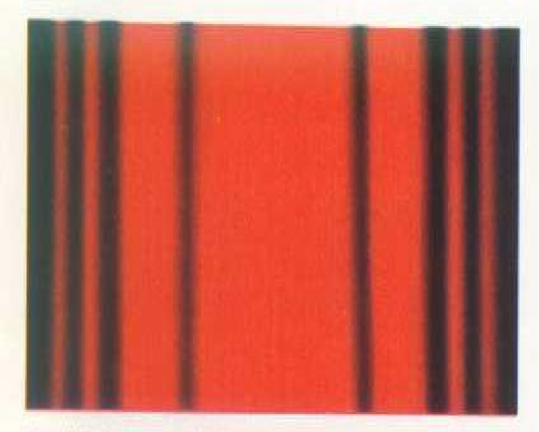
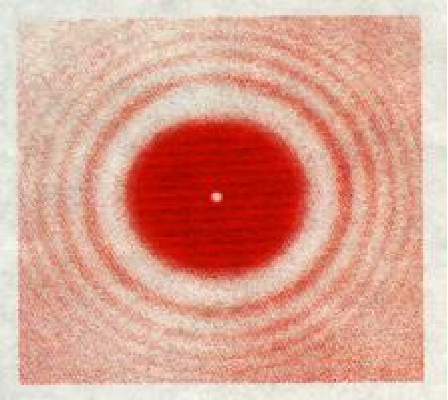
§ 3 光的单缝衍射

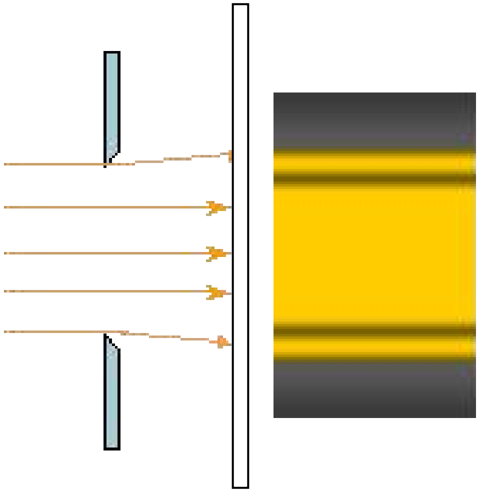
一、光的衍射

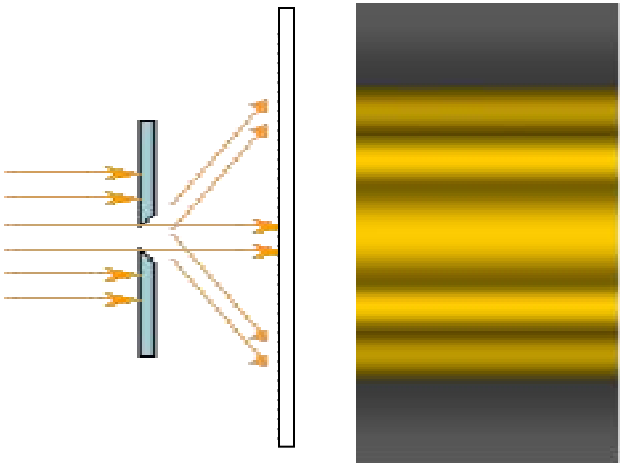
光波传播过程中遇到障碍物时，能够绕过障碍物的边缘继续传播的现象。

剃须刀的菲涅耳衍射



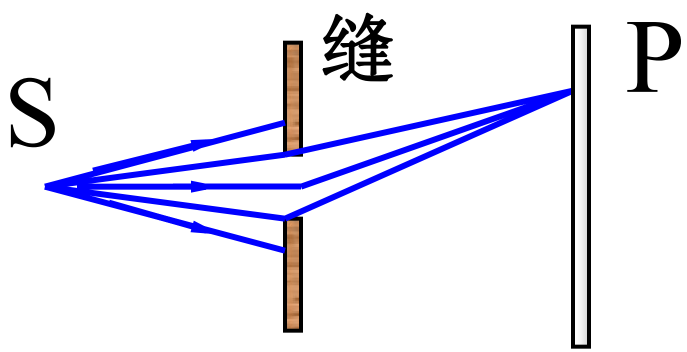






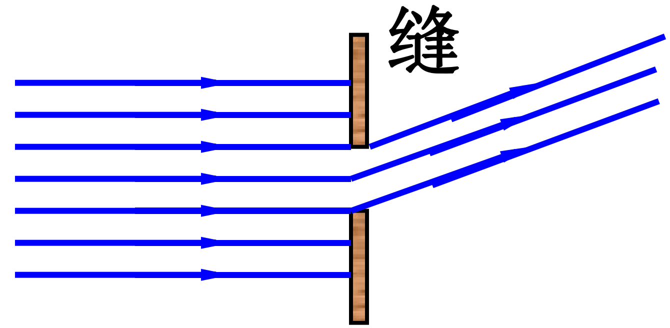
➢ 衍射的分类

菲涅尔衍射



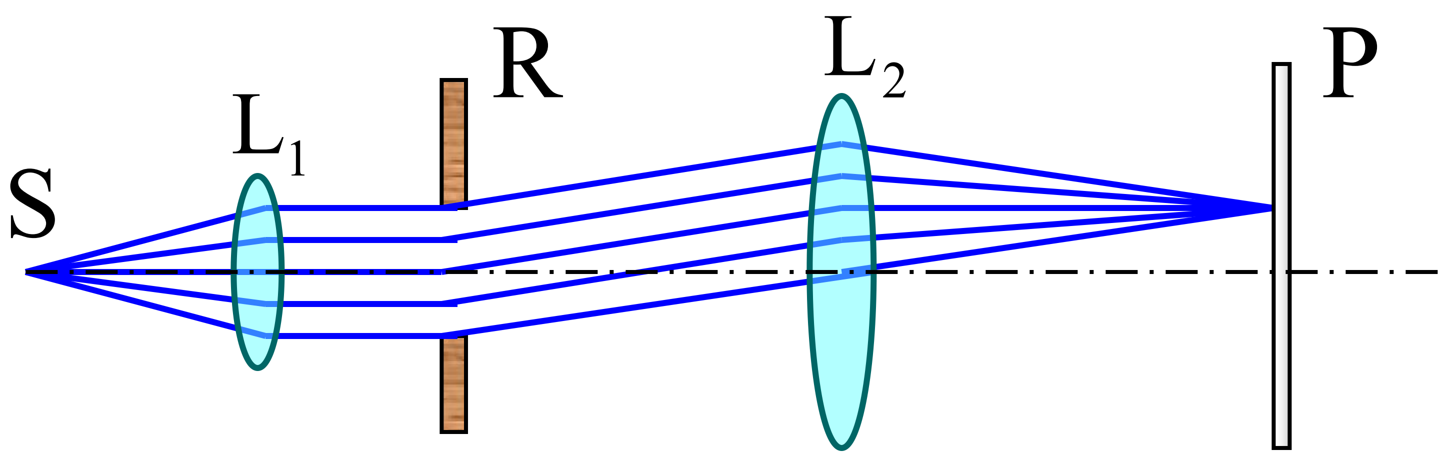
光源、屏与缝相距有限远

夫琅禾费衍射



光源、屏与缝相距无限远

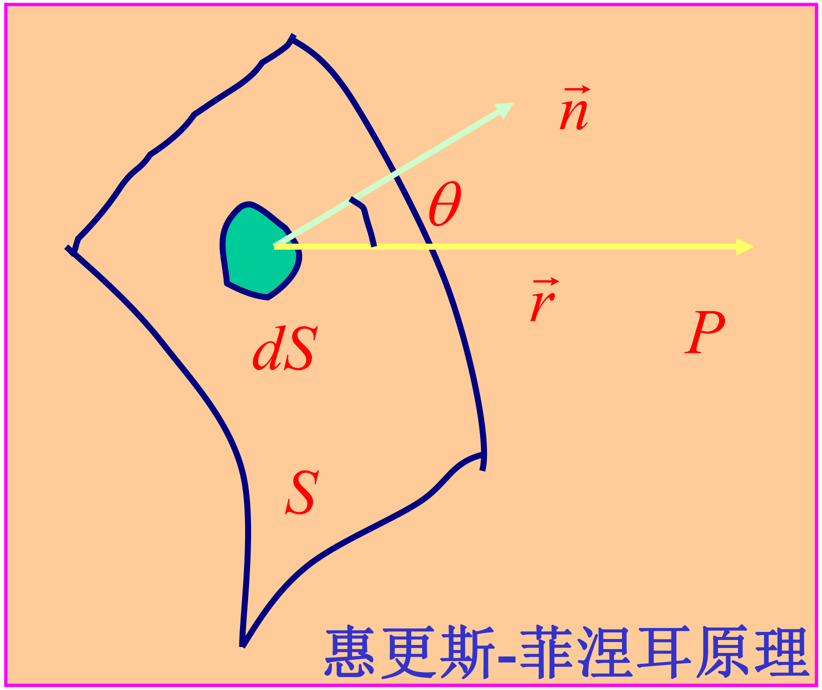
夫琅禾费衍射在实验中实现



**二、惠更斯— 菲涅耳原理

波前S上的每个面元dS都可以看成是发出球面子波的新波源，空间任意一点P的振动是所有这些子波在该点的相干叠加。

核心——子波相干叠加



- 各子波在 P 点的相位

$$\omega t + \varphi_0 - (2\pi r / \lambda\ )$$

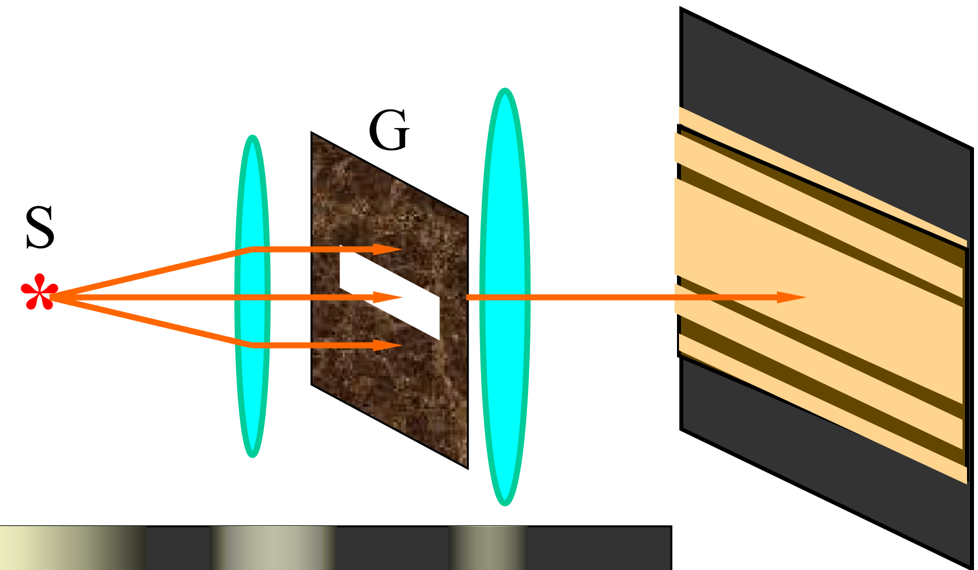
- P 点的振动方程

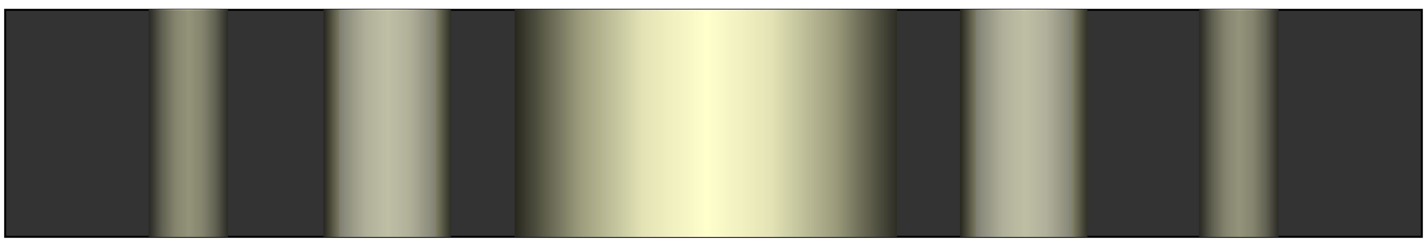
$$\Psi = C\int_S \frac{dS}{r}\ f(\theta)\cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi r}{\lambda}\right)$$

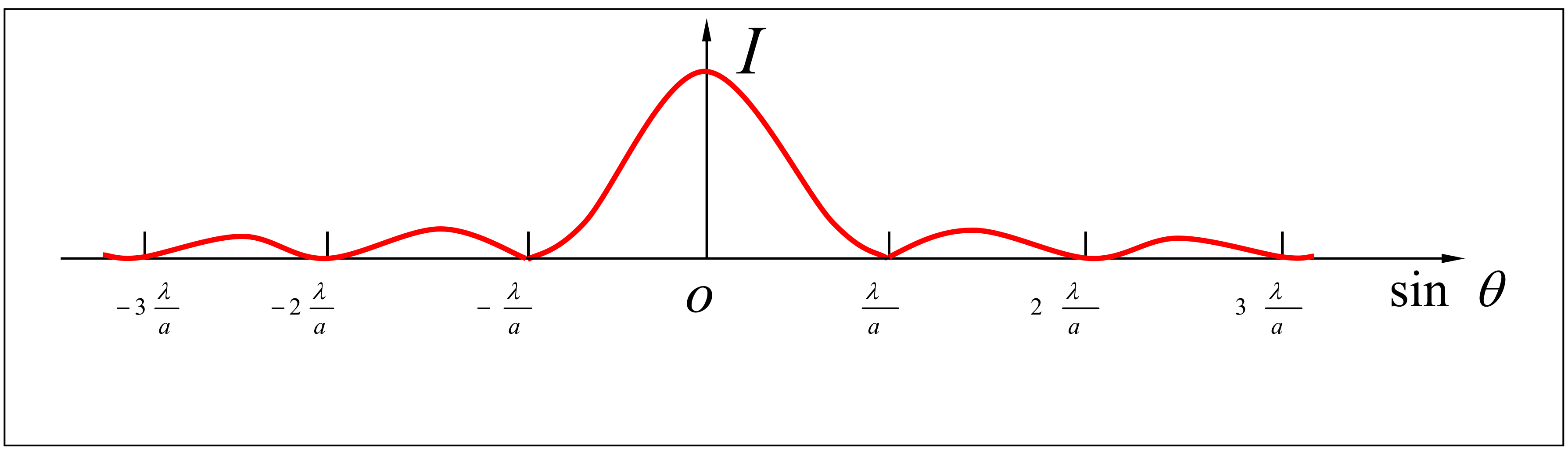
三、夫琅禾费单缝衍射

明暗相间的平行直条纹

条纹的宽度和亮度不同

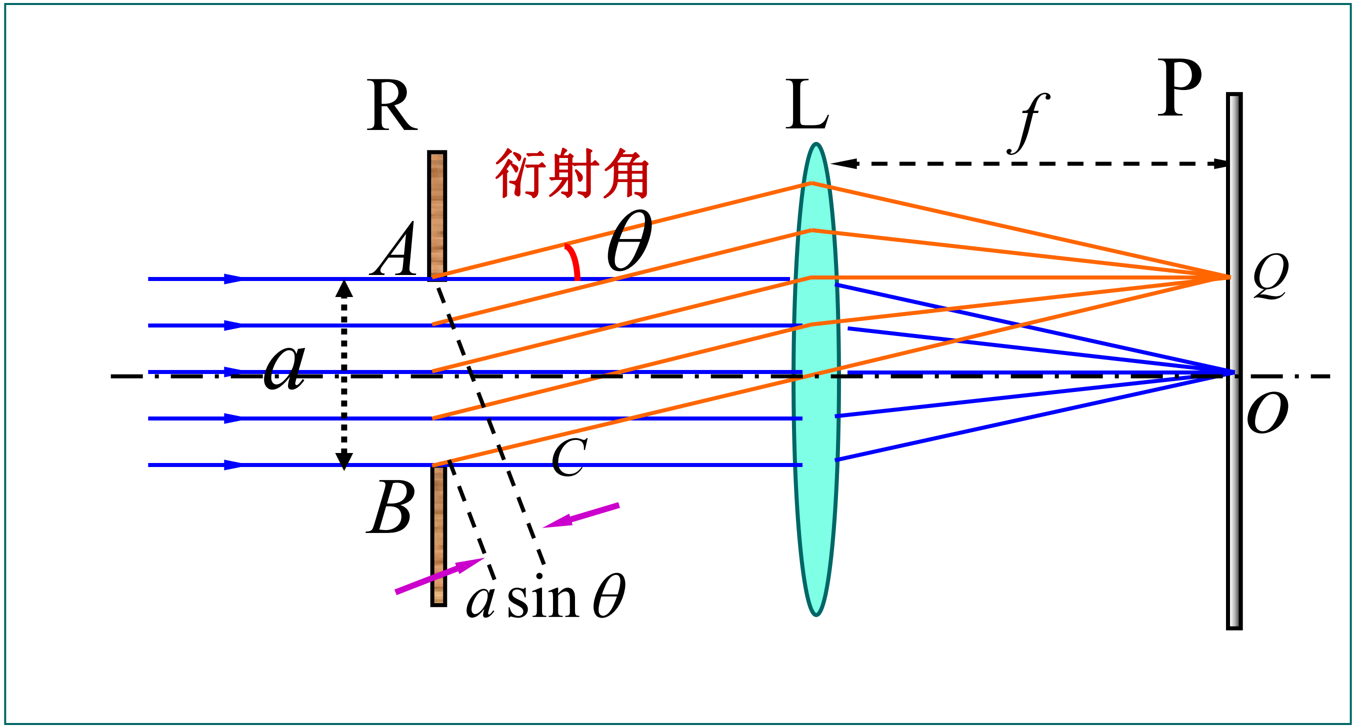






单缝的夫琅禾费衍射的理论分析——

菲涅耳半波带法



衍射角θ（衍射角θ 向上为正，向下为负）

两条边缘衍射线之间的光程差 $BC = a\sin\theta$

Q 点条纹的明暗取决于光程差 BC 的大小

半波带法

光程差均是 $\lambda/2$

⇨ 半波带

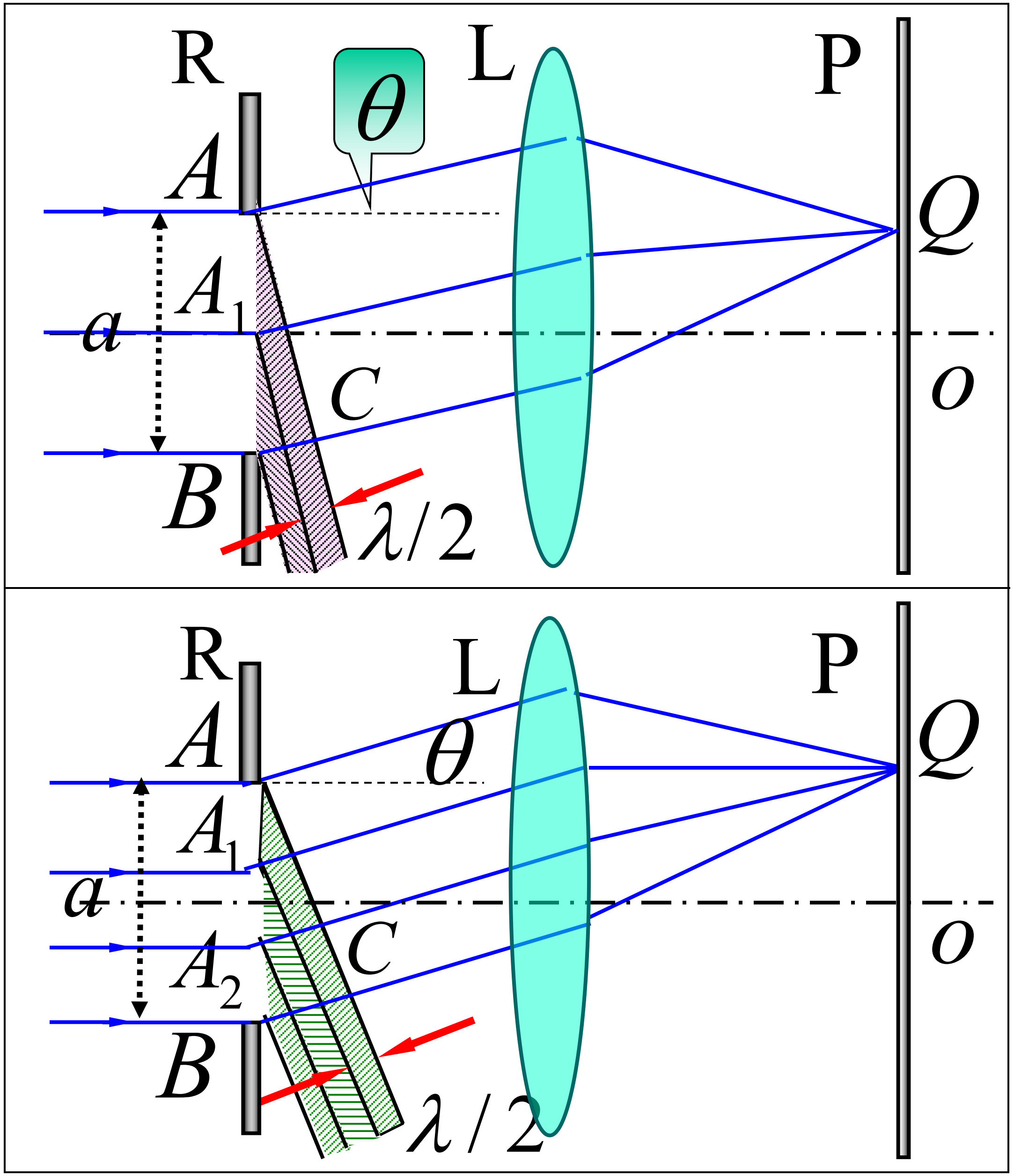
$$a\sin\theta = \pm 2k\frac{\lambda}{2}$$

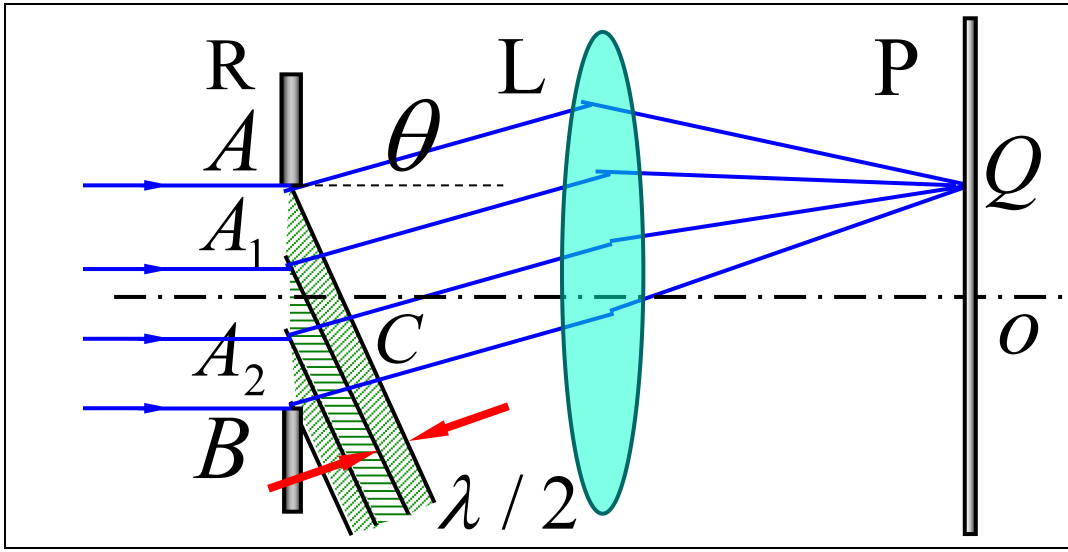
$k = 1, 2, 3, \cdots$

——暗条纹

$$a\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

——明条纹





$$BC = a\sin\theta = \pm N\frac{\lambda}{2}$$

（ N 个半波带）

$a\sin\theta = 0$ 中央明纹中心

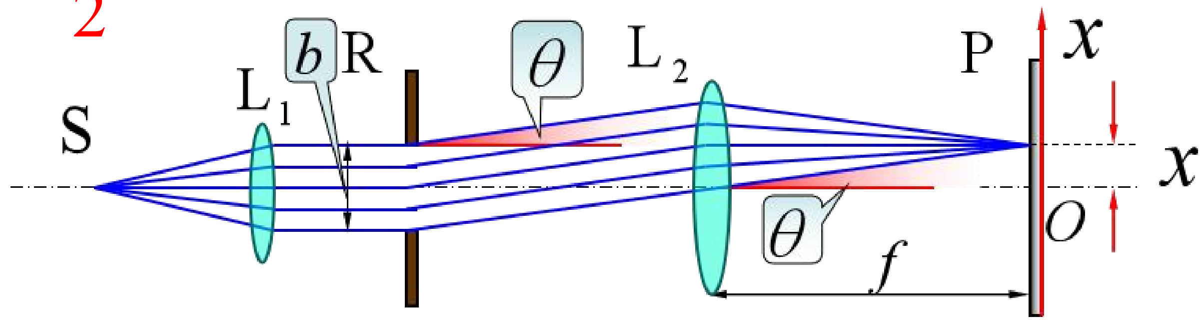
$a\sin\theta = \pm 2k\dfrac{\lambda}{2} = \pm k\lambda$ 干涉相消（暗纹） $2k$个半波带

$a\sin\theta = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ 干涉加强（明纹） $2k+1$个半波带

$a\sin\theta \neq \pm k\dfrac{\lambda}{2}$ 介于明暗之间

$k = 1, 2, 3, \cdots$ 称为衍射级次

$$a\sin\theta=\begin{cases}\pm 2k\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹}\\ \pm(2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{明纹}\end{cases}\qquad (k=1,2,3,\cdots)$$



近似公式——

➢中央明纹的角宽度

中央明纹介于两侧第一级暗纹之间，即 $-\lambda<a\sin\theta<\lambda$

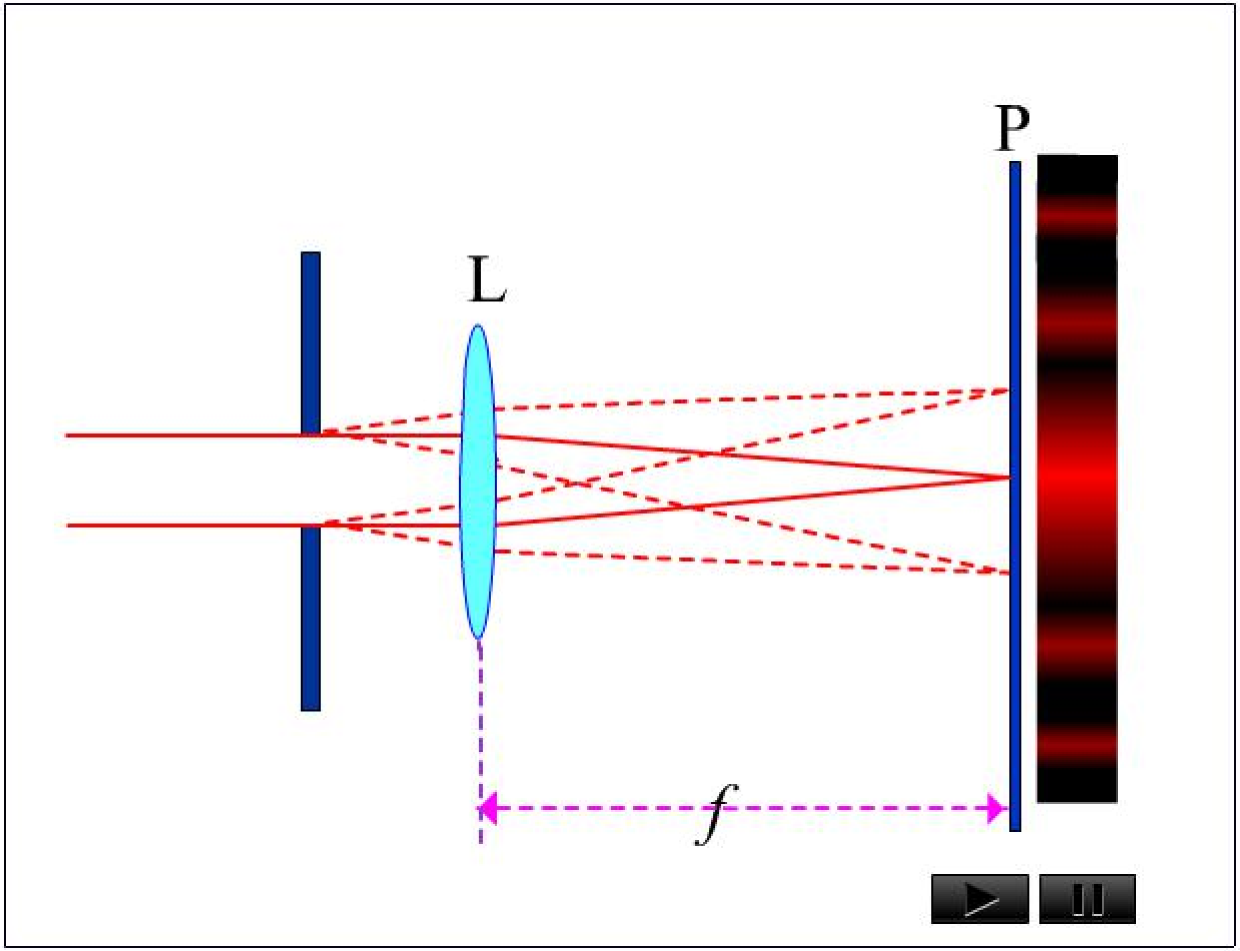
$\because \sin\theta\approx\theta \qquad \therefore \Delta\theta_{中}=\theta_{+1暗}-\theta_{-1暗}=\dfrac{2\lambda}{a}$

➢中央明纹的线宽度 $\Delta x\approx\Delta\theta_{中}\cdot f=\dfrac{2\lambda}{a}f$

➢其它级次明纹的角宽度 $\Delta\theta=|\theta_1|\approx\dfrac{\lambda}{a}\quad \Delta x\approx\dfrac{\lambda}{a}f$

$$\Delta x \approx \Delta\theta_{中} \cdot f = \frac{2\lambda}{a} f$$

单缝宽度变化，中央明纹宽度如何变化？



例： 波长为 600nm的单色光垂直照射宽 a=0.30 mm 的单缝，在缝后透镜的焦平面处的屏幕上，中央明纹上下两侧第二条暗纹之间相距 2.0 mm，求透镜焦距。

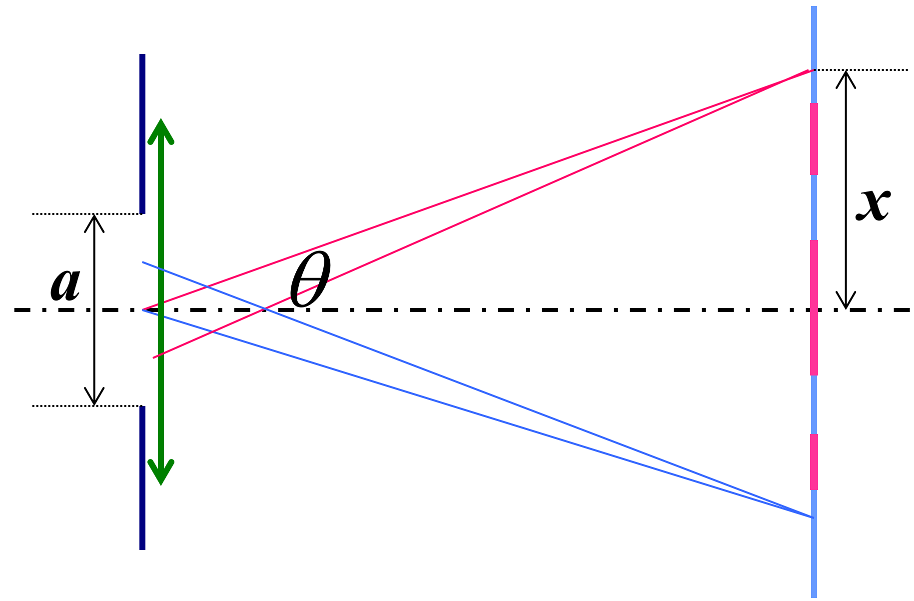
解： 由第二暗纹 k=2 得： $a\sin\theta = 2\lambda$

且距中央亮纹中心的距离为

$$x = \frac{1}{2}\times 2.0 = 1.0mm$$

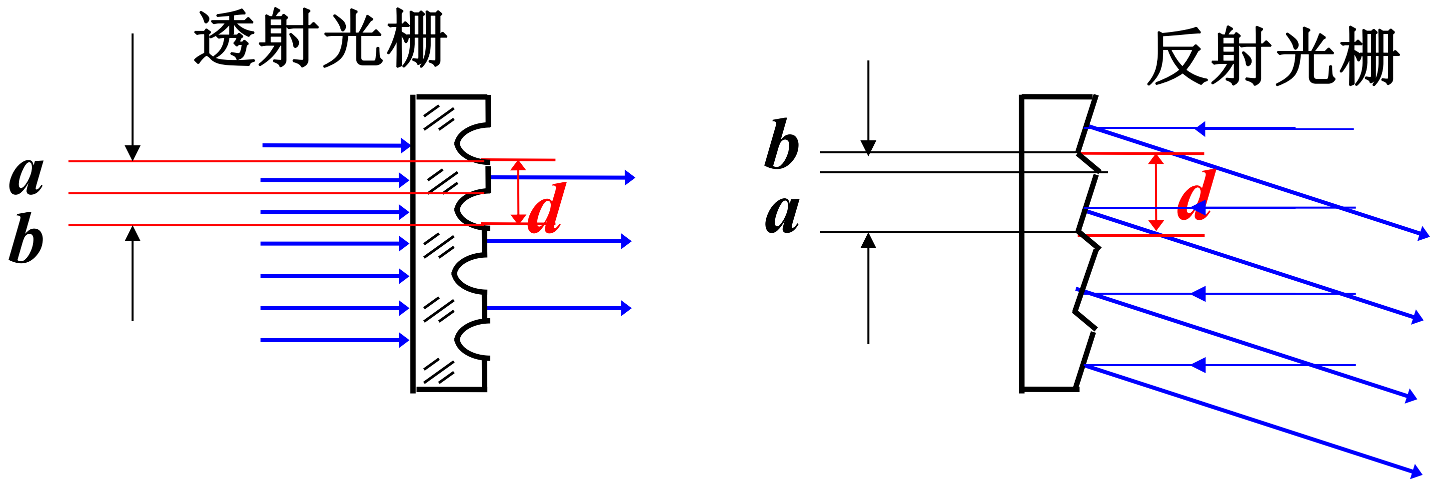
$$x = f tg\theta \approx f\sin\theta$$

$$f = \frac{x}{\sin\theta} = \frac{ax}{2\lambda} = 25\,\text{cm}$$



§ 4 光栅衍射

光栅——大量等宽、等间距的平行狭缝（或反射面）构成的光学元件。



a -----是透光（反光）部分的宽度，相当缝宽。

b -----是不透光部分的宽度，

$d = a + b$-----光栅常数（两缝之间的距离）

实用光栅：　　用电子束刻制

几十条/mm →几千条/mm

几万条/mm

一、光栅衍射

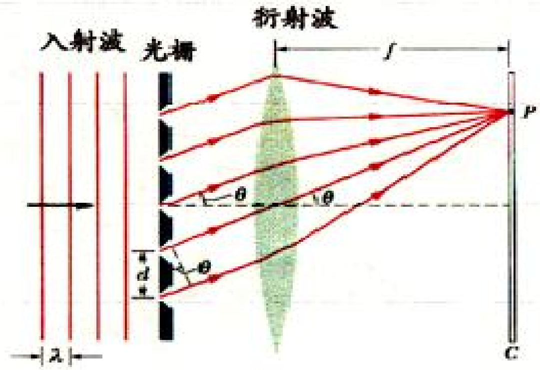
$d = a + b$　光栅常数

$d : 10^{-5} \sim 10^{-8}$ 米

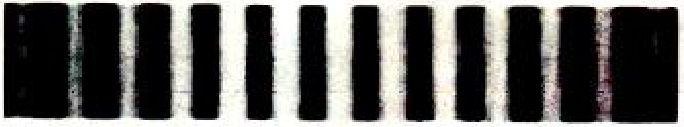
光栅的衍射条纹：

单缝衍射和多缝干涉的总效果。

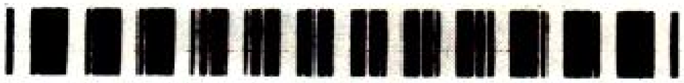
多缝衍射（双缝，五缝，光栅）



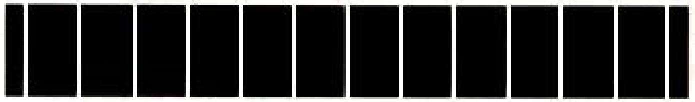
五缝衍射的光路图


(a)

双缝的衍射条纹

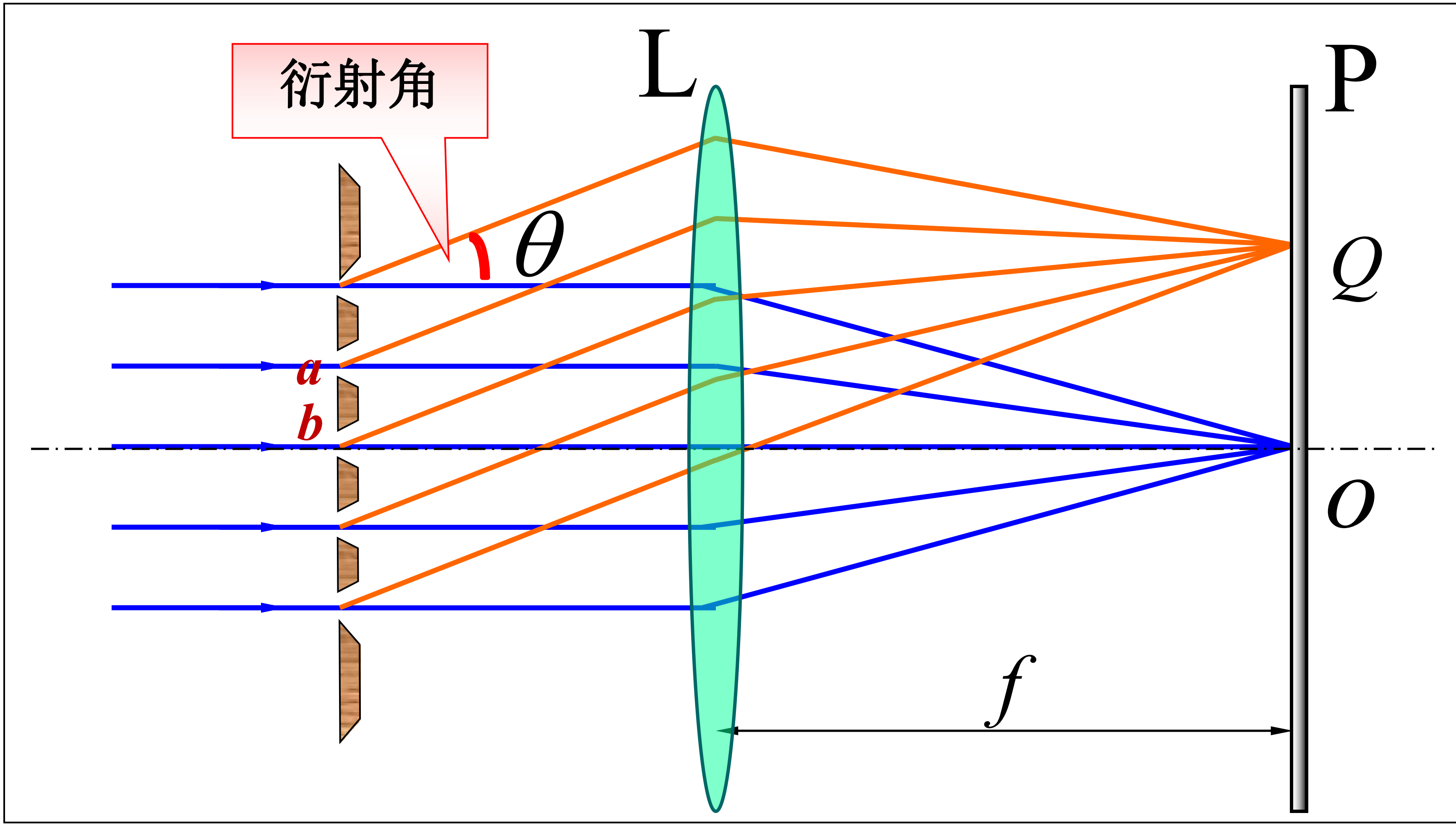

(b)

五缝的衍射条纹


(c)

光栅的衍射条纹

透射光栅的衍射



光栅常数 $d = a+b$

二、光栅方程

平行单色光垂直照射光栅平面

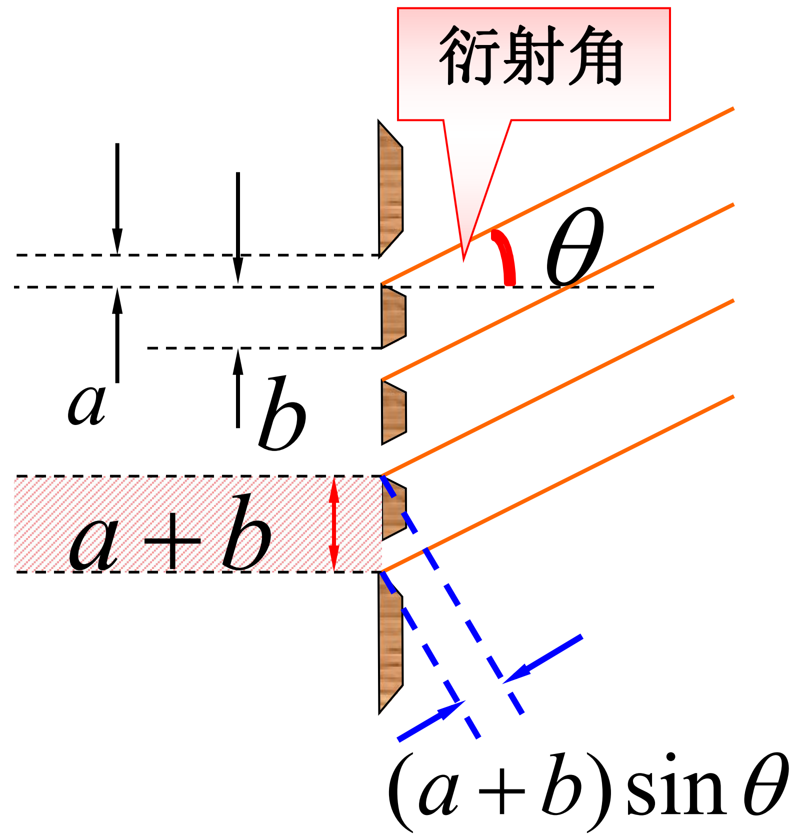
$$\frac{2\pi}{\lambda}(a+b)\sin\theta = 2k\pi$$

$$k = 0,\ \pm1,\ \pm2\cdots$$

光栅方程：主极大明纹出现的条件

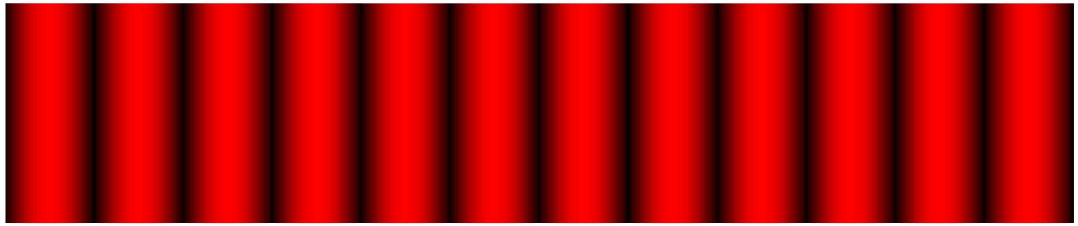
$$(a+b)\sin\theta = k\lambda$$

$$k = 0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots$$

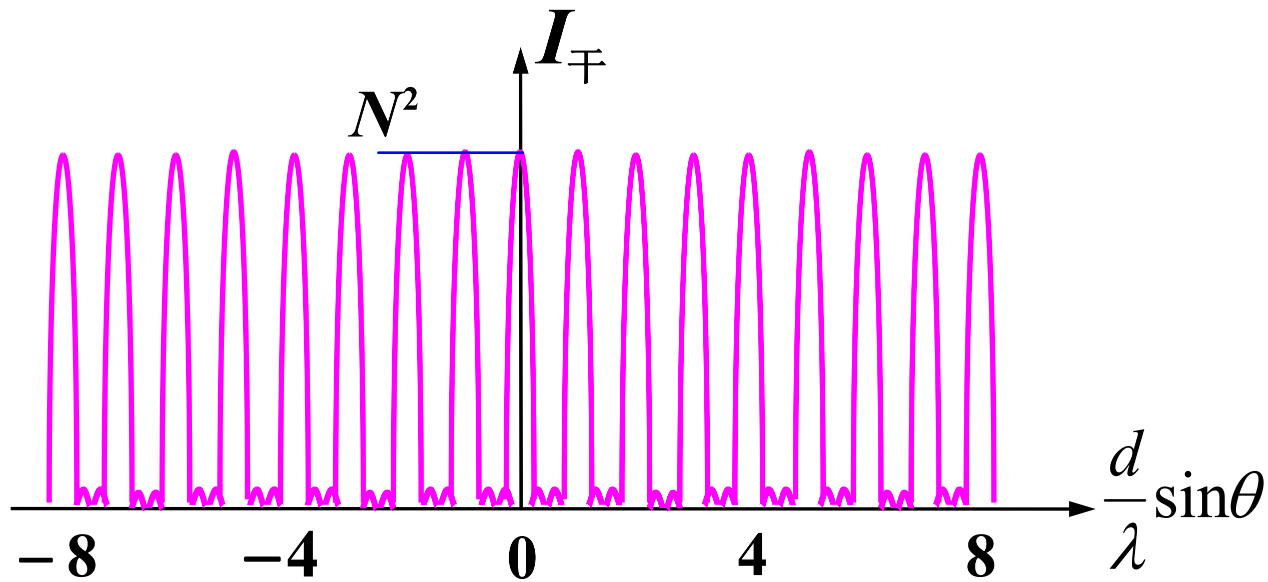


光栅常数：

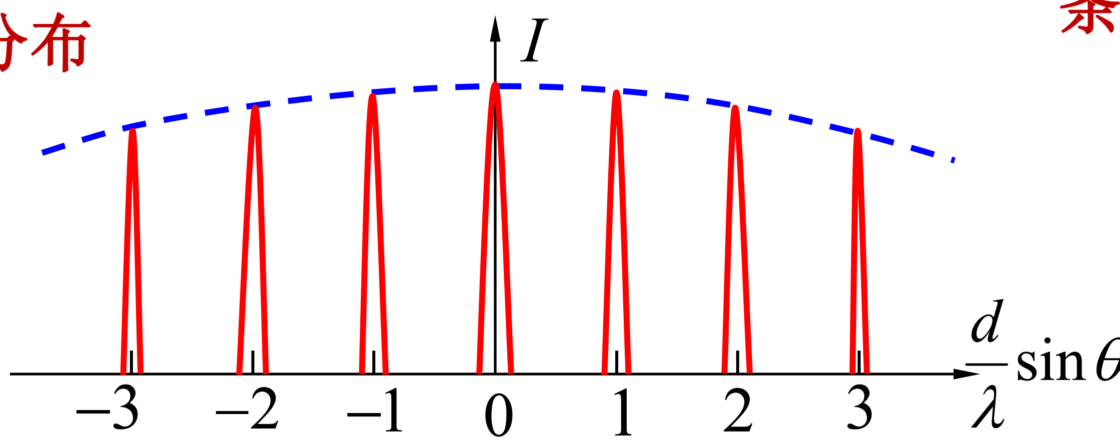
$a+b : 10^{-5} \sim 10^{-8}\,\mathrm{m}$



仅考虑多缝干涉



实际光强分布



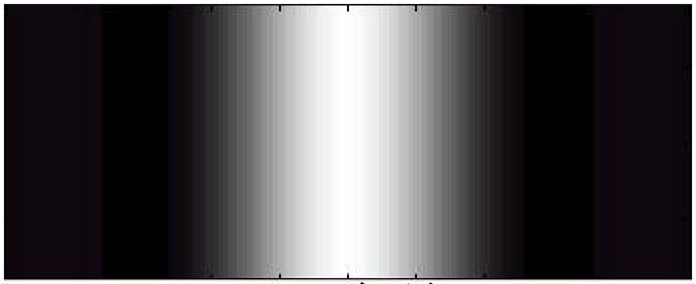
条纹最高级数

$$\sin\theta_k = \pm\frac{k\lambda}{d}$$

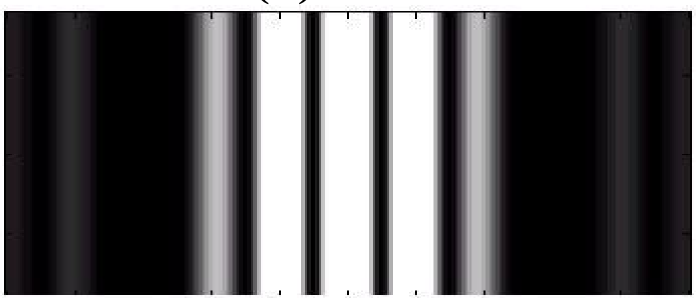
$$\theta = \pm\frac{\pi}{2}, \quad k = k_{\max} = \frac{d}{\lambda}$$

****光栅中狭缝条数越多，明纹越细.**

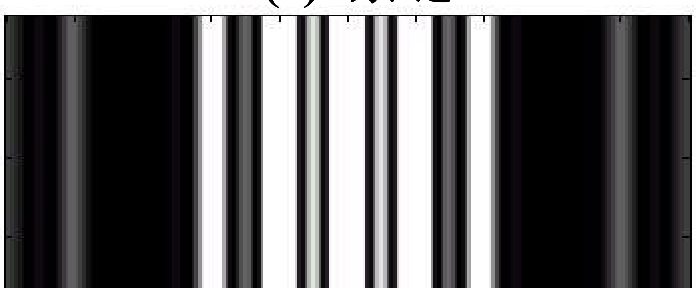
(a)1条缝



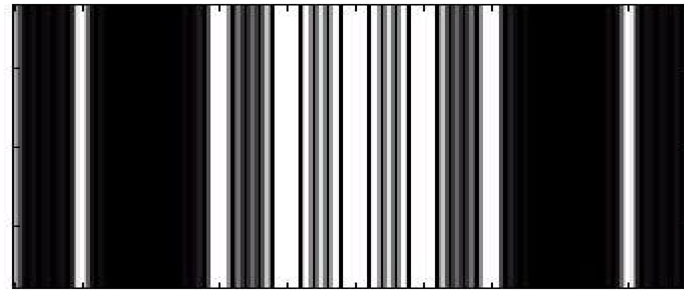
(b)2条缝



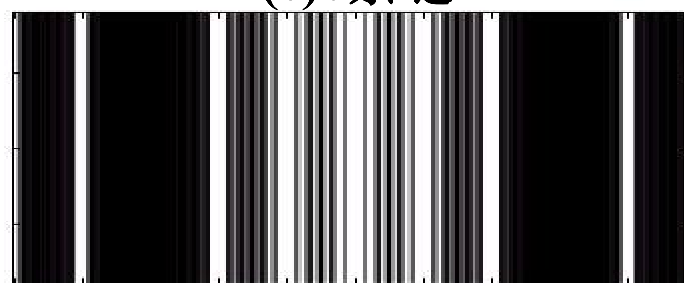
(c)3条缝



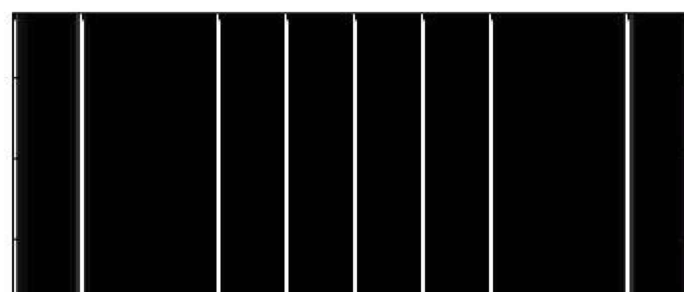
(d)5条缝



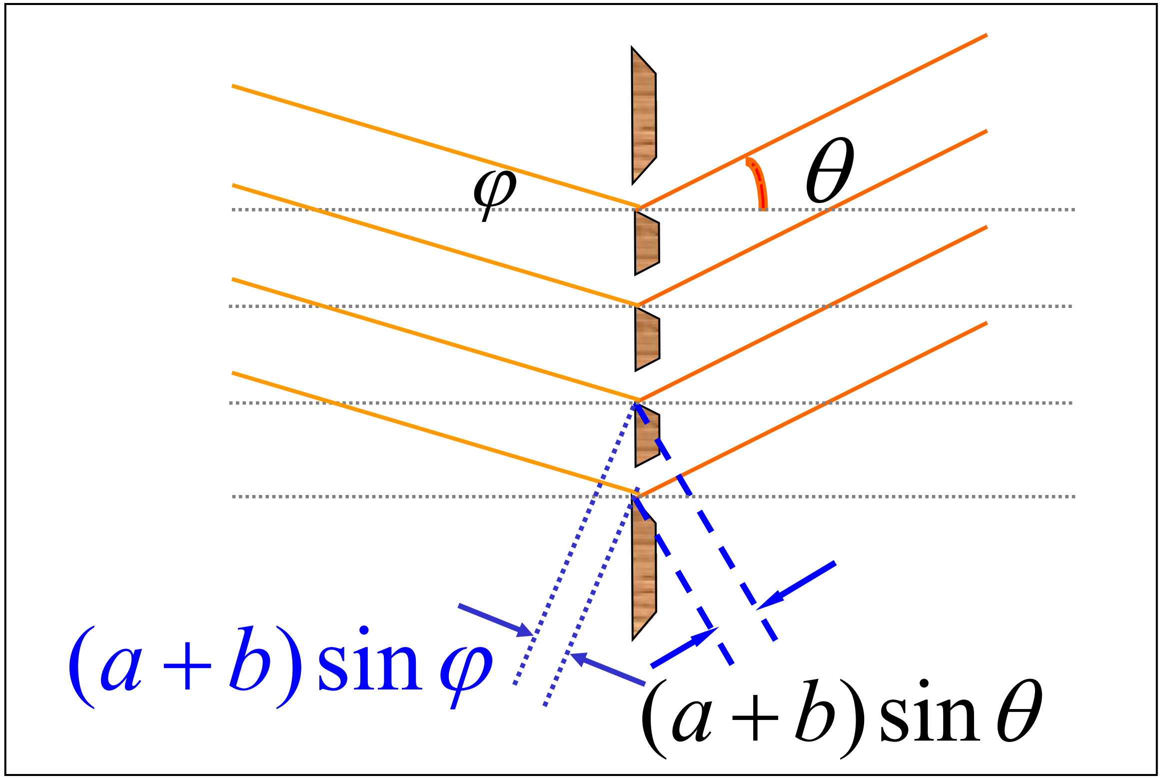
(e)6条缝



(f)20条缝



平行单色光斜照射光栅平面，光栅衍射的光栅方程



$$\boxed{(a+b)(\sin\theta+\sin\varphi)=k\lambda,\quad k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots}$$

- “＋”：入射光线与衍射光线在法线同侧

$$\boxed{(a+b)(\sin\theta-\sin\varphi)=k\lambda,\quad k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots}$$

- “－”：入射光线与衍射光线在法线异侧

三、缺级现象

$$(a+b)\sin\theta = k\lambda$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

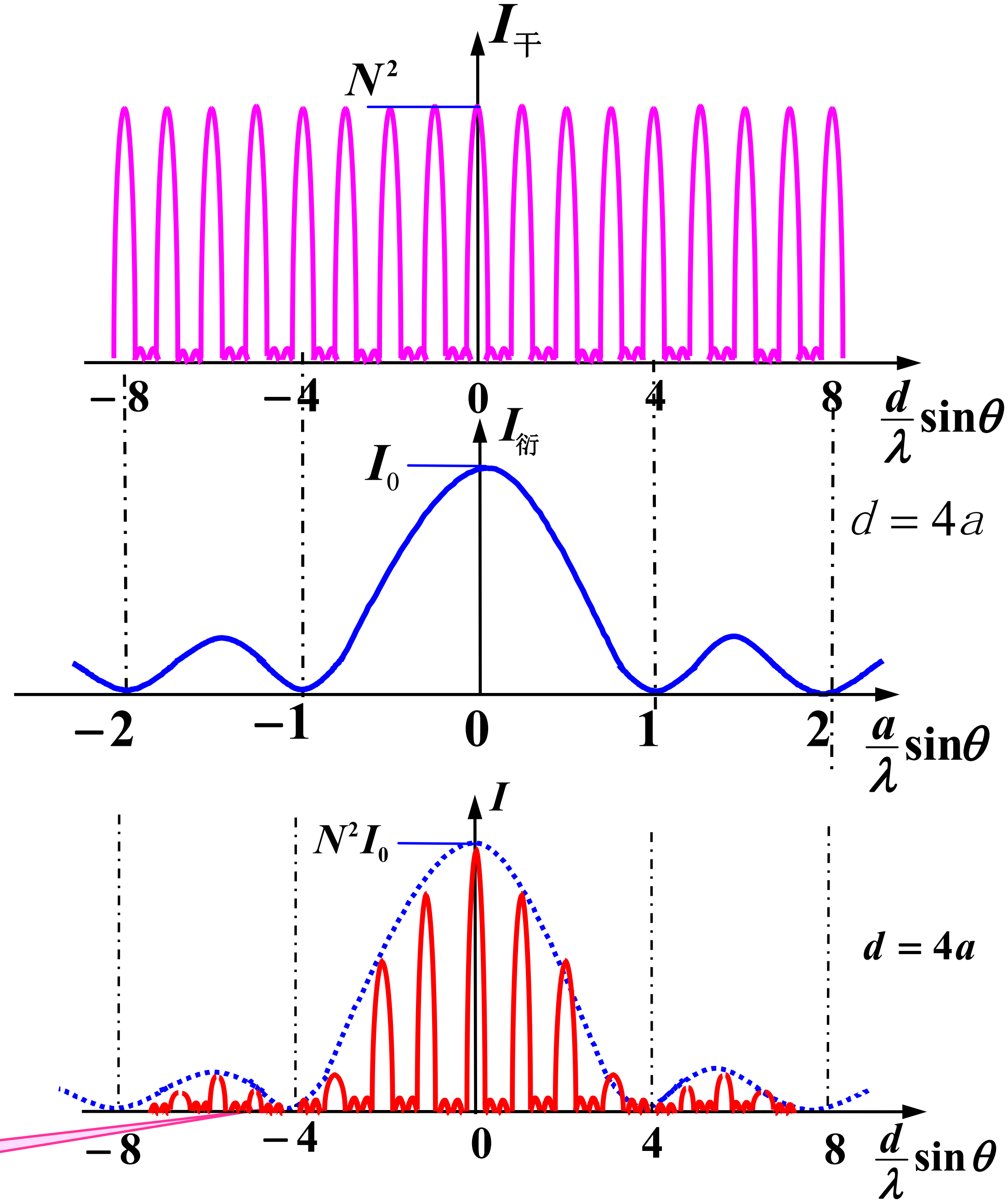
$$a\sin\theta = k'\lambda$$

$$k' = \pm 1, \pm 2, \cdots$$

缺级的级次为:

$$k = \frac{a+b}{a}k'$$

——缺级条件



4缝光栅，且$a+b=4a$

例： 波长为 600nm的单色光垂直入射在一光栅上。第二级明纹出现在 $\sin\theta=0.20$ 处，首次缺级为第四级。试求

（1） 光栅常数；

（2） 光栅上狭缝宽度；

（3） 屏上实际呈现的全部级数。

解： 光栅方程 $(a+b)\sin\theta = k\lambda$ （主极大公式）

（1）光栅常数 $d = a + b = \dfrac{k\lambda}{\sin\theta}$

将第二级明纹 $k = 2$，$\sin\theta = 0.20$ 代入，

得 $d = 6.0\times10^{-6}(m)$

（2） 光栅衍射为单缝衍射与多缝干涉的合成结果。
缺级即干涉的主极大恰与单缝衍射的极小重合，即

$$\left.\begin{aligned}(a+b)\sin\theta &= k\lambda\\ a\sin\theta &= k'\lambda\end{aligned}\right\} \quad k=\frac{a+b}{a}k'$$

$$\left.\begin{aligned}(a+b)\sin\theta &= k\lambda \\ a\sin\theta &= k'\lambda\end{aligned}\right\} \quad k=\frac{a+b}{a}k'$$

据题意，首次缺级为第四级，即 $k=4$，$k'=1$

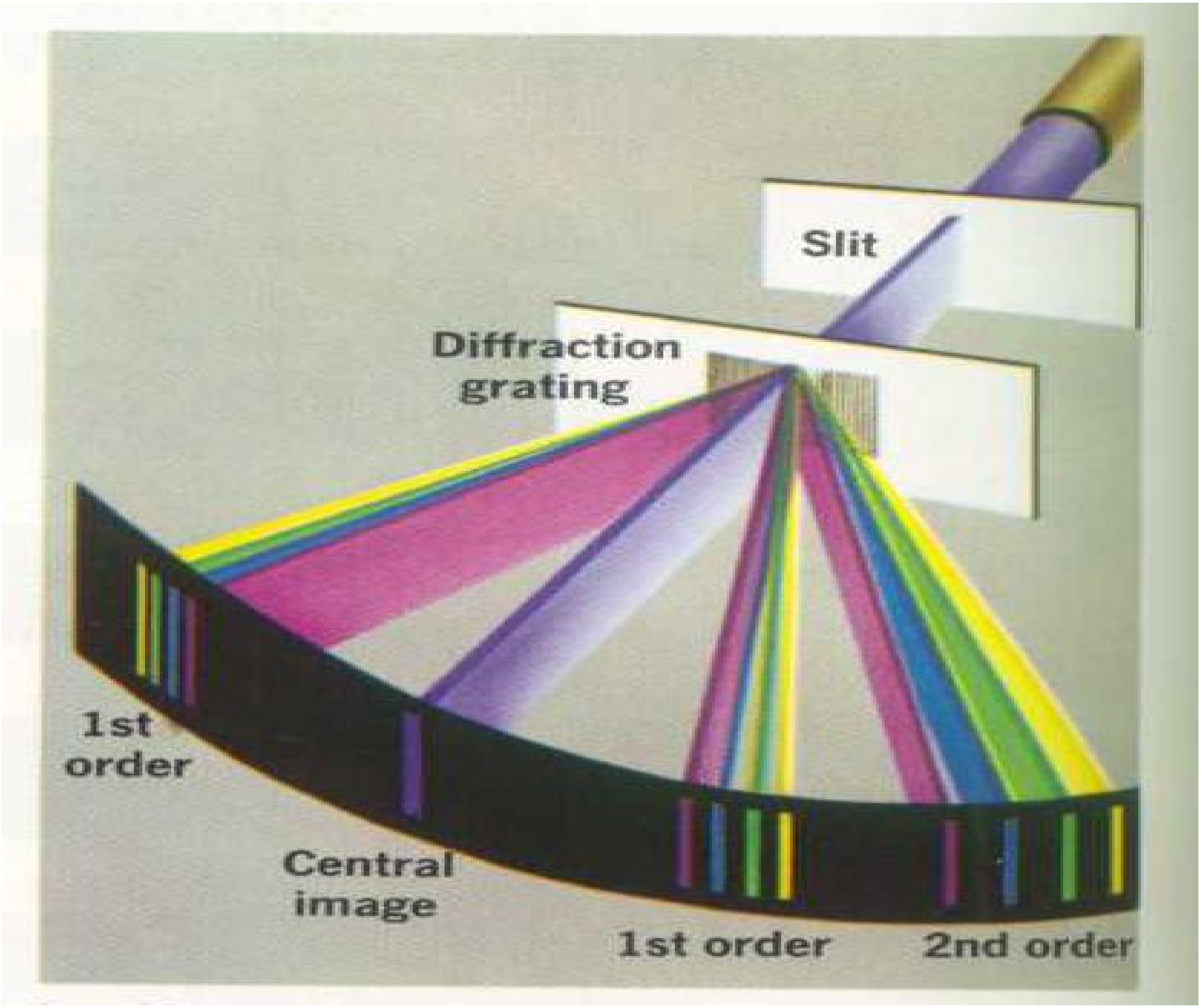
狭缝宽度为 $a=\frac{1}{4}(a+b)=\frac{d}{4}=1.5\times10^{-6}(m)$

（3）由 $d\sin\theta=k\lambda,$ 及 $-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}$

最高级次 $k<\frac{d\sin\pi/2}{\lambda}=\frac{d}{\lambda}=10,$ 考虑到缺级 $\mathrm{k}=\pm4,\pm8,\cdots,$

实际呈现的全部级次为 $k=0,\pm1,\pm2,\pm3,\pm5,\pm6,\pm7,\pm9.$

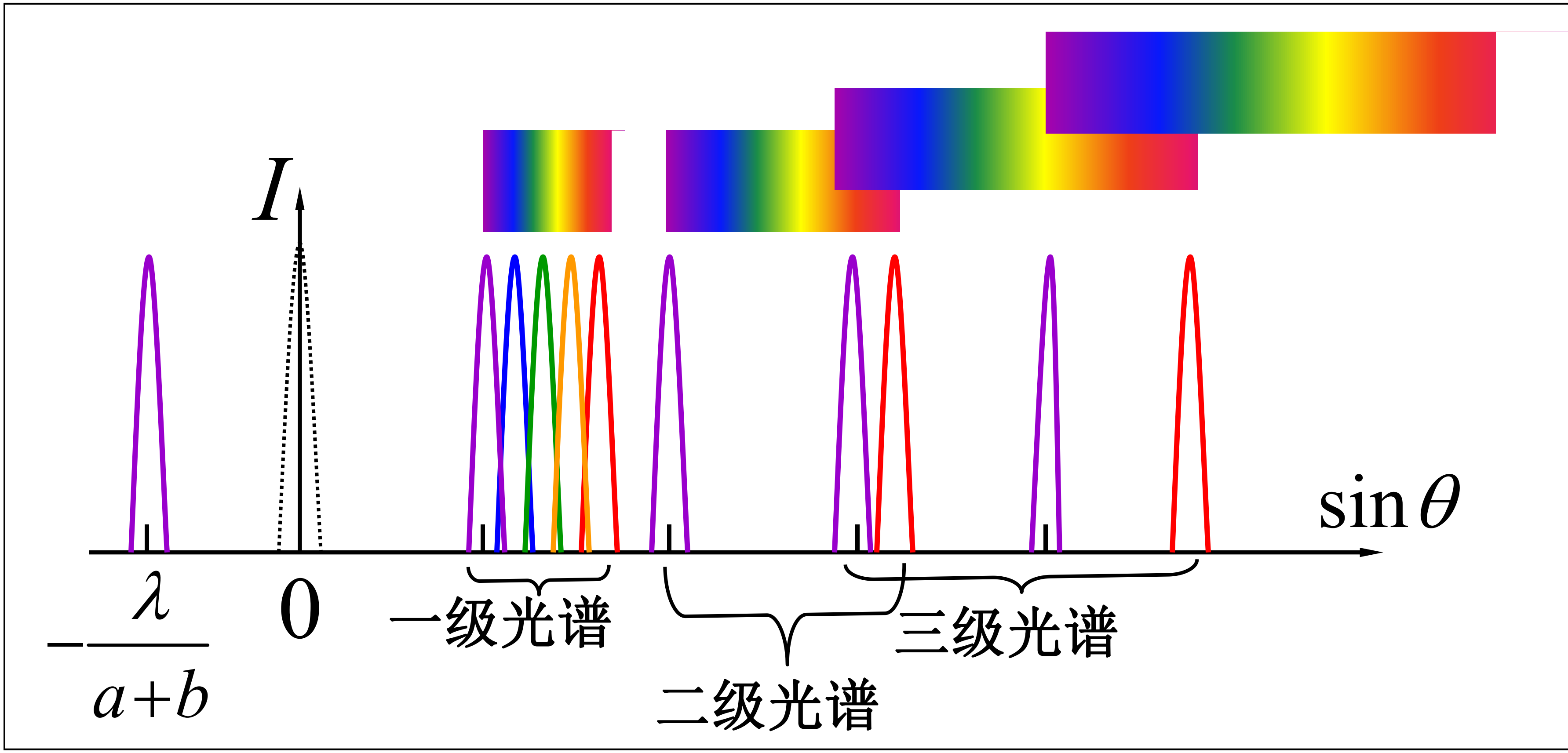
**四、光栅光谱


Slit
Diffraction grating
1st order
Central image
1st order
2nd order

衍射光谱

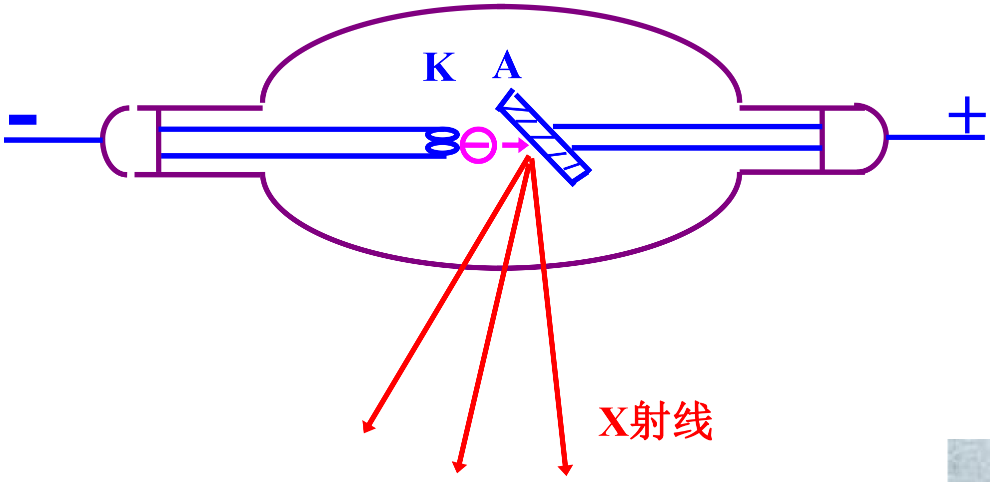
$$(a+b)\sin\theta = \pm k\lambda \qquad (k = 0,1,2,\cdots)$$

入射光为白光时，λ不同，θ_k不同，按波长分开形成光谱。

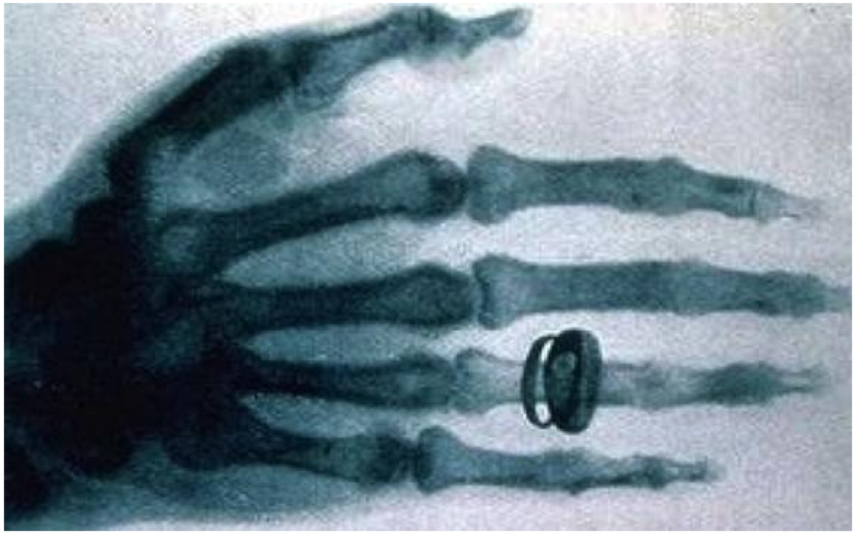


**五、X- 射线的衍射

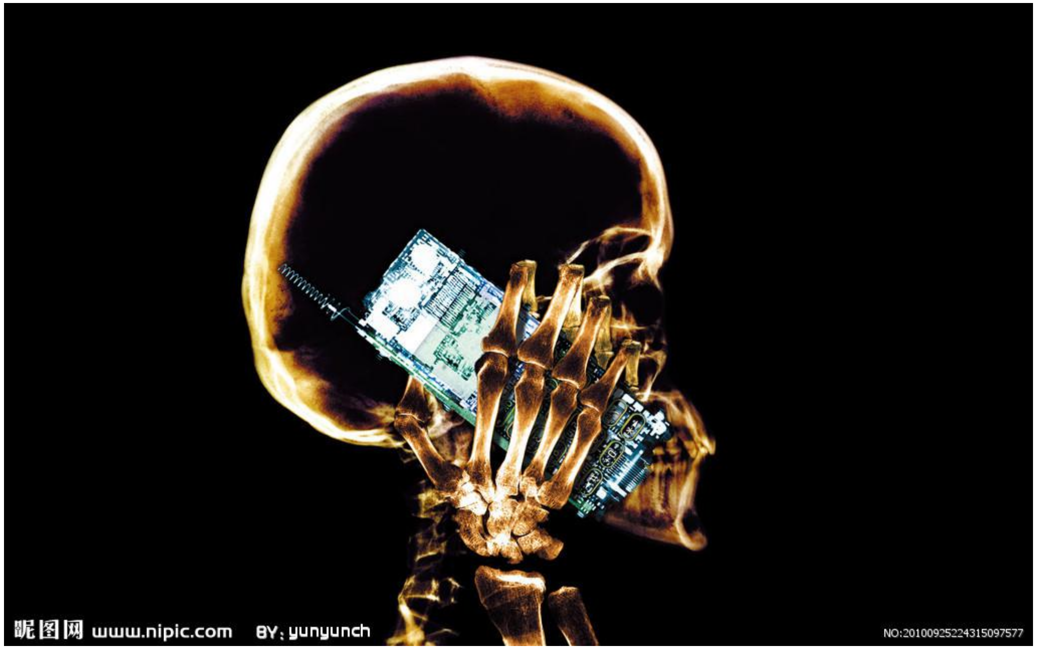
1895年伦琴 (Röntgen, 1845-1923，1901年诺贝尔物理奖)

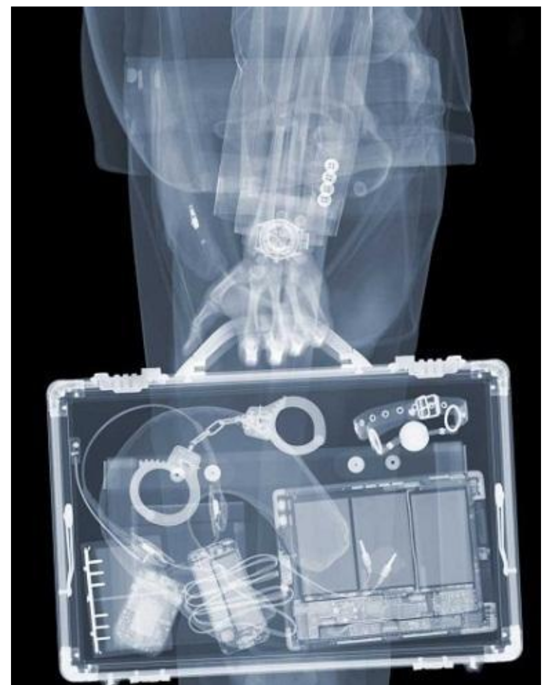


X射线管



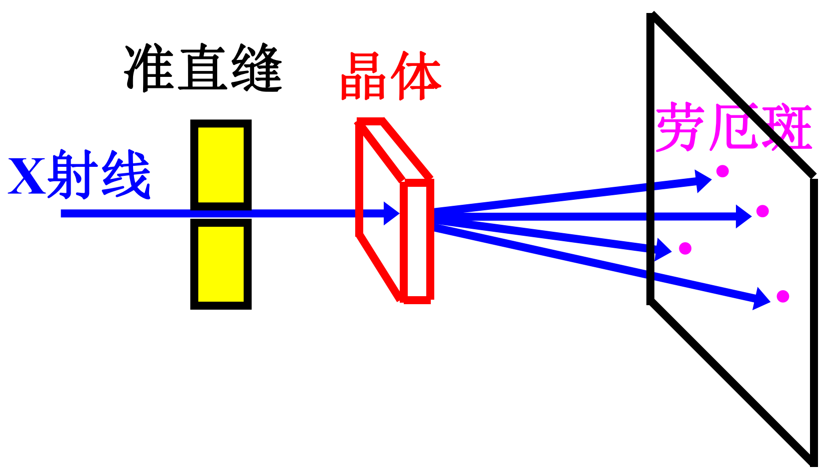
K—阴极，
A—阳极 (钼、钨、
铜等金属)
A—K间加几万伏高压，加速阴极发射的热电子。

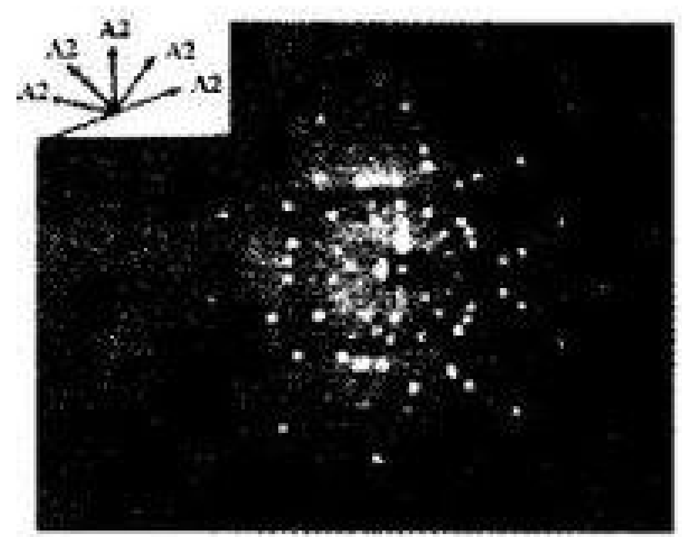

昵图网 www.nipic.com BY: yunyunch
NO:20100925224315097577



劳厄（Laue）实验（1912）：

晶体点阵相当于三维光栅。原子间距是 Å 的数量级， 可与X射线的波长相比拟。

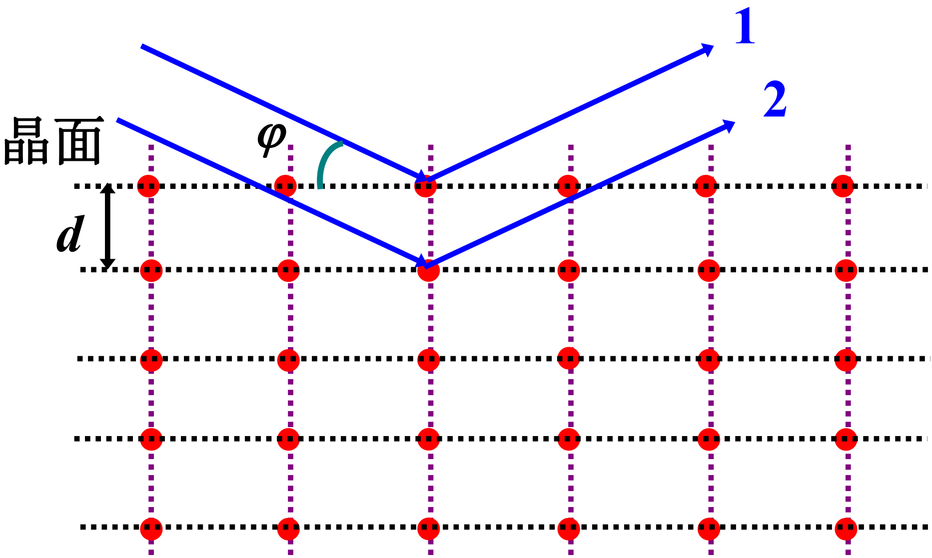




衍射图样(称为劳厄斑）证实了X射线的波动性。

后来，劳厄进一步提出了理论上的分析(1914.Nob)。

布拉格父子提出了研究 X 射线衍射更简单的方法，
得出了X射线在晶体上衍射主极大的公式。**(1915. Nob)**



$$\boxed{2d \cdot \sin\varphi = k\lambda}$$

布拉格公式