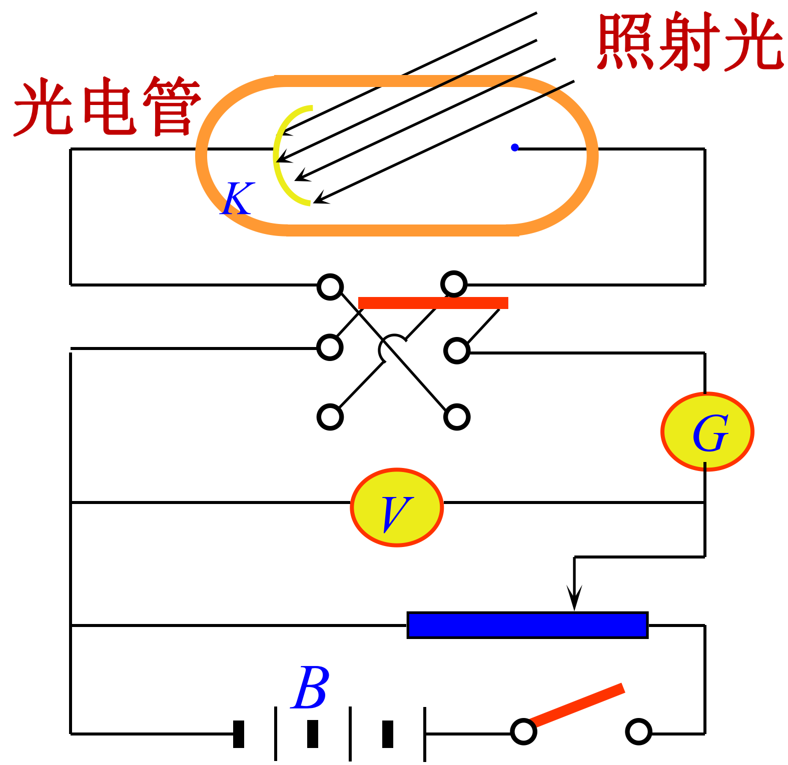
§2 光的波粒二象性

一、光电效应 爱因斯坦方程

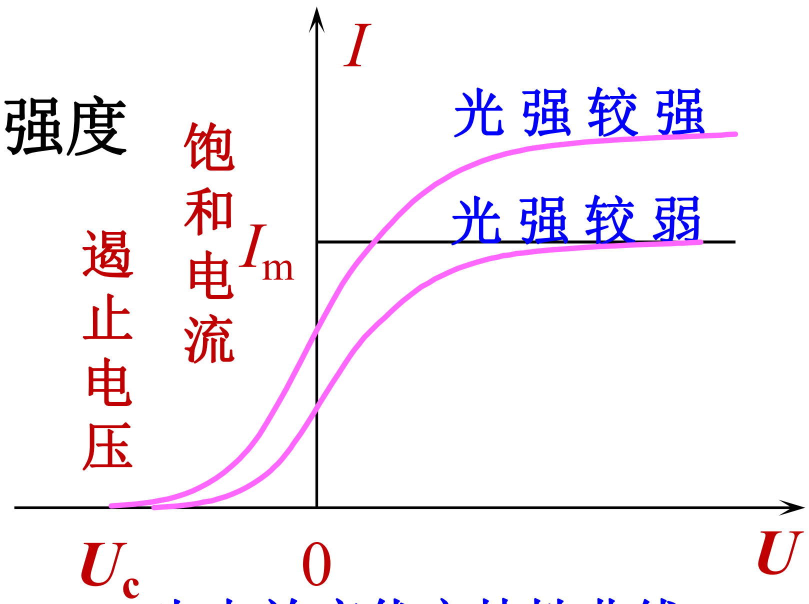
实验规律

1. 饱和电流
2. 遏止电压
3. 红限频率
4. 具有瞬时性



1. 饱和电流

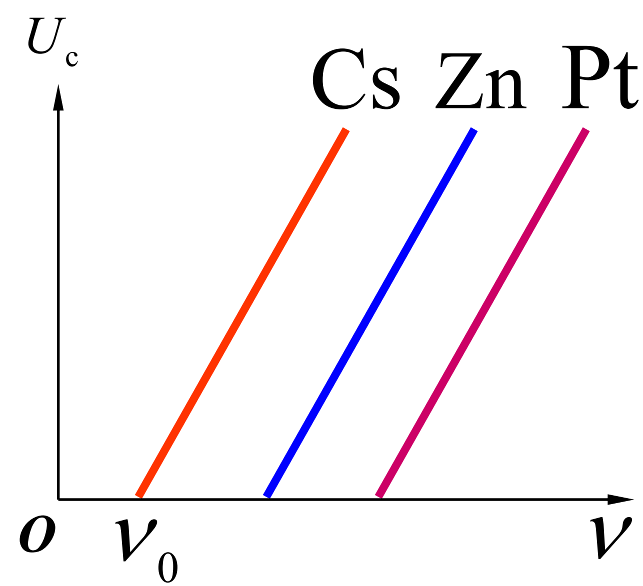
入射光频率一定时，饱和光电流强度 I_m 与入射光强度成正比。



光电效应伏安特性曲线

2. 遏止电压 $\frac{1}{2}mv_m^2 = eU_c$

只有 $U = U_c$ 时，光电流才为 0，U_c 称为遏止电压，对不同的金属 U_c 的量值不同。U_c 与入射光频率成线性关系



3. 存在红限频率

当 $\nu < \nu_0$ 无论光强多大，也不能产生光电效应。

4. 瞬时性

只要入射光频率 $\nu > \nu_0$，无论多弱，光照射阴极到光电子逸出 10^{-9} s。

光的经典波动学说的缺陷

按经典理论，光波能量只与光强有关，与频率无关，不能解释截止频率，不能解释瞬时性。

1. 金属中的电子从入射光中吸收能量，逸出金属表面的初动能应决定于光的强度。

实验：初动能与入射光的频率有关，与光强无关

2. 如果入射光光强的能量足够提供电子逸出的能量，光电效应对各种频率的入射光都能发生。

实验：存在红限频率

3. 金属中的电子吸收能量，需要积累时间。入射光越弱，积累时间越长。

实验：不需积累时间，瞬间完成

爱因斯坦的光量子论

(1)光是由光子组成的光子流

(2)光子的能量和其频率成正比

$$\varepsilon = h\nu \qquad I_{光} \propto Nh\nu$$

由相对论动量能量关系式 $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$

光子静质量$m_0=0$ $\quad p = \dfrac{E}{c} = \dfrac{h\nu}{c} = \dfrac{h}{\lambda}$

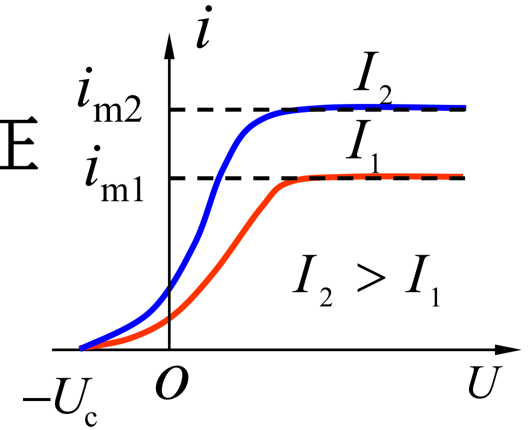
(3)光子具有“整体性”

爱因斯坦光电效应方程

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = h\nu - A$$

A 为电子逸出功，$\dfrac{1}{2}mv_{\max}^2$ 为光电子的最大初动能。

解释光电效应



1）入射频率一定时饱和光电流和入射光强成正比：光强越大，光子数越多，产生电子数越多。

2）只有$U=U_c$时，遏止电压阻碍电子到达阳极光电流才为 0。

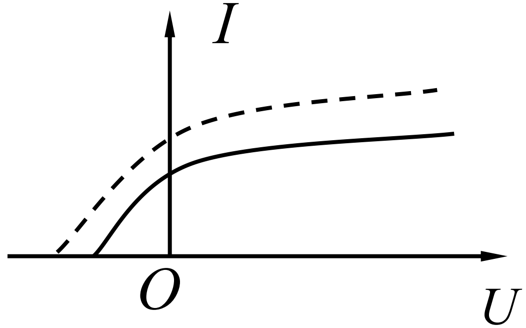
$$eU_c = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = h\nu - A$$

3）入射光子能量必须大于逸出功 A→ 红限频率

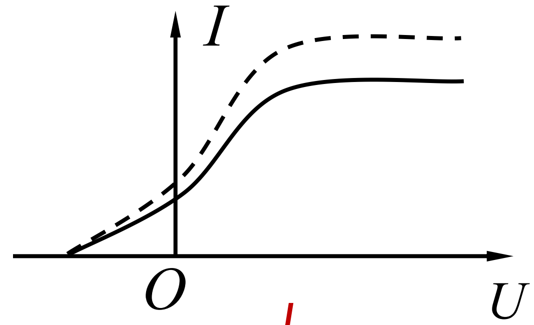
$$\nu_0 = \frac{A}{h}$$

4）一个光子的能量可以立即被金属中的一个自由电子吸收——瞬时性

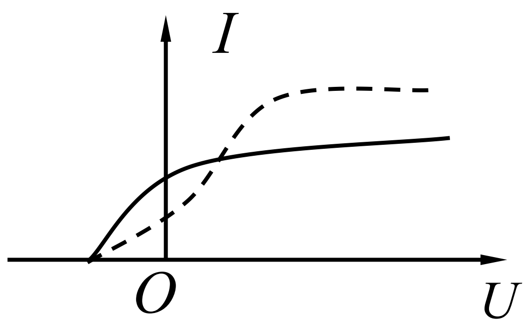
例：以一定频率的单色光照射在某种金属上，光电流曲线在图中用实线表示，然后保持光的频率不变增大照射光的强度，测出其光电流曲线在图中用虚线表示，下图哪个正确？



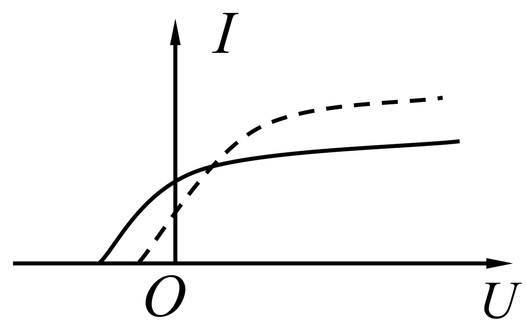
(A)



(B)

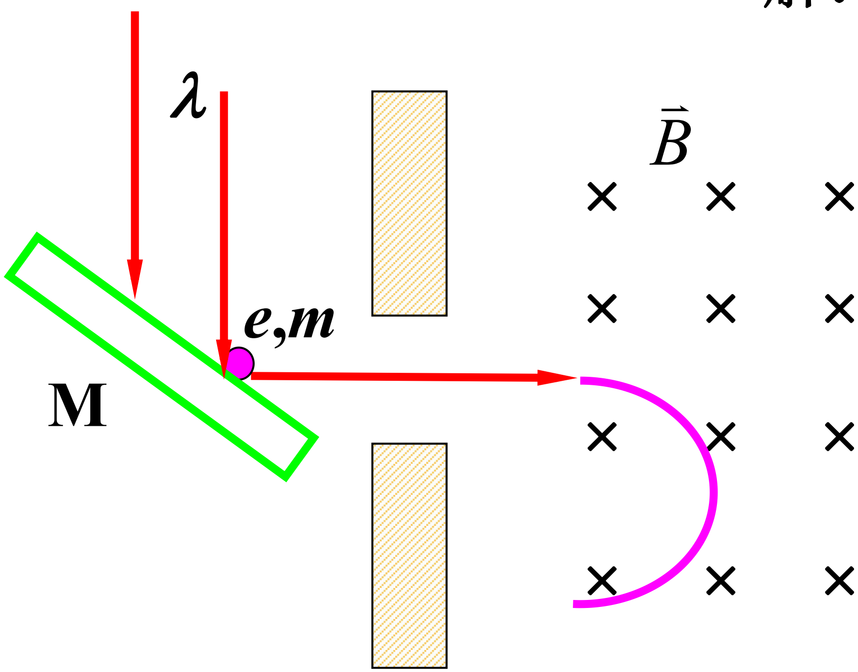


(C)



(D)

例：波长为λ的单色光照射某金属M表面发生光电效应，发射的光电子(电量绝对值为e，质量为m)经狭缝S后垂直进入磁感应强度为$\vec{B}$的均匀磁场(如图示)，今已测出电子在该磁场中作圆运动的最大半径为R。求：(1)金属材料的逸出功；(2)遏止电势差。



解：（1）

$$\because v_m = \frac{eBR}{m}$$

$$\therefore \frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{e^2B^2R^2}{2m}$$

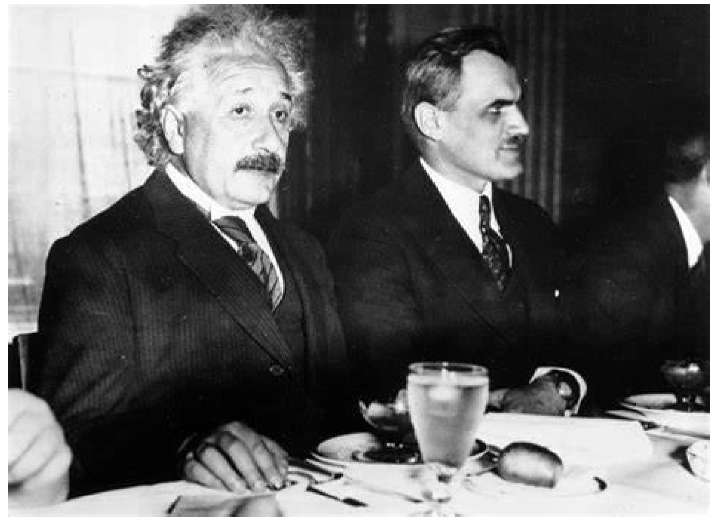
由光电效应方程：

$$h\nu = A + \frac{1}{2}mv_m^2$$

$$\therefore A = h\frac{c}{\lambda} - \frac{e^2B^2R^2}{2m}$$

（2） $\because \frac{1}{2}mv_m^2 = eU_c$ $\therefore U_c = \frac{e\ B^2R^2}{2m}$

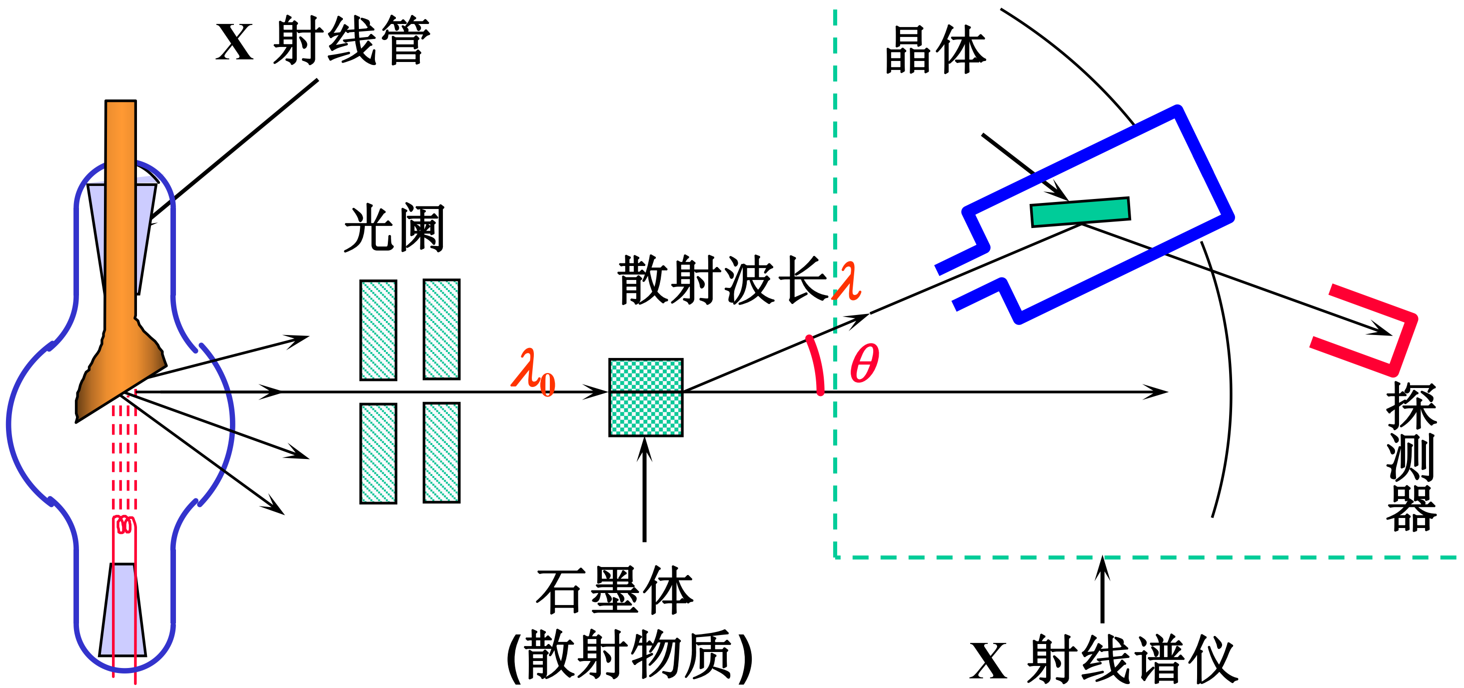
二、康普顿效应



Arthur Holly Compton
1892-1962，1927 Nobel Prize

1920年，美国物理学家康普顿在观察X射线被物质散射时，发现散射线中含有波长发生了变化的成分——散射束中除了有与入射束波长 λ_0 相同的射线，还有波长 $\lambda > \lambda_0$ 的射线.

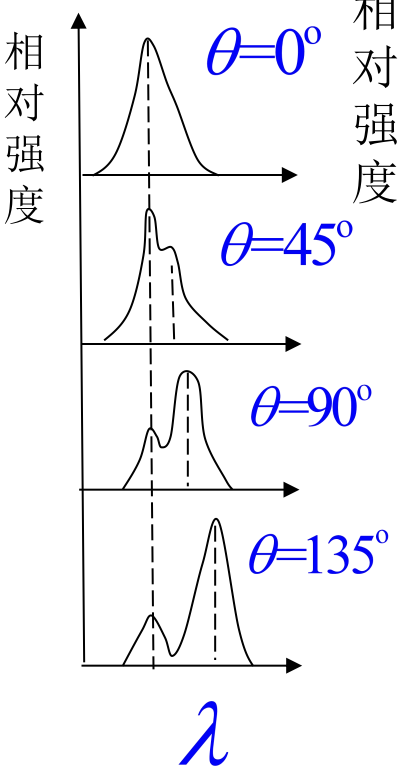
1）实验装置

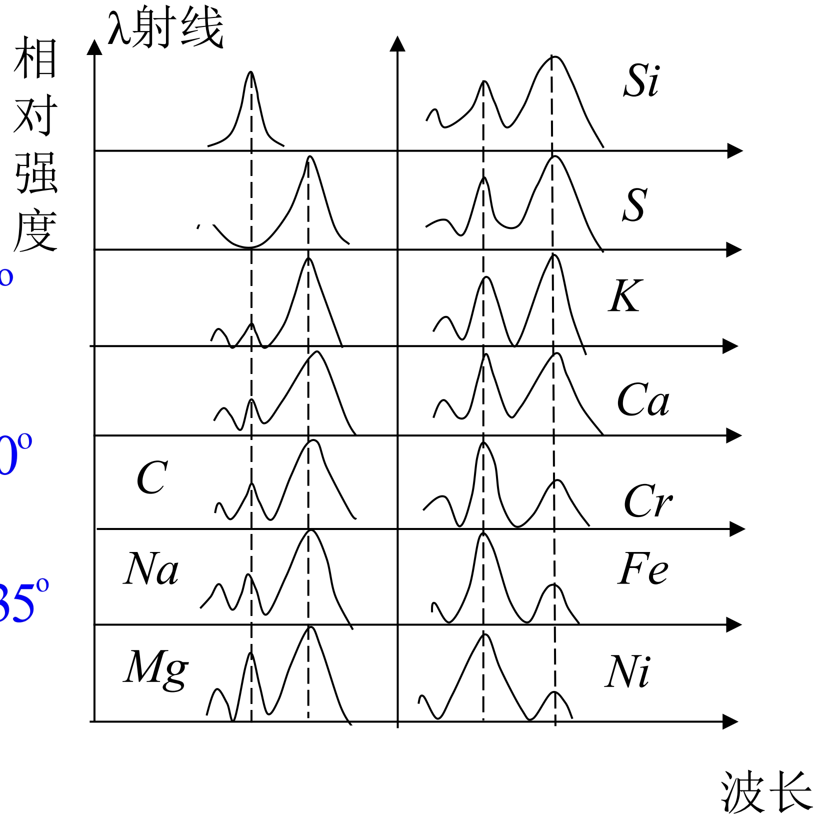


X 射线通过物质时向各个方向散射，散射的 X 射线中，除了**波长与原射线相同**的成分外，还有**波长较大**的成分。

这种有波长增大的散射称为**康普顿散射**(或称康普顿效应).

按经典理论，散射是X射线迫使散射物质中的电子作受迫振动，而向周围发射**相同频率**的射线。





2）实验规律

①在散射光谱中除了有与入射波长相同的射线外，还有波长较长的射线存在

② 波长改变量（$\lambda-\lambda_0$）随散射角而异

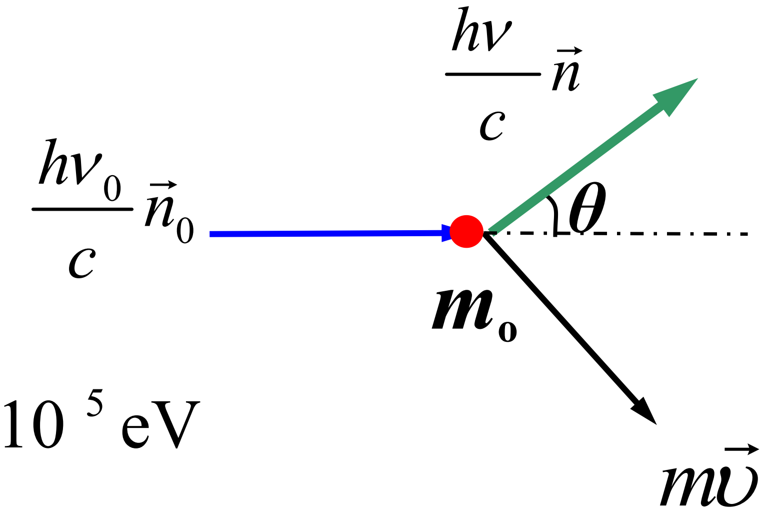
$$\lambda-\lambda_0=2k\sin^2\frac{\theta}{2}$$

③ 对同一散射角，原子量较小的物质散射强度大， 但波长改变量（$\lambda-\lambda_0$） 相同。

物理模型

◈ 入射光子（X 射线或γ射线）能量大.

$E = h\nu$　　　　范围为：$10^{4} \sim 10^{5}$ eV



◈ 电子热运动能量 $<< h\nu$ ，可近似为静止电子.

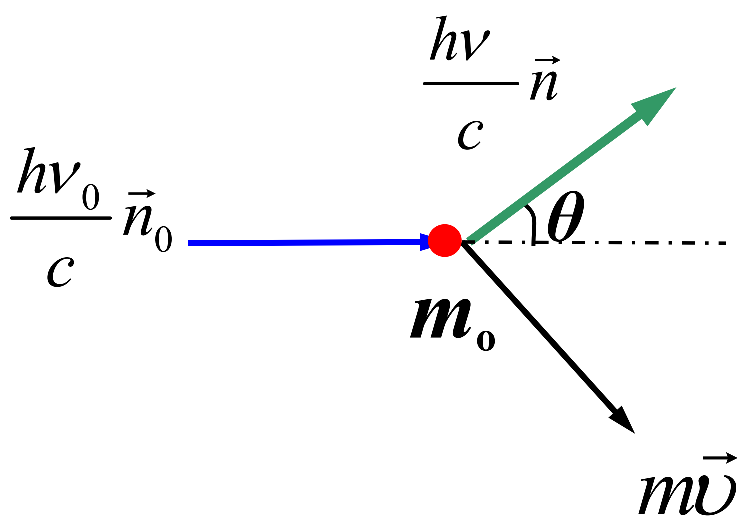
◈ 固体表面电子束缚较弱，视为近自由电子.

◈ 电子反冲速度很大，用相对论力学处理.

◈ 入射光子与散射物质中束缚微弱的电子弹性碰撞时，一部分能量传给电子，散射光子能量减少，频率下降、波长变大。

◈ 光子与原子中束缚很紧的电子发生碰撞，近似与整个原子发生弹性碰撞时，能量不会显著减小，所以散射束中出现与入射光波长相同的射线。

定量计算



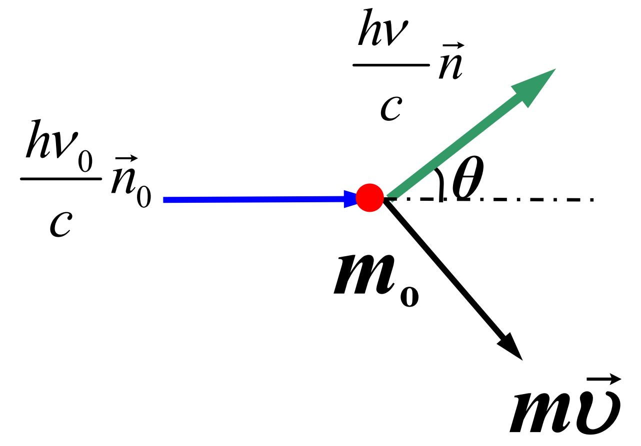
能量守恒： $h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2$ **(1)**

动量守恒： $\frac{h\nu_0}{c}\vec{n}_0 = \frac{h\nu}{c}\vec{n} + m\vec{v}$ **(2)**

利用余弦定理： $(mv)^2 = \left(\frac{h\nu_0}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{h\nu_0}{c}\right)\left(\frac{h\nu}{c}\right)\cos\theta$

或 $(mv)^2c^2 = (h\nu_0)^2 + (h\nu)^2 - 2h^2\nu_0\nu\cos\theta$ **(3)**

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2 \qquad \textbf{(1)}$$



$$(mv)^2c^2 = (h\nu_0)^2 + (h\nu)^2 - 2h^2\nu_0\nu\cos\theta \quad \textbf{(3)}$$

由**(1)** $$[(h\nu_0 - h\nu) + m_0c^2]^2 = (mc^2)^2$$

$$\underline{(h\nu_0)^2 + (h\nu)^2} - 2h^2\nu_0\nu + 2m_0c^2h(\nu_0 - \nu) + m_0^2c^4 = m^2c^4 \quad \textbf{(4)}$$

由**(3)** $$\underline{(h\nu_0)^2 + (h\nu)^2} - 2h^2\nu_0\nu\cos\theta - (mv)^2c^2 = 0 \quad \textbf{(5)}$$

(4)–(5)

$$\underline{\cancel{m^2v^2c^2}} + \cancel{2}h^2\nu_0\nu\cos\theta - \cancel{2}h^2\nu_0\nu + \cancel{2}m_0c^2h(\nu_0 - \nu) + \underline{\cancel{m_0^2c^4}} = \underline{\cancel{m^2c^4}}$$

$$E^2 = p^2c^2 + E_0^2 \qquad m^2c^4 = m^2v^2c^2 + m_0^2c^4$$

$$m_0c^2h(\nu_0 - \nu) = h^2\nu_0\nu(1 - \cos\theta)$$

$$m_0c^2h(\nu_0-\nu)=h^2\nu_0\nu(1-\cos\theta)$$

同除 $m_0ch\nu_0\nu$ $$\frac{c}{\nu}-\frac{c}{\nu_0}=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)$$

$$\boxed{\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\frac{h}{m_0c}\left(1-\cos\theta\right)=2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2}}$$

式中$\lambda_c = h/m_0c$ = 0.0024 nm. —— 康普顿波长

三、讨论

1. $\Delta\lambda$ 只和 θ有关

$\theta=0$ $\quad\Delta\lambda=0$

$\theta=90^0$ $\quad\Delta\lambda=\lambda_c$

$\theta=180^0$ $\quad\Delta\lambda=2\lambda_c$

$\Delta\lambda$与 θ 的关系与物质无关，是光子与近自由电子间的相互作用.

$$\boxed{\Delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)=2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2}}$$

2. 还有λ_0的散射光存在

光子与束缚较紧的电子的碰撞，应看作是和整个原子相碰。因原子质量 >> 光子质量，

在弹性碰撞中散射光子的能量(波长)几乎不变。

或由 $\Delta\lambda=\frac{h}{M_0c}\sin^2\frac{\theta}{2}$ 很小而知。 (M_0：原子静止质量)

3. 随 $Z\uparrow\Rightarrow$ 束缚紧的电子比例增加 $\Rightarrow\ \uparrow I_{\lambda 0}$

4. 若 $\lambda_0>>\lambda_C$ 则$\lambda\approx\lambda_0$，可见光观察不到康普顿效应.

5. 光具有波粒二象性

一般而言，光在传递过程中，波动性较为显著；光与物质相互作用时，粒子性比较显著.

康普顿散射实验的意义

- 证实了光子假设的正确性和狭义相对论力学的正确性，支持了光量子的概念．

$$\varepsilon = h\nu$$

- 实验上证实了爱因斯坦提出的“光量子具有动量”的假设.

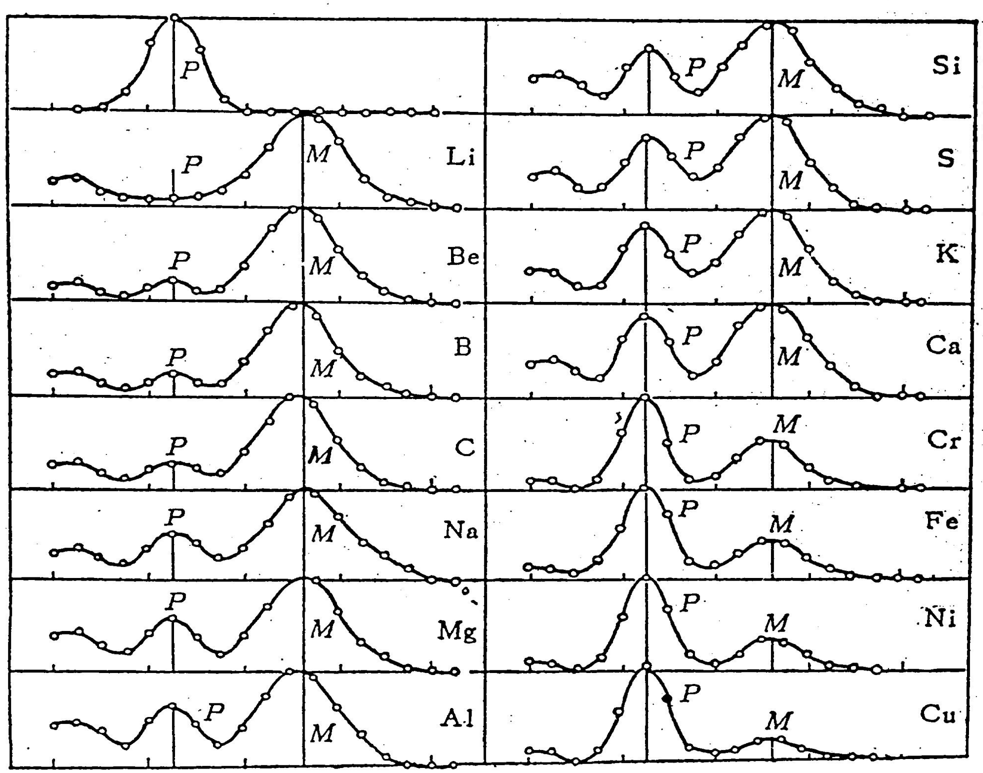
$$p = E/c = h\nu/c = h/\lambda$$

- 微观粒子的相互作用（单个碰撞过程）也遵守能量守恒和动量守恒定律.

**吴有训对研究康普顿效应的贡献

1923年参加了发现康普顿效应的研究工作

1925—1926年，吴有训用银的X射线(λ_0=5.62nm) 为入射线以15种轻重不同的元素为散射物质 $\varphi = 120^\circ$



曲线表明:

1. $\Delta\lambda$与散射物质无关，仅与散射角有关

2. 轻元素 $I_\lambda > I_{\lambda_0}$

重元素 $I_\lambda < I_{\lambda_0}$

- 证实了康普顿效应的普遍性
- 证实了两种散射线的产生机制

λ—外层电子(自由电子)散射

λ_0—内层电子(整个原子)散射

**康普顿效应和光电效应比较

1. 康普顿效应：光子与静止自由电子碰撞, 完全弹性碰撞

光电效应：光子被束缚电子吸收，完全非弹性碰撞

2. 康普顿效应: X 射线或γ射线，光子能量大，相对论效应

碰撞后电子动能 $\boxed{E_k = mc^2 - m_0 c^2}$

光电效应: 可见光或紫外光，光子能量小，非相对论效应

吸收光子后电子动能 $\boxed{E_k = \frac{1}{2} m \upsilon^2}$

3. 康普顿效应: X射线波长0.01~0.1nm, 最大波长改变量为

$\Delta\lambda = 2\lambda_c = 0.0048\ nm$ 与λ相差不大，现象明显。

光电效应: 光的波长100nm左右, $\Delta\lambda \leq 0.005 nm$ 康普顿效应不明显

例： 波长 $\lambda_0 = 1.00\times10^{-10}$ m 的 **X** 射线与静止的自由电子作弹性碰撞，在与入射角成 90° 角的方向上观察，**问：**

（1）散射波长的改变量 $\Delta\lambda$ 为多少？

（2）反冲电子得到多少动能？

（3）在碰撞中，光子的能量损失了多少？

解：（1）$\Delta\lambda = \lambda_C(1-\cos\theta) = \lambda_C(1-\cos 90^\circ) = \lambda_C$

$= 2.43\times10^{-12}\,\mathrm{m}$

（2）反冲电子的动能

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0}\left(1-\frac{\lambda_0}{\lambda}\right) = 295\ \mathrm{eV}$$

（3）光子损失的能量＝反冲电子的动能

第三节 量子力学引论

一、德布罗意的物质波理论

从自然界的对称性出发认为:

既然光(波)具有粒子性

那么实物粒子也应具有波动性

1924.11.29 德布罗意把题为“量子理论的研究”的博士论文提交巴黎大学

不仅光具有波粒二象性，而且一切实物粒子(静止质量$m_0 \neq 0$的粒子）也具有波粒二象性。

德布罗意（1892 — 1987）

法国物理学家

波动力学的创始人，量子力学的奠基人之一。出身贵族，中学时代显示出文学才华。1910年在巴黎大学获文学学士学位，后来改学理论物理学。他善于用历史的观点，用对比的方法分析问题。

1924年他在博士论文《关于量子理论的研究》中提出把粒子性和波动性统一起来，5年后为此获得诺贝尔物理学奖。

一个总能量为 E（包括静能在内），动量为 P 的实物粒子同时具有波动性，且满足

德布罗意关系式

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}} \qquad \boxed{\nu = \frac{E}{h} = \frac{mc^2}{h}}$$

$$\begin{tikzcd} & E & & \nu & \\ \boxed{\text{粒子性}} & & h \arrow[ul] \arrow[ur] \arrow[dl] \arrow[dr] & & \boxed{\text{波动性}} \\ & p & & \lambda & \end{tikzcd}$$

与实物粒子相联系的波称为物质波或德布罗意波

λ —— 德布罗意波长

论文答辩会上有人问：

“这种波怎样用实验来证实呢？！”

德布罗意答：

“用电子在晶体上的衍射实验可以证实。”

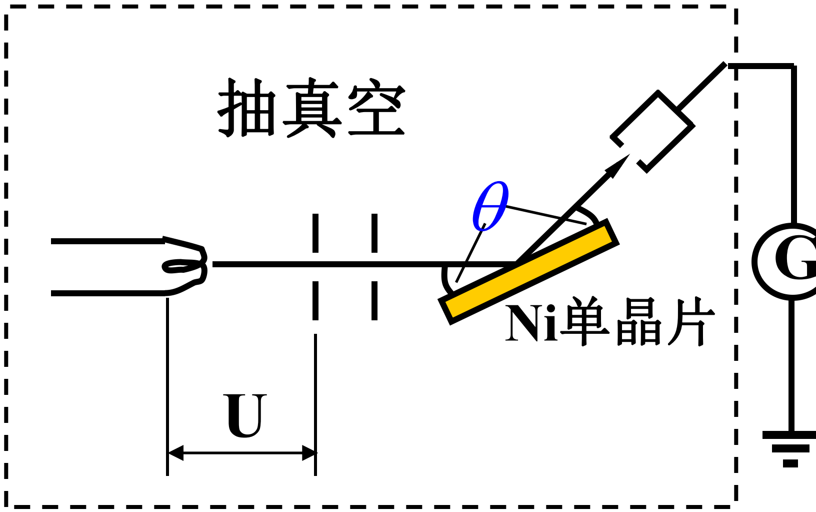
爱因斯坦对此论文高度评价为：

“他揭开了自然界舞台上巨大帷幕的一角！”

经爱因斯坦的推荐，物质波理论受到了关注，物理学家们纷纷做起了电子衍射实验。

实验证实了他的想法，为此他获得了1929年的诺贝尔物理学奖。

1. 戴维逊—革末实验（1927年）



$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 eU}}$$

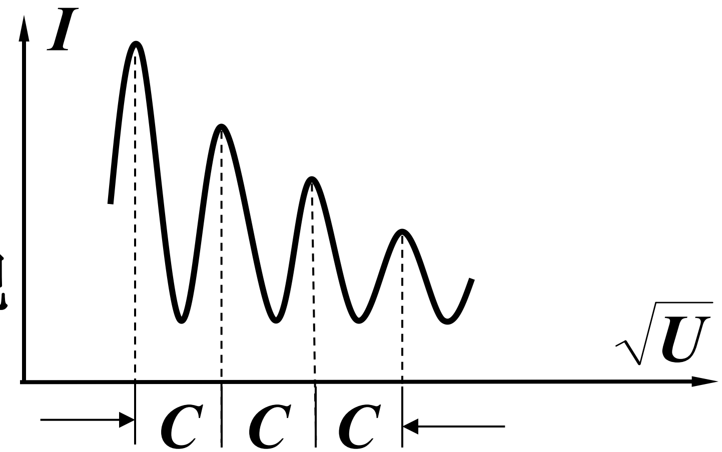
当满足$2d\sin\theta = k\lambda$

（k = 1，2，3…）时，

可观察到 I 的极大。

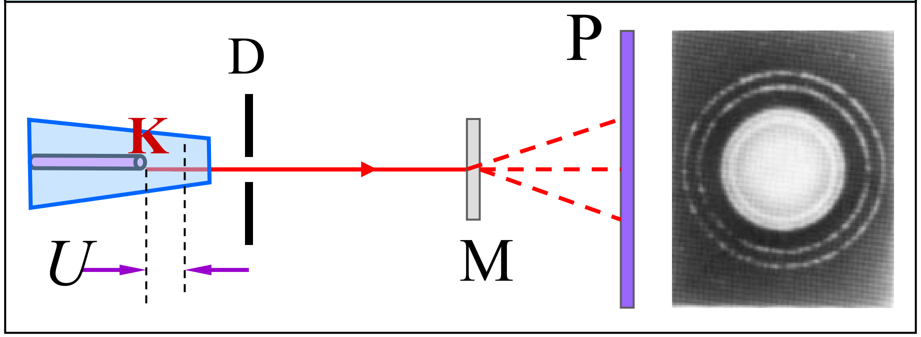
$$\sqrt{U} = \frac{k \cdot h}{2d\sin\theta\sqrt{2em_0}} = k \cdot C$$

即当 $\sqrt{U} = C$，2C，3C…时，可观察到电流 I 的极大（即衍射极大）。



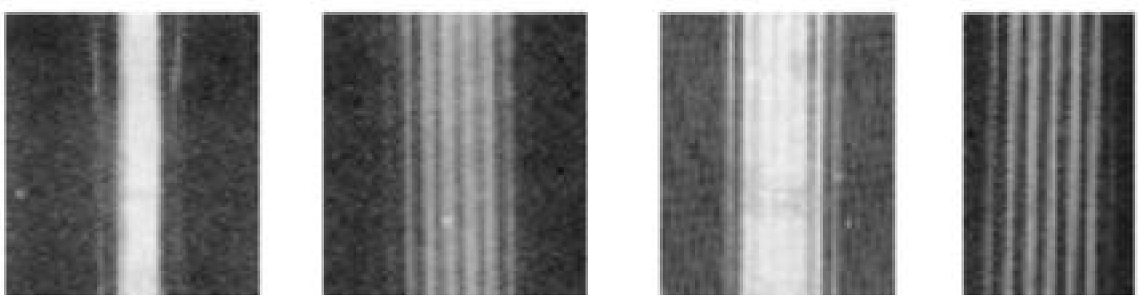
2. G.P.汤姆逊（1927年）

电子束透过多晶铝箔的衍射



3. 琼森(Jonsson)实验（1961）

大量电子的单、双、三、四缝衍射实验



基本数据　$a = 0.3\mu\,\mathrm{m}$　$d = 1\mu\,\mathrm{m}$

$V = 50\,\mathrm{kV}$　$\lambda = 5.0\times 10^{-3}\,nm$

后来实验又验证了：质子、中子和原子、分子等实物粒子都具有波动性，并都满足德布洛意关系。

一切实物粒子都具有波动性

一颗子弹、一个足球有没有波动性呢？

估算：质量$\boldsymbol{m}$ = **0.01kg**，速度 v=**300m/s**的子弹的德布罗意波长为

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6.63\times10^{-34}}{0.01\times300} = 2.21\times10^{-34}\ \mathrm{m}$$

波长小到实验难以测量的程度(足球也如此)，它们只表现出粒子性，并不是说没有波动性。

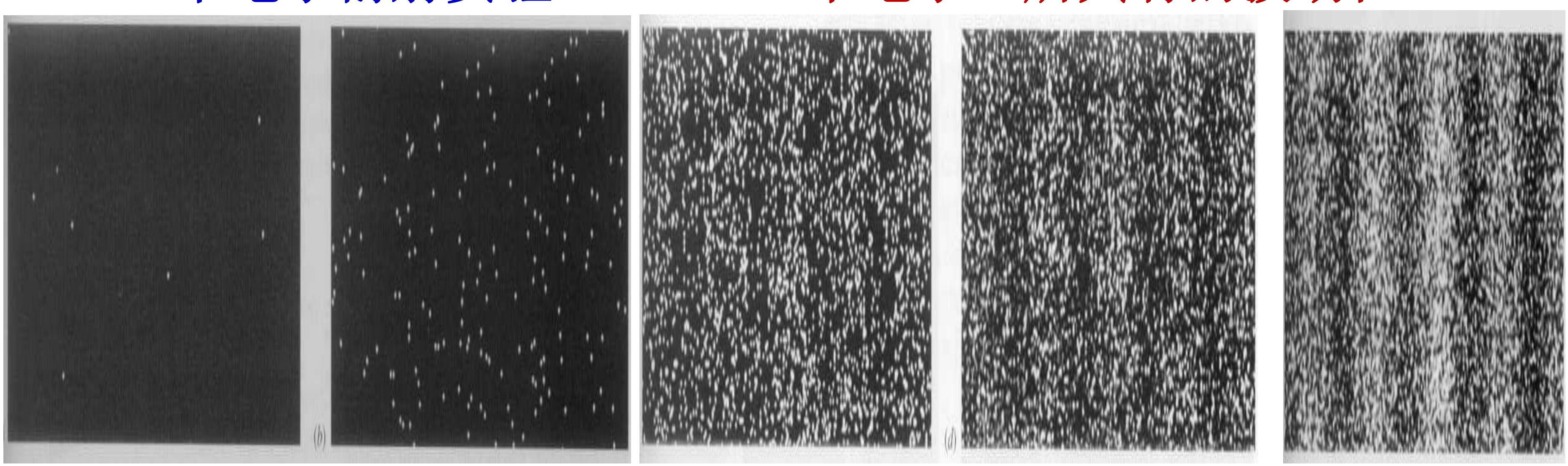
二、德布罗意波的统计解释

经典粒子：不被分割的整体，有确定位置和运动轨道.

经典的波：某种实际的物理量的空间分布作周期性的变化，波具有相干叠加性.

波粒二象性：要求将波和粒子两种对立的属性统一到同一物体上.

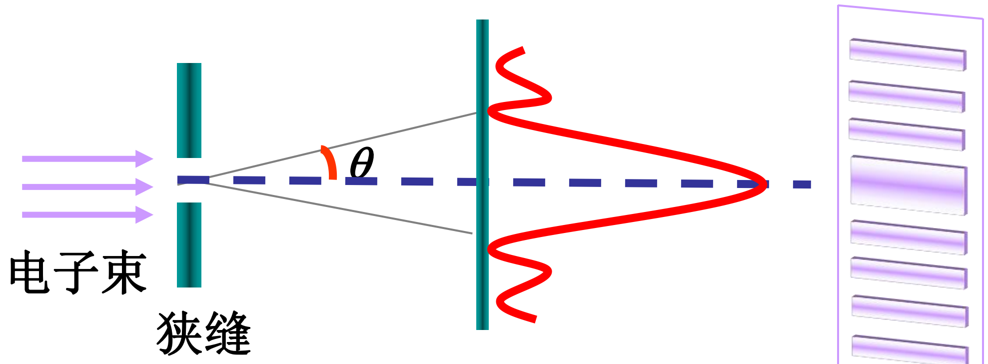
单电子衍射实验：　“一个电子”所具有的波动性



7个电子　100个电子　3000个电子　20000个电子　70000个电子

1 从粒子性方面解释

单个粒子在何处出现具有偶然性；大量粒子在某处出现的多少具有规律性. 粒子在各处出现的概率不同.



电子的单缝衍射

2 从波动性方面解释

电子密集处，波的强度大；电子稀疏处，波的强度小.

3 结论(统计解释)

在某处德布罗意波的强度与粒子在该处附近出现的概率成正比 .

1926 年玻恩提出，德布罗意波为概率波.

*正确理解微观粒子的波粒二象性

1) 粒子性

- 整体性
- 不是经典的粒子 没有“轨道”概念

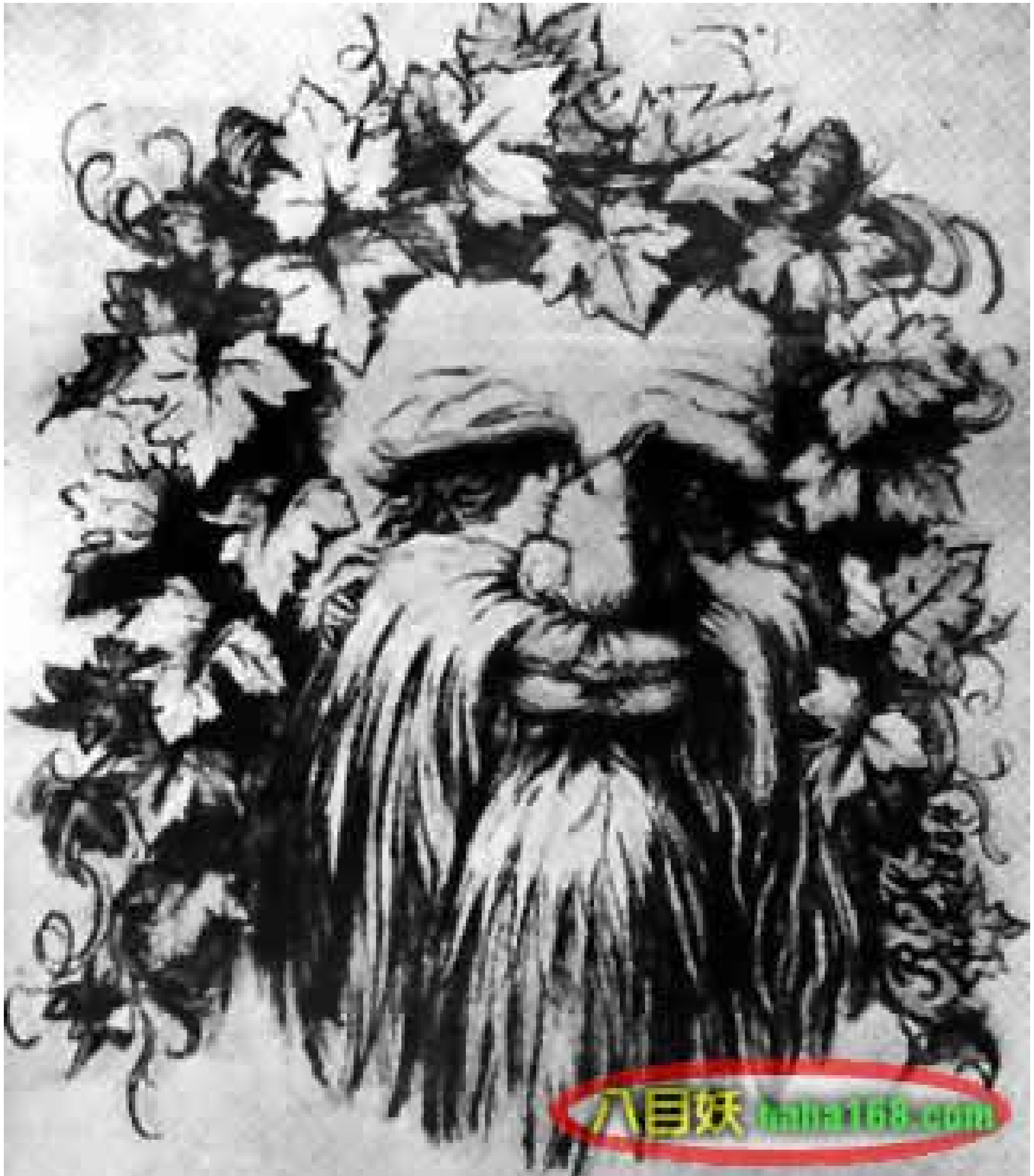
2) 波动性

- “可叠加性”有“干涉”“衍射”现象
- 不是经典的波 不代表实在物理量的波动

微观“粒子”在某些条件下表现出粒子性，在另一些条件下表现出波动性，而两种性质虽寓于同一体中，却不能同时表现出来。

两种图像不会同时出现在你的视觉中

你能看到的是老人还是情侣？



你看到的是爱因斯坦吗？