

2019 年新高一入学分班考试数学试题-真题

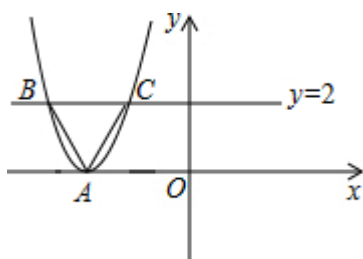
2019.8

姓名_____学校_____成绩_____

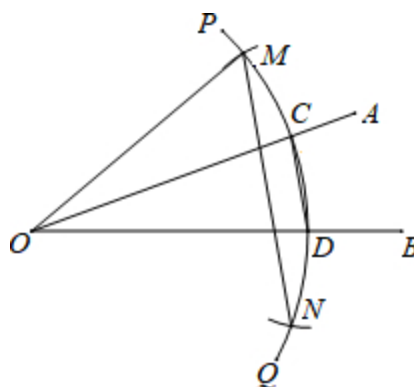
一、选择题（本大题共 10 小题，共 20 分）

1. 如图，坐标平面上有一顶点为 A 的抛物线，此抛物线与方程式 $y = 2$ 的图形交于 B 、 C 两点， $\triangle ABC$ 为正三角形。若 A 点坐标为 $(-3, 0)$ ，则此抛物线与 y 轴的交点坐标为何？（ ）

- A. $(0, \frac{9}{2})$ B. $(0, \frac{27}{2})$ C. $(0, 9)$ D. $(0, 19)$



第 1 题图



第 2 题图

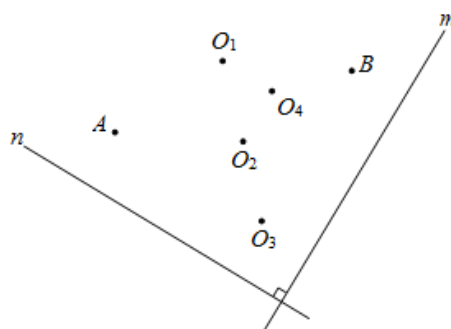
2. 已知锐角 $\angle AOB$ ，如图，
- (1) 在射线 OA 上取一点 C ，以点 O 为圆心， OC 长为半径作 \widehat{PQ} ，交射线 OB 于点 D ，连接 CD ；
 - (2) 分别以点 C 、 D 为圆心， CD 长为半径作弧，交 \widehat{PQ} 于点 M 、 N ；
 - (3) 连接 OM 、 MN 。

根据以上作图过程及所作图形，下列结论中错误的是（ ）

- A. $\angle COM = \angle COD$ B. 若 $OM = MN$ ，则 $\angle AOB = 20^\circ$
C. $MN \parallel CD$ D. $MN = 3CD$

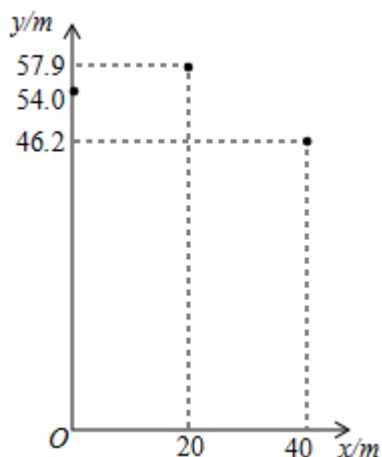
3. 如图，直线 $m \perp n$ ，在某平面直角坐标系中， x 轴 $\parallel m$ ， y 轴 $\parallel n$ ，点 A 的坐标为 $(-4, 2)$ ，点 B 的坐标为 $(2, -4)$ ，则坐标原点为（ ）

- A. O_1 B. O_2
C. O_3 D. O_4

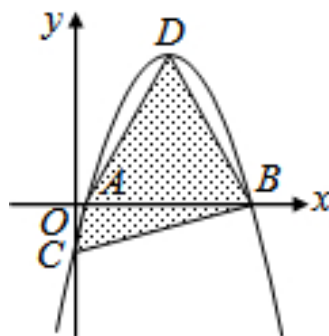


4. 跳台滑雪是冬季奥运会比赛项目之一，运动员起跳后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分，运动员起跳后的竖直高度 y (单位： m)与水平距离 x (单位： m)近似满足函数关系 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$. 如图记录了某运动员起跳后的 x 与 y 的三组数据，根据上述函数模型和数据，可推断出该运动员起跳后飞行到最高点时，水平距离为()

A. $10m$ B. $15m$ C. $20m$ D. $22.5m$



第 4 题图



第 5 题图

5. 如图，坐标平面上，二次函数 $y = -x^2 + 4x - k$ 的图形与 x 轴交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于 C 点，其顶点为 D ，且 $k > 0$. 若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积比为 $1:4$ ，则 k 值为何?()
6. 小苏和小林在如图 1 所示的跑道上进行 4×50 米折返跑. 在整个过程中，跑步者距起跑线的距离 y (单位： m)与跑步时间 t (单位： s)的对应关系如图 2 所示. 下列叙述正确的是()

A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{5}$

- A. 两人从起跑线同时出发，同时到达终点
- B. 小苏跑全程的平均速度大于小林跑全程的平均速度
- C. 小苏前 $15s$ 跑过的路程大于小林前 $15s$ 跑过的路程
- D. 小林在跑最后 $100m$ 的过程中，与小苏相遇 2 次

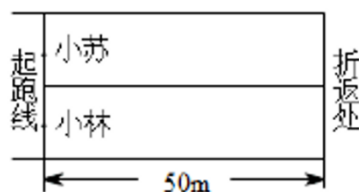


图 1

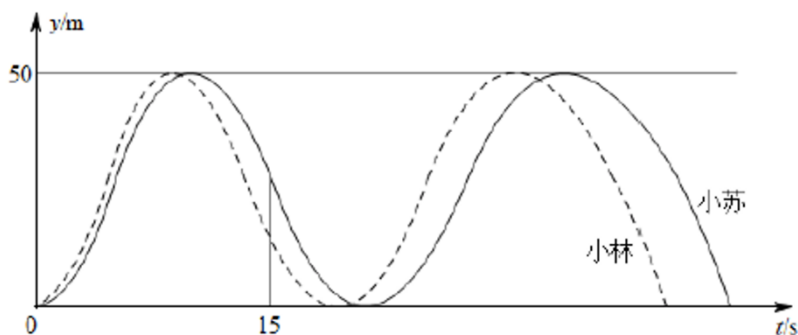


图 2

7. 一家游泳馆的游泳收费标准为 30 元/次，若购买会员年卡，可享受如下优惠：

会员年卡类型	办卡费用(元)	每次游泳收费(元)
A 类	50	25
B 类	200	20
C 类	400	15

例如，购买 A 类会员年卡，一年内游泳 20 次，消费 $50 + 25 \times 20 = 550$ 元.若一年内在该游泳馆游泳的次数介于45 ~ 55次之间，则最省钱的方式为()

- A. 购买 A 类会员年卡

B. 购买 B 类会员年卡
- C. 购买 C 类会员年卡

D. 不购买会员年卡
8. 一个寻宝游戏的寻宝通道如图 1 所示，通道由在同一平面内的 AB, BC, CA, OA, OB, OC 组成.为记录寻宝者的行进路线，在 BC 的中点 M 处放置了一台定位仪器.设寻宝者行进的时间为 x ，寻宝者与定位仪器之间的距离为 y ，若寻宝者匀速行进，且表示 y 与 x 的函数关系的图象大致如图 2 所示，则寻宝者的行进路线可能为()

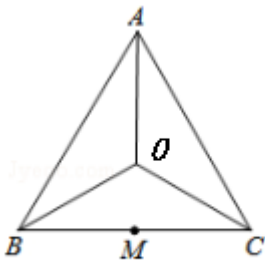


图 1

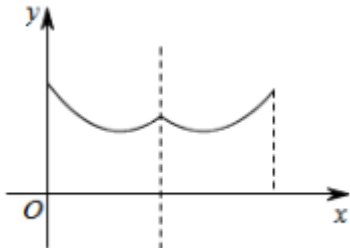


图 2

- A. $A \rightarrow O \rightarrow B$

B. $B \rightarrow A \rightarrow C$

C. $B \rightarrow O \rightarrow C$

D. $C \rightarrow B \rightarrow O$
9. 某旅行团到森林游乐区参观，如表为两种参观方式与所需的缆车费用．已知旅行团的每个人皆从这两种方式中选择一种，且去程有 15 人搭乘缆车，回程有 10 人搭乘缆车．若他们缆车费用的总花费为 4100 元，则此旅行团共有多少人？()

参观方式	缆车费用
去程及回程均搭乘缆车	300 元
单程搭乘缆车，单程步行	200 元

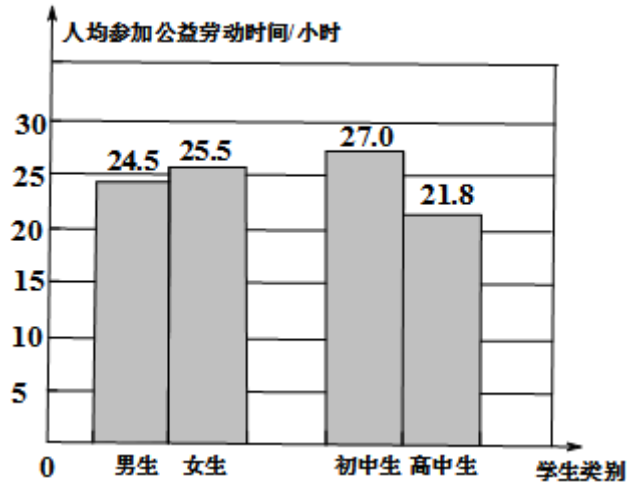
- A. 16

B. 19

C. 22

D. 25
10. 某校共有 200 名学生，为了解本学期学生参加公益劳动的情况，收集了他们参加公益劳动时间(单位：小时)等数据，以下是根据数据绘制的统计图表的一部分

时间 t						
人数		$0 \leq t < 10$	$10 \leq t < 20$	$20 \leq t < 30$	$30 \leq t < 40$	$t \geq 40$
学生类型						
性别	男	7	31	25	30	4
	女	8	29	26	32	8
学段	初中		25	36	44	11
	高中					



下面有四个推断：

- ①这 200 名学生参加公益劳动时间的平均数一定在24.5～25.5之间
- ②这 200 名学生参加公益劳动时间的中位数在20～30之间
- ③这 200 名学生中的初中生参加公益劳动时间的中位数一定在20～30之间
- ④这 200 名学生中的高中生参加公益劳动时间的中位数可能在20～30之间

所有合理推断的序号是()

- A. ①③
- B. ②④
- C. ①②③
- D. ①②③④

二、填空题（本大题共 8 小题，共 24 分）

11. 在矩形 $ABCD$ 中, M, N, P, Q 分别为边 AB, BC, CD, DA 上的点(不与端点重合), 对于任意矩形 $ABCD$, 下面四个结论中,

- ①存在无数个四边形 $MNPQ$ 是平行四边形;
- ②存在无数个四边形 $MNPQ$ 是矩形;
- ③存在无数个四边形 $MNPQ$ 是菱形;
- ④至少存在一个四边形 $MNPQ$ 是正方形.

所有正确结论的序号是_____.

12. 某公园划船项目收费标准如下：

船型	两人船(限乘两人)	四人船(限乘四人)	六人船(限乘六人)	八人船(限乘八人)
每船租金(元/小时)	90	100	130	150

某班 18 名同学一起去该公园划船，若每人划船的时间均为 1 小时，则租船的总费用最低为_____元。

13. 下面是“经过已知直线外一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程：

已知：直线 l 和 l 外一点 P . (如图1)

求作：直线 l 的垂线，使它经过点 P .

作法：如图 2

①在直线 l 上任取两点 A, B ;

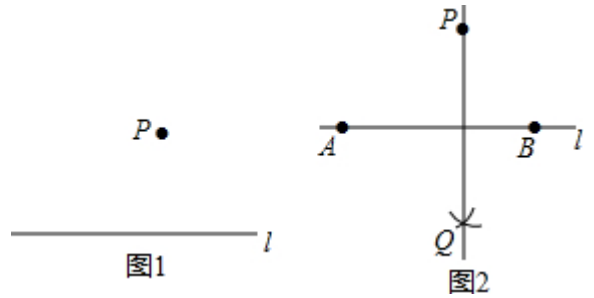
②分别以点 A, B 为圆心， AP, BP 长为半径作弧，

两弧相交于点 Q ;

③作直线 PQ .

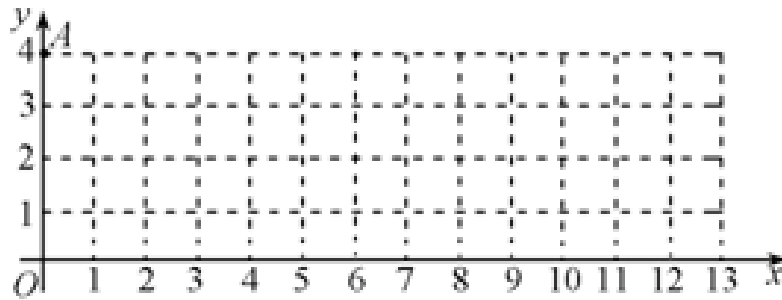
所以直线 PQ 就是所求的垂线.

请回答：该作图的依据是_____.



14. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 $P(x, y)$ ，我们把点 $P'(-y + 1, x + 1)$ 叫做点 P 伴随点. 已知点 A_1 的伴随点为 A_2 ，点 A_2 的伴随点为 A_3 ，点 A_3 的伴随点为 A_4 ，...，这样依次得到点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$ 若点 A_1 的坐标为 $(3, 1)$ ，则点 A_3 的坐标为_____，点 A_{2014} 的坐标为_____；若点 A_1 的坐标为 (a, b) ，对于任意的正整数 n ，点 A_n 均在 x 轴上方，则 a, b 应满足的条件为_____.

15. 在平面直角坐标系 xOy 中，我们把横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 已知点 $A(0, 4)$ ，点 B 是 x 轴正半轴上的整点，记 $\triangle AOB$ 内部(不包括边界)的整点个数为 m . 当 $m = 3$ 时，点 B 的横坐标的所有可能值是_____；当点 B 的横坐标为 $4n$ (n 为正整数)时， $m =$ _____ (用含 n 的代数式表示.)



16. 在下表中，我们把第 i 行第 j 列的数记为 a_{ij} (其中 i, j 都是不大于 5 的正整数)，对于表中的每个数 a_{ij} 规定如下：当 $i \geq j$ 时， $a_{ij} = 1$ ；当 $i < j$ 时， $a_{ij} = 0$ 。例如：当 $i = 2, j = 1$ 时， $a_{ij} = a_{2,1} = 1$ 。按此规定， $a_{1,3} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；表中的 25 个数中，共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个 1；计算 $a_{1,1} \cdot a_{i,1} + a_{1,2} \cdot a_{i,2} + a_{1,3} \cdot a_{i,3} + a_{1,4} \cdot a_{i,4} + a_{1,5} \cdot a_{i,5}$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

$a_{1,1}$	$a_{1,2}$	$a_{1,3}$	$a_{1,4}$	$a_{1,5}$
$a_{2,1}$	$a_{2,2}$	$a_{2,3}$	$a_{2,4}$	$a_{2,5}$
$a_{3,1}$	$a_{3,2}$	$a_{3,3}$	$a_{3,4}$	$a_{3,5}$
$a_{4,1}$	$a_{4,2}$	$a_{4,3}$	$a_{4,4}$	$a_{4,5}$
$a_{5,1}$	$a_{5,2}$	$a_{5,3}$	$a_{5,4}$	$a_{5,5}$

17. 阅读下列材料：

小贝遇到一个有趣的问题：在矩形 $ABCD$ 中， $AD = 8\text{cm}$ ， $AB = 6\text{cm}$ 。现有一动点 P 按下列方式在矩形内运动：它从 A 点出发，沿着与 AB 边夹角为 45° 的方向作直线运动，每次碰到矩形的一边，就会改变运动方向，沿着与这条边夹角为 45° 的方向作直线运动，并且它一直按照这种方式不停地运动，即当 P 点碰到 BC 边，沿着与 BC 边夹角为 45° 的方向作直线运动，当 P 点碰到 CD 边，再沿着与 CD 边夹角为 45° 的方向作直线运动……如图 1 所示。问 P 点第一次与 D 点重合前与边相碰几次， P 点第一次与 D 点重合时所经过的路径的总长是多少。

小贝的思考是这样开始的：如图 2，将矩形 $ABCD$ 沿直线 CD 折叠，得到矩形 A_1B_1CD 。由轴对称的知识，发现 $P_2P_3 = P_2E$ ， $P_1A = P_1E$ 。

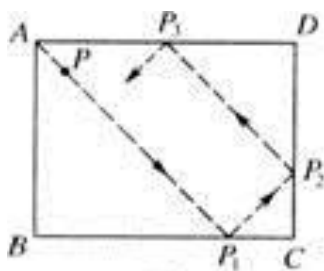


图 1

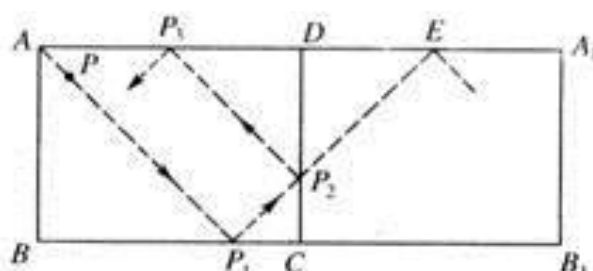


图 2

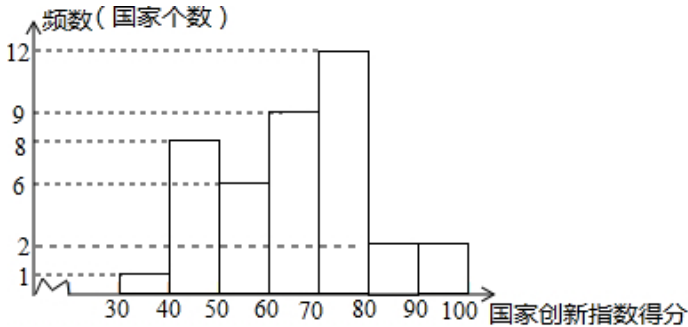
请你参考小贝的思路解决下列问题：(1) P 点第一次与 D 点重合前与边相碰 $\underline{\hspace{2cm}}$ 次； P 点从 A 点出发到第一次与 D 点重合时所经过的路径的总长是 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$ ；

(2) 进一步探究：改变矩形 $ABCD$ 中 AD, AB 的长，且满足 $AD > AB$ 。动点 P 从 A 点出发，按照阅读材料中动点的运动方式，并满足前后连续两次与边相碰的位置在矩形 $ABCD$ 相邻的两边上。若 P 点第一次与 B 点重合前与边相碰 7 次，则 $AB:AD$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题（本大题共 10 小题，共 56 分）

18. 国家创新指数是反映一个国家科学技术和创新竞争力的综合指数. 对国家创新指数得分排名前 40 的国家的有关数据进行收集、整理、描述和分析. 下面给出了部分信息:

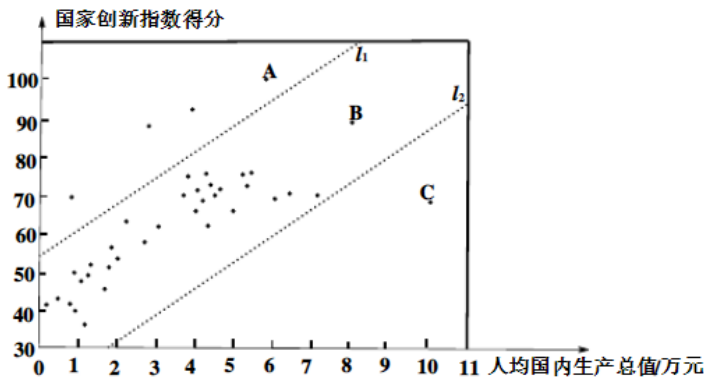
a. 国家创新指数得分的频数分布直方图(数据分成 7 组: $30 \leq x < 40$, $40 \leq x < 50$, $50 \leq x < 60$, $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$);



b. 国家创新指数得分在 $60 \leq x < 70$ 这一组的是:

61.7、62.4、63.6、65.9、66.4、68.5、69.1、69.3、69.5

c. 40 个国家的人均国内生产总值和国家创新指数得分情况统计图:



d. 中国的国家创新指数得分为 69.5.

(以上数据来源于《国家创新指数报告(2018)》)根据以上信息, 回答下列问题:

(1) 中国的国家创新指数得分排名世界第_____;

(2) 在 40 个国家的人均国内生产总值和国家创新指数得分情况统计图中, 包括中国在内的少数几个国家所对应的点位于虚线 l_1 的上方, 请在图中用“○”圈出代表中国的点;

(3) 在国家创新指数得分比中国高的国家中, 人均国内生产总值的最小值约为_____万美元; (结果保留一位小数)

(4) 下列推断合理的是_____.

① 相比于点 A, B 所代表的国家, 中国的国家创新指数得分还有一定差距, 中国提出“加快建设创新型国家”的战略任务, 进一步提高国家综合创新能力;

② 相比于点 B, C 所代表的国家, 中国的人均国内生产总值还有一定差距, 中国提出“决胜全面建成

小康社会”的奋斗目标，进一步提高人均国内生产总值。

19. 小云想用 7 天的时间背诵若干首诗词，背诵计划如下：

- ①将诗词分成 4 组，第 i 组有 x_i 首， $i = 1, 2, 3, 4$ ；
- ②对于第 i 组诗词，第 i 天背诵第一遍，第 $(i + 1)$ 天背诵第二遍，第 $(i + 3)$ 天背诵第三遍，三遍后完成背诵，其它天无需背诵， $i = 1, 2, 3, 4$ ；

	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天	第 6 天	第 7 天
第 1 组	x_1	x_1		x_1			
第 2 组		x_2	x_2		x_2		
第 3 组							
第 4 组				x_4	x_4		x_4

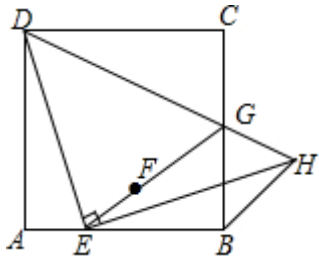
- ③每天最多背诵 14 首，最少背诵 4 首。

解答下列问题：

- (1)填入 x_3 补全上表；
- (2)若 $x_1 = 4$ ， $x_2 = 3$ ， $x_3 = 4$ ，则 x_4 的所有可能取值为_____；
- (3)7 天后，小云背诵的诗词最多为_____首。

20. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E 是边 AB 上的一动点(不与点 A 、 B 重合)，连接 DE ，点 A 关于直线 DE 的对称点为 F ，连接 EF 并延长交 BC 于点 G ，连接 DG ，过点 E 作 $EH \perp DE$ 交 DG 的延长线于点 H ，连接 BH 。

- (1)求证： $GF = GC$ ；
- (2)用等式表示线段 BH 与 AE 的数量关系，并证明。



21. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象 G 经过点 $A(4,1)$, 直线 $l: y = \frac{1}{4}x + b$ 与图象 G 交于点 B , 与 y 轴交于点 C .

(1)求 k 的值;

(2)横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记图象 G 在点 A, B 之间的部分与线段 OA, OC, BC 围成的区域(不含边界)为 W .

①当 $b = -1$ 时, 直接写出区域 W 内的整点个数;

②若区域 W 内恰有 4 个整点, 结合函数图象, 求 b 的取值范围.

22. 阅读下面材料: 小腾遇到这样一个问题: 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在线段 BC 上, $\angle BAD = 75^\circ$, $\angle CAD = 30^\circ$, $AD = 2$, $BD = 2DC$, 求 AC 的长.

小腾发现, 过点 C 作 $CE \parallel AB$, 交 AD 的延长线于点 E , 通过构造 $\triangle ACE$, 经过推理和计算能够使问题得到解决(如图 2).

请回答: $\angle ACE$ 的度数为_____, AC 的长为_____.

参考小腾思考问题的方法, 解决问题:

如图 3, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle CAD = 30^\circ$, $\angle ADC = 75^\circ$, AC 与 BD 交于点 E , $AE = 2$, $BE = 2ED$, 求 BC 的长.

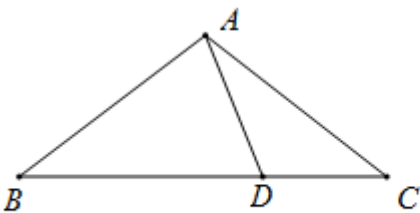


图1

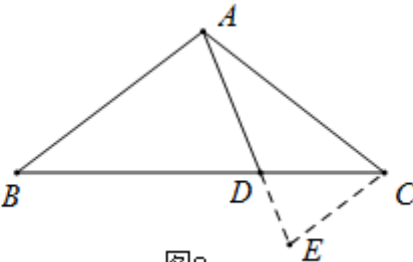


图2

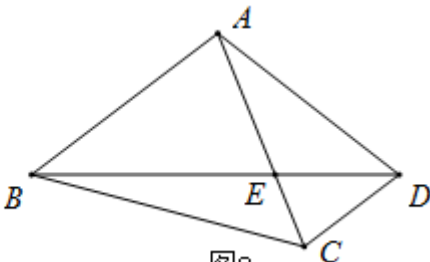


图3

23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 与 x 轴交于点 A 、 B (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C .

(1) 求直线 BC 的表达式;

(2) 垂直于 y 轴的直线 l 与抛物线交于点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, 与直线 BC 交于点 $N(x_3, y_3)$, 若 $x_1 < x_2 < x_3$, 结合函数的图象, 求 $x_1 + x_2 + x_3$ 的取值范围.

24. 有这样一个问题: 探究函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$ 的图象与性质.

小东根据学习函数的经验, 对函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$ 的图象与性质进行了探究.

下面是小东的探究过程, 请补充完整:

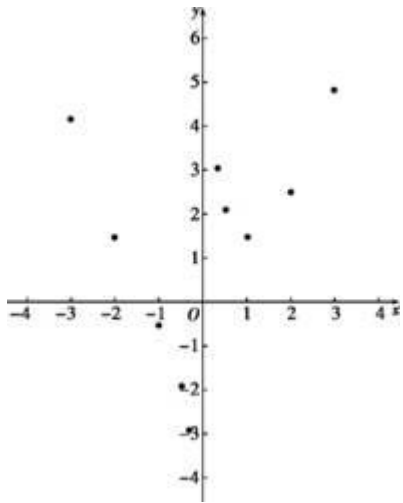
(1) 函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是_____;

(2) 下表是 y 与 x 的几组对应值.

x	...	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	...
y	...	$\frac{25}{6}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{53}{18}$	$\frac{55}{18}$	$\frac{17}{8}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	m	...

求 m 的值;

(3) 如下图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 描出了以上表中各对对应值为坐标的点. 根据描出的点, 画出该函数的图象;



(4) 进一步探究发现, 该函数图象在第一象限内的最低点的坐标

是 $(1, \frac{3}{2})$. 结合函数的图象, 写出该函数的其他性质(一条即可):_____.

25. (1)对数轴上的点 P 进行如下操作：先把点 P 表示的数乘以 $\frac{1}{3}$ ，再把所得数对应的点向右平移 1 个单位，得到点 P 的对应点 P' 。

点 A, B 在数轴上，对线段 AB 上的每个点进行上述操作后得到线段 $A'B'$ ，其中点 A, B 的对应点分别为 A', B' 。如图 1，若点 A 表示的数是 -3 ，则点 A' 表示的数是_____；若点 B 表示的数是 2 ，则点 B' 表示的数是_____；已知线段 AB 上的点 E 经过上述操作后得到的对应点 E' 与点 E 重合，则点 E 表示的数是_____；

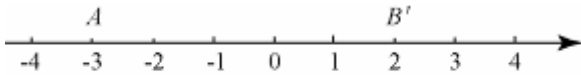


图1

(2)如图 2，在平面直角坐标系 xOy 中，对正方形 $ABCD$ 及其内部的每个点进行如下操作：把每个点的横、纵坐标都乘以同一种实数 a ，将得到的点先向右平移 m 个单位，再向上平移 n 个单位($m > 0, n > 0$)，得到正方形 $A'B'C'D'$ 及其内部的点，其中点 A, B 的对应点分别为 A', B' 。已知正方形 $ABCD$ 内部的一个点 F 经过上述操作后得到的对应点 F' 与点 F 重合，求点 F 的坐标。

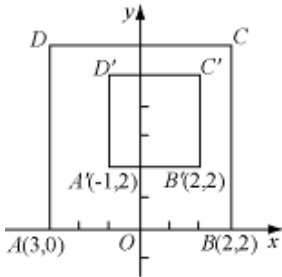


图2

26. 已知 $\angle AOB = 30^\circ$ ， H 为射线 OA 上一定点， $OH = \sqrt{3} + 1$ ， P 为射线 OB 上一点， M 为线段 OH 上一动点，连接 PM ，满足 $\angle OMP$ 为钝角，以点 P 为中心，将线段 PM 顺时针旋转 150° ，得到线段 PN ，连接 ON 。

(1)依题意补全图 1；

(2)求证： $\angle OMP = \angle OPN$ ；

(3)点 M 关于点 H 的对称点为 Q ，连接 QP 。写出一个 OP 的值，使得对于任意的点 M 总有 $ON = QP$ ，并证明。

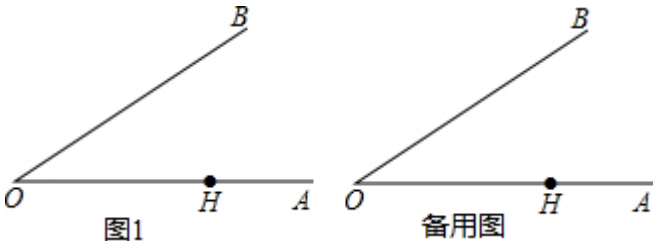


图1

备用图

27. 对于平面直角坐标系 xOy 中的图形 M, N , 给出如下定义: P 为图形 M 上任意一点, Q 为图形 N 上任意一点, 如果 P, Q 两点间的距离有最小值, 那么称这个最小值为图形 M, N 间的“闭距离“, 记作 $d(M, N)$.

已知点 $A(-2, 6), B(-2, -2), C(6, -2)$.

(1) 求 $d(\text{点 } O, \triangle ABC)$;

(2) 记函数 $y = kx (-1 \leq x \leq 1, k \neq 0)$ 的图象为图形 G . 若 $d(G, \triangle ABC) = 1$, 直接写出 k 的取值范围;

(3) $\odot T$ 的圆心为 $T(t, 0)$, 半径为 1. 若 $d(\odot T, \triangle ABC) = 1$, 直接写出 t 的取值范围.

2019 年新初一分班考试数学试题-真题

答案和解析

1. 【答案】B

【解析】解：设 $B(-3-m, 2)$, $C(-3+m, 2)$, ($m > 0$)

$\because A$ 点坐标为 $(-3, 0)$,

$\therefore BC = 2m$,

$\because \triangle ABC$ 为正三角形,

$\therefore AC = 2m$, $\angle DAO = 60^\circ$,

$$\begin{aligned}\therefore m &= \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ \therefore C &(-3 + \frac{2}{3}\sqrt{3}, 2)\end{aligned}$$

设抛物线解析式 $y = a(x+3)^2$,

$$a(-3 + \frac{2\sqrt{3}}{3} + 3)^2 = 2,$$

$$\therefore a = \frac{3}{2},$$

$$\therefore y = \frac{3}{2}(x+3)^2,$$

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = \frac{27}{2};$$

故选：B.

设 $B(-3-m, 2)$, $C(-3+m, 2)$, ($m > 0$), 可知 $BC = 2m$, 再由等边三角形的性质可知 $C(-3 + \frac{2}{3}\sqrt{3}, 2)$,

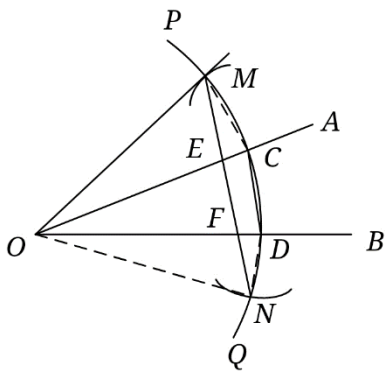
设抛物线解析式 $y = a(x+3)^2$, 将点 C 代入解析式即可求 a , 进而求解;

本题考查二次函数的图象及性质, 等边三角形的性质; 结合函数图象将等边三角形的边长转化为点的坐标是解题的关键.

2. 【答案】D

【解析】解：由作图知 $CM = CD = DN$,

$\therefore \angle COM = \angle COD$, 故A选项正确;



连接 ON , $\because OM = ON = MN$,

$\therefore \triangle OMN$ 是等边三角形,

$\therefore \angle MON = 60^\circ$,

$\because CM = CD = DN$,

$\therefore \angle MOA = \angle AOB = \angle BON = \frac{1}{3} \angle MON = 20^\circ$, 故 B 选项正确;

记 MN 与 OA , OB 交点为 E , F ,

$\because OM = ON$, $\therefore \angle OME = \angle ONF$,

又 $\because \angle COM = \angle DON$,

$\therefore \triangle MOE \cong \triangle NOF$, $\therefore OE = OF$,

$\therefore \angle OEF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle EOF) = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle COD) = \angle OCD$.

$\therefore MN \parallel CD$, 故 C 选项正确;

$\because MC + CD + DN > MN$, 且 $CM = CD = DN$,

$\therefore 3CD > MN$, 故 D 选项错误;

故选: D .

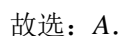
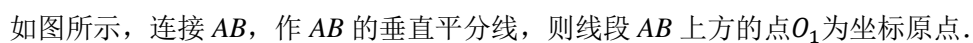
由作图知 $CM = CD = DN$, 再根据选项逐一判断可得.

本题主要考查作图—复杂作图, 解题的关键是掌握全等三角形的判定与性质, 圆心角, 弧, 弦的关系等知识点.

3. 【答案】A

【解析】解: 如图所示, 在平面直角坐标系中, 画出点 $A(-4, 2)$, 点 $B(2, -4)$, 点 A , B 关于直线 $y = x$ 对称,

则原点在线段 AB 的垂直平分线上(在线段 AB 的右侧),



先根据点 A 、 B 的坐标求得直线 AB 在坐标平面内的位置, 即可得出原点的位置.

本题主要考查了坐标与图形性质，解决问题的关键是掌握关于直线 $y = x$ 对称的点的坐标特征：点 (a, b) 关于直线 $y = x$ 对称的点的坐标为 (b, a) .

4. 【答案】B

【解析】解：根据题意知，抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 经过点 $(0, 54.0)$ 、 $(40, 46.2)$ 、 $(20, 57.9)$ ，

$$\text{解得} \begin{cases} a = -0.0195 \\ b = 0.585 \\ c = 54.0 \end{cases},$$

第 15 页, 共 34 页

故选：B.

将点(0,54.0)、(40,46.2)、(20,57.9)分别代入函数解析式，求得系数的值；然后由抛物线的对称轴公式可以得到答案.

考查了二次函数的应用，此题也可以将所求得的抛物线解析式利用配方法求得顶点式方程，然后直接得到抛物线顶点坐标，由顶点坐标推知该运动员起跳后飞行到最高点时，水平距离.

5.【答案】D

【解析】解：∵ $y = -x^2 + 4x - k = -(x - 2)^2 + 4 - k$,

∴ 顶点 $D(2, 4 - k)$, $C(0, -k)$,

∴ $OC = k$,

∴ $\triangle ABC$ 的面积 $= \frac{1}{2} AB \cdot OC = \frac{1}{2} AB \cdot k$, $\triangle ABD$ 的面积 $= \frac{1}{2} AB(4 - k)$, $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABD$ 的面积比为 1: 4,

∴ $k = \frac{1}{4}(4 - k)$,

解得： $k = \frac{4}{5}$.

故选：D.

求出顶点和 C 的坐标，由三角形的面积关系得出关于 k 的方程，解方程即可.

本题考查了抛物线与 x 轴的交点、抛物线的顶点式；根据三角形的面积关系得出方程是解决问题的关键.

6.【答案】D

【解析】【分析】

本题主要考查了函数图象的读图能力，要能根据函数图象的性质和图象上的数据分析得出函数的类型和所需要的条件，结合实际意义得到正确的结论.

通过函数图象可得，两人从起跑线同时出发，小林先到达终点，小苏后到达终点，小苏用的时间多，而路程相同，根据速度 $= \frac{\text{路程}}{\text{时间}}$ ，所以小苏跑全程的平均速度小于小林跑全程的平均速度，根据图象小苏前 15s 跑过的路程小于小林前 15s 跑过的路程，两人相遇时，即实线与虚线相交的地方有两次，即可解答.

【解答】

解：由函数图象可知：两人从起跑线同时出发，先后到达终点，小林先到达终点，故 A 错误；

根据图象两人从起跑线同时出发，小林先到达终点，小苏后到达终点，小苏用的时间多，而路程相同，

根据速度 $= \frac{\text{路程}}{\text{时间}}$ ，所以小苏跑全程的平均速度小于小林跑全程的平均速度，故 B 错误；

根据图象小苏前 15s 跑过的路程小于小林前 15s 跑过的路程，故 C 错误；

小林在跑最后 $100m$ 的过程中，两人相遇时，即实线与虚线相交的地方，由图象可知 2 次，故 D 正确；
故选： D 。

7. 【答案】 C

【解析】 【分析】

本题考查了一次函数的应用，解决本题的关键是根据题意，列出函数关系式，属中档题。

设一年内在该游泳馆游泳的次数为 x 次，消费的钱数为 y 元，根据题意得到 $y_1 = 30x$ ， $y_A = 50 + 25x$ ， $y_B = 200 + 20x$ ， $y_C = 400 + 15x$ ，当 $x = 45$ 和 $x = 55$ 时，确定 x 的值，再根据函数的增减性即可解答。

【解答】

解：设一年内在该游泳馆游泳的次数为 x 次，消费的钱数为 y 元，
根据题意得：

当不购买会员年卡时， $y_1 = 30x$ ，

当购买 A 类会员年卡时， $y_A = 50 + 25x$ ，

当购买 B 类会员年卡时， $y_B = 200 + 20x$ ，

当购买 C 类会员年卡时， $y_C = 400 + 15x$ ，

当 $x = 45$ 时， $y_1 = 1350$ ， $y_A = 1175$ ， $y_B = 1100$ ， $y_C = 1075$ ，

此时 y_C 最小，

当 $x = 55$ 时， $y_1 = 1650$ ， $y_A = 1425$ ， $y_B = 1300$ ， $y_C = 1225$ ，

此时 y_C 最小，

$\because y_1, y_A, y_B, y_C$ 均随 x 的增大而增大，

\therefore 购买 C 类会员年卡最省钱。

故选 C 。

8. 【答案】 C

【解析】 【分析】

本题考查了函数图象的实际应用，解决本题的关键是将题目中行进路线与定位仪器之间的距离有机结合，从而寻找出合理的行进路线，属中等难度题。

【解答】

解：由于表示 y 与 x 的函数关系的图象是轴对称图形，那么行走路线相对于 M 来说也是对称的，从而排除 A 选项和 D 选项。

B 选项， $B \rightarrow A$ 过程中，寻宝者与定位仪器之间的距离先减小，然后增大，但增大的时间比减小的时间要

长，所以 B 选项错误.

故选项 C 符合题意.

故选 C .

9. 【答案】 A

【解析】解：设此旅行团有 x 人单程搭乘缆车，单程步行，其中去程及回程均搭乘缆车的有 y 人，根据题意得，

$$\begin{cases} 200x + 300y = 4100 \\ (15 - y) + (10 - y) = x \end{cases}$$

$$\text{解得，} \begin{cases} x = 7 \\ y = 9 \end{cases}$$

则总人数为 $7 + 9 = 16$ (人)

故选： A .

设此旅行团有 x 人单程搭乘缆车，单程步行，其中去程及回程均搭乘缆车的有 y 人，根据题意列出二元一次方程，求出其解.

本题是二元一次方程组的应用，主要考查了列二元一次方程组解应用题，关键是读懂题意，找出等量关系，列出方程组.

10. 【答案】 C

【解析】 【分析】

本题考查了中位数与平均数，正确理解中位数与平均数的意义是解题的关键.

平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 它是反映数据集中趋势的一项指标. 将一组数据按照从小到大(或从大到小)的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数. 如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

【解答】

解：①解这 200 名学生参加公益劳动时间的平均数：① $(24.5 \times 97 + 25.5 \times 103) \div 200 = 25.015$ ，一定在 $24.5 \sim 25.5$ 之间，正确；

②由统计表类别栏计算可得，各时间段人数分别为 15, 60, 51, 62, 12，则中位数在 $20 \sim 30$ 之间，故②正确.

③由统计表计算可得，初中学段栏 $0 \leq t < 10$ 的人数在大于等于 0 小于等于 15 之间，当人数为 0 时中位数在 $20 \sim 30$ 之间；当人数为 15 时，中位数在 $20 \sim 30$ 之间，故③正确.

④由统计表计算可得，高中学段栏各时间段人数分别为大于等于 0 小于等于 15, 35, 15, 18, 1，当 $0 \leq t < 10$ 时间段人数为 0 时，中位数在 $10 \sim 20$ 之间；当 $0 \leq t < 10$ 时间段人数为 15 时，中位数在 $10 \sim 20$ 之

间，故④错误.

故选：C.

11.【答案】①②③

【解析】解：①如图， \because 四边形 $ABCD$ 是矩形，连接 AC ， BD 交于 O ，

过点 O 直线 MP 和 QN ，分别交 AB ， BC ， CD ， AD 于 M ， N ， P ， Q ，

易得 $OM = OP$ ， $OQ = ON$ ，

则四边形 $MNPQ$ 是平行四边形，

故存在无数个四边形 $MNPQ$ 是平行四边形；故正确；

②如图，当 $PM = QN$ 时，四边形 $MNPQ$ 是矩形，故存在无数个四边形 $MNPQ$ 是矩形；故正确；

③如图，当 $PM \perp QN$ 时，存在无数个四边形 $MNPQ$ 是菱形；故正确；

④当四边形 $MNPQ$ 是正方形时， $MQ = PQ$ ， $\angle MQP = 90^\circ$ ，易证 $\angle AMQ = \angle DQP$ ，

则 $\triangle AMQ \cong \triangle DQP$ ，

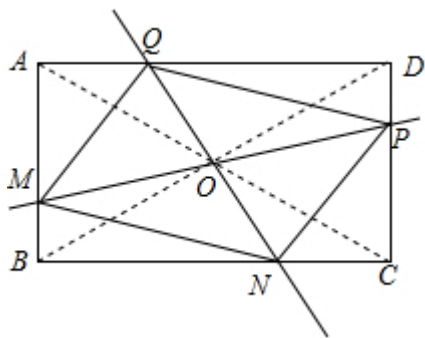
$\therefore AM = QD$ ， $AQ = PD$ ，

$\therefore PD = BM$ ，

$\therefore AB = AD$ ，

\therefore 四边形 $ABCD$ 是正方形与任意矩形 $ABCD$ 矛盾，故错误；

故答案为：①②③.



根据矩形的判定和性质，菱形的判定，正方形的判定，平行四边形的判定定理即可得到结论.

本题考查了矩形的判定和性质，菱形的判定，正方形的判定，平行四边形的判定定理，熟记各定理是解题的关键.

12.【答案】380

【解析】解：∵共有 18 人，

当租两人船时，∴ $18 \div 2 = 9$ (艘)，∴每小时 90 元，∴租船费用为 $90 \times 9 = 810$ 元，

当租四人船时，∴ $18 \div 4 = 4$ 余 2 人，∴要租 4 艘四人船和 1 艘两人船，∴四人船每小时 100 元，

∴租船费用为 $100 \times 4 + 90 = 490$ 元，

当租六人船时，∴ $18 \div 6 = 3$ (艘)，∴每小时 130 元，∴租船费用为 $130 \times 3 = 390$ 元，

当租八人船时，∴ $18 \div 8 = 2$ 余 2 人，∴要租 2 艘八人船和 1 艘两人船，∴八人船每小时 150 元，

∴租船费用 $150 \times 2 + 90 = 390$ 元

当租 1 艘四人船，1 艘六人船，1 艘八人船， $100 + 130 + 150 = 380$ 元

∴ $810 > 490 > 390 > 380$ ，

∴当租 1 艘四人船，1 艘六人船，1 艘八人船费用最低是 380 元，

故答案为：380.

分四类情况，分别计算即可得出结论.

此题主要考查了有理数的运算，用分类讨论的思想解决问题是解本题的关键.

13. 【答案】到线段两个端点的距离相等的点在线段的垂直平分线上(A 、 B 都在线段 PQ 的垂直平分线上)

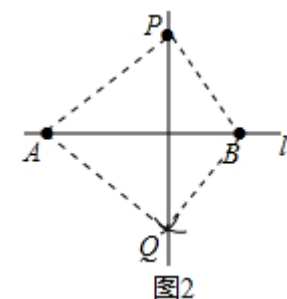
【解析】 【分析】

本题考查作图—基本作图，解题的关键是理解到线段两个端点的距离相等的点在线段的垂直平分线上，属于中考常考题型.

【解答】

解：到线段两个端点的距离相等的点在线段的垂直平分线上(A 、 B 都在线段 PQ 的垂直平分线上)，

理由：如图，



∴ $PA = AQ$ ， $PB = QB$ ，

∴点 A 、点 B 在线段 PQ 的垂直平分线上，

∴直线 AB 垂直平分线段 PQ ，

∴ $PQ \perp AB$ ，

故答案为：到线段两个端点的距离相等的点在线段的垂直平分线上(A 、 B 都在线段 PQ 的垂直平分线上)

).

14. 【答案】到线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上，两点确定一条直线

【解析】 【分析】

本题考查了作线段的垂直平分线的依据，需要学生对相关的定理非常熟悉，题目不难，但对于学生而言题目非常新颖，同时提醒教师在平时授课中要重视尺规作图.属基础题.

【解答】

解：由小芸的作法可知， $AC = BC$ ， $AD = BD$ ，

所以由“到线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上”可知点 C 、 D 在线段 AB 的垂直平分线上，

再由“两点确定一条直线”可知直线 CD 就是所求作的垂直平分线.

故答案为：到线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上，两点确定一条直线.

15. 【答案】 $(-3,1)$ ； $(0,4)$ ； $-1 < a < 1$ 且 $0 < b < 2$

【解析】解：∵ A_1 的坐标为 $(3,1)$ ，

∴ $A_2(0,4)$ ， $A_3(-3,1)$ ， $A_4(0,-2)$ ， $A_5(3,1)$ ，

...

依此类推，每 4 个点为一个循环组依次循环，

∵ $2014 \div 4 = 503$ 余 2，

∴ 点 A_{2014} 的坐标与 A_2 的坐标相同，为 $(0,4)$ ；

∴ 点 A_1 的坐标为 (a,b) ，

∴ $A_2(-b+1, a+1)$ ， $A_3(-a, -b+2)$ ， $A_4(b-1, -a+1)$ ， $A_5(a,b)$ ，

...

依此类推，每 4 个点为一个循环组依次循环，

∴ 对于任意的正整数 n ，点 A_n 均在 x 轴上方，

$$\therefore \begin{cases} a+1 > 0 \\ -a+1 > 0 \end{cases}, \begin{cases} -b+2 > 0 \\ b > 0 \end{cases},$$

解得 $-1 < a < 1$ ， $0 < b < 2$.

故答案为： $(-3,1)$ ， $(0,4)$ ； $-1 < a < 1$ 且 $0 < b < 2$.

根据“伴随点”的定义依次求出各点，不难发现，每 4 个点为一个循环组依次循环，用 2014 除以 4，根据商和余数的情况确定点 A_{2014} 的坐标即可；再写出点 $A_1(a,b)$ 的“伴随点”，然后根据 x 轴上方的点的纵坐标大于 0 列出不等式组求解即可.

本题是对点的变化规律的考查，读懂题目信息，理解“伴随点”的定义并求出每 4 个点为一个循环组依次循环是解题的关键，也是本题的难点.

16. 【答案】 3, 4 $6n-3$

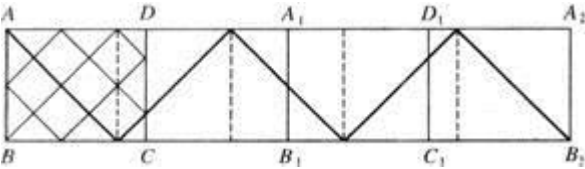
【解析】 本题考查作图并且能根据所作图形探索、发现规律的能力，难度较大. 当 $m=3$ 时，考生可通过尝试作出图形，找出符合条件的两个点 $(3,0)$, $(4,0)$. 当点 B 的横坐标是 $4n$ (n 是正整数) 时，考生可作出图形并得到当 $n=1$ 时， $m=3=6\times 1-3$ ；当 $n=2$ 时， $m=9=6\times 2-3$ ；当 $n=3$ 时， $m=15=6\times 3-3$ ；当 $n=4$ 时， $m=21=6\times 4-3$ ；...，从而找出规律 $m=6n-3$.

17. 【答案】 0 15 1

【解析】 本题属阅读理解题，难度较大. 当 $i\geq j$ 时， $a_{i,j}=1$ ，当 $i<j$ 时， $a_{i,j}=0$ ，所以 $a_{1,1}=1$ ，而 $i\geq 1$ ，所以 $a_{i,1}=1$ ； $a_{1,2}=0$ ，所以 $a_{1,2}\cdot a_{i,2}=0$ ；...，所以 $a_{1,1}\cdot a_{i,1}+a_{1,2}\cdot a_{i,2}+a_{1,3}\cdot a_{i,3}+a_{1,4}\cdot a_{i,4}+a_{1,5}\cdot a_{i,5}=1+0+0+0+0=1$.

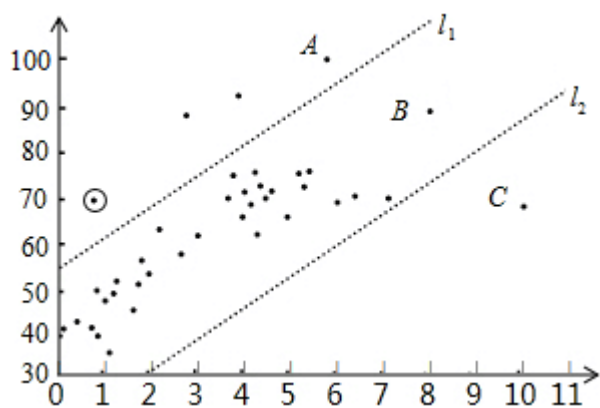
18. 【答案】 解：(1) $5, 24\sqrt{2}$. (2) $4:5$.

解题思路示意图：



【解析】 略

19. 【答案】 解：(1) \because 国家创新指数得分为 69.5 以上(含 69.5) 的国家有 17 个，
 \therefore 国家创新指数得分排名前 40 的国家中，中国的国家创新指数得分排名世界第 17，
 故答案为：17；
 (2) 如图所示：



(3)由 40 个国家的人均国内生产总值和国家创新指数得分情况统计图可知，在国家创新指数得分比中国高的国家中，人均国内生产总值的最小值约为2.7万美元；

故答案为：2.7；

(4)由 40 个国家的人均国内生产总值和国家创新指数得分情况统计图可知，

①相比于点 A 、 B 所代表的国家，中国的国家创新指数得分还有一定差距，中国提出“加快建设创新型国家”的战略任务，进一步提高国家综合创新能力；合理；

②相比于点 B 、 C 所代表的国家，中国的人均国内生产总值还有一定差距，中国提出“决胜全面建成小康社会”的奋斗目标，进一步提高人均国内生产总值；合理；

故答案为：①②.

【解析】 本题考查了频数分布直方图、统计图、近似数等知识；读懂频数分布直方图和统计图是解题的关键.

(1)由国家创新指数得分为69.5以上(含69.5)的国家有 17 个，即可得出结果；

(2)根据中国在虚线 l_1 的上方，中国的创新指数得分为69.5，找出该点即可；

(3)根据 40 个国家的人均国内生产总值和国家创新指数得分情况统计图，即可得出结果；

(4)根据 40 个国家的人均国内生产总值和国家创新指数得分情况统计图，即可判断①②的合理性.

20. 【答案】 解：(1)

	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	第 5 天	第 6 天	第 7 天
第 1 组	x_1	x_1		x_1			
第 2 组		x_2	x_2		x_2		
第 3 组			x_3	x_3		x_3	
第 4 组				x_4	x_4		x_4

(2)依题意可知

$$\begin{cases} 4 \leq x_1 + x_3 + x_4 \leq 14 \\ 4 \leq x_2 + x_4 \leq 14 \\ 4 \leq x_4 \leq 14 \end{cases},$$

若 $x_1 = 4, x_2 = 3, x_3 = 4$,

$\therefore 4 \leq x_4 \leq 6$, 又 x_4 是整数,

$\therefore x_4$ 的所有可能取值为 4, 5, 6,

故答案为: 4, 5, 6;

(3) \because 每天最多背诵 14 首, 最少背诵 4 首,

\therefore 由第 2 天, 第 3 天, 第 4 天, 第 5 天得,

$$x_1 + x_2 \leq 14 \text{①}, x_2 + x_3 \leq 14 \text{②}, x_1 + x_3 + x_4 \leq 14 \text{③}, x_2 + x_4 \leq 14 \text{④},$$

$$\text{①} + \text{②} + 2\text{③} + \text{④} \text{得}, 3(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \leq 70,$$

$$\therefore x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 23\frac{1}{3},$$

\therefore 7天后, 小云背诵的诗词最多为 23 首, 此时 $x_1 = 5, x_2 = 9, x_3 = 5, x_4 = 4$ 满足题意,

故答案为: 23.

【解析】 本题考查了规律型: 数字的变化类, 不等式的应用, 正确的理解题意是解题的关键.

(1)根据表中的规律即可得到结论;

(2)根据题意列不等式即可得到结论;

(3)根据题意列不等式, 即可得到结论.

21. 【答案】 证明: (1)如图 1, 连接 DF ,

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore DA = DC, \angle A = \angle C = 90^\circ,$$

\because 点 A 关于直线 DE 的对称点为 F ,

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle FDE,$$

$$\therefore DA = DF = DC, \angle DFE = \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DFG = 90^\circ,$$

在 $Rt \triangle DFG$ 和 $Rt \triangle DCG$ 中,

$$\therefore \begin{cases} DF = DC \\ DG = DG \end{cases},$$

$$\therefore Rt \triangle DFG \cong Rt \triangle DCG (HL),$$

$$\therefore GF = GC;$$

(2) $BH = \sqrt{2}AE$, 理由是:

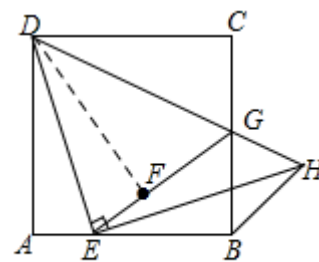


图1

证法一：如图 2，在线段 AD 上截取 AM ，使 $AM = AE$ ，

$$\because AD = AB,$$

$$\therefore DM = BE,$$

$$\text{由(1)知: } \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4,$$

$$\because \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ,$$

$$\therefore 2\angle 2 + 2\angle 3 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 45^\circ,$$

$$\text{即} \angle EDG = 45^\circ,$$

$$\because EH \perp DE,$$

$$\therefore \angle DEH = 90^\circ, \triangle DEH \text{ 是等腰直角三角形},$$

$$\therefore \angle AED + \angle BEH = \angle AED + \angle 1 = 90^\circ, DE = EH,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle BEH,$$

在 $\triangle DME$ 和 $\triangle EBH$ 中，

$$\because \begin{cases} DM = BE \\ \angle 1 = \angle BEH \\ DE = EH \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DME \cong \triangle EBH,$$

$$\therefore EM = BH,$$

$$\text{Rt } \triangle AEM \text{ 中, } \angle A = 90^\circ, AM = AE,$$

$$\therefore EM = \sqrt{2}AE,$$

$$\therefore BH = \sqrt{2}AE;$$

证法二：如图 3，过点 H 作 $HN \perp AB$ 于 N ，

$$\therefore \angle ENH = 90^\circ,$$

$$\text{由方法一可知: } DE = EH, \angle 1 = \angle NEH,$$

在 $\triangle DAE$ 和 $\triangle ENH$ 中，

$$\because \begin{cases} \angle A = \angle ENH \\ \angle 1 = \angle NEH \\ DE = EH \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DAE \cong \triangle ENH,$$

$$\therefore AE = HN, AD = EN,$$

$$\because AD = AB,$$

$$\therefore AB = EN = AE + BE = BE + BN,$$

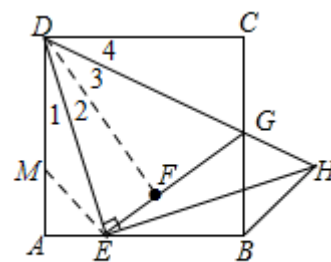


图2

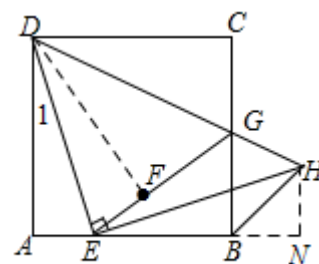


图3

$$\therefore AE = BN = HN,$$

$\therefore \triangle BNH$ 是等腰直角三角形,

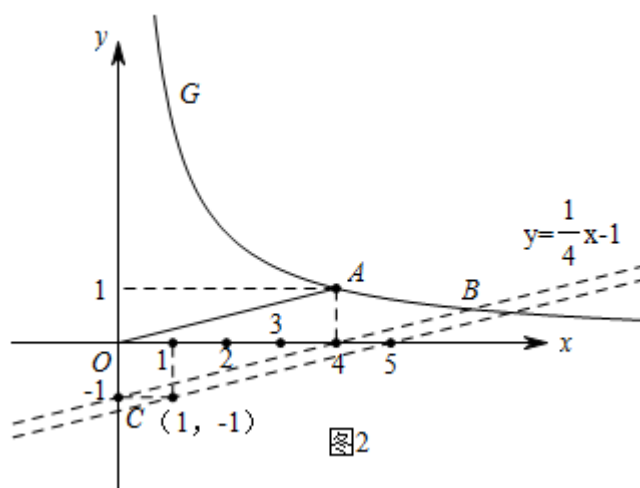
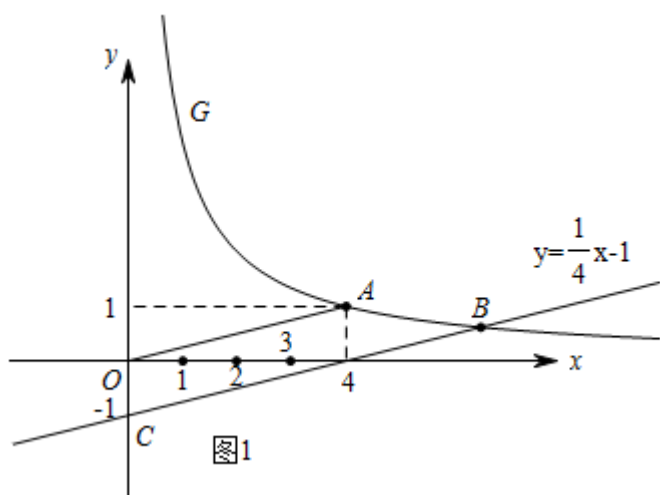
$$\therefore BH = \sqrt{2}HN = \sqrt{2}AE.$$

【解析】(1)如图 1, 连接 DF , 根据对称得: $\triangle ADE \cong \triangle FDE$, 再由 HL 证明 $Rt \triangle DFG \cong Rt \triangle DCG$, 可得结论;

(2)证法一: 如图 2, 作辅助线, 构建 $AM = AE$, 先证明 $\angle EDG = 45^\circ$, 得 $DE = EH$, 证明 $\triangle DME \cong \triangle EBH$, 则 $EM = BH$, 根据等腰直角 $\triangle AEM$ 得: $EM = \sqrt{2}AE$, 得结论;

证法二: 如图 3, 作辅助线, 构建全等三角形, 证明 $\triangle DAE \cong \triangle ENH$, 得 $AE = HN$, $AD = EN$, 再说明 $\triangle BNH$ 是等腰直角三角形, 可得结论.

本题考查了正方形的性质, 全等三角形的判定定理和性质定理, 对称的性质, 等腰直角三角形的性质等知识, 解决本题的关键是利用正方形的性质得到相等的边和相等的角, 证明三角形全等, 作出辅助线也是解决本题的关键.



22. 【答案】解: (1)把 $A(4,1)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $k =$

$$4 \times 1 = 4;$$

(2)①当 $b = -1$ 时, 直线解析式为 $y = \frac{1}{4}x - 1$,

解方程 $\frac{4}{x} = \frac{1}{4}x - 1$ 得 $x_1 = 2 - 2\sqrt{5}$ (舍去), $x_2 = 2 + 2\sqrt{5}$, 则 $B(2 + 2\sqrt{5}, \frac{\sqrt{5}-1}{2})$,

而 $C(0, -1)$,

如图 1 所示, 区域 W 内的整点有 $(1,0)$, $(2,0)$, $(3,0)$, 有 3 个;

②如图 2, 直线 l 在 OA 的下方时, 当直线 $l: y = \frac{1}{4}x + b$ 过 $(1, -1)$ 时, $b = -\frac{5}{4}$,

且经过 $(5,0)$,

\therefore 区域 W 内恰有 4 个整点, b 的取值范围是 $-\frac{5}{4} \leq b < -1$.

如图 3，直线 l 在 OA 的上方时，

\because 点 $(2,2)$ 在函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象 G ，

当直线 $l: y = \frac{1}{4}x + b$ 过 $(1,2)$ 时， $b = \frac{7}{4}$ ，

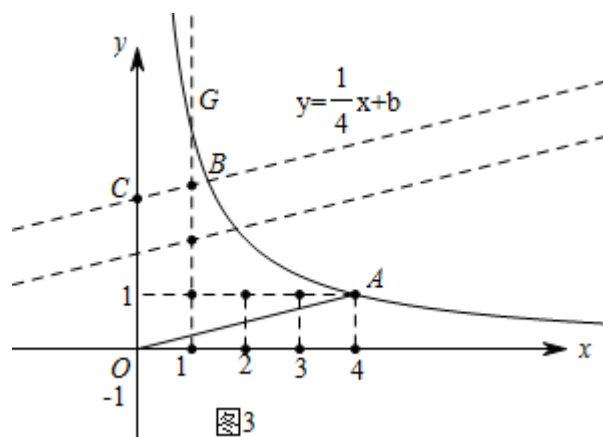
当直线 $l: y = \frac{1}{4}x + b$ 过 $(1,3)$ 时， $b = \frac{11}{4}$ ，

\therefore 区域 W 内恰有 4 个整点， b 的取值范围是 $\frac{7}{4} < b \leq$

$\frac{11}{4}$ 。

综上所述，区域 W 内恰有 4 个整点， b 的取值范围是

$-\frac{5}{4} \leq b < -1$ 或 $\frac{7}{4} < b \leq \frac{11}{4}$ 。



【解析】 本题考查了新定义和反比例函数与一次函数的交点问题：求反比例函数与一次函数的交点坐标，把两个函数关系式联立成方程组求解，本题理解整点的定义是关键，并利用数形结合的思想。

(1) 把 $A(4,1)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 中可得 k 的值；

(2) 直线 OA 的解析式为： $y = \frac{1}{4}x$ ，可知直线 l 与 OA 平行，

① 将 $b = -1$ 时代入可得：直线解析式为 $y = \frac{1}{4}x - 1$ ，画图可得整点的个数；

② 分两种情况：直线 l 在 OA 的下方和上方，画图计算边界时点 b 的值，可得 b 的取值。

23. 【答案】 75° ； 3

【解析】 解： $\angle ABC + \angle ACB = \angle ECD + \angle ACB = \angle ACE = 180^\circ -$

$75^\circ - 30^\circ = 75^\circ$ ，

$\angle E = 75^\circ$ ， $BD = 2DC$ ，

$\therefore AD = 2DE$ ，

$AE = AD + DE = 3$ ，

$\therefore AC = AE = 3$ ，

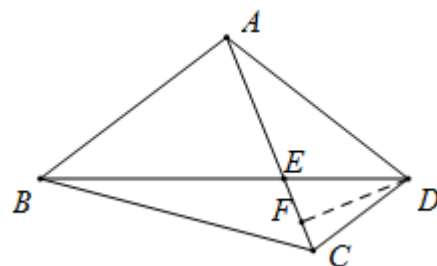
$\angle ACE = 75^\circ$ ， AC 的长为 3。

过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F 。

$\because \angle BAC = 90^\circ = \angle DFA$ ，

$\therefore AB \parallel DF$ ，

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle FDE$ ，



$$\therefore \frac{AB}{DF} = \frac{AE}{EF} = \frac{BE}{DE} = 2,$$

$$\therefore EF = 1, AB = 2DF.$$

在 $\triangle ACD$ 中, $\angle CAD = 30^\circ$, $\angle ADC = 75^\circ$,

$$\therefore \angle ACD = 75^\circ, AC = AD.$$

$$\therefore DF \perp AC,$$

$$\therefore \angle AFD = 90^\circ,$$

在 $\triangle AFD$ 中, $AF = 2 + 1 = 3$, $\angle FAD = 30^\circ$,

$$\therefore DF = AF \tan 30^\circ = \sqrt{3}, AD = 2DF = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore AC = AD = 2\sqrt{3}, AB = 2DF = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2\sqrt{6}.$$

根据相似的三角形的判定与性质, 可得 $\frac{AB}{DF} = \frac{AE}{EF} = \frac{BE}{DE} = 2$, 根据等腰三角形的判定, 可得 $AE = AC$, 根据正切函数, 可得 DF 的长, 根据直角三角形的性质, 可得 AB 与 DF 的关系, 根据勾股定理, 可得答案. 本题考查了相似三角形的判定与性质, 利用了相似三角形的判定与性质, 直角三角形的性质, 勾股定理.

24. 【答案】解: (1)由 $y = x^2 - 4x + 3$ 得到: $y = (x - 3)(x - 1)$, $C(0,3)$.

所以 $A(1,0)$, $B(3,0)$,

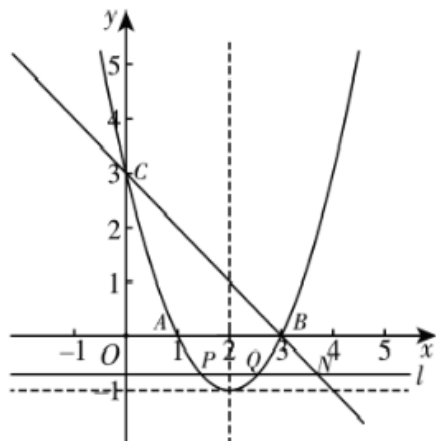
设直线 BC 的表达式为: $y = kx + b(k \neq 0)$,

$$\text{则} \begin{cases} b = 3 \\ 3k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases},$$

所以直线 BC 的表达式为 $y = -x + 3$;

(2)



由 $y = x^2 - 4x + 3$ 得到： $y = (x - 2)^2 - 1$ ，

所以抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 的对称轴是直线 $x = 2$ ，顶点坐标是 $(2, -1)$ 。

$\because y_1 = y_2$ ，

$\therefore x_1 + x_2 = 4$ 。

$\because x_1 < x_2 < x_3$ ，结合函数图象，

可得 $-1 < y_3 < 0$ ，即 $-1 < -x_3 + 3 < 0$ ，

$\therefore 3 < x_3 < 4$ ，即 $7 < x_1 + x_2 + x_3 < 8$ 。

【解析】 本题考查了二次函数综合题，属于中档题。

(1)利用抛物线解析式求得点 B 、 C 的坐标，利用待定系数法求得直线 BC 的表达式即可；

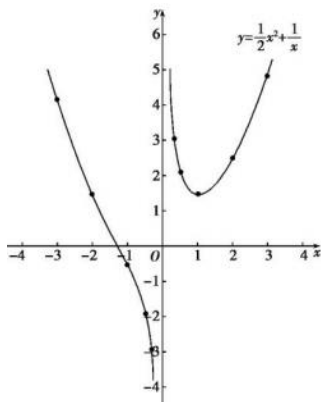
(2)由抛物线解析式得到对称轴和顶点坐标，结合函数图象解答。

25. 【答案】 解：(1) $x \neq 0$ ；

(2) $x = 3$ 时， $y = \frac{1}{2} \times 3^2 + \frac{1}{3} = \frac{29}{6}$ ，

$\therefore m = \frac{29}{6}$ ；

(3)该函数的图象如下图所示。



(4)①当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小；

当 $0 < x < 1$ 时， y 随 x 的增大而减小；

当 $x \geq 1$ 时， y 随 x 的增大而增大。

②函数的图象经过第一、二、三象限。

③函数的图象与 y 轴无交点，图象由两部分组成。

....

(写出一条即可)

【解析】 【分析】

本题考查了函数的图象，函数自变量的取值范围，函数值，根据图表画出函数的图象是解题的关键.

(1)由解析式可知要使函数有意义，则分母不为0，则 $x \neq 0$ ；

(2)根据图表可知当 $x = 3$ 时，函数的值为 m ，把 $x = 3$ 代入解析式即可求得；

(3)根据坐标系中的点，用平滑的曲线连接即可；

(4)观察图象即可得出该函数的其他性质.

【解答】

(1)由函数解析式可知，要使函数有意义，则分母不为0，

则自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$ ；

(2)(3)(4)见答案.

26. **【答案】**解：(1)点 A' 表示的数是0；点 B 表示的数是3；点 E 表示的数是 $\frac{3}{2}$.

(2) \because 点 $A(-3,0)$ ， $B(3,0)$ 的对应点分别为 $A'(-1,2)$ ， $B'(2,2)$ ，

$$\therefore \begin{cases} -3\alpha + m = -1, \\ 3\alpha + m = 2. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} \alpha = \frac{1}{2}, \\ m = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

由题意可得 $n = 2$.

设点 F 的坐标为 (x, y) .

\therefore 点 F 的坐标为 $(1,4)$.

【解析】 本题考查二元一次方程组在点的变换过程中的应用，难度中等. 本题关键是能根据点的变换特点列出对应的二元一次方程组求解.

27. **【答案】**解：(1)如图1所示为所求.

设 $DM = CP = x$, 则 $OC = OP + PC = 2 + x$, $MH = MD + DH = x + 1$

∴点 M 关于点 H 的对称点为 Q

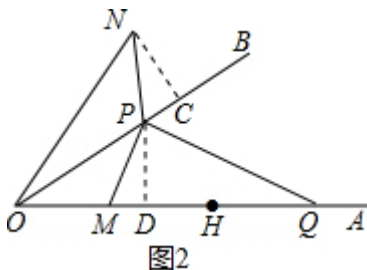
$$\therefore HQ = MH = x + 1$$

$$\therefore DQ = DH + HQ = 1 + x + 1 = 2 + x$$

$$\therefore OC = DQ$$

在 $\triangle OCN$ 与 $\triangle QDP$ 中

$$\begin{cases} OC = QD \\ \angle OCN = \angle QDP = 90^\circ \\ NC = PD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OCN \cong \triangle QDP (SAS)$$
$$\therefore ON = QP.$$


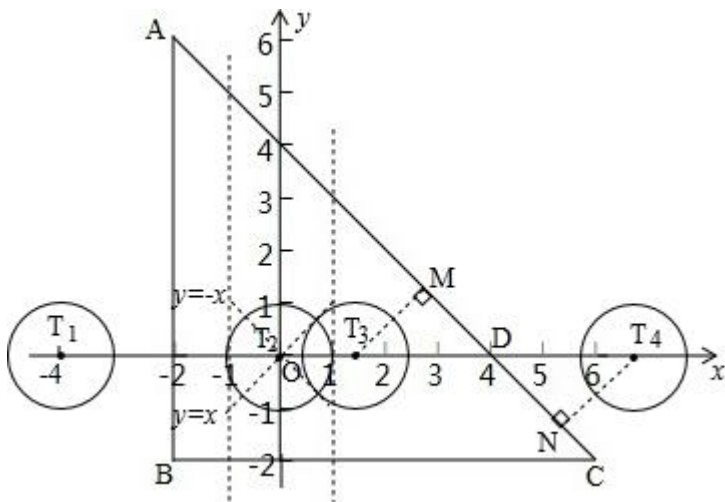
【解析】(1)根据题意画出图形.

(2)由旋转可得 $\angle MPN = 150^\circ$ ，故 $\angle OPN = 150^\circ - \angle OPM$ ；由 $\angle AOB = 30^\circ$ 和三角形内角和 180° 可得 $\angle OMP = 180^\circ - 30^\circ - \angle OPM = 150^\circ - \angle OPM$ ，得证.

(3)根据题意画出图形, 以 $ON = QP$ 为已知条件反推 OP 的长度. 由(2)的结论 $\angle OMP = \angle OPN$ 联想到其补角相等, 又因为旋转有 $PM = PN$, 已具备一边一角相等, 过点 N 作 $NC \perp OB$ 于点 C , 过点 P 作 $PD \perp OA$ 于点 D , 即可构造出 $\triangle PDM \cong \triangle NCP$, 进而得 $PD = NC$, $DM = CP$.此时加上 $ON = QP$, 则易证得 $\triangle OCN \cong \triangle QDP$, 所以 $OC = QD$.利用 $\angle AOB = 30^\circ$, 设 $PD = NC = a$, 则 $OP = 2a$, $OD = \sqrt{3}a$.再设 $DM = CP = x$, 所以 $QD = OC = OP + PC = 2a + x$, $MQ = DM + QD = 2a + 2x$.由于点 M 、 Q 关于点 H 对称, 即点 H 为 MQ 中点, 故 $MH = \frac{1}{2}MQ = a + x$, $DH = MH - DM = a$, 所以 $OH = OD + DH = \sqrt{3}a + a = \sqrt{3} + 1$, 求得 $a = 1$, 故 $OP = 2$.证明过程则把推理过程反过来, 以 $OP = 2$ 为条件, 利用构造全等证得 $ON = QP$.

本题考查了根据题意画图，旋转的性质，三角形内角和 180° ，勾股定理，全等三角形的判定和性质，中心对称的性质．第(3)题的解题思路是以 $ON = QP$ 为条件反推 OP 的长度，并结合(2)的结论构造全等三角形；而证明过程则以 $OP = 2$ 为条件构造全等证明 $ON = QP$ ．

28. 【答案】解：(1)如图所示，点 O 到 $\triangle ABC$ 的距离的最小值为 2，



$\therefore d(\text{点 } O, \triangle ABC) = 1;$

(2) $y = kx (k \neq 0)$ 经过原点, 在 $-1 \leq x \leq 1$ 范围内, 函数图象为线段,

当 $y = kx (-1 \leq x \leq 1, k \neq 0)$ 经过 $(1, -1)$ 时, $k = -1$, 此时 $d(G, \triangle ABC) = 1;$

当 $y = kx (-1 \leq x \leq 1, k \neq 0)$ 经过 $(-1, -1)$ 时, $k = 1$, 此时 $d(G, \triangle ABC) = 1;$

$\therefore -1 \leq k \leq 1,$

$\because k \neq 0,$

$\therefore -1 \leq k \leq 1$ 且 $k \neq 0;$

(3) $\odot T$ 与 $\triangle ABC$ 的位置关系分三种情况:

① 当 $\odot T$ 在 $\triangle ABC$ 的左侧时, 由 $d(\odot T, \triangle ABC) = 1$ 知此时 $t = -4;$

② 当 $\odot T$ 在 $\triangle ABC$ 内部时,

当点 T 与原点重合时, $d(\odot T, \triangle ABC) = 1$, 知此时 $t = 0;$

当点 T 位于 T_3 位置时, 由 $d(\odot T, \triangle ABC) = 1$ 知 $T_3M = 2,$

$\because AB = BC = 8, \angle ABC = 90^\circ,$

$\therefore \angle C = \angle T_3DM = 45^\circ,$

则 $T_3D = \frac{T_3M}{\cos 45^\circ} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{2},$

$\therefore t = 4 - 2\sqrt{2},$

故此时 $0 \leq t \leq 4 - 2\sqrt{2};$

③ 当 $\odot T$ 在 $\triangle ABC$ 右边时, 由 $d(\odot T, \triangle ABC) = 1$ 知 $T_4N = 2,$

$\because \angle T_4DC = \angle C = 45^\circ,$

$\therefore T_4D = \frac{T_4N}{\cos 45^\circ} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{2},$

$\therefore t = 4 + 2\sqrt{2};$

综上, $t = -4$ 或 $0 \leq t \leq 4 - 2\sqrt{2}$ 或 $t = 4 + 2\sqrt{2}$.

【解析】(1)根据点 A 、 B 、 C 三点的坐标作出 $\triangle ABC$, 利用“闭距离”的定义即可得;

(2)由题意知 $y = kx$ 在 $-1 \leq x \leq 1$ 范围内函数图象为过原点的线段, 再分别求得经过 $(1, -1)$ 和 $(-1, -1)$ 时 k 的值即可得;

(3)分 $\odot T$ 在 $\triangle ABC$ 的左侧、内部和右侧三种情况, 利用“闭距离”的定义逐一判断即可得.

本题主要考查圆的综合问题, 解题的关键是理解并掌握“闭距离”的定义与直线与圆的位置关系和分类讨论思想的运用.