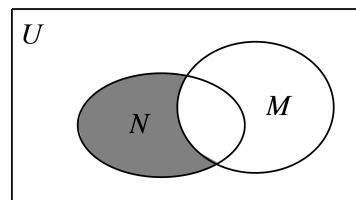


选择题：共8小题，每小题5分，共40分

1. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $M = \{0, 1, 2, 3\}$, $N = \{-1, 0, 1\}$, 则图中阴影部分所表示的集合是 () .



- A. $\{1\}$ B. $\{-1\}$ C. $\{0\}$ D. $\{0,1\}$

2. 函数 $f(x) = \log_5(3-x) (x \in \mathbf{R})$ 的定义域为 () .

A. $(3, +\infty)$ B. $(-\infty, 3)$ C. $(-\infty, 3]$ D. $[3, +\infty)$

3. 函数 $f(x) = 2^x + 2^{-x} (x \in \mathbf{R})$ 的图象关于 () .

A. 原点对称 B. x 轴对称 C. y 轴对称 D. 直线 $y = x$ 对称

4. 函数 $f(x) = 2^x + 3x$ 的零点所在的一个区间是 () .

A. $(-2, -1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, 2)$

5. 若 $a \in \mathbf{R}$, 则 “ $a = 2$ ” 是 “ $(a-1)(a-2) = 0$ ” 的 () .

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

6. 已知函数 $f(x) = x^3 + 2x - 8$ 的零点用二分法计算 , 附近的函数值参考数据如下表所示 :

x	1	1.5	1.625	1.6875	1.75	2
$f(x)$	-5.00	-1.63	-0.46	0.18	0.86	4.00

则方程 $x^3 + 2x - 8 = 0$ 的近似解可取为 (精确度 0.1) () .

A. 1.50 B. 1.66 C. 1.70 D. 1.75

7. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 4]$, 则函数 $f(x^2)$ 的定义域为 () .

A. $[0, 2]$ B. $[0, 16]$ C. $[-2, 2]$ D. $[-2, 0]$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\ln x|, & x > 0 \\ x^2 + 4x + 1, & x \leq 0 \end{cases}$, $g(x) = f(x) - a$, 若函数 $g(x)$ 有四个零点 , 则 a 的取值范围 () .

A. $(0, 1)$ B. $(0, 2]$ C. $[0, 1]$ D. $(0, 1]$

x	1	1.5	1.625	1.6875	1.75	2
$f(x)$	-5.00	-1.63	-0.46	0.18	0.86	4.00

填空题：共6小题，每小题5分，共30分。

9. 已知一个函数的图象经过点 $(0, 1)$ ，写出一个函数的解析式为 _____ 。

10. 已知 $2^{2x-7} < 2^{x-3}$ ，则 x 的取值范围为 _____ 。

11. 函数 $f(x) = \log_a x + 2 (a > 0, a \neq 1)$ 恒过定点 _____ 。

12. 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 内是减函数，试比较 $f(-2)$ 与 $f(-3)$ 的大小关系 _____ 。

13. 已知函数 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上单调递减的奇函数，且 $f(a) + f(a^2) > 0$ ，则 a 的取值范围为 _____ 。

14. 设函数 $f(x) = x|x| + b$ ，给出四个命题：

① $y = f(x)$ 是偶函数；② $f(x)$ 是实数集 \mathbf{R} 上的增函数；

③ $b = 0$ ，函数 $f(x)$ 的图像关于原点对称；④函数 $f(x)$ 有两个零点。

上述命题中，正确命题的序号是 _____。（把所有正确命题的序号都填上）

解答题：共5小题，共50分

15. 计算： $7^{\log_7 2} + \lg \frac{1}{100} - \log_7 1 + \ln e$ 。

16. 已知集合 $A = \{x | x^2 + 3x < 0\}$ ，集合 $B = \left\{x | \frac{1}{2} < 2^x < 2\right\}$ 。

(1) 求 $A \cup B$ 。

(2) 若集合 $C = \{x | 2a \leq x \leq a + 1\}$ ，且 $C \subseteq (A \cup B)$ ，求实数 a 的取值范围。

17. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + a}{x}$ ，且 $f(1) = 2$ 。

(1) 判断并证明函数 $f(x)$ 在其定义域上的奇偶性。

(2) 证明函数 $f(x)$ 为 $(1, +\infty)$ 上是增函数。

(3) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[2, 5]$ 上的最大值和最小值。

18. 我们国家是水资源比较贫乏的国家之一，各个地区采用不同的价格调控以达到节约用水的目的，某市用水的收费方法是：水费=基本费+超额费+损耗费。

该市规定：(1) 若每月用量不超过最低限度 $A \text{ m}^3$ ，只付基本费9元和每户的定额损耗费 C 元；

(2) 若每月用水超过最低限度 $A \text{ m}^3$ ，则除了付基本费9元和每户每月的定额损耗费 C 元外，超过部分每立方米付 B 元；

(3) 又知每户每月的定额损耗费不超过5元。

求：

(1) 每户每月水费 y 元与月用量 x (立方米) 的函数关系 .

(2) 某家庭今年一月份、二月份、三月份的水用量和支付费用如下表, 求 A, B, C 的值 .

月份	用水量 (立方米)	水费 (元)
一	4	18
二	5	26
三	2.5	10

19. 定义在 D 上的函数 $f(x)$, 如果满足: 对任意 $x \in D$, 存在常数 $M > 0$, 都有 $|f(x)| \leq M$ 成立, 则称 $f(x)$ 是 D 上的有界函数, 其中 M 称为函数 $f(x)$ 的上界 .

(1) 判断函数 $f(x) = x^2 - 2x + 2$, $x \in [0, 2]$ 是否有界函数, 请写出详细判断过程 .

(2) 试证明: 设 $M > 0$, $N > 0$, 若 $f(x)$, $g(x)$ 在 D 上分别以 M, N 为上界, 求证: 函数 $f(x) + g(x)$ 在 D 上以 $M + N$ 为上界 .

(3) 若函数 $f(x) = 1 + a \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 在 $[0, +\infty)$ 上是以3为上界的有界函数, 求实数 a 的取值范围 .

