

2016~2017学年北京西城区北京市第四中学高一上学期期中数学试卷

选择

1. 如果 $A = (-1, +\infty)$, 那么正确的结论是 () .

A. $0 \subseteq A$

B. $\{0\} \in A$

C. $\{0\} \subsetneq A$

D. $\emptyset \in A$

2. 函数 $f(x) = 2^x - \sqrt{2}$, 则 $f\left(\frac{1}{2}\right) = ()$.

A. 0

B. $-\sqrt{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. 与函数 $y = \lg(x-1)$ 的定义域相同的函数是 () .

A. $y = x - 1$

B. $y = |x - 1|$

C. $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

D. $y = \sqrt{x-1}$

4. 若函数 $f(x) = 3^x + 3^{-x}$ 与 $g(x) = 3^x - 3^{-x}$ 的定义域均为 \mathbf{R} , 则 () .

A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为偶函数

B. $f(x)$ 为奇函数 , $g(x)$ 为偶函数

C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为奇函数

D. $f(x)$ 为偶函数 , $g(x)$ 为奇函数

5. 设 $a = \lg 0.2$, $b = \log_3 2$, $c = 5^{\frac{1}{2}}$, 则 () .

A. $a < b < c$

B. $b < c < a$

C. $c < a < b$

D. $c < b < a$

6. 若指数函数 $y = (a+1)^x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数, 那么 () .

A. $0 < a < 1$

B. $-1 < a < 0$

C. $a = -1$

D. $a < -1$

7. 设函数 $y = x^3$ 与 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的图象的交点为 (x_0, y_0) , 则 x_0 所在的区间是 () .

A. $(0, 1)$

B. $(1, 2)$

C. $(2, 3)$

D. $(3, 4)$

8. 已知函数 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的偶函数 , 当 $x \geq 0$ 时 , $f(x) = 2^x - 2$, 则 $f(x) < 0$ 的解集是 () .

A. $(-1, 0)$

B. $(0, 1)$

C. $(-1, 1)$

D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

9. 某商店卖出两套不同品牌的西服 , 售价均为 1680 元 . 以成本计算 , 一套盈利 20% , 另一套亏损 20% , 此时商店 () .

A. 不亏不盈

B. 盈利 372 元

C. 亏损 140 元

D. 盈利 140 元

10. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数, 则().

- A. $f(a) > f(2a)$ B. $f(a^2) < f(a)$ C. $f(a^2 + a) < f(a)$ D. $f(a^2 + 1) < f(a)$

11. 定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(2x) = -2f(x)$, 且 $f(-1) = \frac{1}{2}$, 则 $f(2)$ 的值为().

- A. 1 B. -2 C. 2 D. -1

12. 若 $a > 1$, $-1 < b < 0$, 则函数 $f(x) = a^x + b$ 的图象一定不过().

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

13. 如果 $x > 1$, $a = \log_{0.5} x$, 那么().

- A. $a^2 > 2a > a$ B. $2a > a > a^2$ C. $a^2 > a > 2a$ D. $a > 2a > a^2$

填空

14. $\log_6 4 + \log_6 9 - 8^{\frac{2}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知函数 $y = f(x)$ 为奇函数, 若 $f(3) - f(2) = 1$, 则 $f(-2) - f(-3) = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 函数 $f(x) = -x^2 - ax + 3$ 在区间 $(-\infty, -1]$ 上是增函数, 则实数 a 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 已知关于 x 方程 $\log_2(x-1) + k - 1 = 0$ 在区间 $[2, 5]$ 上有实数根, 那么 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 若函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$ 在区间 $[0, m]$ ($m > 0$)有最大值3, 最小值1, 则 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

19. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D . 如果对任意 $x \in D$, 都存在常数 M , 使得 $f(x) \geq M$, 称 $f(x)$ 具有性质 Γ . 现给出下列函数:

- ① $f(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ -1, & x \leq 0 \end{cases}$; ② $f(x) = 3x - 1$; ③ $f(x) = |\ln x|$; ④ $f(x) = \lg|x|$. 其中具有性质 Γ 的函数序号是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

20. pH值是水溶液的重要理化参数. 若溶液中氢离子的浓度为 $[H^+]$ (单位: mol/l), 则其pH值为 $-\lg[H^+]$. 在标准温度和气压下, 若水溶液pH = 7, 则溶液为中性, pH < 7时为酸性, pH > 7时为碱性. 例如, 甲溶液中氢离子浓度为0.0001mol/l, 其pH为 $-\lg 0.0001$, 即pH = 4. 已知乙溶液的pH = 2, 则乙溶液中氢离子浓度为 $\underline{\hspace{2cm}}$ mol/l. 若乙溶液中氢离子浓度是丙溶液的两千万倍, 则丙溶液的酸碱性为 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填中性、酸性或碱性).

解答

21. 记函数 $f(x) = \log_2(2x - 3)$ 的定义域为集合 M , 函数 $g(x) = \sqrt{(x-3)(x-1)}$ 的定义域为集合 N . 求:

(1) 集合 M 、 N .

(2) 集合 $M \cap N$ 、 $M \cup N$.

22. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x - 2$.

(1) 用定义证明：函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 1]$ 上是减函数 .

(2) 若函数 $g(x) = f(x) - mx$ 是偶函数，求实数 m 的值 .

23. 已知函数 $f(x) = \log_a(a - ka^x)$ ，其中 $0 < a < 1$ ， $k \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $k = 1$ ，求函数 $f(x)$ 的定义域 .

(2) 若 $a = \frac{1}{2}$ ，且 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 内总有意义，求 k 的取值范围 .

24. 设函数 $f(x) = \log_2 x + \log_2(1 - x)$.

(1) 求 $f(x)$ 的定义域 .

(2) 指出 $f(x)$ 的单调递减区间（不必证明），并求 $f(x)$ 的最大值 .

25. 若定义在 D 上的函数 $f(x)$ 满足：对任意 $x \in D$ ，存在常数 $M > 0$ ，都有 $-M < f(x) < M$ 成立，则称 $f(x)$ 是 D 上的有界函数，其中 M 称为函数 $f(x)$ 的上界 .

(1) 判断函数 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ ， $x \in [0, 2]$ 是否有界函数，请说明理由 .

(2) 若函数 $f(x) = 1 + \frac{a}{2^x} + \frac{1}{4^x}$ ， $x \in [0, +\infty)$ 是以3为上界的有界函数，求实数 a 的取值范围 .