第三篇　电磁学

电磁运动是物质运动的一种基本运动形式，电磁相互作用是自然界已知的四种基本作用之一，也是人们认识得较深入的相互作用。在日常生活和生产活动中，在对物质结构的深入认识过程中，都要涉及电磁运动。电与磁是相互联系、相互依存、不可分割的，电场与磁场是电磁场的两种特殊表现形态。

电磁学是研究"电"与"磁"及其"相互作用"的"现象、规律和应用"的物理学分支学科。

遵循从简单到复杂，特殊到一般的认识规律，本篇（电磁学）分为以下三章进行学习：

- 第六章 静电场
- 第七章 恒定磁场
- 第八章 电磁感应与电磁场

第六章　静 电 场

一、中国古代对电的认识

西汉末年，《春秋纬.考异犹》中记载：玳瑁吸诺。即：经过摩擦的玳瑁可以吸引微小的物体。

西晋的张华在《博物志》中记载了梳头、着衣时摩擦起电现象。

二、古希腊对电的认识

古希腊哲学家泰勒斯（**Thales,**公元前**624-547**年）发现被摩擦的琥珀有可以吸引谷壳的性质。

三、近代对电认识的发展

1.电和磁的区分

英国的威廉.吉尔伯特（**Willian Gilbert**）他是女王的御医。他将摩擦后可以吸引较小物体的现象称为“电性”。

他第一次明确区分电和磁两种吸引，磁不需要外来激励本身就有吸引力，只能吸引有磁性的物体，不受中介物的影响（布、纸等）。琥珀则需要摩擦才有吸引力，电的吸引力受中介物的影响。

2.电现象的统一性

美国物理学家富兰克林（**Franklin,1706-1790**年）他做了大量的试验，认识到摩擦电、电击、电火花这些现象的统一性，1752年6月的一个雷雨天，他为了弄清摩擦电和雷电的关系，在费城做了著名的“风筝实验”，证明了天电和地电的统一性。

§1 电荷 库仑定律

一、电荷　电荷守恒定律

1. 电荷有正负之分；同性相斥，异性相吸。

2. 电荷量子化

电子电荷：$e = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$（库仑）

$$q = ne \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

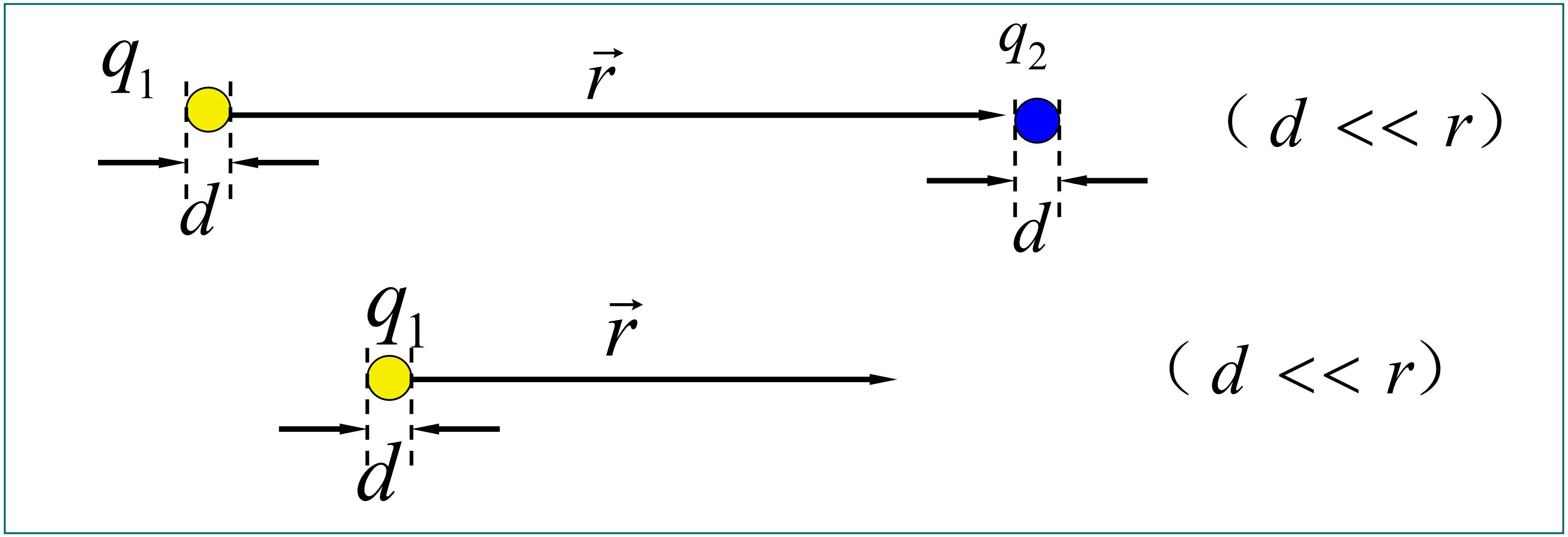
3. 电荷的连续分布 $q = \int \mathrm{d}q$

- 对电荷线分布情形：　$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l$　　λ 为电荷线密度
- 对电荷面分布情形：　$\mathrm{d}q = \sigma \mathrm{d}S$　　σ 为电荷面密度
- 对电荷体分布情形：　$\mathrm{d}q = \rho \mathrm{d}V$　　ρ 为电荷体密度

4. 电荷守恒定律

如果系统与外界没有电荷交换，那么不管在系统中发生了什么变化，系统所带电荷量的代数和将保持不变。

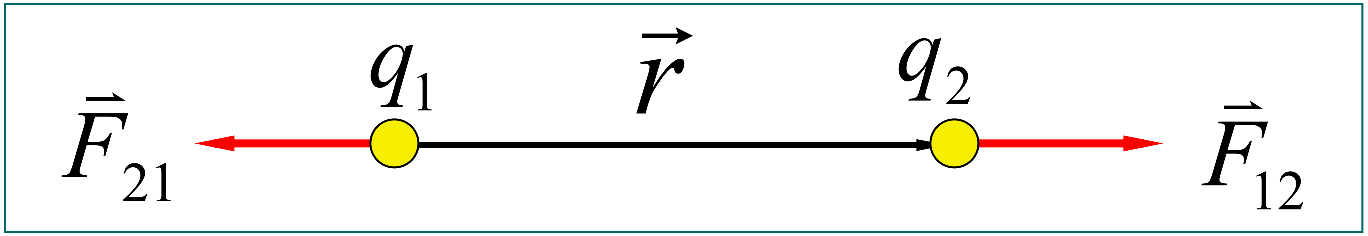
二、点电荷模型



库仑（C.A.Coulomb 1736 –1806）

法国物理学家，1785年通过扭秤实验创立库仑定律，使电磁学的研究从定性进入定量阶段. 电荷的单位库仑以他的姓氏命名.

三、库仑定律 ——真空中点电荷之间的相互作用



$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{r}_0 = -\vec{F}_{21}$$

SI制 $k = 8.98755 \times 10^9\, \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{r}_0$$

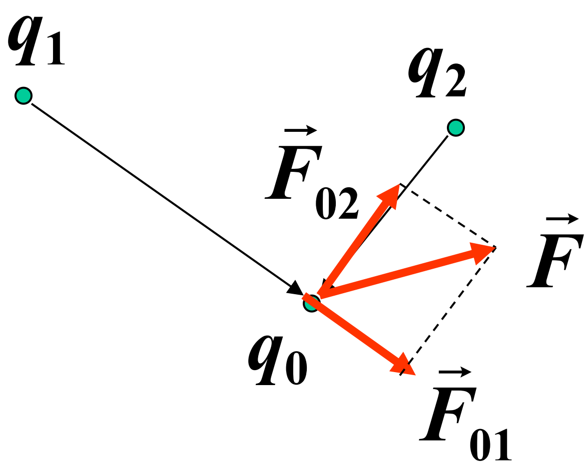
q_1和q_2同号相斥，异号相吸.

ε_0：为真空介电常数（电容率）。

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.8542 \times 10^{-12}\, \mathrm{C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2}}$$

库仑定律只讨论两个静止的点电荷之间的作用力，若有 两个以上静止的点电荷，实验告诉我们：

两个点电荷之间的作用力并不因第三个点电荷的存在而改变。

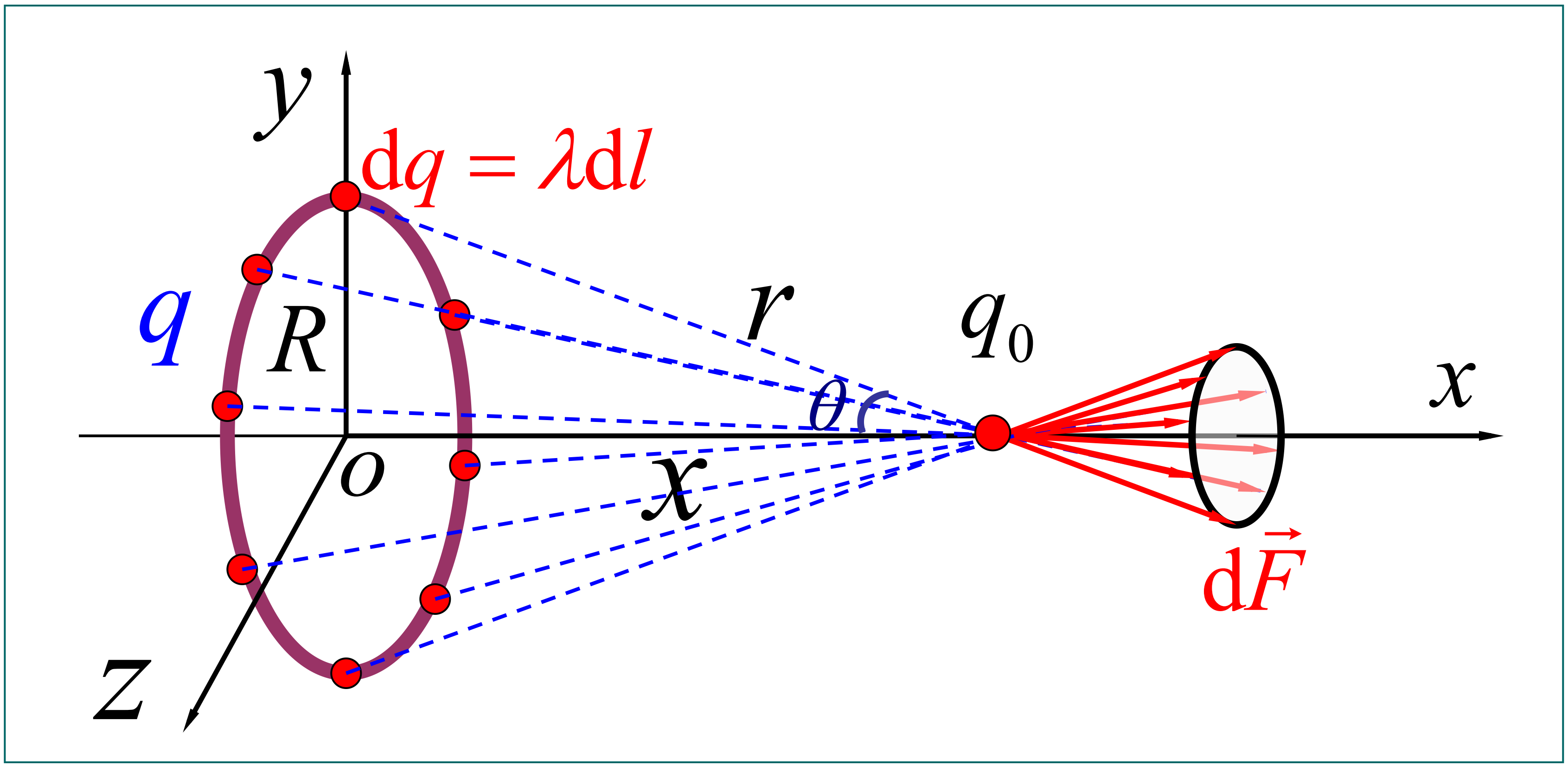


$$\vec{F}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i$$

点电荷受到的总的静电力等于所有其它点电荷单独存在时作用于其上的静电力的矢量和。

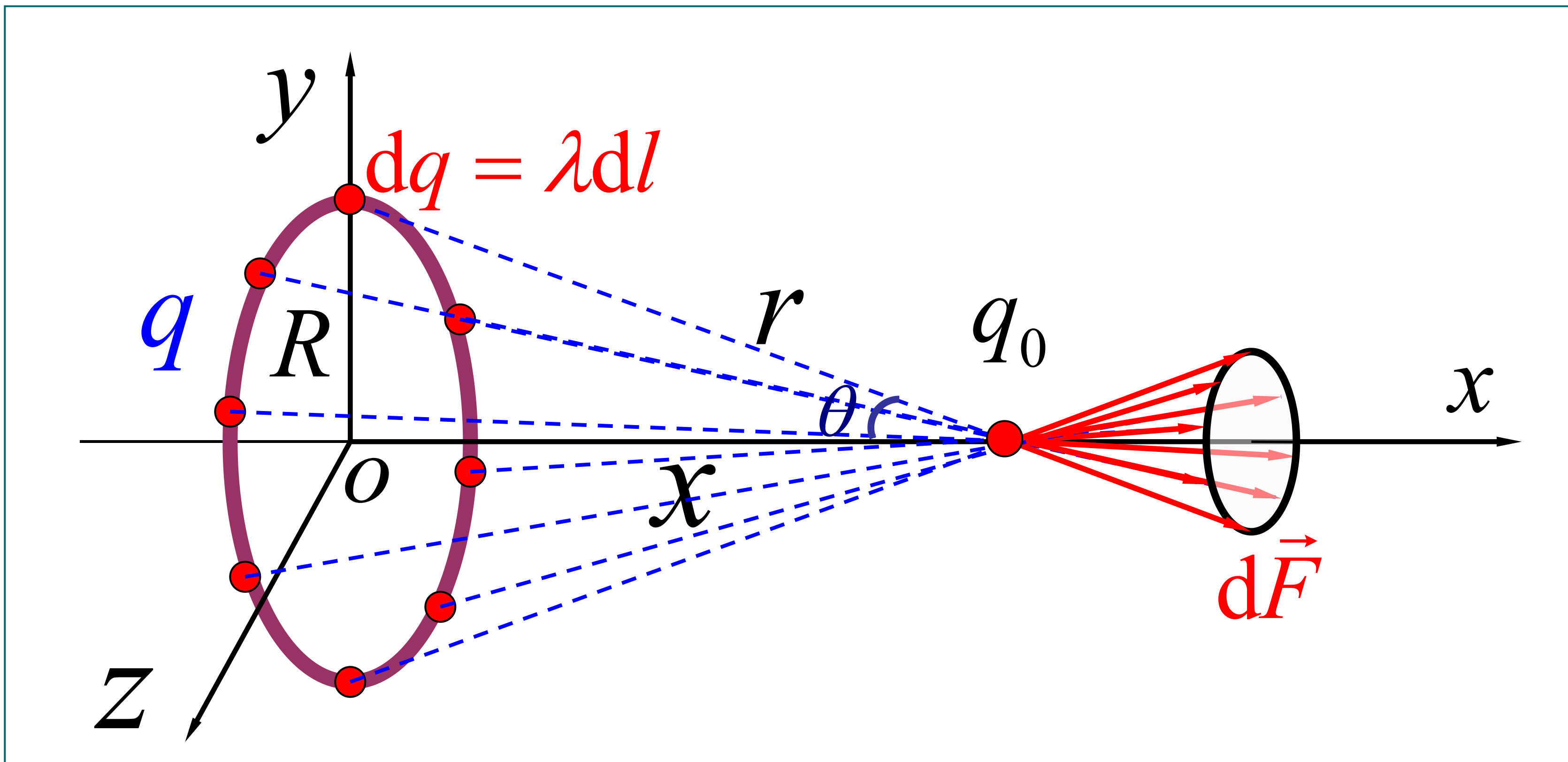
例1 正电荷 q 均匀分布在半径为 R 的圆环上。计算在环的轴线上任一点 P 处点电荷 q_0 所受作用力。

解：
$$\lambda = \frac{q}{2\pi R}$$



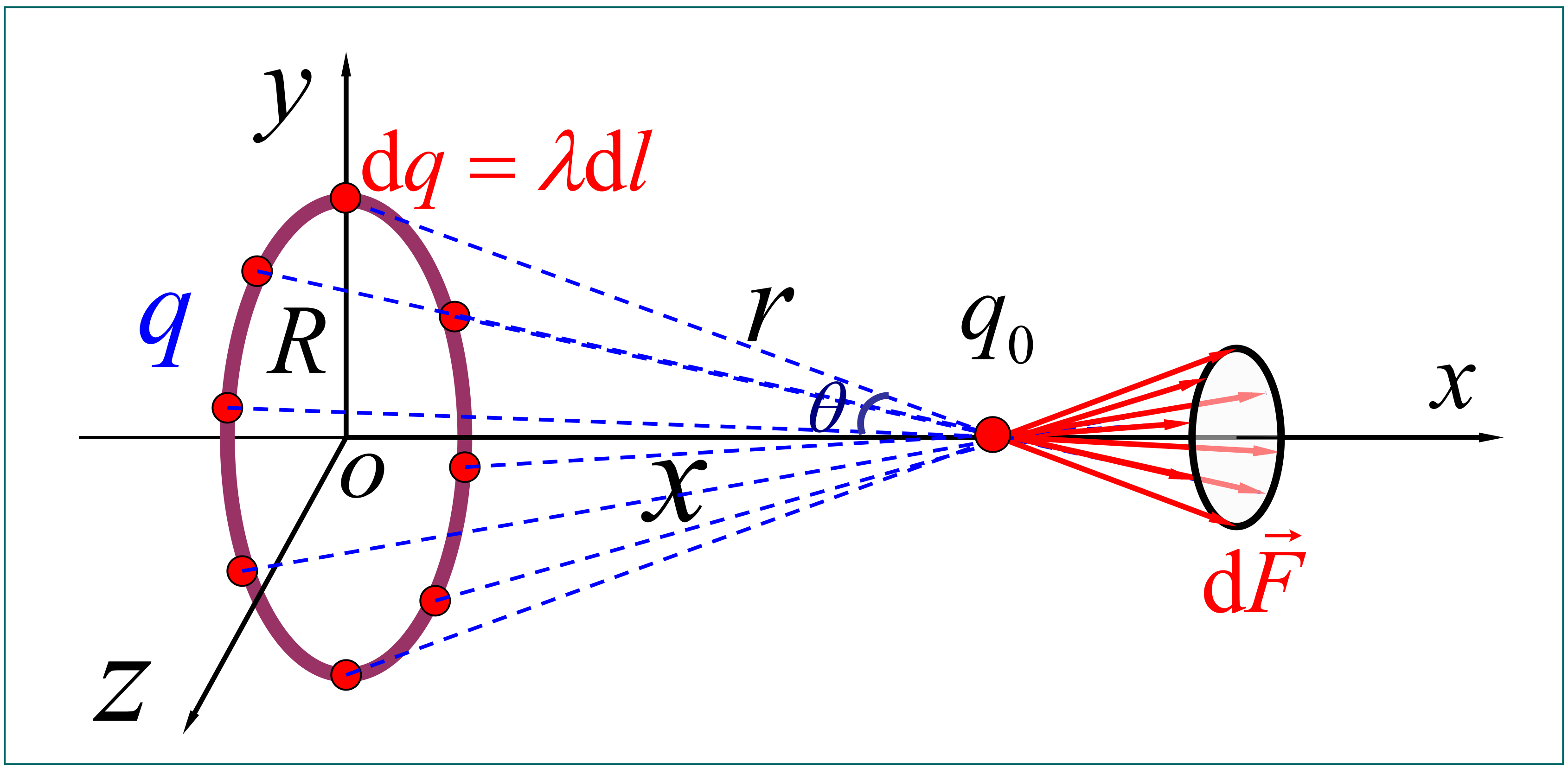
$$\mathrm{d}F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0\mathrm{d}q}{r^2}$$

$\mathrm{d}\vec{F}$ 和其 x 轴对称方向的另一个力，在垂直于 x 轴的平面内的分量相互抵消



$$\mathrm{d}F_x = \mathrm{d}F\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0\mathrm{d}q}{r^2}\cos\theta$$

$$F_x = \int_q \mathrm{d}F_x = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cos\theta}{r^2}\int_q \mathrm{d}q = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}$$



§2 电场 电场强度

一、静电场

实验证实了两静止带电体间存在相互作用的静电力，但其相互作用是怎样实现的？

带电体 $\xleftrightarrow{\text{电 场}}$ 带电体

电场是一种特殊形态的物质，具有物质性。

对于其中的带电体具有力的作用

具有能量；对于其中运动的带电体做功

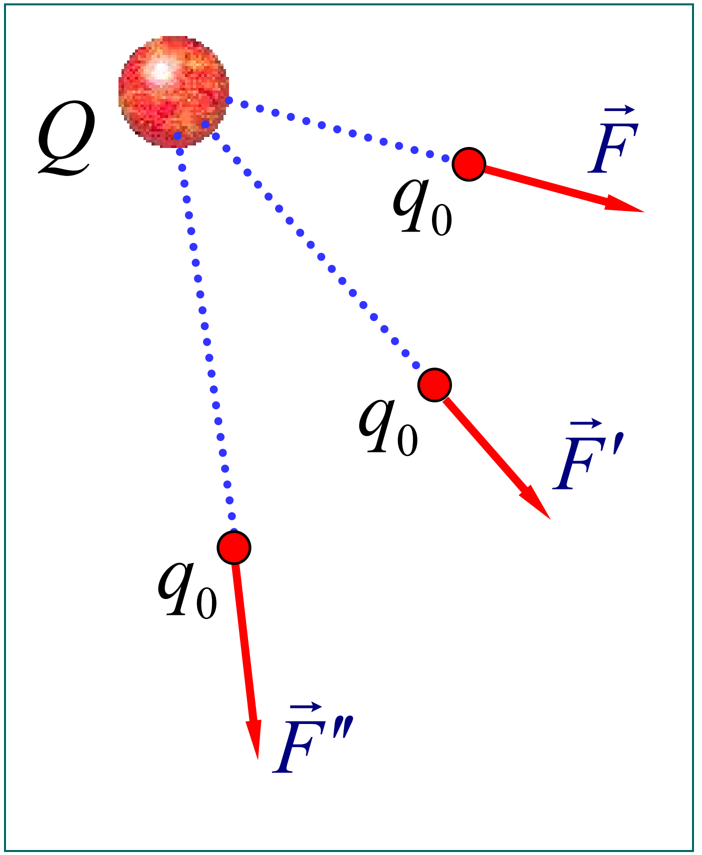
***试验电荷：** 试验电荷 q_0 为足够小的、正的、点电荷。

——用以研究静电场的性质。

二、电场强度

Q :场源电荷，q_0:试验电荷。

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$



电场中某点处的电场强度 $\vec{E}$ 等于位于该点处的单位试验电荷所受的力，其方向为正电荷受力方向。

- 单位 $\mathrm{N \cdot C^{-1}}$ 或者 $\mathrm{V \cdot m^{-1}}$

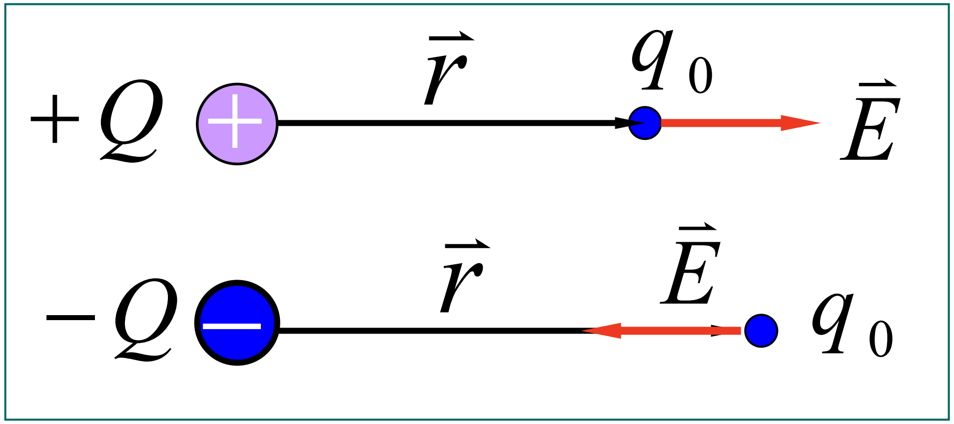
- 电场中某点的电场强度矢量只与激发电场的带电体电量以及场点位置有关。

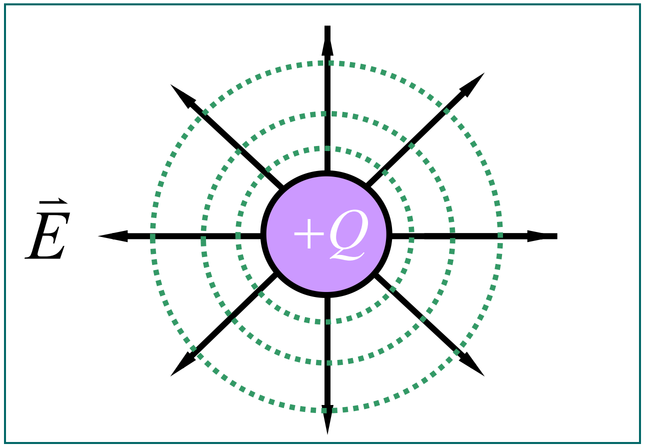
三、电场强度的计算

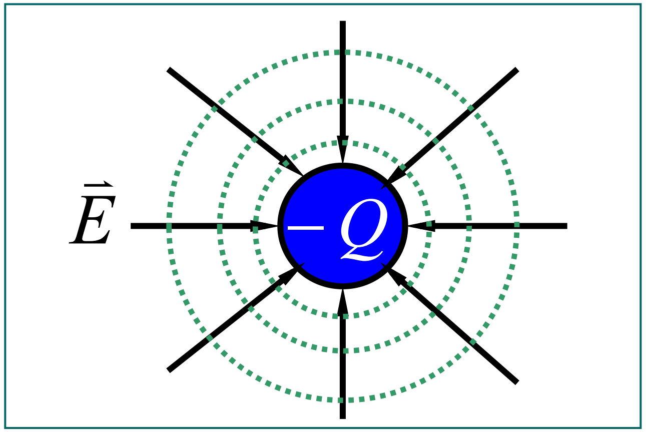
1. 点电荷的电场强度

$$\vec{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Qq_0}{r^2}\vec{r}_0$$

$$\boxed{\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{r}_0}$$





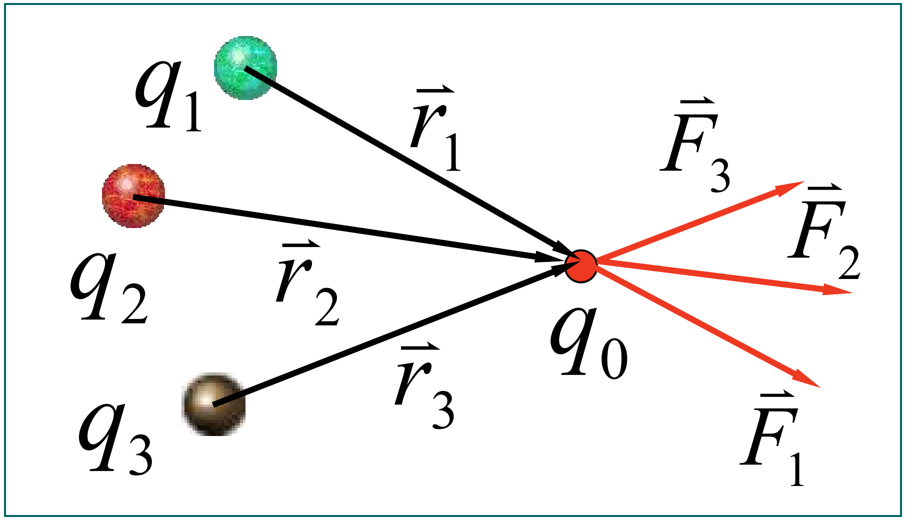


——具有球对称性。

方向性……

2. 点电荷系的电场强度，电场强度的叠加原理

点电荷 q_i 对 q_0 的作用力



$$\vec{F}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i q_0}{r_i^2}\vec{r}_{0i}$$

$$i = 1, 2, 3, \cdots\cdots$$

由力的叠加原理得 q_0 所受合力 $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$

故 q_0 处总电场强度 $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0} = \sum_i \dfrac{\vec{F}_i}{q_0} = \sum_i \vec{E}_i$

电场强度的叠加原理 $\boxed{\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i}$

原则上讲：

点电荷的电场强度公式

+

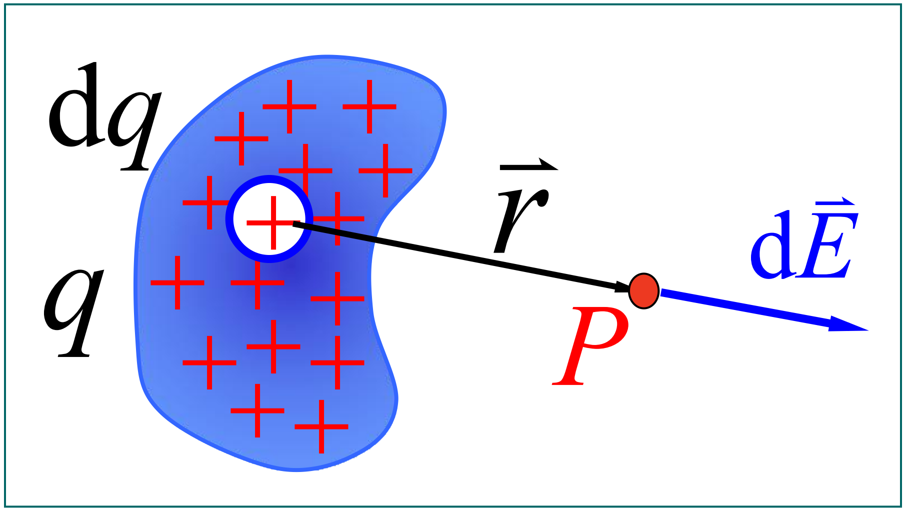
场强叠加原理

可以求得 ⇒ 任意点电荷系的场强

3. 连续分布带电体的电场强度

连续分布带电体可以看作是有许多“电荷元”组成的，每一个电荷元足够小，可以看作是点电荷，则电荷元的场强为

$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\vec{r}_0$$



$$\vec{E} = \int \mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\vec{r}_0$$

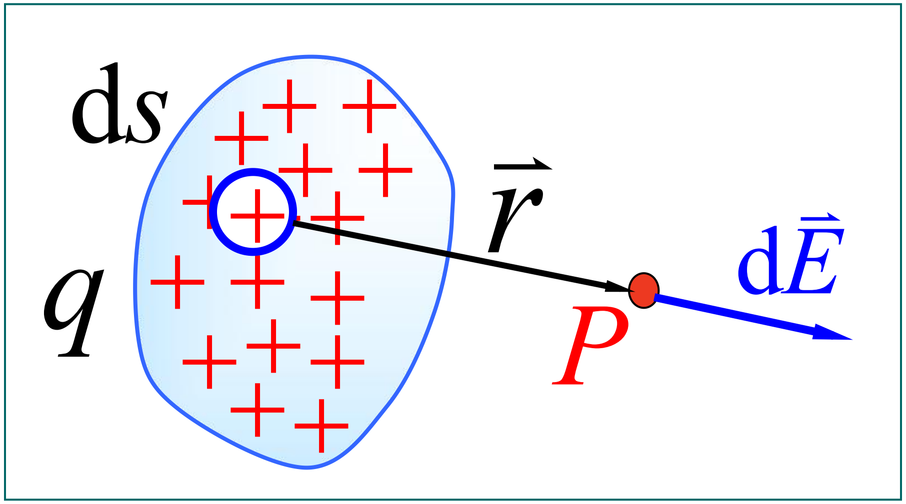
- 电荷体密度 $\rho = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}V}$

点 P 处电场强度

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho\mathrm{d}V}{r^2}\vec{r}_0}$$

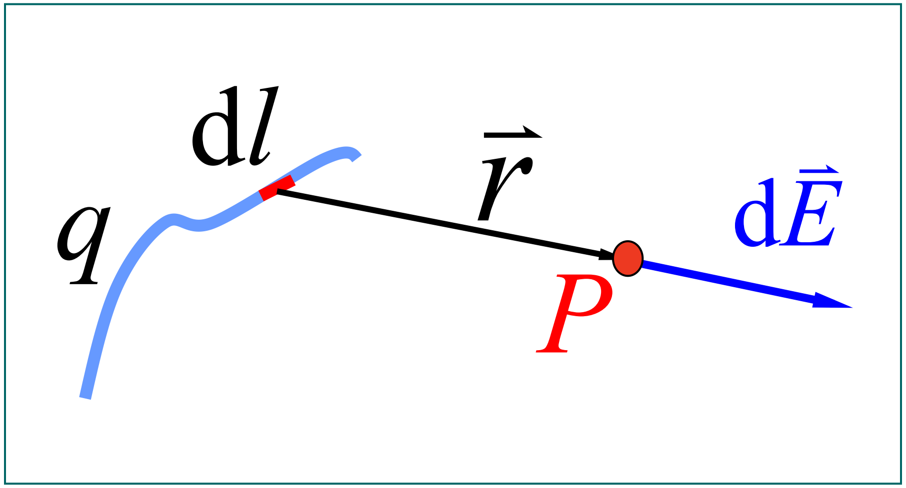
- 电荷面密度 $\sigma = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}s}$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\sigma \mathrm{d}s}{r^2}\vec{r}_0$$



- 电荷线密度 $\lambda = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}l}$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_l \frac{\lambda \mathrm{d}l}{r^2}\vec{r}_0$$



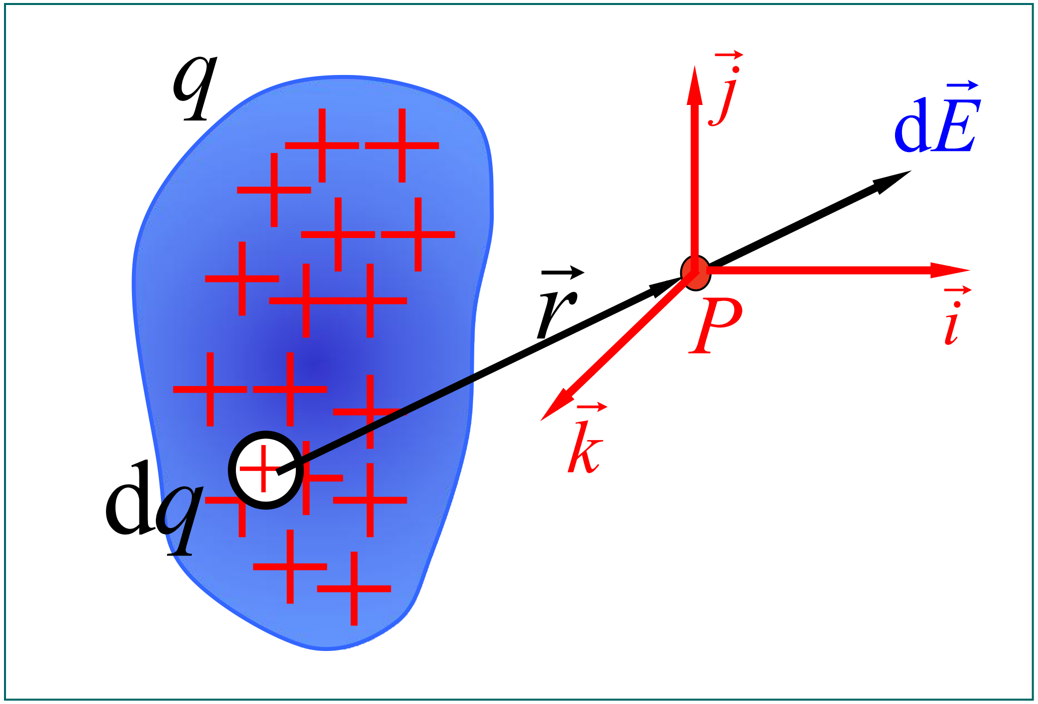
一般而言：

$$\mathrm{d}\vec{E} = \mathrm{d}E_x\vec{i} + \mathrm{d}E_y\vec{j} + \mathrm{d}E_z\vec{k}$$

$$E_x = \int_q dE_x$$

$$E_y = \int_q dE_y$$

$$E_z = \int_q dE_z$$

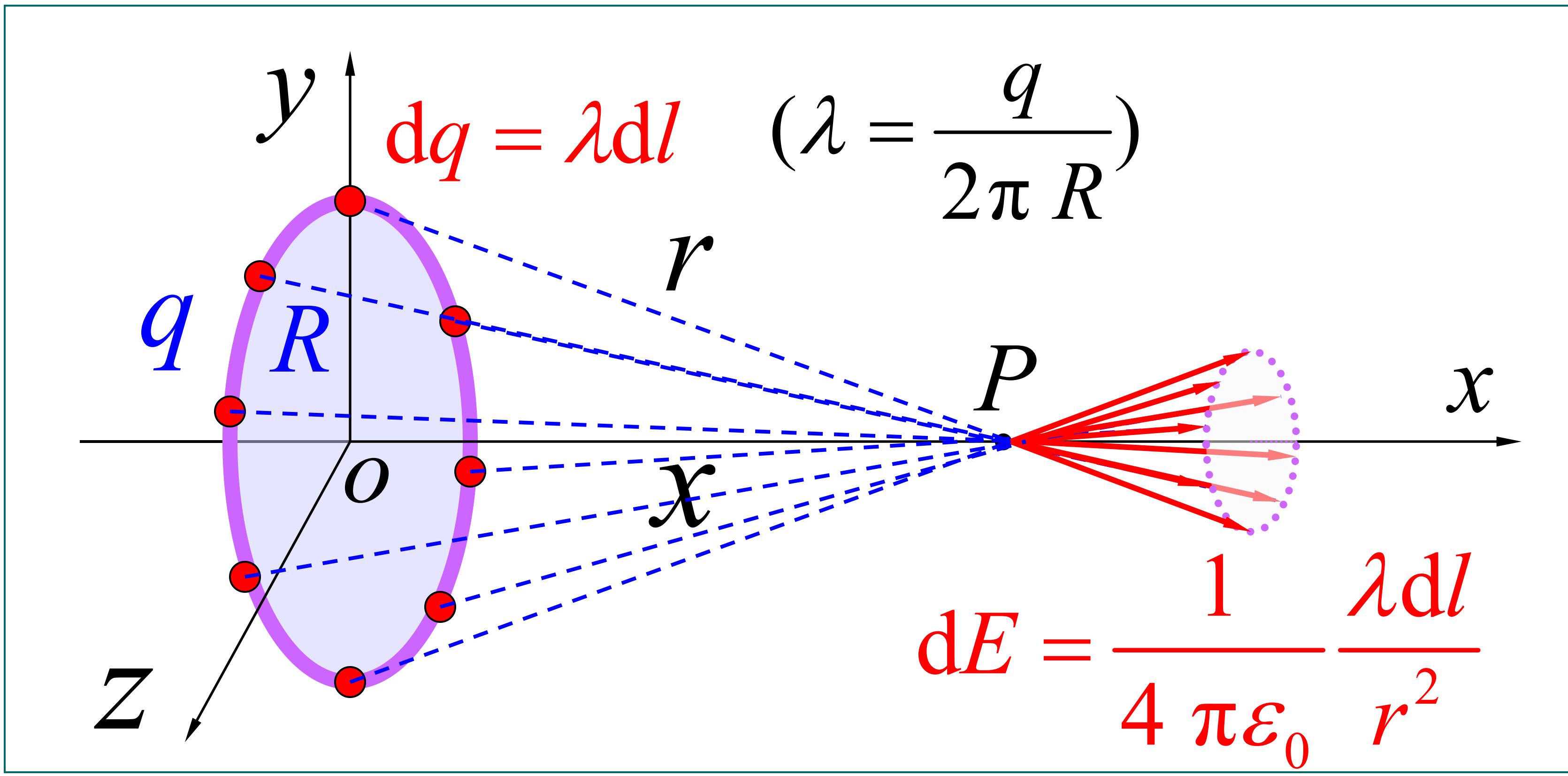


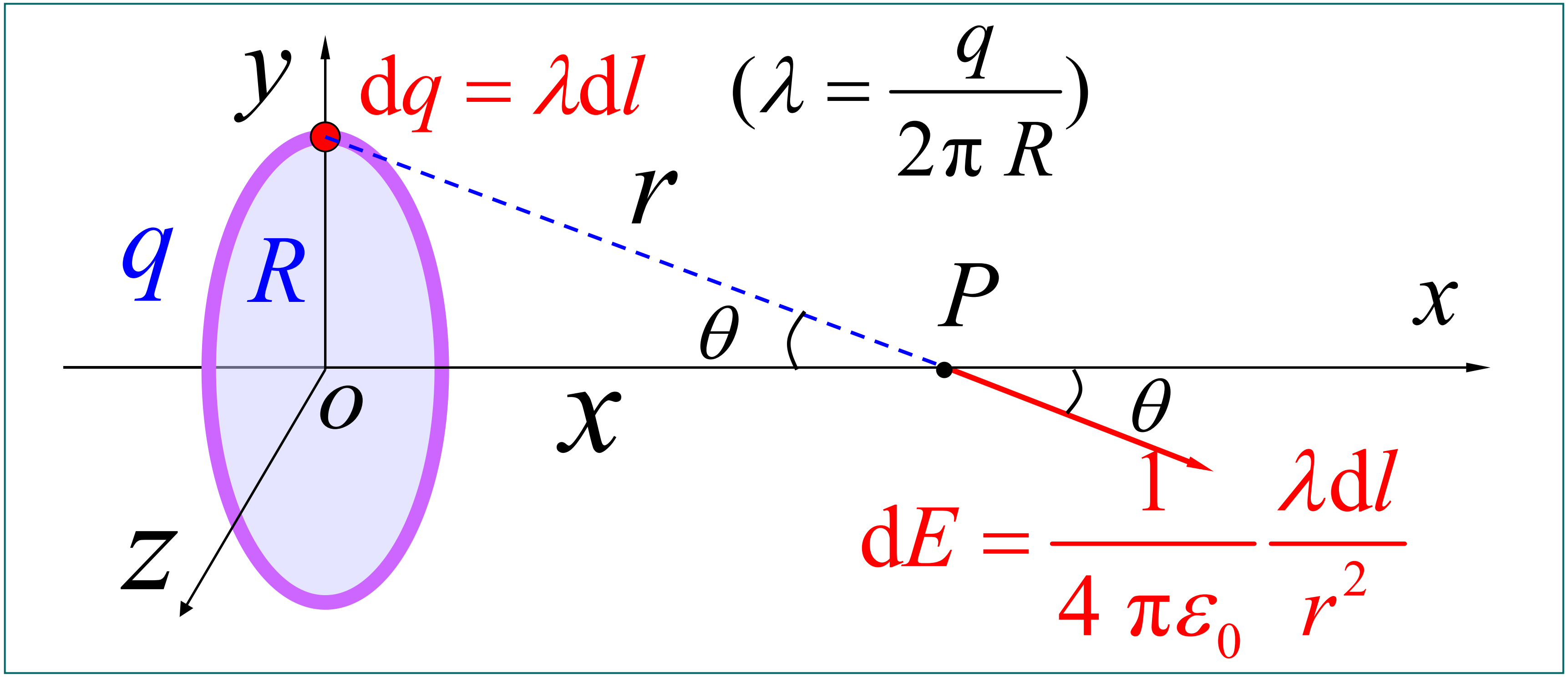
$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}$$

——避免了对于矢量的直接积分运算。

例1 正电荷 q 均匀分布在半径为 R 的圆环上. 计算在环的轴线上任一点 P 的电场强度。

解: $\vec{E}=\int \mathrm{d}\vec{E}$ 由对称性有 $\vec{E}=E_x\vec{i}$

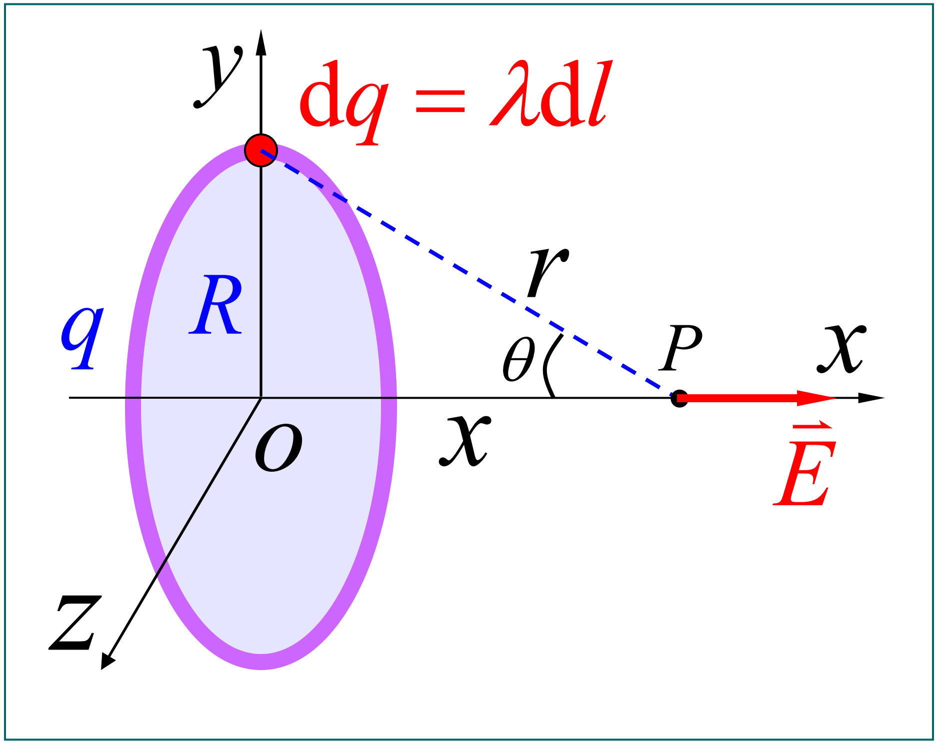




$$E = \int_l \mathrm{d}E_x = \int_l \mathrm{d}E\cos\theta = \int_0^{2\pi R} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda \mathrm{d}l}{r^2}\cdot\frac{x}{r}$$

$$= \frac{x\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\int_0^{2\pi R}\mathrm{d}l = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$

$$E=\frac{qx}{4\pi\,\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$



讨论：

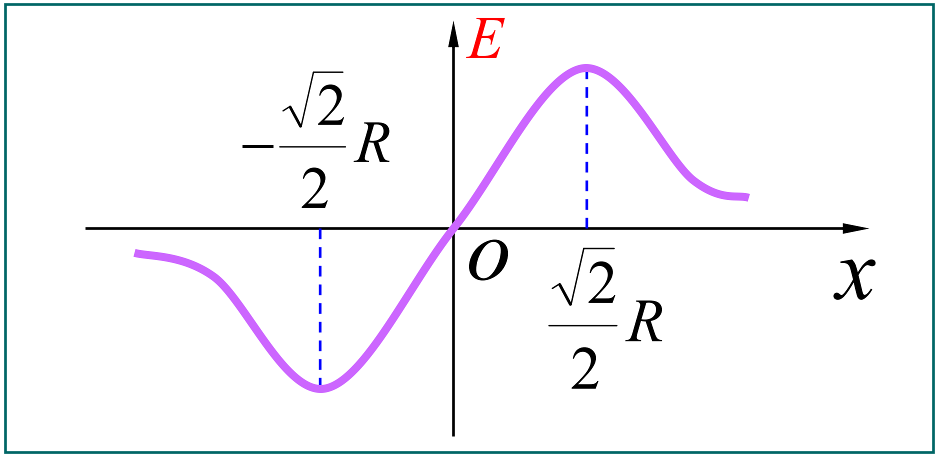
（1） $x>>R$

$$E\approx\frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0 x^2}$$

——点电荷电场强度。

（2） $x=0,\quad E_0=0$

（3） $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}=0,\quad x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}R$



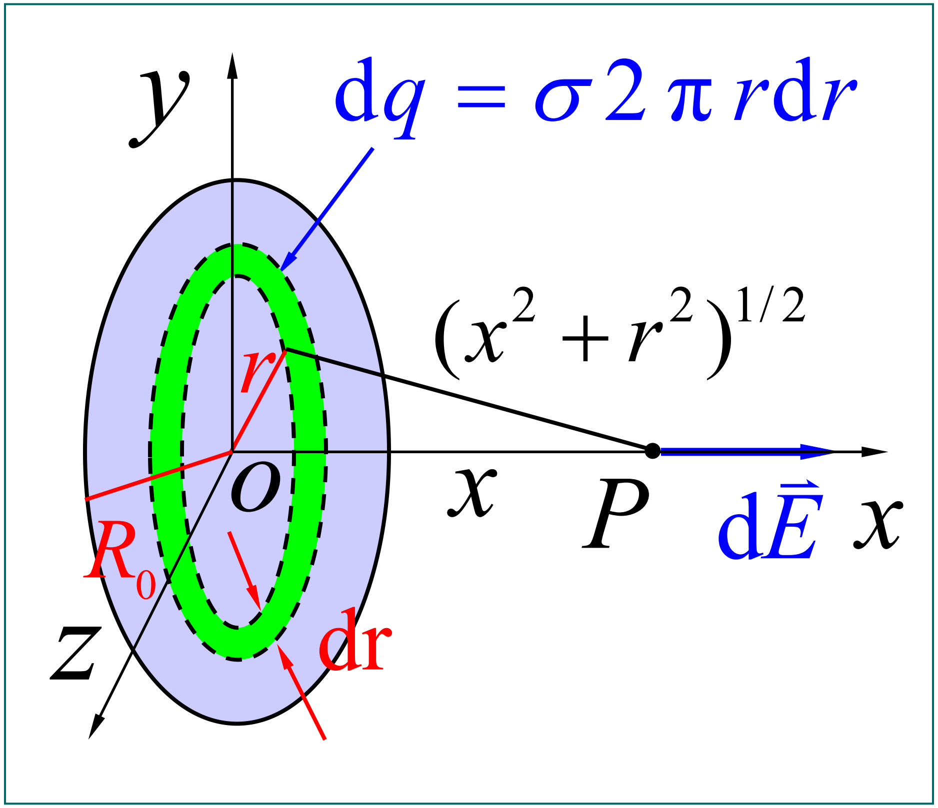
例2 有一半径为R_0, 电荷均匀分布的薄圆盘, 其电荷面密度为σ。求通过盘心且垂直盘面的轴线上任意一点处的电场强度。

解:

方法一

$$E=\frac{\boxed{q}\,x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$\mathrm{d}E_x=\frac{\boxed{\mathrm{d}q}\cdot x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+r^2)^{3/2}}$$



$$\mathrm{d}q=\sigma 2\pi r\mathrm{d}r$$

$$\mathrm{d}E_x=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{xr\mathrm{d}r}{(x^2+r^2)^{3/2}}=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\frac{r\mathrm{d}r}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$E=\int \mathrm{d}E_x=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\int_0^{R_0}\frac{r\,\mathrm{d}r}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2}}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R_0^2}}\right)$$

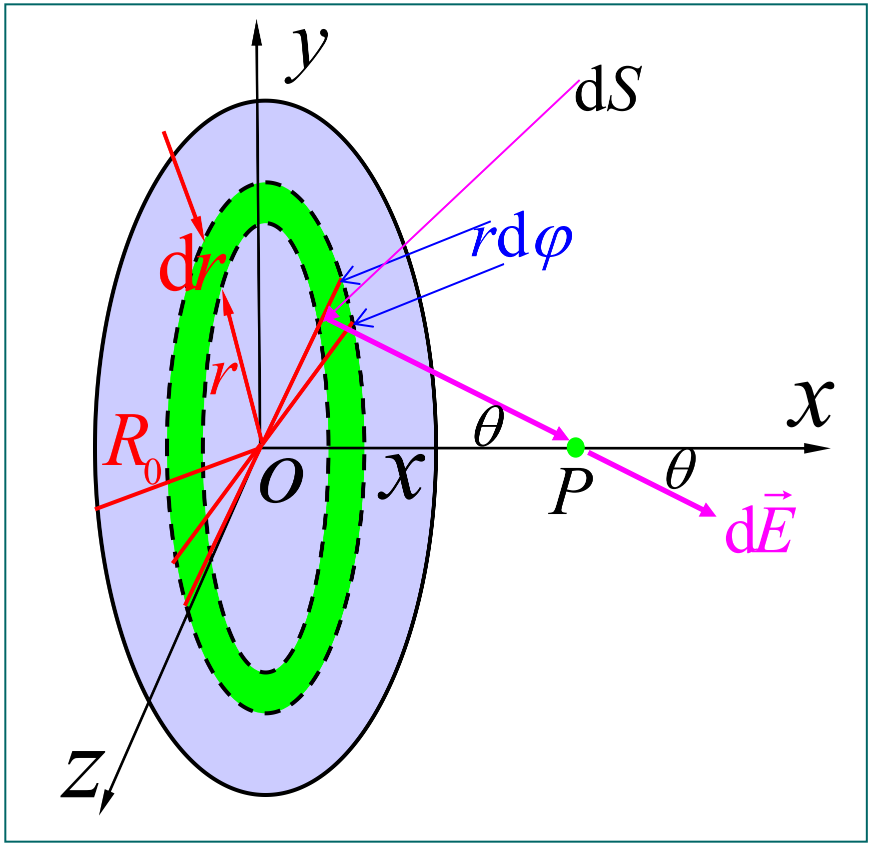
方法二

$$\mathrm{d}S=r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}r$$

$$\mathrm{d}q=\sigma\mathrm{d}S=\sigma r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}r$$

$$\mathrm{d}E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{\left(x^2+r^2\right)}$$

通过对称性分析，求解 $\vec{E}$



$\mathrm{d}\vec{E}$ 和其 x 轴对称方向的另一个场强，在垂直于 x 轴的平面内的分量相互抵消

故由对称性有 $\vec{E}=\int \mathrm{d}E_x\vec{i}=E_x\vec{i}$

$$\mathrm{d}E_x=\mathrm{d}E\cos\theta=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{\left(r^2+x^2\right)}\cos\theta$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}r}{\left(r^2+x^2\right)}\cos\theta=\frac{\sigma x}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}r}{\left(r^2+x^2\right)^{3/2}}$$

$$E_x=\int_q \mathrm{d}E_x=\frac{\sigma x}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi\int_0^{R_0}\frac{r\mathrm{d}r}{\left(r^2+x^2\right)^{3/2}}$$

$$=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2}}-\frac{1}{\sqrt{R_0^2+x^2}}\right)=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{R_0^2+x^2}}\right)$$

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R_0^2}}\right)=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{R_0}{x}\right)^2}}\right)$$

讨论：

（1）若 $x << R_0$ $\quad E\approx\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ 无限大均匀带电平面外附近的电场强度

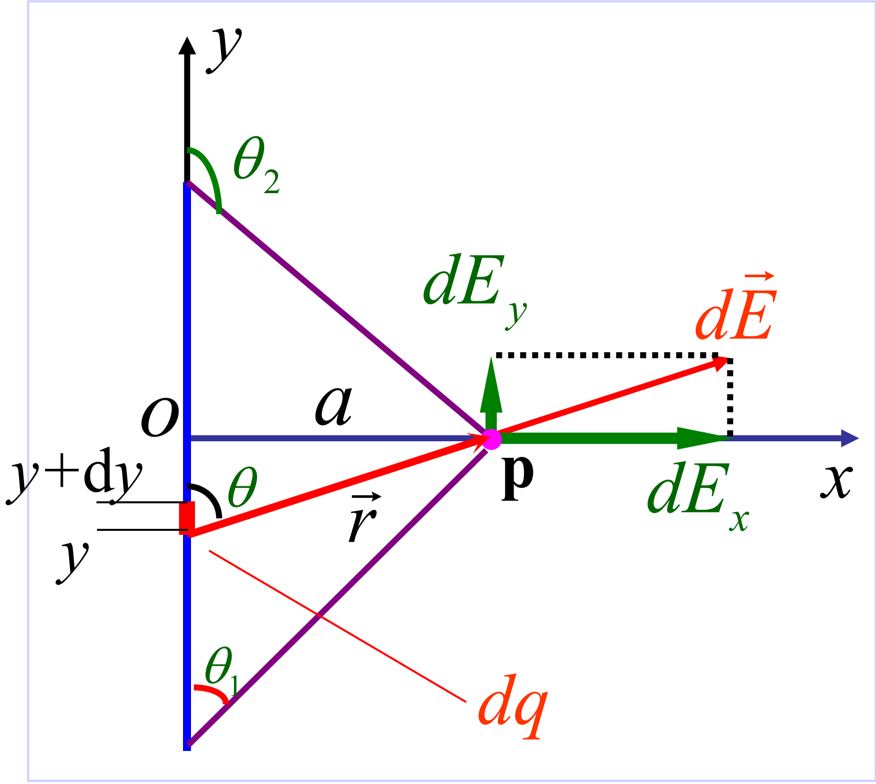
（2）若 $x >> R_0$ 则 $\left(1+\frac{R_0^2}{x^2}\right)^{-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2}\cdot\frac{R_0^2}{x^2}+\cdots$

$$E\approx\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

点电荷电场强度

例3 如图所示，求均匀带电直线周围电场分布。

解：电荷的线密度为λ $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}y$



$$\mathrm{d}E=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}y}{r^2}$$

$$\mathrm{d}E_x=\mathrm{d}E\sin\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}y}{r^2}\sin\theta$$

$$\mathrm{d}E_y=\mathrm{d}E\cos\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}y}{r^2}\cos\theta$$

$$r=\frac{a}{\sin\theta}\qquad y=-a\,\mathrm{ctg}\,\theta\qquad \therefore\ \mathrm{d}y=\frac{a\,\mathrm{d}\theta}{\sin^2\theta}$$

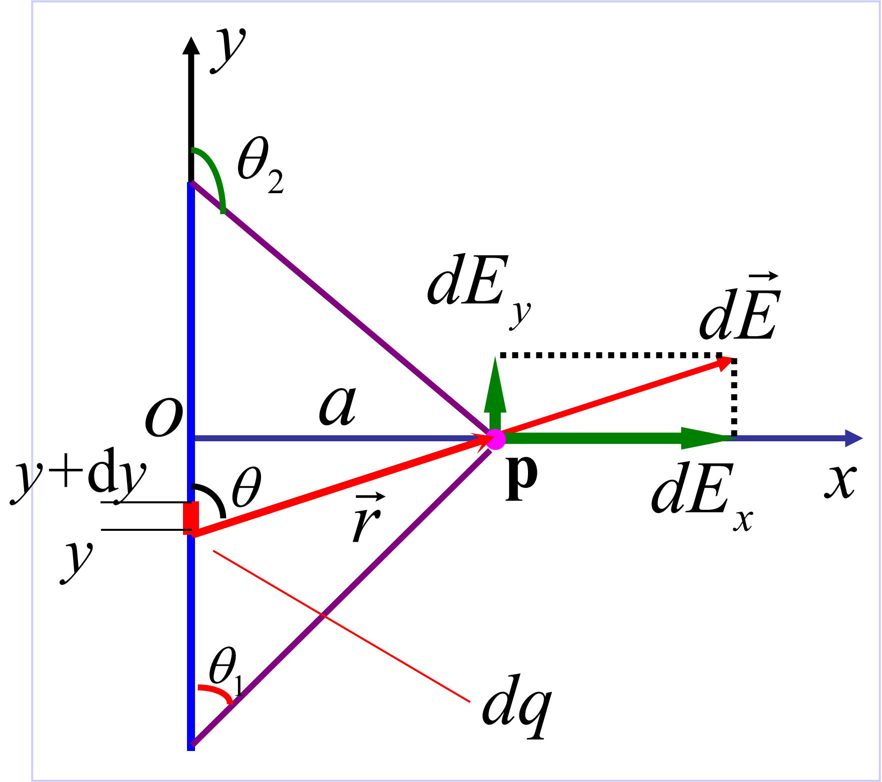
$$\mathrm{d}E_x=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\qquad \mathrm{d}E_y=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\cos\theta\,\mathrm{d}\theta$$

$$E_x = \int dE_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \mathrm{d}\theta$$

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

$$E_y = \int dE_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta \mathrm{d}\theta$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$



$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j}$$

$$E_p = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \qquad E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

讨论:（1）当 p 点落在带电直线的中垂线上时，$\theta_1 + \theta_2 = \pi$

$$E_y = 0$$

$$E_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\cos\theta_1$$

（2）当带电直线为无限长时，$\theta_1 \to 0 \quad \theta_2 \to \pi$

$$E_y = 0$$

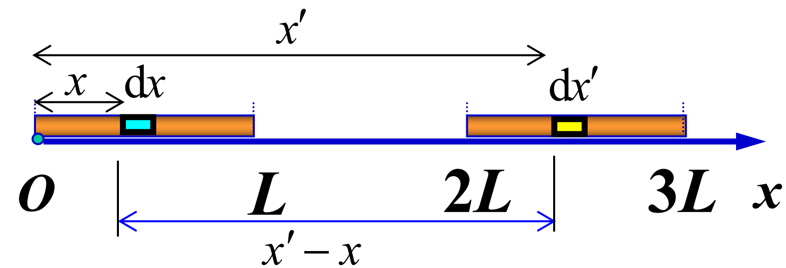
$$E_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}}$$

选讲

****补充题：** 已知两带电细杆电荷线密度均为λ、长度为L，相距L，如图所示。

求： 两带电直杆间的电场力。



解: 建立如图所示坐标系

在左、右两杆上分别选电荷元

$$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}x$$

$$\mathrm{d}q' = \lambda \mathrm{d}x'$$

根据库仑定律

$$\mathrm{d}F = \frac{\lambda \mathrm{d}x \lambda \mathrm{d}x'}{4\pi\varepsilon_0 (x'-x)^2}$$

$$F = \int_{2L}^{3L} \mathrm{d}x' \int_0^L \frac{\lambda^2 \mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 (x'-x)^2} = \frac{\lambda^2}{4\pi\varepsilon_0} \ln\frac{4}{3}$$