高一新生入学分班考试

数 学 模 拟 试 题

总分：150 分　　　　　　　时量：120 分钟

第Ⅰ卷

一. 选择题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1．下列运算正确的是（　　）。

　A、$a^2 \cdot a^3=a^6$　　B、$a^8 \div a^4=a^2$　　C、$a^3+a^3=2a^6$　　D、$(a^3)^2=a^6$

2．一元二次方程 $2x^2-7x+k=0$ 的一个根是 $x_1=2$,则另一个根和 k 的值是　　　(

　A．$x_2=1$ ，$k=4$　　B．$x_2=-1, k=-4$　C ．$x_2=\frac{3}{2}$,$k=6$　　D．$x_2=-\frac{3}{2}$,$k=-6$

3．如果关于 x 的一元二次方程 $x^2-kx+2=0$ 中，k 是投掷骰子所得的数字（1，2，3，4，5，6），则该二次方程有两个不等实数根的概率 P=　(　　　)

A．$\frac{2}{3}$　　　B．$\frac{1}{2}$　　　C．$\frac{1}{3}$　　　D．$\frac{1}{6}$

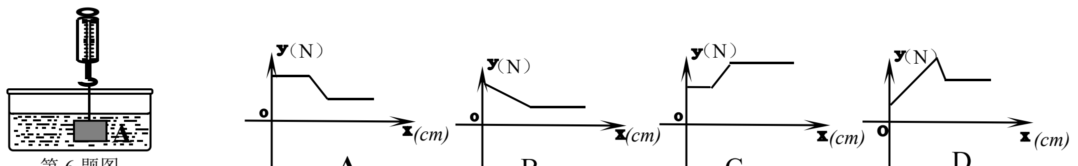
4．二次函数 $y=-x^2-4x+2$ 的顶点坐标、对称轴分别是(　　　)

　A.(-2,6)，x=-2　B.(2,6)，x=2　　C.(2,6)，x=-2　　D.(-2,6)，x=2

5．已知关于 x 的方程 $|5x-4|+a=0$ 无解, $|4x-3|+b=0$ 有两个解, $|3x-2|+c=0$ 只有一个解，则化简 $|a-c|+|c-b|-|a-b|$ 的结果是　　　　（　　　）

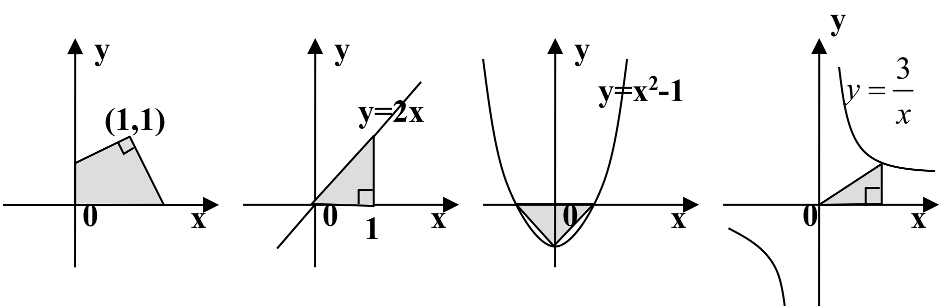
　A、2a　　　　　B、2b　　　　　C、2c　　　　　D、0

6. 在物理实验课上，小明用弹簧称将铁块 A 悬于盛有水的水槽中，然后匀速向上提起，直至铁块完全露出水面一定高度，则下图能反映弹簧称的读数 y（单位 N）与铁块被提起的高度 x（单位 cm）之间的函数关系的大致图象是　（　　　　）



第 6 题图

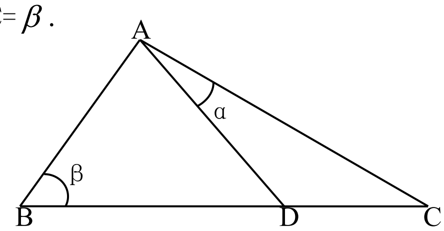
7.　下列图中阴影部分的面积与算式 $|-\frac{3}{4}|+(\frac{1}{2})^2+2^{-1}$ 的结果相同的是　　　　　（　　　）



8．已知四边形 S_1 的两条对角线相等，但不垂直，顺次连结 S_1 各边中点得四边形 S_2，顺次连结 S_2 各边中点得四边形 S_3，以此类推，则 S_{2006} 为（　　）

A．是矩形但不是菱形；　　　　　　　　B. 是菱形但不是矩形；
C.既是菱形又是矩形；　　　　　　　　D.既非矩形又非菱形.

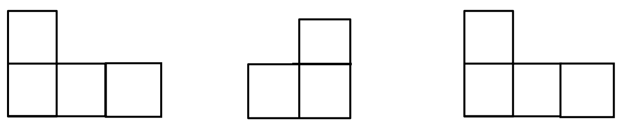
9．如图 ,D 是直角△ABC 斜边 BC 上一点,AB=AD,记∠CAD=α , ∠ABC=β .



若 $\alpha = 10°$,则 β 的度数是

A．40°　　　　B.　50°
C.　60°　　　　D．不能确定

10．如图为由一些边长为 1cm 正方体堆积在桌面形成的立方体的三视图，则该立方体露在外面部分的表面积是________　cm²。



正视图　　　左视图　　　俯视图

A.　11　　B．15　　C．18　　D．22

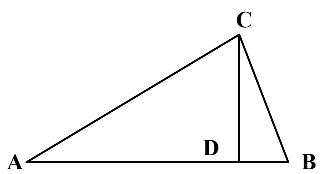
第Ⅱ卷（答卷）

二. 填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

11．函数 $y = \dfrac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是______________.

12．在 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，$CD \perp AB$ 于 D，AC＝10，　CD＝6，则 sinB 的值为_____。

13．如图　，在⊙O 中，∠ACB＝∠D＝60°，OA＝2，则 AC 的长为________。



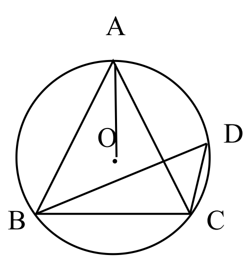


图 4

14．同室的 4 人各写一张贺年卡，先集中起来，然后每人从中拿一张别人送出的 贺年卡，则 4 张贺年卡不同的拿法有__________种。

15. 对于正数 x，规定 $f(x)=\dfrac{x}{1+x}$，例如 $f(3)=\dfrac{3}{1+3}=\dfrac{3}{4}$，$f\left(\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}=\dfrac{1}{4}$，

计算 $f\left(\dfrac{1}{2006}\right)+f\left(\dfrac{1}{2005}\right)+f\left(\dfrac{1}{2004}\right)+\cdots f\left(\dfrac{1}{3}\right)+f\left(\dfrac{1}{2}\right)+f(1)+f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2004)+f(2005)+f(2006)=$______________ .

三. 解答题（共 6 小题，共 80 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

16.（1）解不等式组：$\begin{cases}\dfrac{2x-4}{3}>1-\dfrac{5-x}{2}\\ 2(x+1)-6\le x\end{cases}$，并把解集在数轴上表示出来.

（2）先化简，再求值：已知 $x=\sqrt{2}+1$，求 $\left(\dfrac{x+1}{x^2-x}-\dfrac{x}{x^2-2x+1}\right)\div\dfrac{1}{x}$ 的值.

17. （本小题满分 10 分）

如图，等腰三角形 ABC 中，AB=AC，以 AC 为直径作圆，交 AB 于 D，交 BC 于 E，

（1） 求证：EC=ED

（2） 已知：AB=5，BC=6，求 CD 长。

18.（本小题满分 12 分）已知关于 x 的方程 $x^2-(2k+1)x+4(k-\frac{1}{2})=0$.

⑴ 求证:无论 k 取何值,这个方程总有实数根;

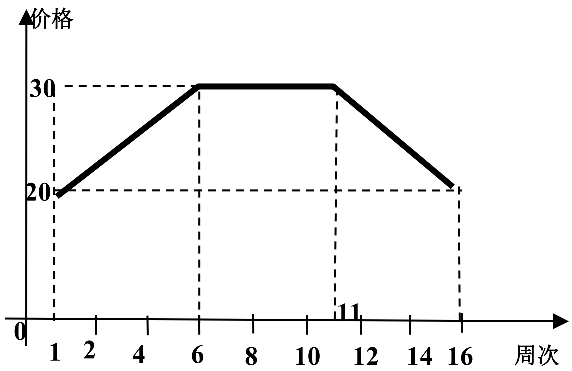
⑵ 若等腰三角形 ABC 的一边长 a=4,另两边的长 b、c 恰好是这个方程的两个根,求三角形 ABC 的周长.

19.（本小题满分 14 分）

在芦淞服装批发市场，某种品牌的时装当季节将来临时，价格呈上升趋势，设这种时装开始时定价为 20 元/件（第 1 周价格），并且每周价格上涨，如图示，从第 6 周开始到第 11 周保持 30 元/件的价格平稳销售；从第 12 周开始，当季节即将过去时，每周下跌，直到第 16 周周末，该服装不再销售。

⑴求 销售价格 y（元/件）与周次 x 之间的函数关系式；

⑵若这种时装每件进价 Z（元/件）与周次 x 次之间的关系为 Z$=-0.125(x-8)^2+12$（$1\leqslant x\leqslant 16$），且 x 为整数，试问该服装第几周出售时，每件销售利润最大？最大利润为多少？



20.（本小题满分 14 分）

已知抛物线 $y=\frac{1}{8}x^2+3mx+18m^2-m$ 与 x 轴交于 $A(x_1,0)$, $B(x_2,0)$ $(x_1<x_2)$ 两点，与 y 轴交于点 C（0，b），O 为原点.

（1）求 m 的取值范围；

（2）若 $m>\frac{1}{18}$ 且 OA+OB=3OC，求抛物线的解析式及 A、B、C 的坐标.

（3）在（2）的情形下，点 P、Q 分别从 A、O 两点同时出发以相同的速度沿 AB、OC 向 B、C 运动，联结 PQ 与 BC 交于 M，设 AP=k，问是否存在 k，使以 P、B、M 为顶点的三角形与⊿ABC 相似. 若存在，求所有的 k 值，若不存在说明理由.

21.（本小题满分 14 分）若干个 1 与 2 排成一行：1，2，1，2，2，1，2，2，2，1，2，------ ，规则是：第 1 个数是 1，第 2 个数是 2，第 3 个数是 1，一般地，先写一行 1，再在第 k 个 1 与第 k+1 个 1 之间插入 k 个 2（k=1,2,3,---）.试问：（1）第 2006 个数是 1 还是 2？

（2）前 2006 个数的和是多少？前 2006 个数的平方和是多少？

（3）前 2006 个数两两乘积的和是多少？

参考答案

一. 选择题（每小题 5 分，共 50 分）

题次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	A	A	D	C	D	B	B	C

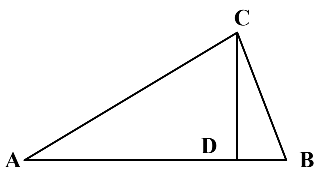
二. 填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

11. 函数 $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是____$x\geq 1且x\neq 2$____________.

12. 在 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，$CD\perp AB于D$，AC＝10， CD＝6，则 sinB 的值为

—$\dfrac{4}{5}$—。

13. 如图 ，在⊙O 中，∠ACB＝∠D＝60°，OA＝2，则 AC 的长为______$2\sqrt{3}$___。



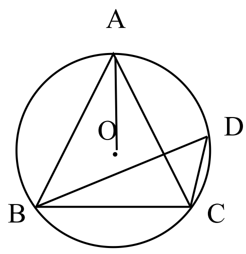


图 4

14. 同室的 4 人各写一张贺年卡，先集中起来，然后每人从中拿一张别人送出的 贺年卡，则 4 张贺年卡不同的拿法有______________**9**________________种。

15. 对于正数 x，规定 f（x）＝ $\dfrac{x}{1+x}$，例如 f（3）＝$\dfrac{3}{1+3}=\dfrac{3}{4}$，$f$（$\dfrac{1}{3}$）＝$\dfrac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}=\dfrac{1}{4}$，

计算 f（$\dfrac{1}{2006}$）＋ f（$\dfrac{1}{2005}$）＋ f（$\dfrac{1}{2004}$）＋ …f（$\dfrac{1}{3}$）＋ f（$\dfrac{1}{2}$）＋ f（1）＋ f（1）＋ f（2）＋ f（3）＋ … ＋ f（2004）＋ f（2005）＋ f（2006）＝______**2006**___________ .

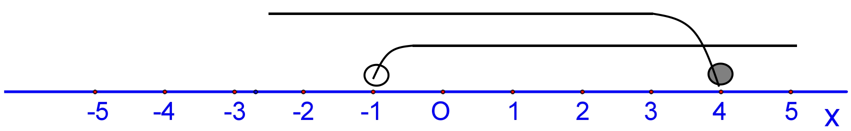
三. 解答题（共 6 小题，共 80 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

16.（本题满分 16 分）（1）解不等式组：$\begin{cases}\dfrac{2x-4}{3}>1-\dfrac{5-x}{2}\\ 2(x+1)-6\leq x\end{cases}$，并把解集在数轴上表示出来.

解：$\begin{cases}\dfrac{2x-4}{3}>1-\dfrac{5-x}{2} & (1)\\ 2(x+1)-6\leq x & (2)\end{cases}$

由（1）得：x>-1

由（2）得：$x\leq 4$　　所以原不等式组的解集为：$-1<x\leq 4$



（2）先化简，再求值：已知 $x=\sqrt{2}+1$，求 $\left(\dfrac{x+1}{x^2-x}-\dfrac{x}{x^2-2x+1}\right)\div\dfrac{1}{x}$ 的值.

解：当 $x=\sqrt{2}+1$ 时，

$$\left(\frac{x+1}{x^2-x}-\frac{x}{x^2-2x+1}\right)\div\frac{1}{x}$$
$$=(\frac{x+1}{x(x-1)}-\frac{x}{(x-1)^2})\bullet x$$
$$=\frac{x^2-1-x^2}{x(x-1)^2}\bullet x$$
$$=\frac{-1}{(x-1)^2}$$
$$=-\frac{1}{2}$$

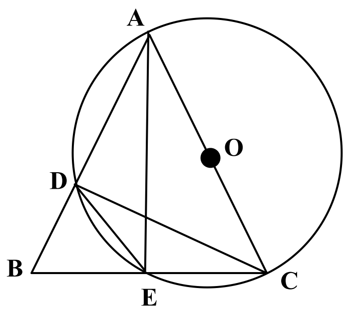
17. （本小题满分 10 分）

如图，等腰三角形 ABC 中，AB=AC，以 AC 为直径作圆，交 AB 于 D，交 BC 于 E，

（3） 求证：EC=ED

（4） 已知：AB=5，BC=6，求 CD 长。

（1） 证明：



$\because$ AC为直径， $\therefore AE\perp BC$,

$\because$ AB=AC， $\therefore\angle$BAE=$\angle$CAE

$\therefore$ EC=ED

（2）解：由 AB=5，BC=6

得：BE=3，AE=4

$\because AC$为直径,$\therefore\angle CDA=\angle AEB=90°$，$\angle B=\angle B$

$$\therefore\Delta BDC\sim\Delta BEA\quad\therefore\frac{BC}{AB}=\frac{CD}{AE}$$

即:$\dfrac{6}{5}=\dfrac{CD}{4}\quad\therefore\ CD=\dfrac{24}{5}$

18.（本小题满分 12 分）已知关于 x 的方程 $x^2-(2k+1)x+4(k-\frac{1}{2})=0$.

⑴ 求证:无论 k 取何值,这个方程总有实数根;

⑵ 若等腰三角形 ABC 的一边长 a=4,另两边的长 b、c 恰好是这个方程的两个根,求三角形 ABC 的周长.　　　　　　解:(1)

$$\Delta=(2k+1)^2-16(k-\frac{1}{2})$$
$$=4k^2-12k+9$$
$$=(2k-3)^2$$

恒大于等于0

所以:无论 k 取何值,这个方程总有实数根。--------5 分

(2)三角形 ABC 为等腰三角形,可能有两种情况:

1)b 或 c 中至少有一个等于 a= 4,即:方程 $x^2-(2k+1)x+4(k-\frac{1}{2})=0$ 有一根为 4,

可得 k=$\frac{5}{2}$,方程为 $x^2-6x+8=0$. 另一根为 2,此时三角形 ABC 周长为 10;-------9 分

2)b=c 时,　$\Delta=(2k+1)^2-16(k-\frac{1}{2})=0$

得 k=$\frac{3}{2}$,方程为 $x^2-4x+4=0$. 得 b=c=2, 此时 ABC 不能构成三角形;

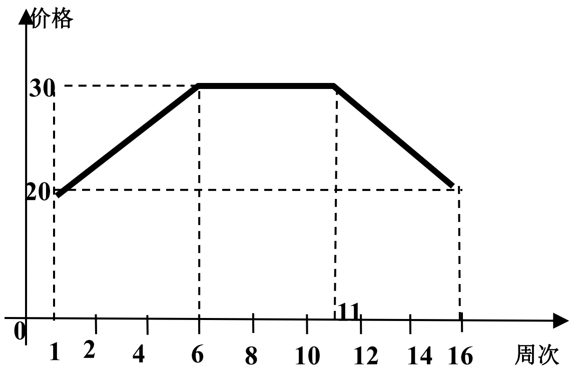
综上,三角形 ABC 周长为 10。　　　　　----------------------12 分

19.(本小题满分 14 分)

在芦淞服装批发市场,某种品牌的时装当季节将来临时,价格呈上升趋势,设这种时装开始时定价为 20 元/件(第 1 周价格),并且每周价格上涨,如图示,从第 6 周开始到第 11 周保持 30 元/件的价格平稳销售;从第 12 周开始,当季节即将过去时,每周下跌,直到第 16 周周末,该服装不再销售。

⑴求 销售价格 y (元/件)与周次 x 之间的函数关系式;

⑵若这种时装每件进价 Z(元/件)与周次 x 次之间的关系为 Z=$-0.125(x-8)^2+12$($1\leqslant x\leqslant 16$),且 x 为整数,试问该服装第几周出售时,每件销售利润最大?最大利润为多少?



解:⑴依题意,可建立的函数关系式为:

$$y=\begin{cases}2x+18 & (1\le x\le 6)\\ 30 & (6\le x\le 11)\\ -2x+52 & (12\le x\le 16)\end{cases}$$ ------------------------------------6 分

⑵设销售利润为 W，则 W＝售价－进价

$$故\ W=\begin{cases}20+2x+\frac{1}{8}(x-8)^2-14 & (1\le x\le 6)\\ 30+\frac{1}{8}(x-8)^2-12 & (6\le x\le 11)\\ \frac{1}{8}(x-8)^2-2x+40 & (12\le x\le 16)\end{cases}$$

$$化简得\ W=\begin{cases}\frac{1}{8}x^2+14 & (1\le x\le 6)\\ \frac{1}{8}x^2-2x+26 & (6\le x\le 11)\\ \frac{1}{8}x^2-4x+48 & (12\le x\le 16)\end{cases}$$ ………………10 分

①当 W＝$\frac{1}{8}x^2+14$时，∵ $x\geqslant 0$，函数 y 随着 x 增大而增大，∵$1\leqslant x\leqslant 6$

∴当 $x=6$时，W 有最大值，最大值＝18.5

②当 W＝$\frac{1}{8}x^2-2x+26$时，∵W＝$\frac{1}{8}(x-8)^2+18$，当 $x\geqslant 8$ 时，函数 y 随 x 增大而增大

∴在 $x=11$时，函数有最大值为$19\frac{1}{8}$

③当 W＝$\frac{1}{8}x^2-4x+48$时，∵W＝$\frac{1}{8}(x-16)^2+16$，∵$12\leqslant x\leqslant 16$，当 $x\leqslant 16$ 时，函数 y 随 x 增大而减小，

∴在 $x=12$时，函数有最大值为 18

综上所述，当 $x=11$时，函数有最大值为$19\frac{1}{8}$………………14 分

20.（本小题满分 14 分）

已知抛物线 $y=\frac{1}{8}x^2+3mx+18m^2-m$ 与 x 轴交于 $A(x_1,0),\ \ B(x_2,0)\ \ (x_1<x_2)$ 两点，与 y 轴交于点 C（0，b），O 为原点.

（1）求 m 的取值范围；

（2）若 $m>\frac{1}{18}$ 且 OA+OB=3OC，求抛物线的解析式及 A、B、C 的坐标.

（3）在（2）的情形下，点 P、Q 分别从 A、O 两点同时出发以相同的速度沿 AB、OC 向 B、C 运动，联结 PQ 与 BC 交于 M，设 AP=k，问是否存在 k，使以 P、B、M 为顶点的三角形与⊿ABC 相似.若存在，求所有的 k 值，若不存在说明理由.

解：（1）利用判别式 $\Delta>0$ 解得 $m>0$　（4 分）

(2)注意条件 $m.>\dfrac{1}{18}$ 可得 $18m-1>0$，从而

$18m^2-m>0$，

所有 $x_1x_2=\dfrac{18m^2-m}{\dfrac{1}{8}}=8(18m^2-m)>0$，

$x_1+x_2=-\dfrac{3m}{\dfrac{1}{8}}=-24m<0$ ∴ $x_1<x_2<0$

所以 满足条件的抛物线图象如图所示

依题意∴ $-(x_1+x_2)=3b$ $24m=3b$，而 $18m^2-m=b$，

所以有 $18m^2-m=8m$，解得 $m=0$（舍去） $m=\dfrac{1}{2}$

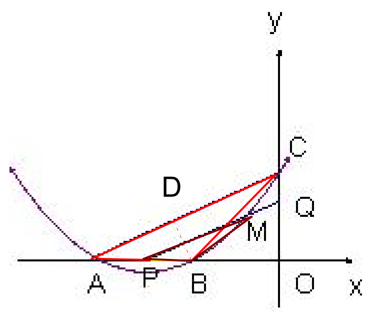
从而 $y=\dfrac{1}{18}x^2+\dfrac{3}{2}x+4$ 为所求的抛物线解析式

令 $\dfrac{1}{18}x^2+\dfrac{3}{2}x+4=0$ 得 A（-8，0）、B（-4，0）、C（0，4）（8 分）

（3）⊿PBM 与⊿ABC 相似有两种情况：

1） 当 PQ∥AC，AP=OQ=k，由 $\dfrac{AO}{PO}=\dfrac{CO}{QO}$，

得 $\dfrac{8}{8-k}=\dfrac{4}{k}$，解得 $k=\dfrac{8}{3}$ （10 分）



2)当 PQ 与 AC 不平行，设有∠ACB=∠MPB，

过 B 作 AC 的垂线，垂足为 D，

利用 $\sin A=\dfrac{BD}{AB}=\dfrac{CO}{AC}$，求得 BD=$\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

由 Rt⊿CDB∽Rt⊿POQ，则有 $\dfrac{BD}{OQ}=\dfrac{BC}{PQ}$，即 $\dfrac{\frac{4\sqrt{5}}{5}}{k}=\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{k^2+(8-k)^2}}$，化简得

$k^2+2k-8=0$，解得 $k=-4$ 或 $k=2$，但由 CQ=4-k，知 0<k<4，所以只有 k=2 ，综上

1）2）所求的 k 值是 $k=\dfrac{8}{3}$ 或 k=2. 14 分

21.（本小题满分 14 分）若干个 1 与 2 排成一行：1，2，1，2，2，1，2，2，2，1，2，------ ，规则是：第 1 个数是 1，第 2 个数是 2，第 3 个数是 1，一般地，先写一行 1，再在第 k 个 1 与第 k+1 个 1 之间插入 k 个 2（k=1,2,3,---）.

试问：（1）第 2006 个数是 1 还是 2？

（2）前 2006 个数的和是多少？前 2006 个数的平方和是多少？

（3）前 2006 个数两两乘积的和是多少？

解：

（1） 把该列数如下分组：

					1	第 1 组
				2	1	第 2 组
			2	2	1	第 3 组
		2	2	2	1	第 4 组
	2	2	2	2	1	第 5 组

2	2	2	2	2	1	第 n 组 (有 n-1 个 2)

易得，第 2006 个数为第 63 组，第 53 个数，为 2；---------4 分

（2） 前 2006 个数的和为 62+1944×2 =3950，

前 2006 个数的平方和是：$62\times1^2+1950\times2^2=7862$ ------------------10 分

（3）记这 2006 个数为

$a_1, a_2, \cdots, a_{2006}$

记$R=a_1+a_2+\cdots+a_{2006}=3950$

$T=a_1^2+a_2^2+\cdots+a_{2006}^2=62\times1^2+1950\times2^2=7862$

$S=a_1a_2+a_1a_3+\cdots+a_1a_{2006}+a_2a_3+a_2a_4+\cdots+$

$a_2a_{2006}+\cdots+a_{2005}a_{2006}$

$\therefore 2S=(a_1+a_2+\cdots+a_{2006})^2-(a_1^2+a_2^2+\cdots+a_{2006}^2)$

$=R^2-T$

$=3950^2-7862$

$S=\dfrac{1}{2}(3950^2-7862)=7797319$

---------------------------------14 分