

2. 使用二分法求 $x^3 - 2x - 5 = 0$ 在区间 $[2, 3]$ 上的根, 要求误差不超过 0.5×10^{-3} .

5. 求方程 $x^3 - x^2 - 1 = 0$ 在 1.5 附近的一个根, 现将方程写成三种不同的等价形式, 并建立相应的迭代公式:

(1) $x = 1 + \frac{1}{x^2}$, 迭代公式 $x_{i+1} = 1 + \frac{1}{x_i^2}$;

(2) $x = (1 + x^2)^{\frac{1}{3}}$, 迭代公式 $x_{i+1} = (1 + x_i^2)^{\frac{1}{3}}$;

(3) $x = (x - 1)^{-\frac{1}{2}}$, 迭代公式 $x_{i+1} = (x_i - 1)^{-\frac{1}{2}}$.

15. 证明迭代公式

$$x_{i+1} = \frac{x_i(x_i^2 + 3a)}{3x_i^2 + a}, \quad x_0 > 0, \quad i = 0, 1, \dots,$$

是计算 $\sqrt{a} (a > 0)$ 的 3 阶方法, 并求极限

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{x_{i+1} - \sqrt{a}}{(x_i - \sqrt{a})^3}.$$

18. 用下列方法求方程 $\cos x - xe^x = 0$ 的最小正根, 取初值 $x_0 = 0$, 当 $|x_{i+1} - x_i| < 10^{-6}$ 时迭代结束.

(1) Newton 迭代法;

(2) 割线法.