

2023 年秋统计学习题 03

1. 设总体 $X \sim U(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本, $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$ 为次序统计量. 分别求 $X_{(1)}, X_{(n)}$, 以及 $(X_{(1)}, X_{(n)})$ 的分布函数和概率密度函数.
2. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本, $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$ 为次序统计量. 如果 $X \sim U(a, b)$, $1 \leq r \leq n$, 求证

$$\mathbb{E}X_{(r)} = a + \frac{r}{n+1}(b-a).$$