

主管 领导 审核 签字

复变函数与积分变换期末试题

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
阅卷人											

注意行为规范 遵守考场纪律

姓名	密	学号	封	班号	学院

一、 填空题（每小题 3 分，共 15 分）

- 复数 $(1+i\sqrt{3})^{2018}$ 的三角表示式是_____。
- 设 $f(z)$ 在 $|z|<1$ 内解析，且 $g(z)=f(z^2)$ ， 则
 $g^{(2019)}(0)=$ _____。
- 设函数 $\frac{e^{\frac{z}{z-i}} \cos z}{(z^2-3z+2)}=\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ ， 则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ 的收敛半径
 $R=$ _____。
- 设 $f(z)$ 在复平面上解析，且 $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ ， 则
 $Res\left[\left(\frac{1}{z}+\frac{1}{z^2}\right)f(z),0\right]=$ _____。
- 已知 $F(\omega)=\pi[\delta(\omega+2)+\delta(\omega-2)]$ 为函数 $f(t)$ 的傅氏变换， 则
 $f(t)=$ _____。

姓名

学号

班号

学院

密

封

线

三、 计算（每小题 5 分，共 20 分）

$$1. I = \oint_{|z|=4} (z + \bar{z}) dz;$$

$$2. I = \oint_{|z|=2} \frac{e^z}{z(z-1)^2} dz;$$

$$3. I = \oint_{|z|=2} \frac{1}{(z+i)^{10}(z-1)(z-3)} dz;$$

4. $I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2 + 1} dx.$

四、（8 分）求函数 $f(z) = \frac{z-1}{z(z+2)}$ 在 $0 < |z| < 2$ 内的洛朗展开式.

姓名

学号

班号

学院

密

封

线

五、 (7 分) 设 $f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}$, 求积分

$$I_n = \oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{f(z)}{z^{n+1}} dz, n=0,1,2\cdots。$$

六、 (10 分) 利用拉普拉斯变换求解下列初值问题

$$\begin{cases} y'' - y' - 6y = 2 \\ y(0) = 1, y'(0) = 0 \end{cases}$$

七、（5 分）设 $f(z)$ 在区域 D 内解析。如果存在两个不全为零的复数 c_1 和 c_2 ，使得

$$c_1 f(z) + c_2 \overline{f(z)} = 0, \forall z \in D,$$

则 $f(z)$ 在区域 D 内是常数。