2023 年秋统计学习题 04

1. 设总体 X 服从参数为 N 和 p 的二项分布，$X_1,\cdots,X_n$ 为取自 X 的样本，试求参数 N,p 的矩估计.
2. 设总体概率密度为
$$f(x;a)=\begin{cases}(a+1)x^a, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$
其中 $a>-1$. 试用样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 求参数 a 的矩估计和极大似然估计.
3. 设总体的概率密度为
$$f(x;\theta)=\begin{cases}\exp(-(x-\theta)), & x\ge\theta,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$
试用样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 求参数 θ 的极大似然估计.
4. 设总体 X 服从几何分布
$$\mathbb{P}(X=k)=p(1-p)^{k-1},\quad k=1,2,\cdots,$$
其中 $0<p<1$，试利用样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 求 p 的极大似然估计.
5. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本.
   (a). 试求适当选择的常数 c 使得 $c\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$ 是 σ^2 的无偏估计;
   (b). 求 k 使得 $k\sum_{i=1}^{n}|X_i-\bar{X}|$ 为 σ 的无偏估计.
6. 设 $\hat\theta$ 是参数 θ 的无偏估计，且 $\operatorname{Var}\hat\theta>0$，试证明 $\hat\theta^2=(\hat\theta)^2$ 不是 θ^2 的无偏估计.
7. 设总体 X 的数学期望 $\mu=\mathbb{E}X$ 已知，试证统计量 $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$ 是总体方差 $\sigma^2=\operatorname{Var}X$ 的无偏估计.