北师大附属实验中学

2019-2020 学年度高一年级第一学期数学期中考试试卷（一卷）

班级_______ 分层班级 ________姓名________ 学号_________分数________

试卷说明：

1、本试卷分一、二两卷；

2、本试卷考试时间为 120 分钟；总分为 150 分，试卷一 100 分，试卷二 50 分；

3、试卷一共有三道大题，17 道小题.

试卷二共有两道大题，8 道小题.

4、所有题目答案一律写在答题纸上.

命题人:何文春 高华文 王洋　　　　审阅人:姚玉平

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.每题只有一个正确答案,将正确答案的序号填在答题卡上）

1. 已知集合 $A=\{-1，0，1，2\}$，$B=\{x|x^2\leq 1\}$，则 $A\cap B=$(　　)

A. $\{-1，0，1\}$　B. $\{0，1\}$　C. $\{-1，1\}$　D. $\{0，1，2\}$

2. 如果 $a<b<0$,那么下列不等式成立的是（　　）

A. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　B. $ab<b^2$　C. $-ab<-a^2$　D. $-\frac{1}{a}<-\frac{1}{b}$

3. 下列函数中，值域为 $(0,+\infty)$ 的是（　　）

A. $y=\sqrt{x-1}$　B. $y=\frac{1}{x-1}$　C. $y=\sqrt{x^2+1}$　D. $y=\frac{1}{\sqrt{x-1}}$

4. 已知 $f(x)=ax^3+bx-4$, 若 $f(2)=6$, 则 $f(-2)=$

A. -14　B. 14　C. -6　D. 10

5. 设 $x\in R$，则“$|x-2|<1$”是“$x^2+x-6<0$”的( )

A.充分而不必要条件　B.必要而不充分条件

C.充要条件　D. 既不充分也不必要条件

6. 函数 $f(x)=x^2-\frac{1}{x}-2$ 在区间 $(1,3)$ 内的零点个数是　（　　）

A．0　　　　B．1　　　　C．2　　　　D．3

7. 已知命题“$\exists x\in R$，使 $2x^2+(a-1)x+\frac{1}{2}\le 0$”是假命题，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $\left(-\infty,-1\right)$　　　B. $\left(-1,3\right)$　　　C. $\left(-3,+\infty\right)$　　　D. $\left(-3,1\right)$

8. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 R，满足 $f(x+1)=2f(x)$，且当 $x\in(0,1]$ 时，$f(x)=x(x-1)$．若对任意 $x\in(-\infty, m]$，都有 $f(x)…-\frac{8}{9}$，则 m 的取值范围是(　　　)

A．$(-\infty, \frac{9}{4}]$　　　B．$(-\infty, \frac{7}{3}]$　　　C．$(-\infty, \frac{5}{2}]$　　　D．$(-\infty, \frac{8}{3}]$

二、填空题（本大题 6 小题，每小题 5 分，共 30 分，将正确答案填在答题纸上）

9．已知 $x-2y=6, x-3y=4,$ 则 $x^2-5xy+6y^2$ 的值为____________.

10．已知 α，β 是方程 $x^2+2x-7=0$ 的两个根，则 $\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2=$ ____________.

11．某公司一年购买某种货物 **600** 吨，每次购买 x 吨，运费为 **6** 万元**/**次，一年的总存储费用为 $4x$ 万元，要使一年的总运费与总存储费之和最小，则 x 的值是______.

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & (x\le 0) \\ -2x & (x>0) \end{cases}$，若 $f(x)=10$，则 $x=$_______.

13. 若二元一次方程 $3x-y=7, 2x+3y=1, y=kx-9$ 有公共解，则实数 $k=$_______.

14．已知 $\lambda\in R$，函数 $f(x)=\begin{cases} x-4, x\ge\lambda \\ x^2-4x+3, x<\lambda \end{cases}$，当 $\lambda=2$ 时，不等式 $f(x)<0$ 的解集是___________．若函数 $f(x)$ 恰有 **2** 个零点，则 λ 的取值范围是___________.

三. 解答题（本大题共 3 小题，共 30 分，写出必要的解答过程, 将答案写在<u>答题纸</u>上）

15.（本题满分 10 分）

已知集合 $A=\left\{x\middle|-4+a<x<4+a\right\}$，$B=\left\{x\middle|\dfrac{x+1}{x-5}\geq 0\right\}$.

（1）若 $a=1$，求 $A\cap B$；

（2）若 $A\cup B=\mathrm{R}$，求实数 a 的取值范围.

16.（本题满分 10 分）

已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，且当 $x\geq 0$ 时有 $f(x)=\dfrac{4x}{x+4}$

（1）判断函数 $f(x)$ 在 $[0,\ +\infty)$ 上的单调性, 并用定义证明；

（2）求函数 $f(x)$ 的解析式（写成分段函数的形式）.

17.（本题满分 10 分）

已知关于x的不等式$(ax-1)(x-2)>2$的解集为A，且$3\notin A$.

（I）求实数a的取值范围；

（II）求集合A.

北师大附属实验中学

2019－2020 学年度高一年级第一学期数学期中练习试卷（二卷）

班级_______　分层班级 ________姓名________　学号_________分数________

四、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分，将正确答案的序号填在答题纸上）

18. 函数 $y=\sqrt{x+1}+\sqrt{3-x}$ 的定义域为__________

19. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$，则 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(\dfrac{1}{2})+f(\dfrac{1}{3})+f(\dfrac{1}{4})=$ _______.

20．设 $x>0$， $y>0$， $x+2y=5$，则 $\dfrac{(x+1)(2y+1)}{\sqrt{xy}}$ 的最小值为____.

21. 李明自主创业，在网上经营一家水果店，销售的水果中有草莓、京白梨、西瓜、桃，价格依次为 60 元/盒、65 元/盒、80 元/盒、90 元/盒．为增加销量，李明对这四种水果进行促销：一次购买水果的总价达到 120 元，顾客就少付 x 元．每笔订单顾客网上支付成功后，李明会得到支付款的 80% .

①当 $x=10$ 时，顾客一次购买草莓和西瓜各 1 盒，需要支付____元；

②在促销活动中，为保证李明每笔订单得到的金额均不低于促销前总价的七折，则 x 的最大值为____.

22. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，如果存在正实数 m，使得对任意 $x\in D$，都有 $f(x+m)>f(x)$，则称 $f(x)$ 为 D 上的“m 型增函数”．已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且当 $x>0$ 时， $f(x)=|x-a|-a$ （$a\in\mathbf{R}$）．若 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的“20 型增函数”，则实数 a 的取值范围是_________.

五、解答题（本大题共 3 小题，共 30 分，写出必要的解答过程,将答案写在答题纸上）

23. （本小题满分 10 分）

已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+2k=0$.

（1）若方程有实数根，求实数 k 的取值范围；

（2）如果 k 是满足（1）的最大整数，且方程 $x^2-4x+2k=0$ 的根是一元二次方程 $x^2-2mx+3m-1=0$ 的一个根，求 m 的值及这个方程的另一个根.

24.（本小题满分 10 分）

已知函数 $f(x)=(x-2)(x+a)$，其中 $a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）若 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，求 a 的值；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上的最小值.

25. （本小题满分 10 分）

对于区间$[a,b]$ $(a<b)$，若函数$y=f(x)$同时满足：① $f(x)$在$[a,b]$上是单调函数；

② 函数$y=f(x)$，$x\in[a,b]$的值域是$[a,b]$，则称区间$[a,b]$为函数$f(x)$的“保值”区间.

(Ⅰ)求函数$y=x^2$的所有“保值”区间；

(Ⅱ)函数$y=x^2+m$ $(m\neq 0)$是否存在“保值”区间？若存在，求出m的取值范围；若不存在，说明理由.

北师大附属实验中学

2019-2020 学年度高一年级第一学期数学期中考试试卷（一卷）答案

一、选择题

1. A
2. **D**
3. D
4. A

错误!未找到引用源。5. D

6. B
7. B
8. B

二、填空题

9. 24
10. 32
11. 30
12. -3
13. 4
14. $(1,4);(1,3]\cup(4,+\infty)$

三. 解答题

解：（1）当 $a=1$ 时，集合 $A=\{x|-3<x<5\}$，　…………1 分

集合 $B=\{x|x\le -1或x>5\}$　…………3 分

$A\cap B=\{x|-3<x\le -1\}$　…………5 分

(2) 若 $A\cup B=$**R,** 则 $\begin{cases}-4+a\le -1\\ 4+a>5\end{cases}$ 即 $1<a\le 3$　…………**10** 分

16.（本题满分 10 分）

已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，且当 $x\ge 0$ 时有 $f(x)=\dfrac{4x}{x+4}$

（1）判断函数 $f(x)$ 在 $[0,\ +\infty)$ 上的单调性, 并用定义证明；

（2）求函数 $f(x)$ 的解析式（写成分段函数的形式）.

（1）证明：设 $x_1 > x_2 \geq 0$，则 $f(x_1) - f(x_2) = \dfrac{4x_1}{x_1+4} - \dfrac{4x_2}{x_2+4}$

$= \dfrac{16(x_1 - x_2)}{x_1x_2 + 4(x_1+x_2)+16}$ …………3 分

又 $x_1 > x_2 \geq 0$，所以 $x_1 - x_2 > 0$，$x_1x_2 \geq 0$，$x_1 + x_2 > 0$

所以 $\dfrac{16(x_1 - x_2)}{x_1x_2 + 4(x_1+x_2)+16} > 0$ 　则 $f(x_1) - f(x_2) > 0$，即 $f(x_1) > f(x_2)$，

故函数 $f(x) = \dfrac{4x}{x+4}$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增. …………5 分

（2）解：∵当 $x \geq 0$ 时有 $f(x) = \dfrac{4x}{x+4}$ 　而当 $x < 0$ 时，$-x > 0$

∴ $f(-x) = \dfrac{-4x}{-x+4} = \dfrac{4x}{x-4} = f(x)$

即 $f(x) = \dfrac{4x}{x-4}$（$x < 0$）

∴ $f(x) = \begin{cases} \dfrac{4x}{x+4} (x \geq 0) \\ \dfrac{4x}{x-4} (x < 0) \end{cases}$ …………10 分

17.（本题满分 10 分）

已知关于 x 的不等式 $(ax-1)(x-2) > 2$ 的解集为 A，且 $3 \notin A$.

（I）求实数 a 的取值范围；

（II）求集合 A.

解：（I）∵ $3 \notin A$，∴当 $x = 3$ 时，有 $(ax-1)(x-2) \leq 2$，即 $3a - 1 \leq 2$.

∴ $a \leq 1$，即 a 的取值范围是 $\{a \mid a \leq 1\}$. ……………………3 分

（II）

$(ax-1)(x-2) > 2 \Leftrightarrow (ax-1)(x-2) - 2 > 0 \Leftrightarrow ax^2 - (2a+1)x > 0$ …………4 分

当 $a=0$ 时，$-x>0$,集合 $A=\{x\mid x<0\}$；…………………………5 分

当 $a<-\dfrac{1}{2}$ 时，$0<2+\dfrac{1}{a}$，集合 $A=\left\{x\mid 0<x<2+\dfrac{1}{a}\right\}$；……………………6 分

当 $a=-\dfrac{1}{2}$ 时，$-\dfrac{1}{2}x^2>0$,原不等式解集 A 为空集；……………………7 分

当 $-\dfrac{1}{2}<a<0$ 时，$2+\dfrac{1}{a}<0$，集合 $A=\left\{x\mid 2+\dfrac{1}{a}<x<0\right\}$；………………8 分

当 $0<a\le 1$ 时，$0<2+\dfrac{1}{a}$，集合 $A=\left\{x\mid x<0\text{或}x>2+\dfrac{1}{a}\right\}$；………………9 分

综上：当 $a=0$ 时，集合 $A=\{x\mid x<0\}$；

当 $a<-\dfrac{1}{2}$ 时，集合 $A=\left\{x\mid 0<x<2+\dfrac{1}{a}\right\}$；

当 $a=-\dfrac{1}{2}$ 时，原不等式解集 A 为空集；

当 $-\dfrac{1}{2}<a<0$ 时，集合 $A=\left\{x\mid 2+\dfrac{1}{a}<x<0\right\}$；

当 $0<a\le 1$ 时，集合 $A=\left\{x\mid x<0\text{或}x>2+\dfrac{1}{a}\right\}$；………10 分

北师大附属实验中学

2019－2020 学年度高一年级第一学期数学期中练习试卷（二卷）

四、填空题

18. $[-1,3]$

19. $\frac{7}{2}$

20. $4\sqrt{3}$

21. 130，15

22. $a<5$

五、解答题

23. （本小题满分 10 分）

（1）由题意得 $\Delta\geq 0$，所以 $16-8k\geq 0$，解得 $k\leq 2$. ·········3 分

（2）由（1）可知 $k=2$， ·········4 分

所以方程 $x^2-4x+2k=0$ 的根 $x_1=x_2=2$. ·········5 分

$\therefore$ 方程 $x^2-2mx+3m-1=0$ 的一个根为 2，

$\therefore 4-4m+3m-1=0$，解得 $m=3$. ·········7 分

$\therefore$ 方程 $x^2-2mx+3m-1=0=x^2-6x+8=0$，解得 $x=2$ 或 $x=4$， ·········9 分

所以方程 $x^2-2mx+3m-1=0$ 的另一根为 4. ·········10 分

24.（本小题满分 10 分）

（Ⅰ）解法一：因为 $f(x)=(x-2)(x+a)=x^2+(a-2)x-2a$，

所以，$f(x)$ 的图象的对称轴方程为 $x=\frac{2-a}{2}$. ·········1 分

由 $\frac{2-a}{2}=1$，得 $a=0$. ·········3 分

解法二：因为函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，

所以必有 $f(0)=f(2)$ 成立，

所以 $-2a=0$，得 $a=0$. ·········3 分

（Ⅱ）解：函数 $f(x)$ 的图象的对称轴方程为 $x=\dfrac{2-a}{2}$.

① 当 $\dfrac{2-a}{2}\le 0$，即 $a\ge 2$ 时，

因为 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递增，

所以 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上的最小值为 $f(0)=-2a$.　　………5 分

当 $0<\dfrac{2-a}{2}<1$，即 $0<a<2$ 时，

因为 $f(x)$ 在区间 $(0,\dfrac{2-a}{2})$ 上单调递减，在区间 $(\dfrac{2-a}{2},1)$ 上单调递增，

所以 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上的最小值为 $f(\dfrac{2-a}{2})=-(\dfrac{2+a}{2})^2$.　　………7 分

② 当 $\dfrac{2-a}{2}\ge 1$，即 $a\le 0$ 时，

因为 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递减，

所以 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上的最小值为 $f(1)=-(1+a)$.　　………9 分

综上：$f(x)_{\min}=\begin{cases}-2a,a\ge 2\\-\left(\dfrac{a+2}{2}\right)^2,0<a<2\\-1-a,a\le 0\end{cases}$　　………10 分

25. （本小题满分 10 分）

解：（Ⅰ）因为函数 $y=x^2$ 的值域是 $[0,+\infty)$，且 $y=x^2$ 在 $[a,b]$ 的值域是 $[a,b]$，所以 $[a,b]\subseteq[0,+\infty)$，　所以 $a\ge 0$，　从而函数 $y=x^2$ 在区间 $[a,b]$ 上单调递增，

故有 $\begin{cases}a^2=a,\\b^2=b.\end{cases}$　解得 $\begin{cases}a=0,\ 或\ a=1,\\b=0,\ 或\ b=1.\end{cases}$

又 $a<b$，　所以 $\begin{cases}a=0,\\b=1.\end{cases}$

所以函数 $y=x^2$ 的“保值”区间为 $[0,1]$.　　………………4 分

（Ⅱ）若函数 $y=x^2+m\quad(m\ne 0)$ 存在“保值”区间，则有：

① 若 $a<b\le 0$，此时函数 $y=x^2+m$ 在区间 $[a,b]$ 上单调递减，

所以 $\begin{cases} a^2+m=b, \\ b^2+m=a. \end{cases}$ 消去 m 得 $a^2-b^2=b-a$， 整理得 $(a-b)(a+b+1)=0$.

因为 $a<b$， 所以 $a+b+1=0$， 即 $a=-b-1$.

又 $\begin{cases} b\le 0, \\ -b-1<b, \end{cases}$ 所以 $-\frac{1}{2}<b\le 0$.

因为 $m=-b^2+a=-b^2-b-1=-\left(b+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{4} \quad \left(-\frac{1}{2}<b\le 0\right)$，

所以 $-1\le m<-\frac{3}{4}$.

② 若 $b>a\ge 0$，此时函数 $y=x^2+m$ 在区间 $[a, b]$ 上单调递增，

所以 $\begin{cases} a^2+m=a, \\ b^2+m=b. \end{cases}$ 消去 m 得 $a^2-b^2=a-b$， 整理得 $(a-b)(a+b-1)=0$.

因为 $a<b$， 所以 $a+b-1=0$， 即 $b=1-a$.

又 $\begin{cases} a\ge 0, \\ a<1-a, \end{cases}$ 所以 $0\le a<\frac{1}{2}$.

因为 $m=-a^2+a=-\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4} \quad \left(0\le a<\frac{1}{2}\right)$，

所以 $0\le m<\frac{1}{4}$.

综合 ①、② 得，函数 $y=x^2+m \quad (m\ne 0)$ 存在“保值”区间，此时 m 的取值范围是 $\left[-1,-\frac{3}{4}\right)\cup\left(0,\frac{1}{4}\right)$. ……………………10 分