第五章
图形变换与裁剪
投影变换

基本内容

1　三维图形的基本问题

2　**平面几何投影**

　平行投影

　透视投影

三维图形的基本问题（1/5）

1. 在二维屏幕上如何显示三维物体?

- 显示器屏幕、绘图纸等是二维的
- 显示对象是三维的
- 解决方法----投影
- 三维显示设备正在研制中

三维图形的基本问题（2/5）

2. 如何表示三维物体？

- 二维形体的表示----直线段,折线,曲线段,多边形区域
- 二维形体的输入----简单（图形显示设备与形体的维数一致）
- 三维形体的表示----空间直线段、折线、曲线段、多边形、曲面片
- 三维形体的输入、运算、有效性保证----困难
- 解决方法----各种用于形体表示的理论、模型、方法

三维图形的基本问题（3/5）

3. 如何反映遮挡关系？

- 物体之间或物体的不同部分之间存在相互遮挡关系
- 遮挡关系是空间位置关系的重要组成部分
- 解决方法----消除隐藏面与隐藏线

三维图形的基本问题（4/5）

4. 如何产生真实感图形

- 何谓真实感图形?
  - 逼真的
  - 示意的
- 人们观察现实世界产生的真实感来源于
  - 空间位置关系----近大远小的透视关系和遮挡关系
  - 光线传播引起的物体表面颜色的自然分布
- 解决方法
  - 建立光照明模型
  - 开发真实感图形绘制方法

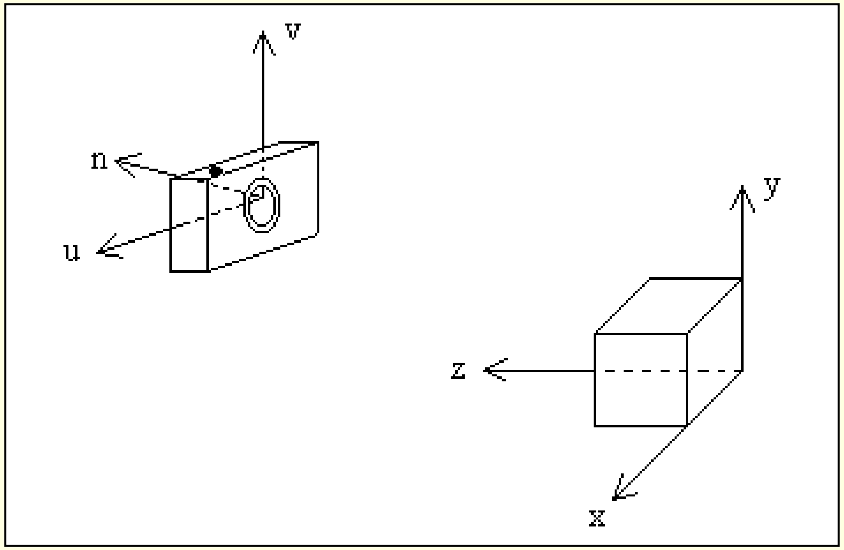
三维图形的基本问题（5/5）

三维图形的基本研究内容

1. 投影
2. 三维形体的表示
3. 消除隐藏面与隐藏线
4. 建立光照明模型、研究真实感图形绘制方法

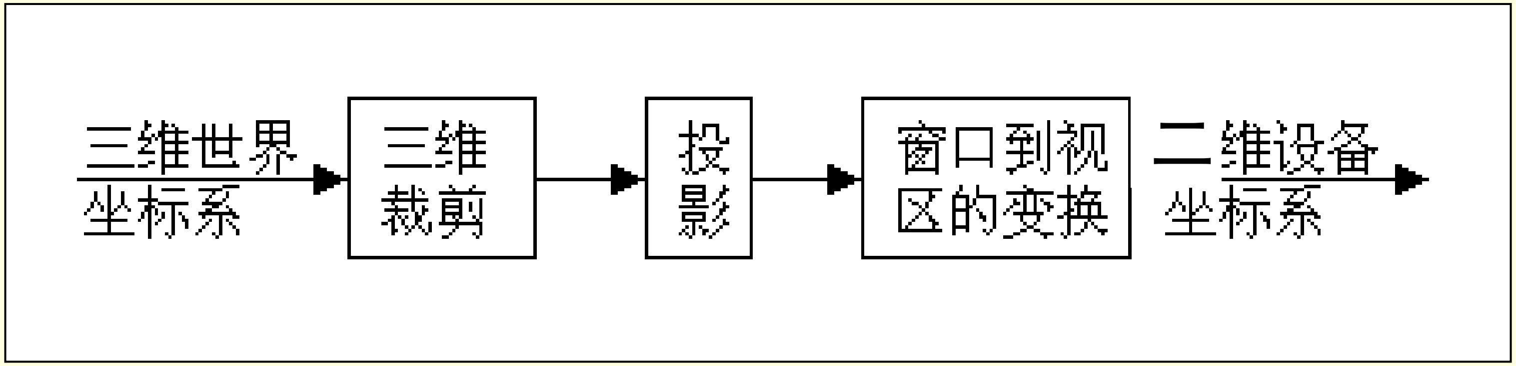
平面几何投影（1/17）

- **照像机模型与投影**
  - 如何投影?
  - 生活中的类比--如何拍摄景物?
    - 拍摄过程
      - 选景
      - 取景--裁剪
      - 对焦—参考点
      - 按快门--成像
    - 移动方式
      - 移动景物
      - 移动照相机
    - 两个坐标系



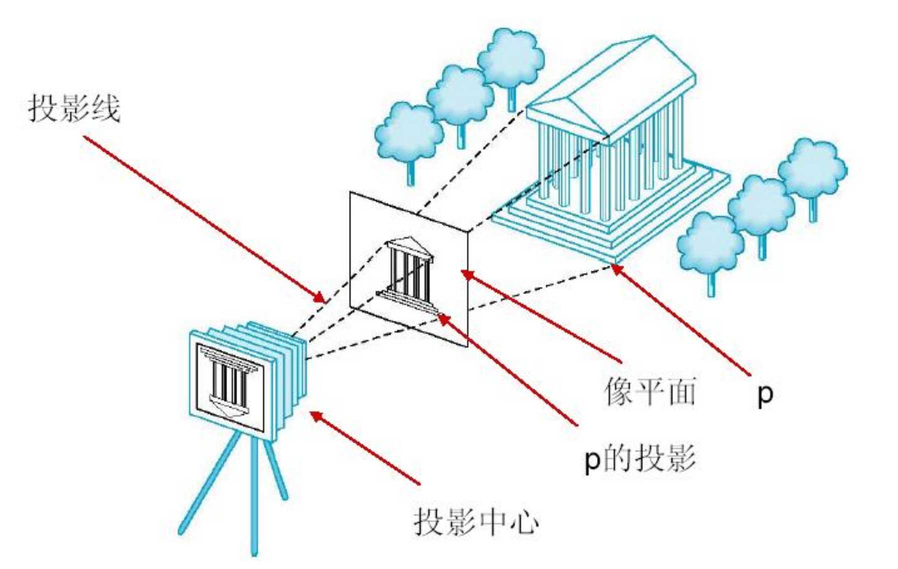
平面几何投影（2/17）

- 投影—照相机模型
  - 选定投影类型
  - 设置投影参数– 拍摄方向、距离等
  - 三维裁剪 –取景
  - 投影和显示 –成像
- 简单的三维图形显示流程图



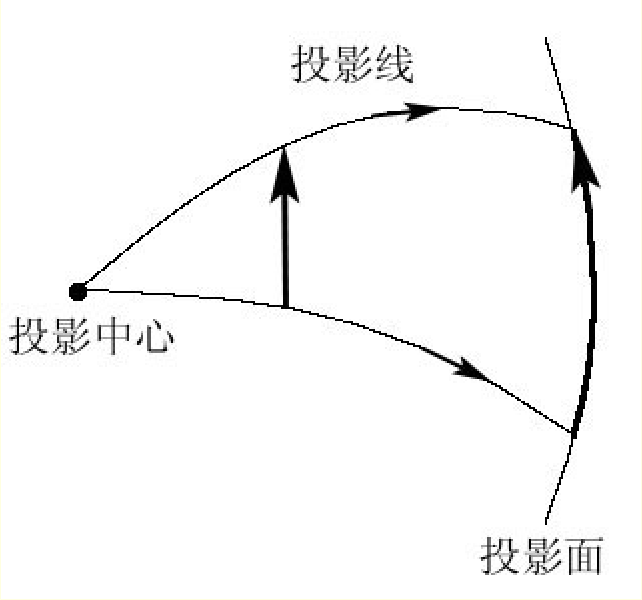
平面几何投影（3/17）

- **平面几何投影及其分类**
  - 投影
    - 将n维的点变换成小于n维的点
    - 将3维的点变换成小于3维的点
  - 投影中心(COP:Center of Projection)
    - 视觉系统—观察点、视点
    - 电影放映机—光源
  - 投影面
    - 不经过投影中心
    - 平面--照相机底片
    - 曲面—球幕电影,视网膜



平面几何投影（4/17）

- 投影线
  - 从投影中心向物体上各点发出的射线
  - 直线—光线
  - 曲线—喷绘
- 平面几何投影
  - 投影面是平面
  - 投影线为直线
- 投影变换
  - 投影过程
  - 投影的数学表示

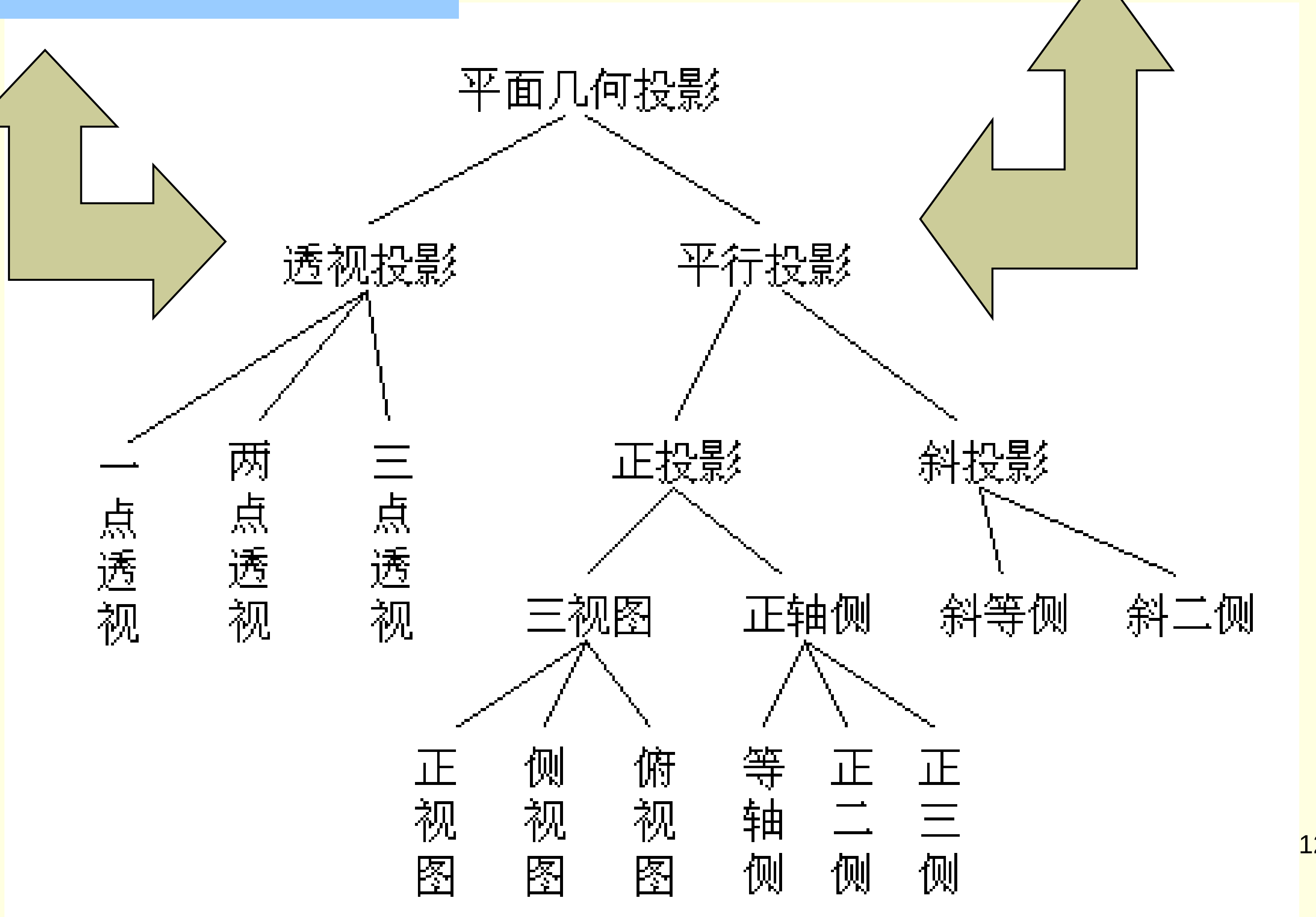


平面几何投影（5/17）

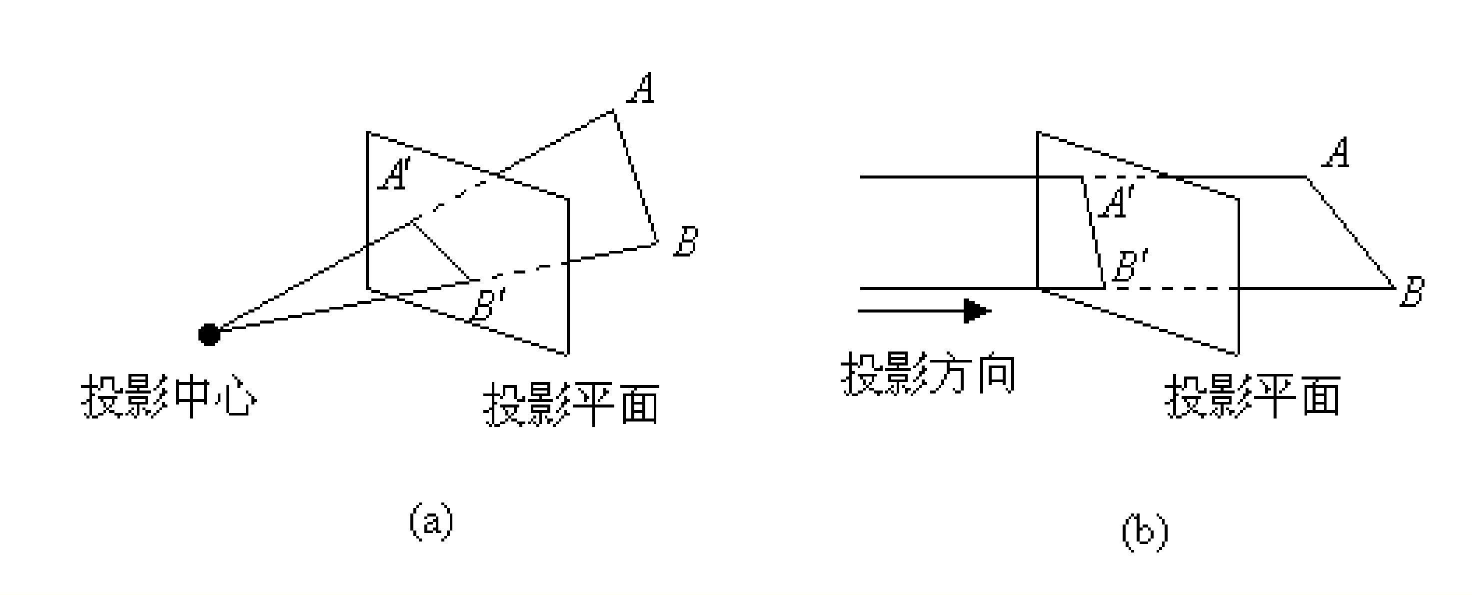
- 投影分类

投影中心与投影平面之间的距离为无限

投影中心与投影平面之间的距离为有限



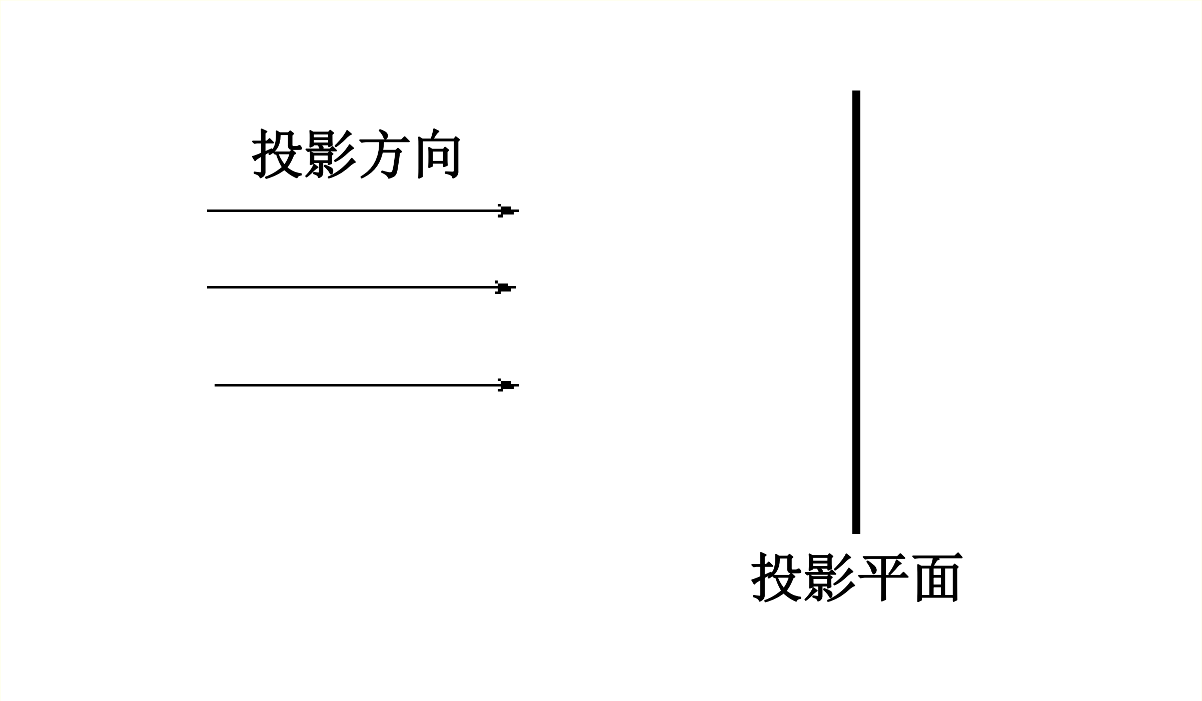
平面几何投影（6/17）



透视投影　　　　平行投影

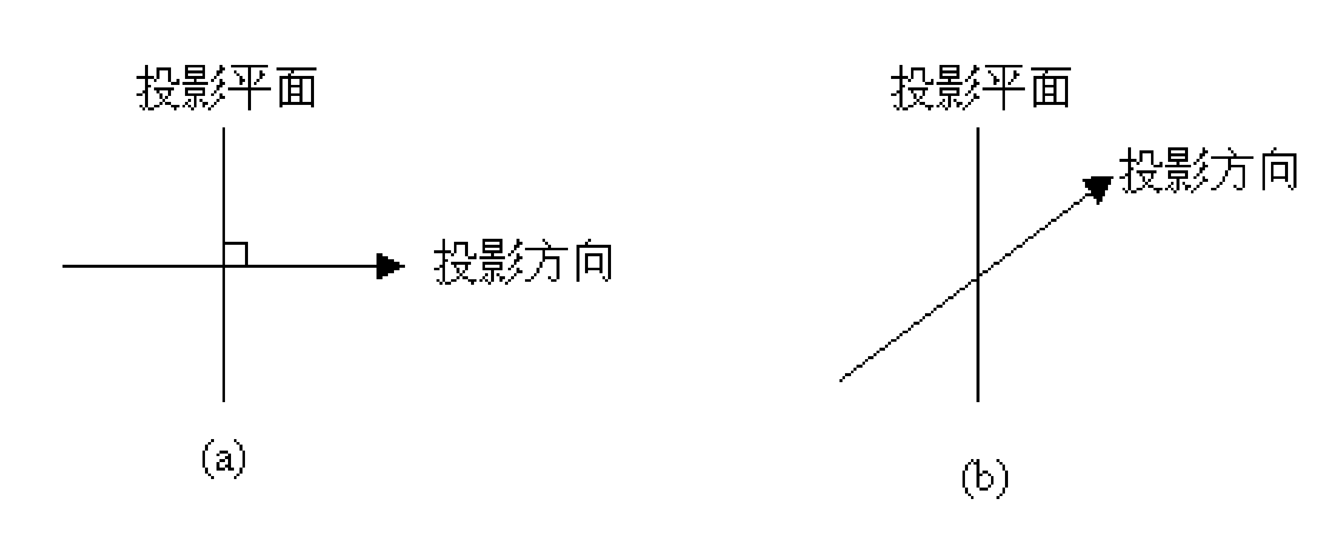
平面几何投影（7/17）

- **平行投影**
  - 投影中心与投影平面之间的距离为无限
  - 是透视投影的极限状态



平面几何投影（8/17）

- 正投影与斜投影



正平行投影　　　　斜平行投影

平面几何投影（9/17）

- 三视图：正视图、侧视图和俯视图

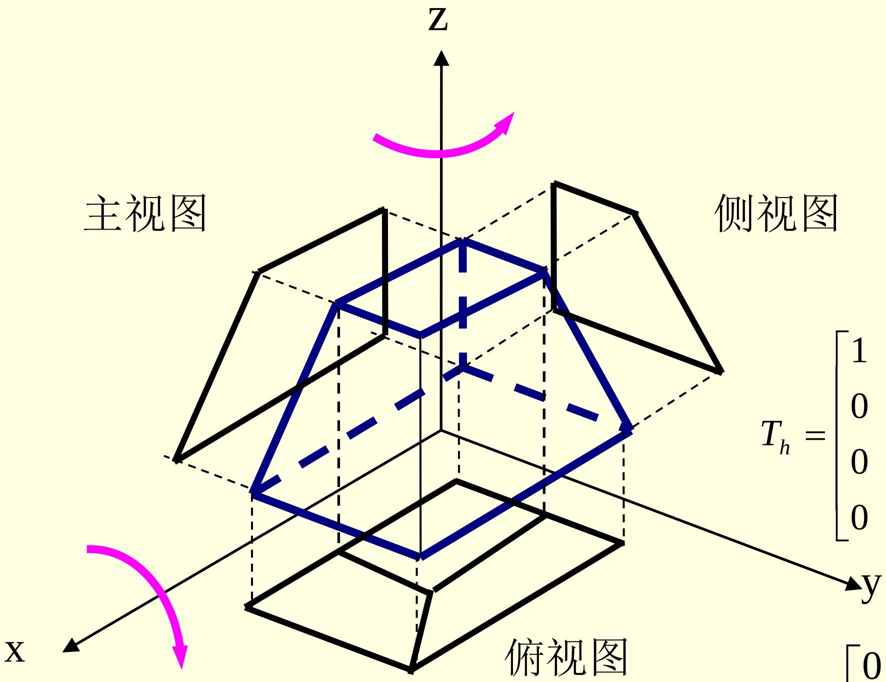


图3 一个直角棱台的三视图

$$T_v = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_h = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-90°) & \sin(-90°) & 0 \\ 0 & -\sin(-90°) & \cos(-90°) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -z_p & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_w = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 90° & \sin 90° & 0 & 0 \\ -\sin 90° & \cos 90° & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -x_L & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

平面几何投影（10/17）

- **解决：**
- **投影平面不垂直于任何一个坐标轴——**正轴测投影

$$R_{yx}=R_yR_x=\begin{bmatrix}\cos\beta & 0 & -\sin\beta & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ \sin\beta & 0 & \cos\beta & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0\\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\beta & \sin\beta\sin\alpha & -\sin\beta\cos\alpha & 0\\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0\\ \sin\beta & -\cos\beta\sin\alpha & \cos\beta\cos\alpha & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$T=R_{yx}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\beta & \sin\beta\sin\alpha & 0 & 0\\ 0 & \cos\alpha & 0 & 0\\ \sin\beta & -\cos\beta\sin\alpha & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

投影方程：

$$\begin{bmatrix}x' & y' & z' & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x & y & z & 1\end{bmatrix}T$$

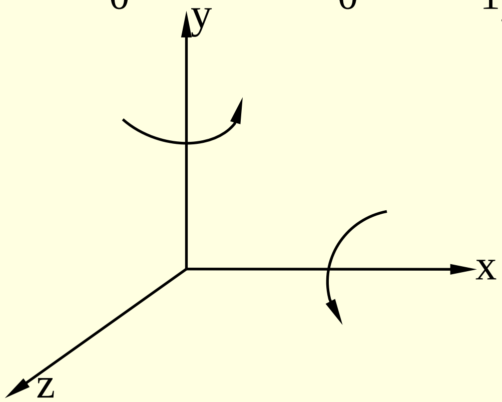
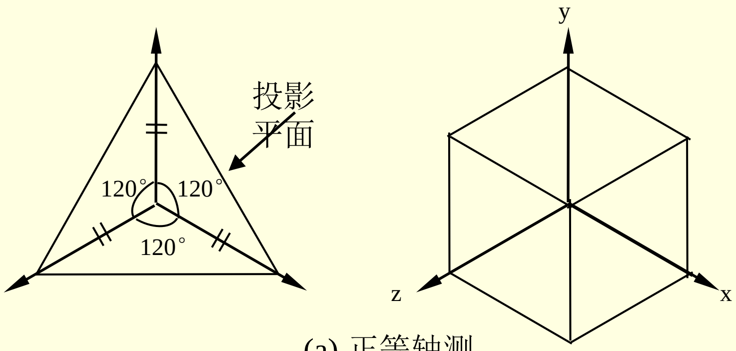


图5 正轴测投影平面的定义

平面几何投影（11/17）



(a) 正等轴测

三个单位向量将投影成三个长度相等的平面向量，即三根坐标轴有相同的变形系数

$$T=\begin{bmatrix}\cos\beta & \sin\beta\sin\alpha & 0 & 0\\ 0 & \cos\alpha & 0 & 0\\ \sin\beta & -\cos\beta\sin\alpha & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

正方体的正等轴测投影

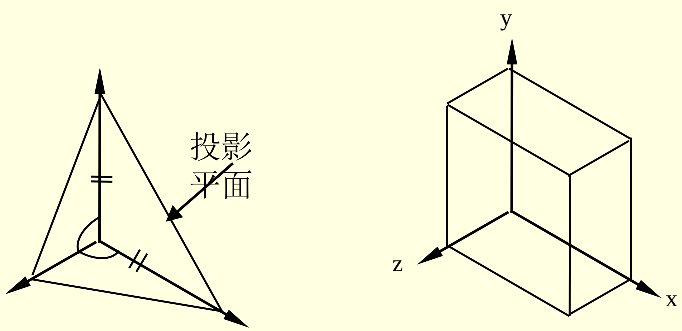
$$[x' \quad y' \quad z' \quad 1]_x=[1 \quad 0 \quad 0 \quad 1]\cdot T=[\cos\beta \quad \sin\beta\sin\alpha \quad 0 \quad 1]$$

$$[x' \quad y' \quad z' \quad 1]_y=[0 \quad 1 \quad 0 \quad 1]\cdot T=[0 \quad \cos\alpha \quad 0 \quad 1]$$

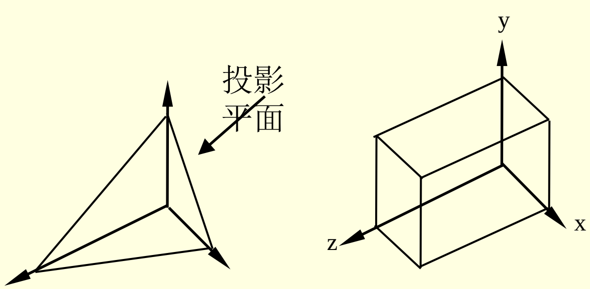
$$[x' \quad y' \quad z' \quad 1]_z=[0 \quad 0 \quad 1 \quad 1]\cdot T=[\sin\beta \quad -\cos\beta\sin\alpha \quad 0 \quad 1]$$

平面几何投影（12/17）

正方体的正轴测投影



(b)正二轴测



(c)正三轴测

平面几何投影（13/17）

- **透视投影**
  - 投影中心与投影平面之间的距离为有限
  - 参数：投影方向，距离
  - 例子：室内白炽灯的投影，视觉系统
- 特点：
  - 产生近大远小的视觉效果，由它产生的图形深度感强，看起来更加真实。

图7.4.5.n2 透视变换效果图

平面几何投影（14/17）

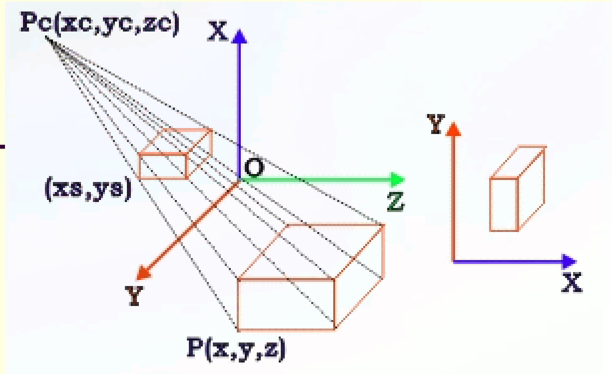
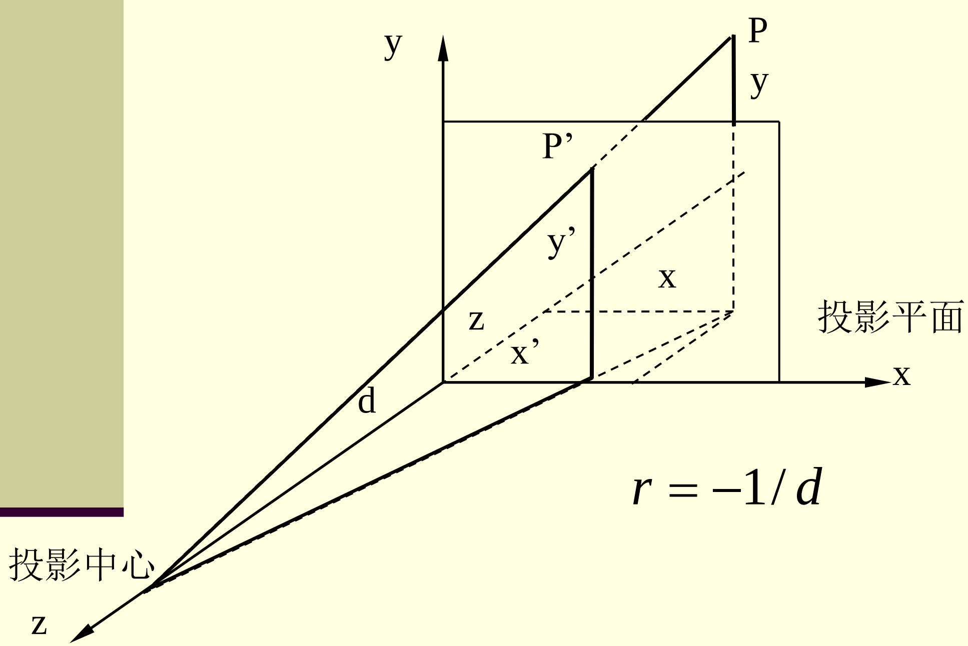


图7.4.6 简单的一点透视投影

■ 透视投影投影方程



$$\frac{x'}{d}=\frac{x}{(|z|+d)}=\frac{x}{-z+d}$$

$$\frac{y'}{d}=\frac{y}{(|z|+d)}=\frac{y}{-z+d}$$

$$r=-1/d$$

$$x'=\frac{x}{(-z/d)+1} \qquad y'=\frac{y}{(-z/d)+1}$$

$$T=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&r\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$ 一点透视

$$[x' \quad y' \quad z' \quad H]=[x \quad y \quad z \quad 1]T=[x \quad y \quad z \quad rz+1]$$

$$[x' \quad y' \quad z' \quad 1]=\begin{bmatrix}\frac{x}{rz+1} & \frac{y}{rz+1} & \frac{z}{rz+1} & 1\end{bmatrix}$$

平面几何投影（15/17）

- 灭点：
  - 不平行于投影平面的平行线，经过透视投影之后相交于一点，称为灭点.

灭点的个数?

灭点的位置?

$$[x \quad y \quad z \quad H] = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad r]$$

无穷远点

灭点

$$[x' \quad y' \quad z' \quad 1] = [0 \quad 0 \quad 1/r \quad 1]$$

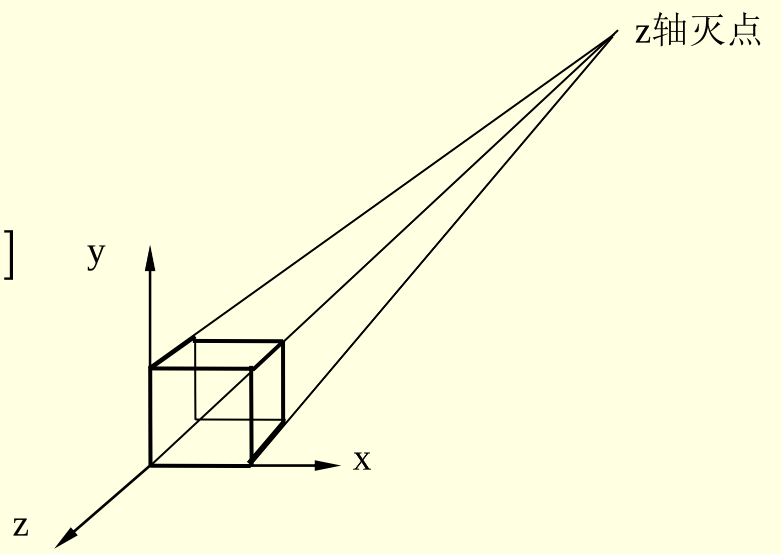


图7 正方体的一点透视及其灭点

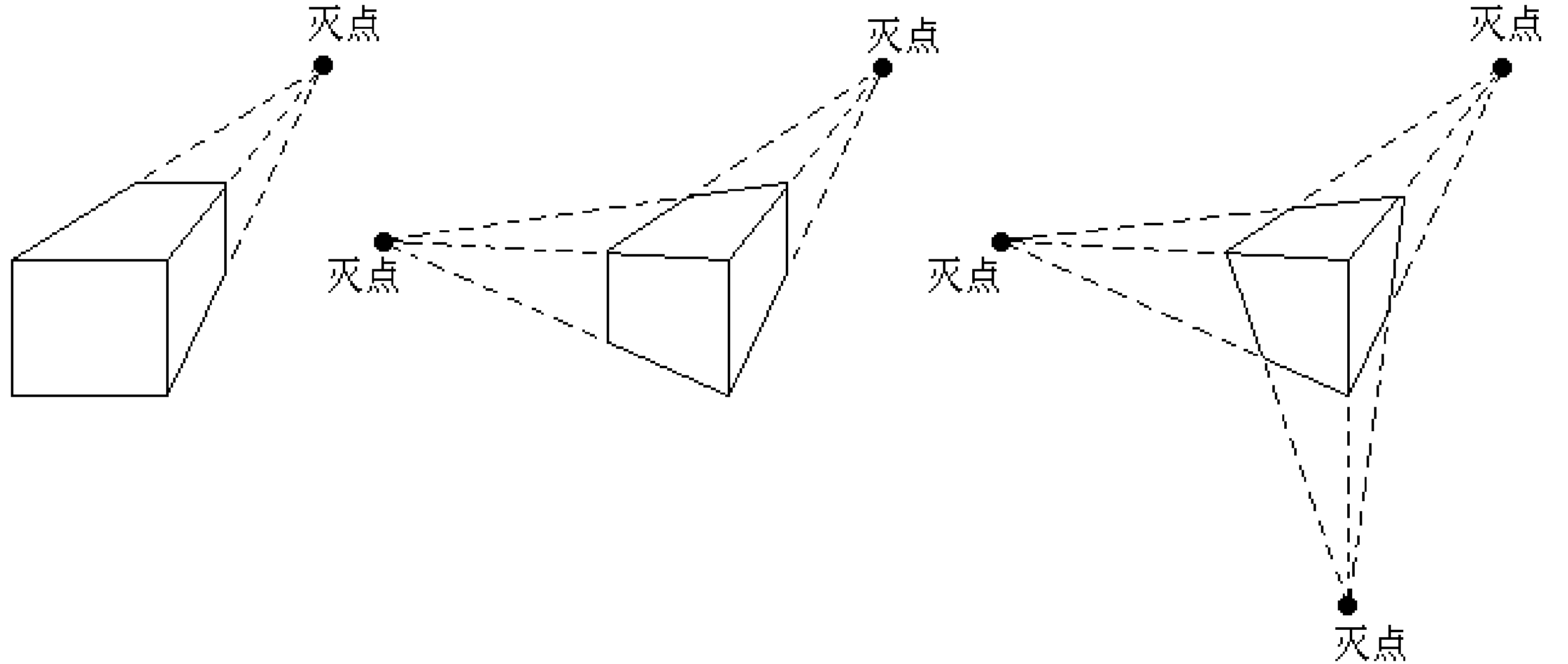
空间平行线可认为是相交于无穷远点，

灭点可以看成是无穷远点经透视投影后得到的点

平面几何投影（16/17）

- 主灭点:平行于坐标轴的平行线产生的灭点。
  - 一点透视
  - 两点透视
  - 三点透视

主灭点的个数由什么决定?



(a) 一点透视　　(b) 两点透视　　(c) 三点透视

平面几何投影（17/17）