

# 应用随机过程

排队系统案例分析

授课教师：赵毅

哈尔滨工业大学（深圳）理学院





# 随机过程中的排队现象

2

## 高速公路收费站





# 随机过程中的排队现象

3

## 购票大厅

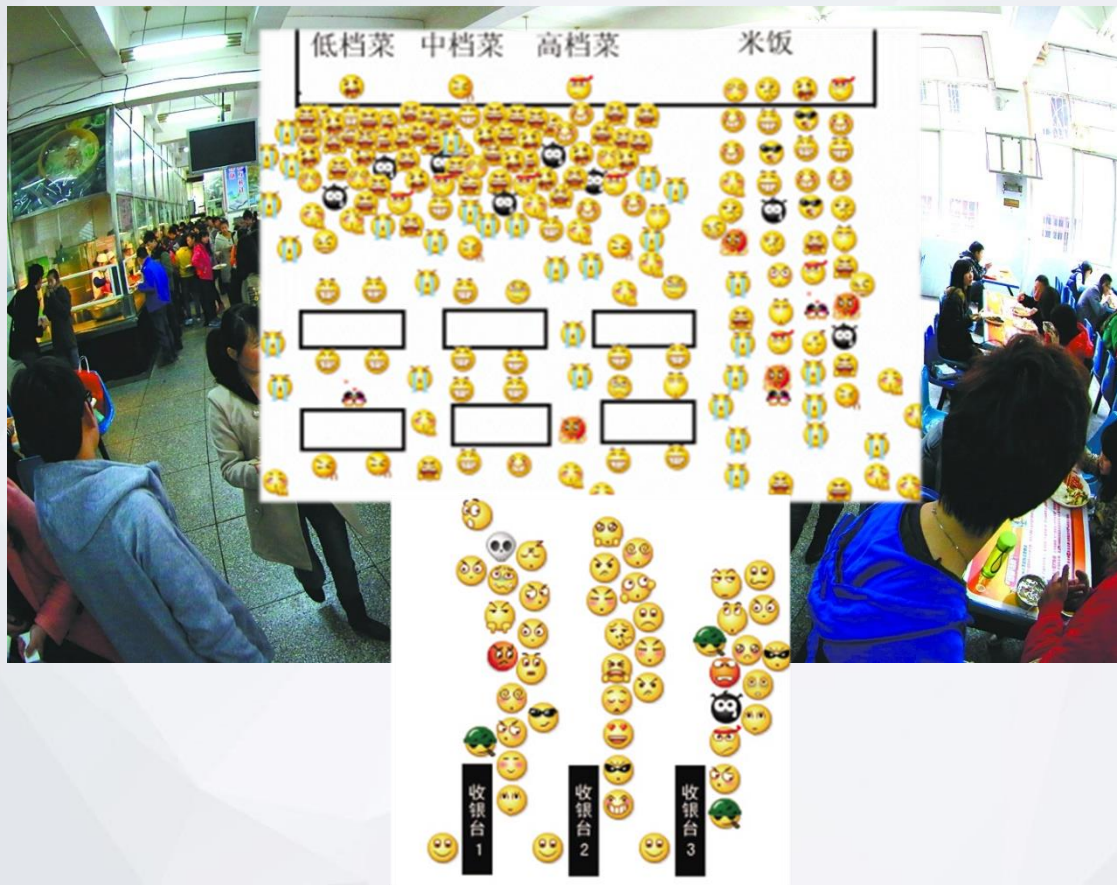






# 随机过程中的大学食堂

4





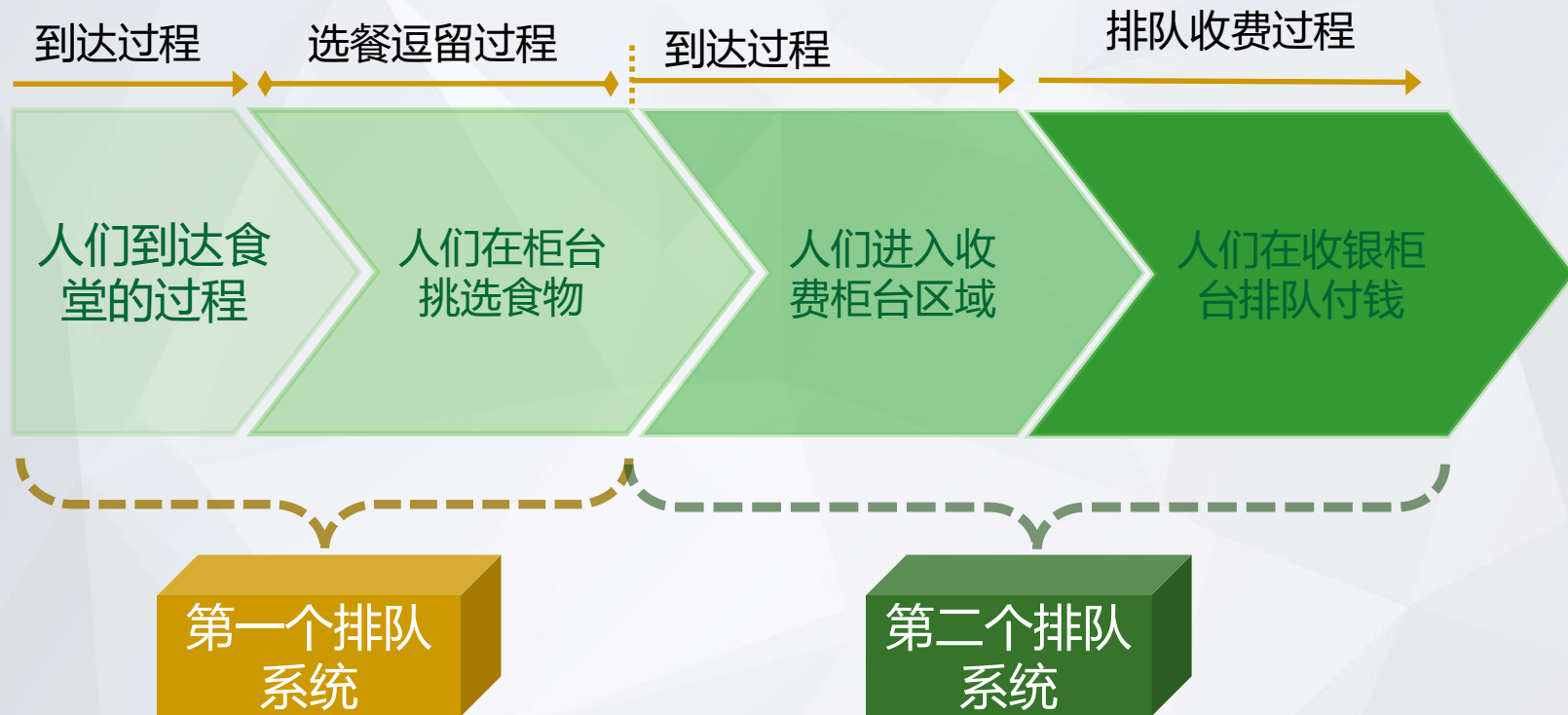
**背景：**荔园食堂为大学城学生提供自助用餐服务。来食堂用餐的人数服从均匀泊松分布，平均每分钟有两个人到来。每个人选菜逗留时间平均为八分钟，服从Erlang分布。学生选菜结束后排成一队进行结账，有三个收银员为他们服务。一旦有收银员空闲，队列最前面的学生可到该收银台结账。每个收银员服务一位学生的时间平均为半分钟，近似服从指数分布。假设每个收银员的服务时间相互独立，并且与学生到达结账队列的过程无关。

**任务：**分析在荔园食堂用餐的排队付费队列的概率分布，以及平均等待人数。



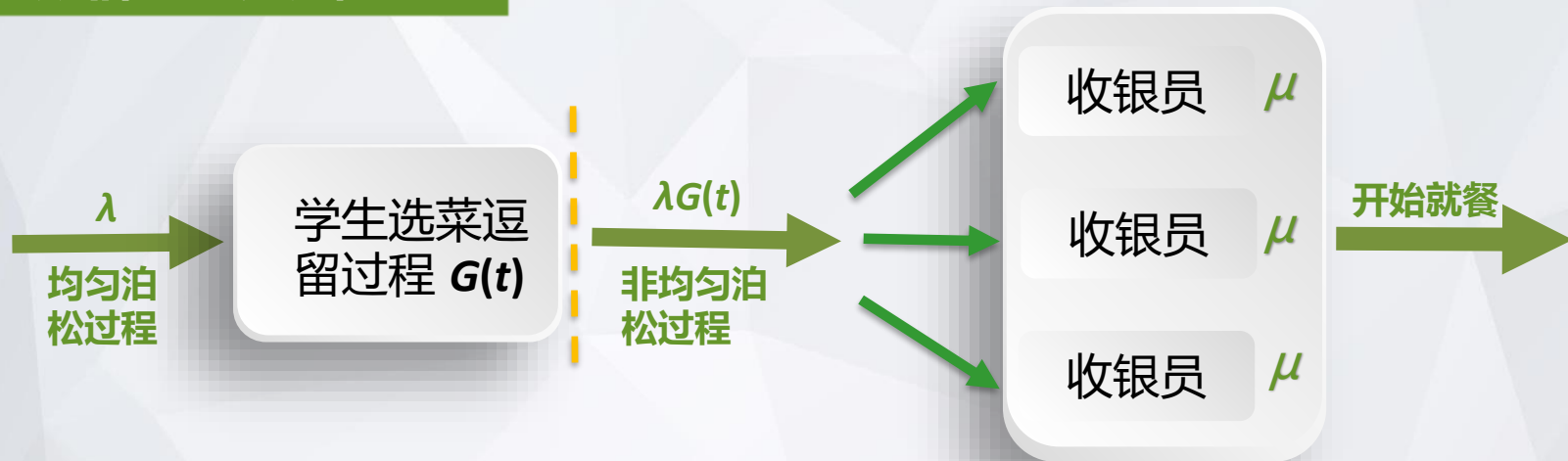
# 案例建模分析

6



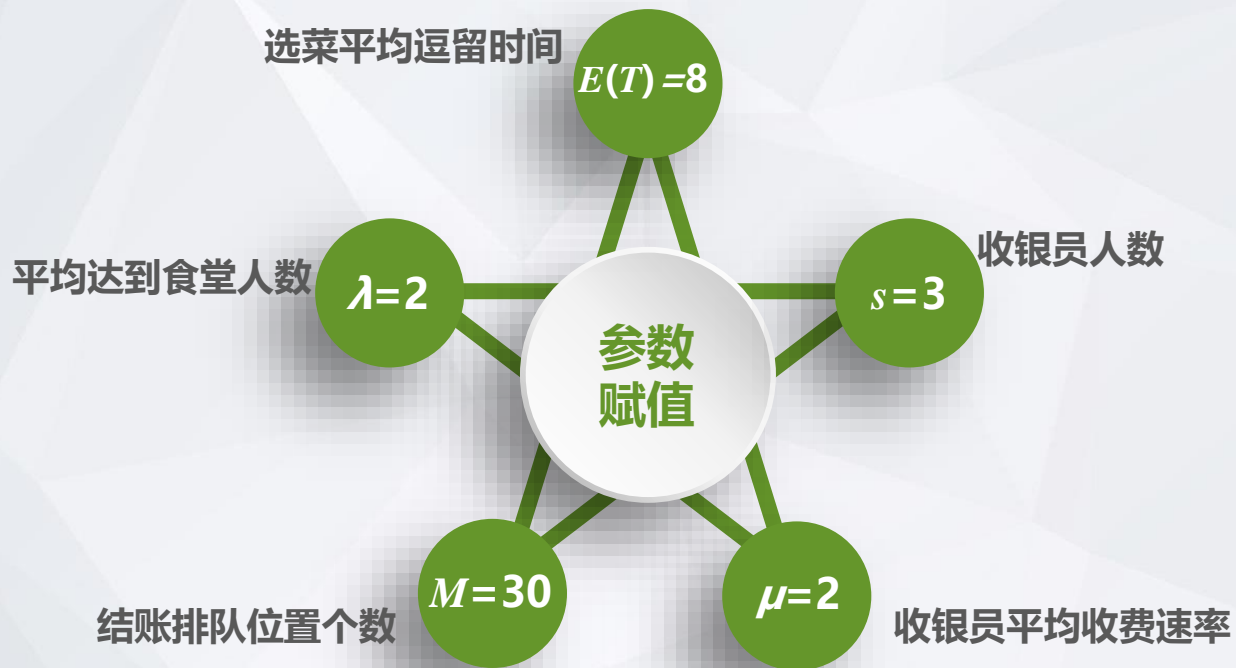


## 双排队系统流程示例







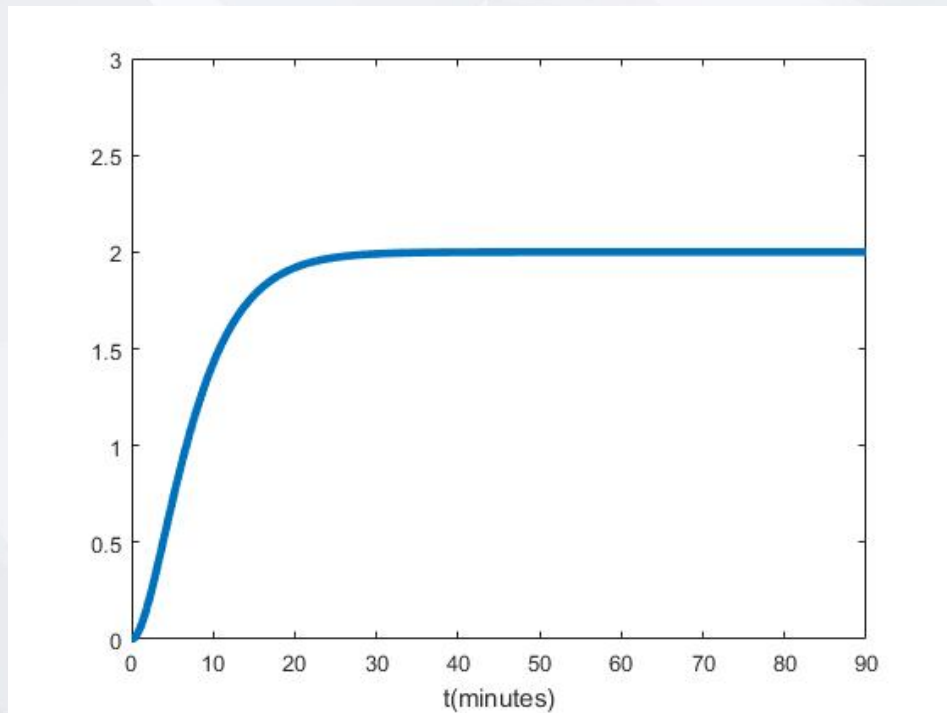




# 参数分析

10

- $T$ 为每位学生选菜逗留时间, 服从二阶 Erlang 分布  $G(t)=1-e^{-0.25t}(1+0.25t)$
- 进入收银排队的到达过程为非均匀泊松过程,  $\lambda(t)=2(1-e^{-0.25t}(1+0.25t))$



近似均匀泊松到达过程





# 排队人数的概率分布建模

11

- 进入收银排队的人数可用微分方程描述，写成矩阵形式  
( $s = 3$ )

$$\begin{bmatrix} P_0'(t) \\ P_1'(t) \\ P_2'(t) \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda(t) & \mu & & & \\ \lambda(t) & -(\lambda(t) + \mu) & 2\mu & & \\ & \lambda(t) & -(\lambda(t) + 2\mu) & 3\mu & \\ & & \lambda(t) & -(\lambda(t) + 3\mu) & \ddots \\ & & & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0(t) \\ P_1(t) \\ P_2(t) \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}$$

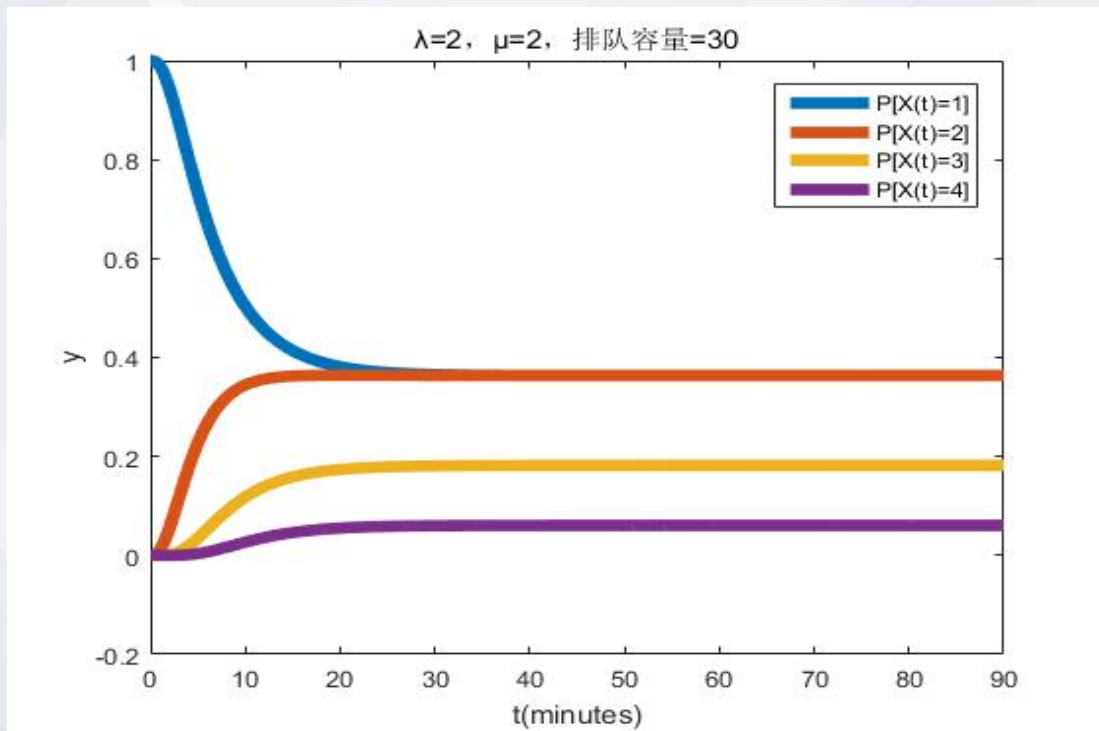
$$\mathbf{P}'(t) =$$

$$\mathbf{Q}(t)$$

$$\mathbf{P}(t)$$



$$s=3 \quad \lambda=2 \quad \mu=2$$



备注：为了清楚显示结果的方便，两图未显示其余人数状态对应的概率曲线。



**收费队列不会出现拥堵，队列相对拥堵概率比较低**

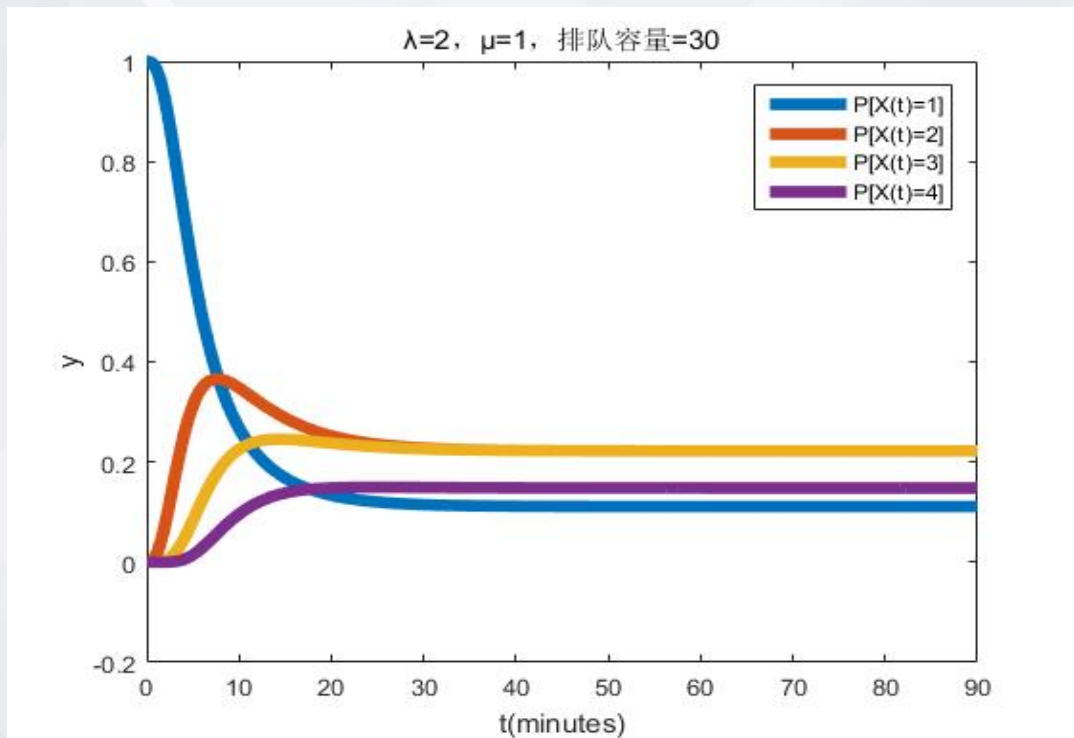
**该排队系统大概经过约25分钟进入稳定状态**

**若收银员不熟练，收费时间变长，情况有会出现什么变化？**





$$s=3 \quad \lambda=2 \quad \mu=1$$



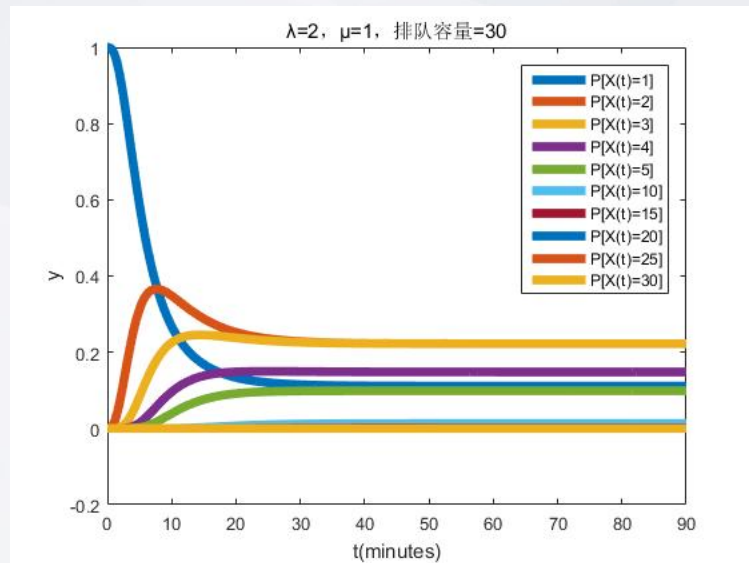
备注：为了清楚显示结果的方便，两图未显示其余人数状态对应的概率曲线。



# 思考问题

15

● 若仅有两个收银员提供收银服务，分析此情况下食堂收费“排队”系统



谢 谢 听 课

授课教师

赵毅