则乙回到公司时，甲距公司的路程是： $500\times(12-2)-500\times 2+500\times 4 = 6000$(米),

故答案为： 6000.

根据函数图象和题意可以分别求得甲乙的速度和乙从与甲相遇到返回公司用的时间，从而可以求得当乙回到公司时，甲距公司的路程.

本题考查一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

15.【答案】 $2(5+3\sqrt{5})$

【解析】 解：∵四边形 ABCD 是矩形,

∴????= ????, ????= ????, 设????= ????= ??,

由翻折可知： ????′= ????= ??, ????′= ????= ??,

∵△??′??的面积为 4，△??′??的面积为 1,

∴??′= 4??′, 设??′= ??, 则??′= 4??,

∵△??′??∽△??′??,

∴$\frac{??'}{????'} = \frac{??????'}{????'}$,

∴$\frac{??}{??} = \frac{??}{4??}$,

∴$??^2 = 4??^2$,

∴??= 2??或-2??(舍弃),

∴????= ′????= ′2??,

∵$\frac{1}{2}$????2??= 1,

∴??= 1,

∴??= 2,

∴????= ????= 2，????= $\sqrt{?2+4^2}=2\sqrt{5}$，????= $\sqrt{?1+2^2}=\sqrt{5}$,

∴????= $4+2\sqrt{5}+\sqrt{5}+1=5+3\sqrt{5}$,

∴矩形 ABCD 的面积 = $2(5+3\sqrt{5})$.

故答案为 $2(5+3\sqrt{5})$

设????= ????= ??，由翻折可知：????=′????= ??，????=′????= ??，因为△??′??的面积为 4，△??′???的面积为 1，推出 ??′?=?4??′?，设??′?=???，则??′?=?4??，由△??′?????∽△??′???推出 $\frac{??'}{????}=\frac{????'}{????}$，推出 $\frac{??}{??}=\frac{??}{4??}$，可得 ??= 2??，再利用三角形的面积公式求出 a 即可解决问题.

本题考查翻折变换，矩形的性质，勾股定理，相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是学会利用参数解决问题，属于中考填空题中的压轴题.

16.【答案】 解：连接 CO 并延长，与 AB 交于点 D，

∵????⊥????，∴????= ????= $\frac{1}{2}$????= 3(米)，

在????△??????中，∠?????=?41.3°，

∴??????41.3°= $\frac{????}{????}$，即????= $\frac{3}{??????41.3°}=\frac{3}{0.75}=4$(米)，

??????41.3°= $\frac{????}{????}$，即????= ????·??????41.3°= 3 ×0.88 = 2.64(米)，

则????= ????+ ????= 4 + 2.64 = 6.64(米).

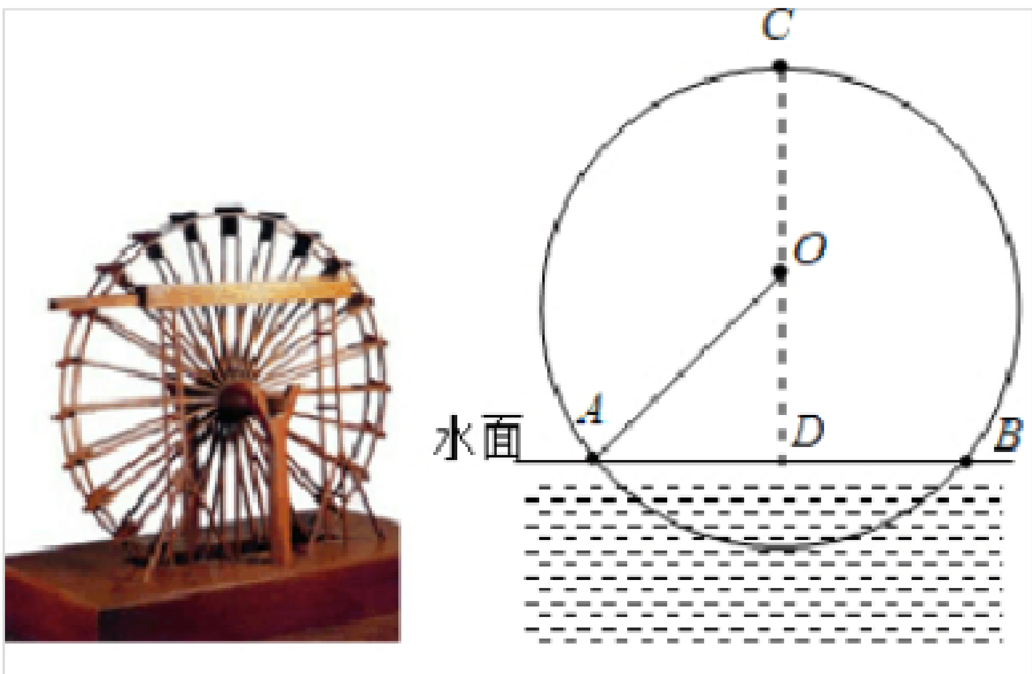


图1 图2

【解析】 此题考查了解直角三角形的应用，垂径定理，熟练掌握各自的性质是解本题的关键.

连接 CO 并延长，与 AB 交于点 D，由 CD 与 AB 垂直，利用垂径定理得到 D 为 AB 的中点，在直角三角形 AOD 中，利用锐角三角函数定义求出 OA，进而求出 OD，由????+ ????求出 CD 的长即可.

17.【答案】 解：(1) ∵∠?????=?90°，????= ????，

∴∠ ????=??45 °= ∠ ????+??∠ ??????

又∠????=??135 °,

∴∠ ????+??∠ ????=??45 °

∴∠ ????=??∠ ??????

又∵∠????=??∠????=??135 °,

∴△??????∽△??????

(2) ∵△??????∽△??????

∴$\frac{PA}{PB}=\frac{PB}{PC}=\frac{AB}{BC}$

在????△?????中, ????= ????,

∴$\frac{AB}{BC}=\sqrt{2}$

∴$PB=\sqrt{2}PC$，$PA=\sqrt{2}PB$

∴????= 2????

(3) 如图，过点 P 作????⊥????于 D，????⊥????于 E，过 P 作????⊥????于点 F

∴????= $?_1$，????= $?_2$，????= $?_3$，

∵∠ ????+??∠ ????=??135 °+ 135 °= 270 °

∴∠ ????=??90 °,

∴∠ ????+??∠ ????=??90 °,

又∵∠????=??∠????+??∠????=??90 °

∴∠ ????=??∠ ??????,

∴????△?????∽????△??????,

∴$\frac{PE}{DP}=\frac{AP}{PC}=2$，即$\frac{h_3}{h_2}=2$,

∴$?_3$ = 2$?_2$

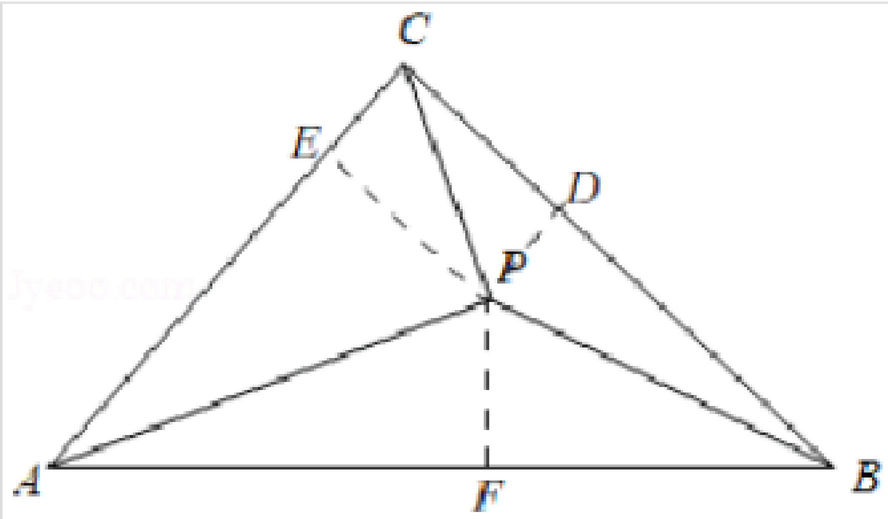
∵△??????∽△??????,

∴$\frac{h_1}{h_2}=\frac{AB}{BC}=\sqrt{2}$,

∴$h_1=\sqrt{2}h_2$

$\therefore h_1^2=2h_2^2=2h_2\cdot h_2=h_2h_3$.

即：$?_1^2 = ?_2??_3$.



【解析】 (1) 利用等式的性质判断出 ∠?????=∠?????，即可得出结论；

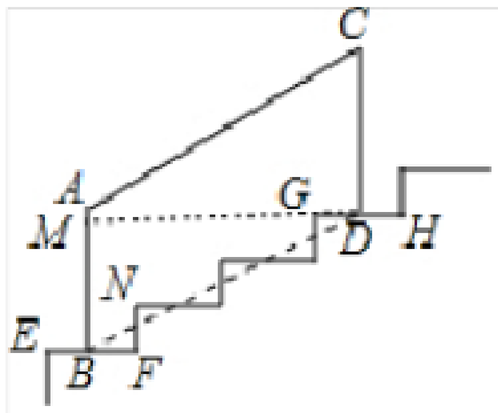
(2) 由 (1) 的结论得出 $\frac{PA}{PB}=\frac{PB}{PC}=\frac{AB}{BC}$，进而得出 $\frac{AB}{BC}=\sqrt{2}$，即可得出结论；

(3) 先判断出 ???△?????∽???△?????，得出 $\frac{PE}{DP}=\frac{AP}{PC}=2$，即 $?_3 = 2?_2$，再由 △?????∽△?????，判断出

$h_1=\sqrt{2}h_2$，即可得出结论.

此题主要考查了相似三角形的判定和性质，等腰直角三角形的性质，判断出 ∠?????=∠?????是解本题的关键.

18.【答案】 解：连接 BD，作 ????⊥????于点 M，



∵????= ????，AB，CD 分别垂直平分踏步 EF，GH，

∴????//????，????= ????，

∴四边形 ABCD 是平行四边形，

∴∠??= ∠????，????= ????，

∵∠??= 65°，????= 900，

∴∠?????= 65°，????= 900，

∴????= ????????65° = 900 ×0.423 ≈381，????= ????????65° = 900 ×0.906 ≈815，

∵381 ÷3 = 127，120 < 127 < 150，

∴该中学楼梯踏步的高度符合规定，

∵815 ÷3 ≈272，260 < 272 < 300，

∴该中学楼梯踏步的宽度符合规定，

由上可得，该中学楼梯踏步的宽度和高度都符合规定.

【解析】 根据题意，作出合适的辅助线，然后根据锐角三角函数即可求得 BM 和 DM 的长，然后计算出该中学楼梯踏步的宽度和高度，再与规定的比较大小，即可解答本题.

本题考查解直角三角形的应用，解答本题的关键是明确题意，利用锐角三角函数和数形结合的思想解答.

19.【答案】 证明：(1) ∵⊙??为????△????的外接圆

∴??为斜边 AB 中点， AB 为直径

∵∠????=??90 °

∴∠????+??∠????=??90 °

∵∠????=??∠??????

∴∠????+??∠????=??90 °

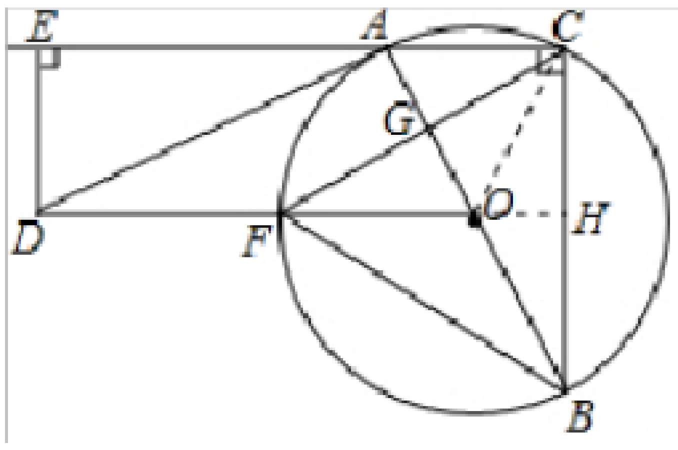
∴∠????=??180 °- (∠????+??∠????=??)90 °

∴????⊥????

∴????是⊙ ??的切线

(2) 延长 DO 交 BC 于点 H，连接 OC

∵????⊥????于点 E



∴∠????=??90 °

∵??绕点 A 旋转得到 AD

∴????= ????

在△????与△????中

∠????=??∠????=??90 °

{∠????=??∠??????

????= ????

∴△????≌△??????(??????)

∴????= ????= 2，????= ????= 1

∴????= ????= √????² + ????² = √5

∵??为 AB 中点

$$∴????= \frac{1}{2}????= \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$∴\frac{????}{????}= \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{????}{????}$$

∵∠????=??∠????=??90 °

∴△????∽△??????

∴∠????=??∠??????

∴????//????

∴∠????=??∠????=??90°，即????⊥????

∵????= ????

∴????平分∠????，即∠????=??$\frac{1}{2}$∠??????

∵∠????=??∠??????，∠????=??$\frac{1}{2}$∠??????

∴∠????=??∠??????

∵∠????=??∠??????

∴△?????∽△??????

∴$\frac{????}{????}=\frac{????}{????}$

∴$????^2$= ????????

【解析】(1) 因为直角三角形的外心为斜边中点，所以点 O 在 AB 上，AB 为⊙??直径，故只需证????⊥????即可．由∠????+??∠????=??90°和∠????=??∠????可证得∠????+??∠????=??90°，而 E、A、C 在同一直线上，用 180°减去 90°即为∠????=??90°，得证．

(2) 依题意画出图形，由要证的结论$????^2$= ????????联想到对应边成比例，所以需证△?????∽△??????．其中∠????=??∠????为公共角，即需证∠????=??∠??????．∠????为圆周角，所对的弧为弧 BC，故连接 OC 后有∠????=??$\frac{1}{2}$∠??????，问题又转化为证∠????=??$\frac{1}{2}$∠??????．把 DO 延长交 BC 于点 H 后，有∠????=??∠??????，故问题转化为证∠????=??$\frac{1}{2}$∠??????，只要????⊥????，由等腰三角形三线合一即有∠????=??$\frac{1}{2}$∠??????，故问题继续转化为证????//????．联系【模型呈现】发现能证△?????≌△??????，得到????= ????= 2，????= ????= 1，即能求????= ????= $\sqrt{5}$．又因为 O 为 AB 中点，可得到$\frac{????}{????}=\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{????}{????}$，再加上第 (1) 题证得∠????=??90°，可得△?????∽△??????，所以∠????=??∠??????，????//????得证．

本题考查了三角形外心定义，圆的切线判定，旋转的性质，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，平行线的判定和性质，垂径定理，等腰三角形三线合一，圆周角定理．其中第 (2) 题证明????//????进而得到 DO 垂直 BC 是解题关键．

20.【答案】解：(1) 将点 (-1,0)，??(4,0)代入??= $????^2$+ ????+ 2，

∴??= -$\frac{1}{2}$，??= $\frac{3}{2}$，

∴??= -$\frac{1}{2}??^2$ + $\frac{3}{2}$??+ 2；

(2)??(0,2)，

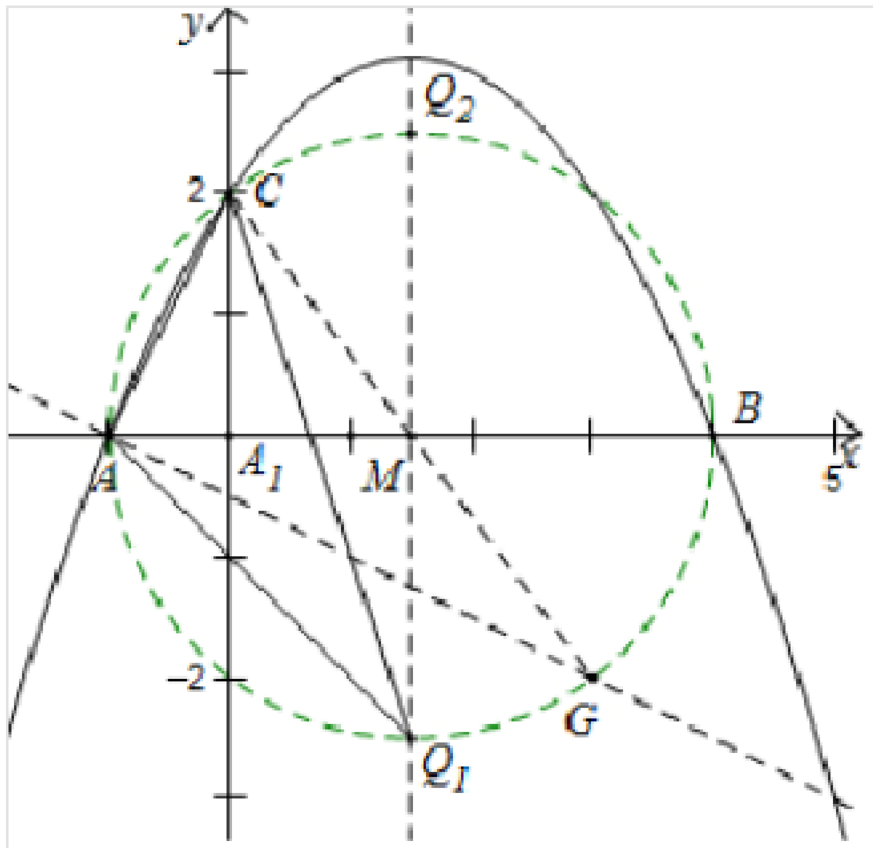
∴??的直线解析式为 ??= - $\frac{1}{2}$??+ 2,

当??= $\frac{3}{2}$时， ????= 3，

∵????= 5，

∴????= 2，

∴??(2,0)， ??(2,1)， ??(2,3)，



∴△????的面积 =△ ????的面积 - △????的面积 =

$\frac{1}{2}$×????×????- $\frac{1}{2}$×????×????= $\frac{1}{2}$×2 ×2 = 2；

(3) ∵????= 5 - 2??，

∴??(2?? 1,0)，

设??(2?? 1, ??)，

∵????^{2}= (2?? 1)^2 + (?? - 2)^2， ????^{2}= (2?? 5)^2 + ??^{2}，

∵????= ????，

∴(2?? 1)^2 + (?? - 2)^2 = (2?? 5)^2 + ??^{2}，

∴??= 4?? 5，

∴??(2?? 1,4?? 5)，

∵????⊥????，

$$\therefore \frac{4??\ 7}{2??\ 1} ? \frac{4??\ 5}{2??\ 5} = -1$$

∴??= 1或??= 2，

∴??(1,0)或??(3,0)，

∴??(1,3)或??(3,2)；

(4) 当??= $\frac{5}{4}$时， ??($\frac{3}{2}$,0)，

∴点 Q 在抛物线对称性 ??= $\frac{3}{2}$上，

如图：过点 A 作 AC 的垂线，以 M 为圆心 AB 为直径构造圆，圆与 ??= $\frac{3}{2}$的交点分别为 $??_1$与 $??_2$，

∵????= 5，

∴????= $\frac{5}{2}$，

∵∠ $??_1$???+ ∠ ????=??90°， ∠ ????+??∠ ????=??90°，

∴∠ $??_1$???= ∠ ??????

又∵∠??$_1$??= ∠????=??∠ ??????

∴??$_1$($\frac{3}{2}$,- $\frac{5}{2}$)，

∵??$_1$与??$_2$关于 x 轴对称,

∴??$_2$($\frac{3}{2}$,$\frac{5}{2}$)，

∴??点坐标分别为 ($\frac{3}{2}$,- $\frac{5}{2}$)，($\frac{3}{2}$,$\frac{5}{2}$)；

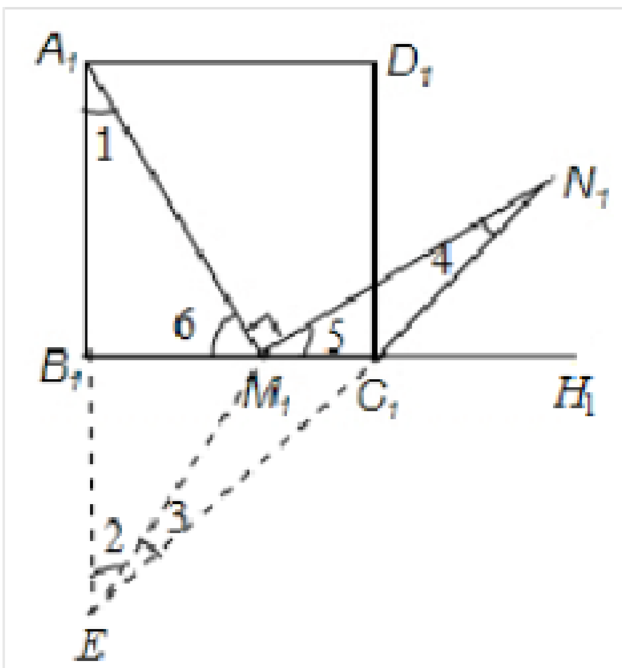
【解析】 (1) 将点 (-1,0) ，??(4,0)代入 ??= ???^{2}?+ ???? 2即可；

(2) 由已知分别求出 ??(2,0)，??(2,1)，??(2,3)，根据 ∴△?????的面积 =△ ?????的面积 - △?????的面积即可求解；

(3) 由已知可得 ??(2?? 1,0)，设 ??(2?? 1, ??)，根据勾股定理可得 ????^{2}= (2?? 1)^2 + (?? - 2)^2，????^{2}= (2?? 5)^2 + ??^{2}，再由 ???= ????得到 m 与 t 的关系式： ??= 4?? 5，因为 ????⊥????，则有 $\frac{4??-7}{2??-1}$?$\frac{4??-5}{2??-5}$ = -1 求出 ??= 1或 ??= 2，即可求 D 点坐标；

(4) 当 ??= $\frac{5}{4}$时，??($\frac{3}{2}$,0)，可知点 Q 在抛物线对称性 ??= $\frac{3}{2}$上；过点 A 作 AC 的垂线，以 M 为圆心 AB 为直径构造圆，圆与 ??= $\frac{3}{2}$的交点分别为 ??$_1$与??$_2$，由 ????= 5，可得圆半径 ????= $\frac{5}{2}$，即可求 Q 点坐标分别为 ($\frac{3}{2}$,- $\frac{5}{2}$)，($\frac{3}{2}$,$\frac{5}{2}$).

本题考查二次函数的图象及性质，动点问题；能够熟练掌握二次函数解析式与相应点的求法，熟悉等腰直角三角形的性质，应用勾股定理和直线垂直的性质建立坐标之间的联系，借助圆周角的性质，等腰三角形的性质，互余角的性质将角进行转换是解题的关键.



21.【答案】 解：延长 ??$_1$??至 E，使 ???$_1$?= ???$_1$，连接 ???$_1$C、???$_1$，如图所示：

则 ???$_1$?= ????，∠???$_1$?中 = 90 °= ∠??$_1$???$_1$，

∴△????$_1$??是等腰直角三角形,

∴∠ ?????= ∠ ?????= 45 °，

∵??$_1$是正方形 ??$_1$??$_1$???$_1$的外角 ∠??$_1$??$_1$的平分线上一点,

∴∠ ?$_1$???$_1$ = 90 °+ 45 °= 135 °，

∴∠ ?$_1$????+ ∠ ??$_1$??$_1$ = 180 °，

∴?? ??$_1$、??$_1$ 三点共线,

在△??₁??₁和△???₁?₁中，{ ????₁ = ???₁; ∠ ??₁???₁ = ∠ ??₁??₁; ????₁ = ???₁ }，

∴△????₁≌△????₁(?????)

∴????₁ = ????，∠ 1 = ∠ 2，

∵????₁ = ??₁??，

∴???? = ??₁??，

∴∠ 3 = ∠ 4，

∵∠ 2 + ∠ 3 = 45°，∠ 4 + ∠ 5 = 45°，

∴∠ 1 = ∠ 2 = ∠ 5，

∵∠ 1 + ∠ 6 = 90°，

∴∠ 5 + ∠ 6 = 90°，

∴∠ ??₁?? = 180° - 90° = 90°.

【解析】 延长????至 E，使???? = ????，连接 ???₁C、????，则???? = ????，∠????₁中 = 90° = ∠ ????₁，得出 △????是等腰直角三角形，由等腰直角三角形的性质得出 ∠????? = ∠ ????? = 45°，证出 ∠ ?????+ ∠ ????? = 180°，得出 E、??、??₁三点共线，由 SAS证明△????₁≌△????₁得出 ????₁ = ????，∠ 1 = ∠ 2，得出 ???? = ??₁??，由等腰三角形的性质得出 ∠ 3 = ∠ 4，证出 ∠ 1 = ∠ 2 = ∠ 5，得出 ∠ 5 + ∠ 6 = 90°，即可得出结论.

此题是四边形综合题目，考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质、三角形的外角性质等知识；本题综合性强，熟练掌握正方形的性质，通过作辅助线构造三角形全等是解本题的关键.

22.【答案】 解：(1) ∵?? = ????² - 2???? - 3 = ??(?? - 1)² - ?? - 3，抛物线有最低点，

∴二次函数 ?? = ????² - 2???? - 3的最小值为 -?? - 3；

(2) ∵抛物线 G：?? = ??(?? - 1)² - ?? - 3

∴平移后的抛物线 ??₁：?? = ??(?? - 1 - ??)² - ?? - 3

∴抛物线 ??₁顶点坐标为 (?? + 1, -?? - 3)

∴?? = ?? + 1，?? = -?? - 3

∴?? + ?? = ?? + 1 - ?? - 3 = -2

即?? + ?? = -2，变形得 ?? = -?? - 2

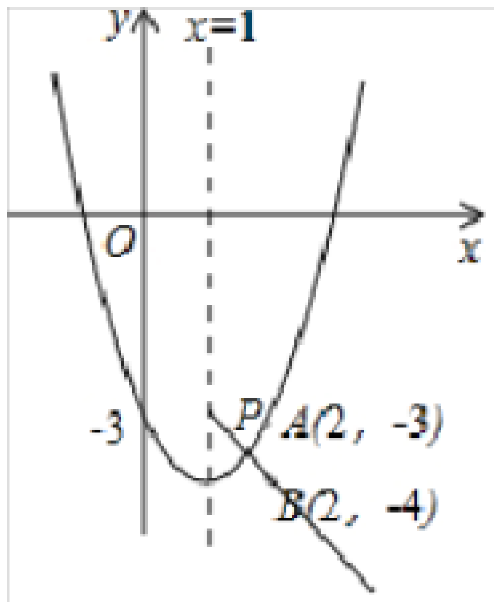
∵?? > 0，?? = ?? - 1

∴?? - 1 > 0

∴?? > 1

∴??与 x 的函数关系式为 ??= -?? - 2(??> 1)；

(3) 法一：如图，函数 H：??= -?? - 2(??> 1) 图象为射线



??= 1时，??= -1 - 2 = -3 ；??= 2时，??= -2 - 2 = -4

∴函数 H 的图象恒过点 ??(2,-4)

∵抛物线 G：??= ??(?? - 1)^2 - ?? - 3

??= 1时，??= -?? - 3；??= 2时，??= ?? - ?? - 3 = -3

∴抛物线 G 恒过点 ??(2,-3)

由图象可知，若抛物线与函数 H 的图象有交点 P，则 ??$_{??}$ < ??$_{??}$ < ??$_{??}$

∴点 P 纵坐标的取值范围为 -4 < ??$_{??}$ < -3 ；

法二：{??= -?? - 2
??= ????^{2} - 2???? 3

整理的：??(??^{2} - 2??) = 1 - ??

∵?? > 1，且 ??= 2时，方程为 0 = -1 不成立

∴?? ≠ 2，即 ??^{2} - 2??= ??(?? - 2) ≠ 0

$$∴?? = \frac{1 - ??}{??(?? - 2)} > 0$$

∵?? > 1

∴1 - ?? < 0

∴??(?? - 2) < 0

∴?? - 2 < 0

∴?? < 2 即 1 < ?? < 2

∵??$_{??}$ = -?? - 2

∴-4 < ??$_{??}$ < -3 .

【解析】 本题考查了求二次函数的最值，二次函数的平移，二次函数与一次函数的关系．解题关键是在无图的情况下运用二次函数性质解题，第 (3) 题结合图象解题体现数形结合的运用．

(1) 抛物线有最低点即开口向上，?? > 0，用配方法或公式法求得对称轴和函数最小值．

(2) 写出抛物线 G 的顶点式，根据平移规律即得到抛物线 ??$_1$ 的顶点式，进而得到抛物线 ??$_1$ 顶点坐标 (?? + 1, -?? - 3)，即 ??= ?? + 1，??= -?? - 3，?? + ??= -2 即消去 m，得到 y 与 x 的函数关系式．再由 ?? > 0，即求得 x 的取值范围．

(3) 法一：求出抛物线恒过点 ??(2,-4) ，函数 H 图象恒过点 ??(2,-3) ，由图象可知两图象交点 P 应在

点 A、B 之间，即点 P 纵坐标在 A、B 纵坐标之间.

法二：联立函数 H 解析式与抛物线解析式组成方程组，整理得到用 x 表示 m 的式子．由 x 与 m 的范围讨论 x 的具体范围，即求得函数 H 对应的交点 P 纵坐标的范围.

23.【答案】 解：(1) ∵在函数 ??= |????- 3| + ??中，当 ??= 2时，??= -4 ；当 ??= 0时，??= -1 ，

$\therefore \begin{cases} |2??- 3| + ??= -4 \\ | - 3| + ??= -1 \end{cases}$，得 $\begin{cases} ??= \frac{3}{2} \\ ??= -4 \end{cases}$，

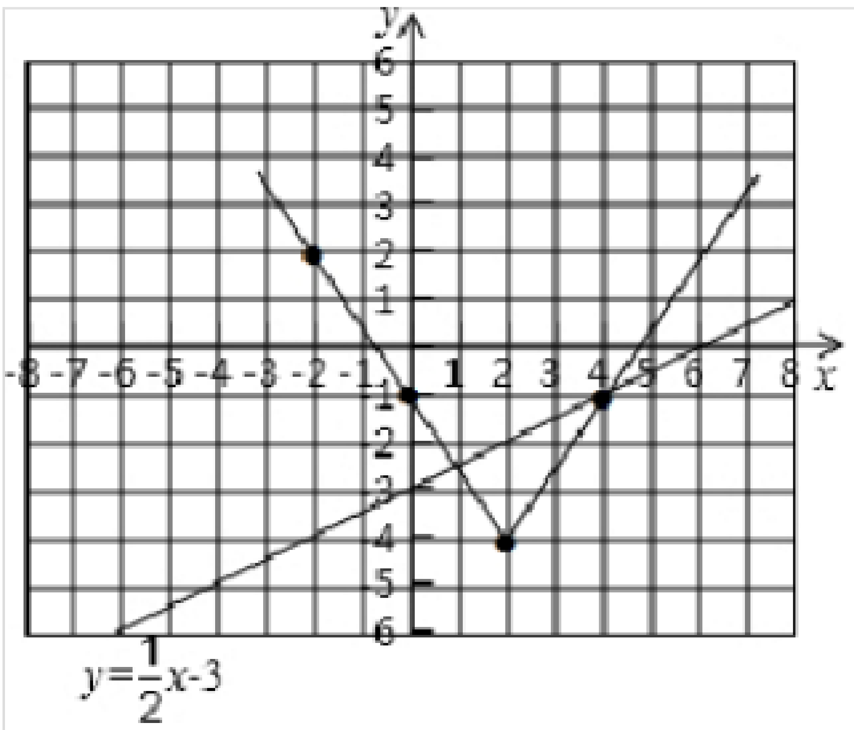
∴这个函数的表达式是 ??= $|\frac{3}{2}$??- 3| - 4 ；

(2) ∵??= $|\frac{3}{2}$??- 3| - 4，

$\therefore ??= \begin{cases} \frac{3}{2}??- 7 & (??\geq 2) \\ -\frac{3}{2}??- 1 & (??< 2) \end{cases}$，

∴函数 ??= $\frac{3}{2}$??- 7过点 (2, -4) 和点 (4, -1) ；函数 ??= $-\frac{3}{2}$??- 1过点 (0, -1) 和点 (-2,2) ；

该函数的图象如图所示，性质是当 ??> 2时，y 随 x 的增大而增大（答案不唯一）；



(3) 由函数图象可得，

不等式 |????- 3| + ??≤ $\frac{1}{2}$??- 3的解集是 1 ≤ ??≤ 4.

【解析】 本题考查一次函数的应用、一元一次不等式与一次函数的关系，解答本题的关键是明确题意，利用一次函数的性质和数形结合的思想解答.

(1) 根据在函数 ??= |????- 3| + ??中，当 ??= 2时，??= -4 ；当 ??= 0时，??= -1 ，可以求得该函数的表达式；

(2) 根据 (1) 中的表达式可以画出该函数的图象并写出它的一条性质；

(3) 根据图象可以直接写出所求不等式的解集.

24.【答案】 解：(1) 设正方形 CEFG 的边长为 a,

∵正方形 ABCD 的边长为 1,

∴????= 1 - ??,

∵$??_1 = ??_2$,

∴$??^2 = 1\times(1 - ??)$

解得，$??_1 = -\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}$(舍去)，$??_2 = \frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}$,

即线段 CE 的长是 $\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}$；

(2) 证明：∵点 H 为 BC 边的中点， ????= 1,

∴????= 0.5,

∴????= $\sqrt{1^2+0.5^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$,

∵????= 0.5，????= $\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}$,

∴????= $\frac{\sqrt{5}}{2}$,

∴????= ????.

【解析】 (1) 设出正方形 CEFG 的边长，然后根据 $??_1 = ??_2$，即可求得线段 CE 的长；

(2) 根据 (1) 中的结果和题目中的条件，可以分别计算出 HD 和 HG 的长，即可证明结论成立.

本题考查正方形的性质、矩形的性质，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

25.【答案】 解：(1) ①连接 OB、OC,

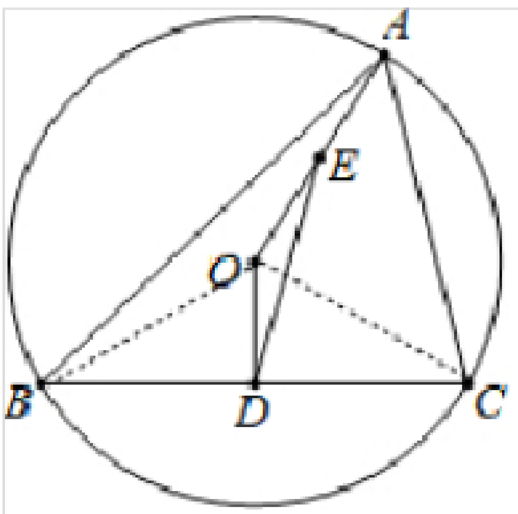


图1

则∠?????= $\frac{1}{2}$∠?????=∠?????= 60°,

∴∠?????= 30°,

∴????= $\frac{1}{2}$????= $\frac{1}{2}$????;

② ∵????长度为定值,

∴求△?????面积的最大值，要求 BC 边上的高最大,

当 AD 过点 O 时，AD 最大，即：????= ????+ ????= $\frac{3}{2}$,

△?????面积的最大值 = $\frac{1}{2}$ × ????× ????= $\frac{1}{2}$ × 2???????????60 × $\frac{3}{2}$ = $\frac{3\sqrt{3}}{4}$；

(2) 如图 2，连接 OC,

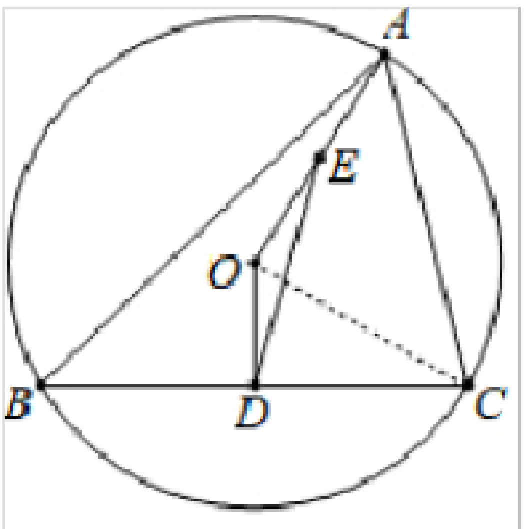


图2

设：∠?????=????

则∠????=?????, ∠????=?????

则∠?????=180°-∠?????∠????=?180°- ???? ????= $\frac{1}{2}$∠?????=∠??????

∵∠?????=2∠????=2????,

∴∠?????=∠?????∠?????=180°- ???? ????+ 2????= 180°+ ???? ????

∵????= ????,

∴∠?????=180°- 2??,

即：180°+ ???? ????= 180°- 2??,

化简得：??- ??+ 2 = 0.

【解析】 (1) ① 连接 OB、OC，则∠?????= $\frac{1}{2}$∠?????=∠?????=60°，即可求解；② ????长度为定值，△?????面积的最大值，要求 BC 边上的高最大，即可求解；

(2) ∠?????=180°-∠?????∠?????=180°- ???? ????= $\frac{1}{2}$∠?????=∠??????，而∠?????=∠?????+∠?????=180°- ???? ????+ 2????= 180°+ ???? ????，即可求解.

本题为圆的综合运用题，涉及到解直角三角形、三角形内角和公式，其中 (2) ∠?????=∠?????+∠?????是本题容易忽视的地方，本题难度适中.