第七章 恒定磁场

——稳恒电流激发的磁场

§1 电流与电动势

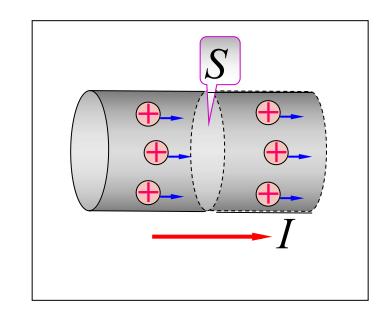
一、电流

单位时间内通过截面5的电量。

$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

电流单位: A(安培)

$$1A = 10^3 \text{mA} = 10^6 \mu \text{A}$$

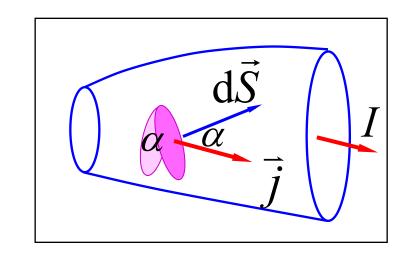


二、电流密度

——单位时间内过该点附近垂直于正电荷运动方向的单位 面积的电荷。电流密度矢量沿正电荷运动方向。

$$j = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_{\perp}} = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S\cos\alpha}$$

$$dI = jdS \cos \alpha = \vec{j} \cdot d\vec{S}$$



$$I = \iint_{S} \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

三、稳恒电流

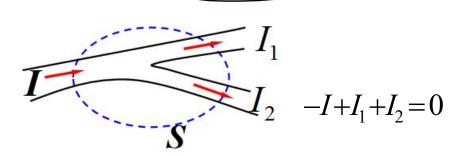
导体中电流分布恒定,不随时间而变化,即导体内各处的电流密度大小方向不变。

单位时间内通过闭合曲面向外流出的电荷,等于此时间内闭合曲面里电荷的减少量。

若闭合曲面S内的电荷不随时间而变化,有

$$\frac{\mathrm{d}Q_i}{\mathrm{d}t} = 0$$

恒定电流:
$$\iint_{S} \vec{j} \cdot d\vec{S} = \frac{dQ_{i}}{dt} = 0$$



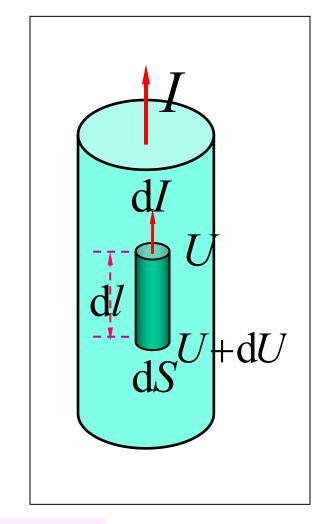
♣ 在稳恒电流情况下,导体中电荷分布不随时间变化,形成稳恒电场。

四、欧姆定律

电阻:
$$R = \rho \frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}S}$$
 ρ 电阻率

$$dI = \frac{dU}{R} \qquad dI = \frac{1}{\rho} \frac{dU}{dl} dS$$

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S} = \frac{1}{\rho} \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}l} = \frac{1}{\rho}E = \sigma E \quad \sigma$$
电导率



$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

——欧姆定律的微分形式

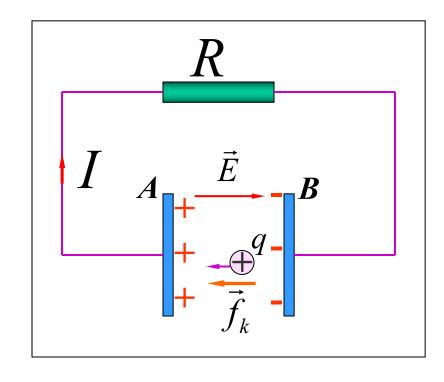
——任一点的电流密度与电场强度方向相同,大小成正比。

五、电源电动势

电源: 提供非静电力的装置。

非静电力:能不断分离正负电荷,并使正电荷逆静电场方向运动。

 \vec{f}_k ——非静电力,维持回路中 具有稳定的电流。



非静电力驱动电荷 q 由 B 极板运动到 A 极板所做的功:

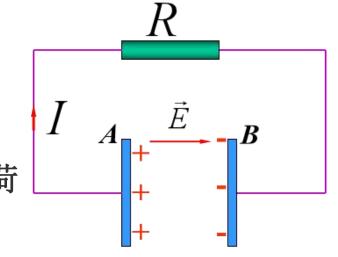
$$A_{BA} = \int_{R}^{A} \vec{f}_{k} \cdot d\vec{l}$$

定义:非静电场场强 \vec{E}_k 为单位正电荷所受的非静电力。

即:
$$\vec{E}_k = \frac{\vec{f}_k}{a}$$
 或: $\vec{f}_k = q\vec{E}_k$

$$A_{BA} = q \int_{B}^{A} \vec{E}_{k} \cdot d\vec{l}$$

定义: 电动势为非静电力驱动单位正电荷由 B 极板运动到 A 极板所做的功。

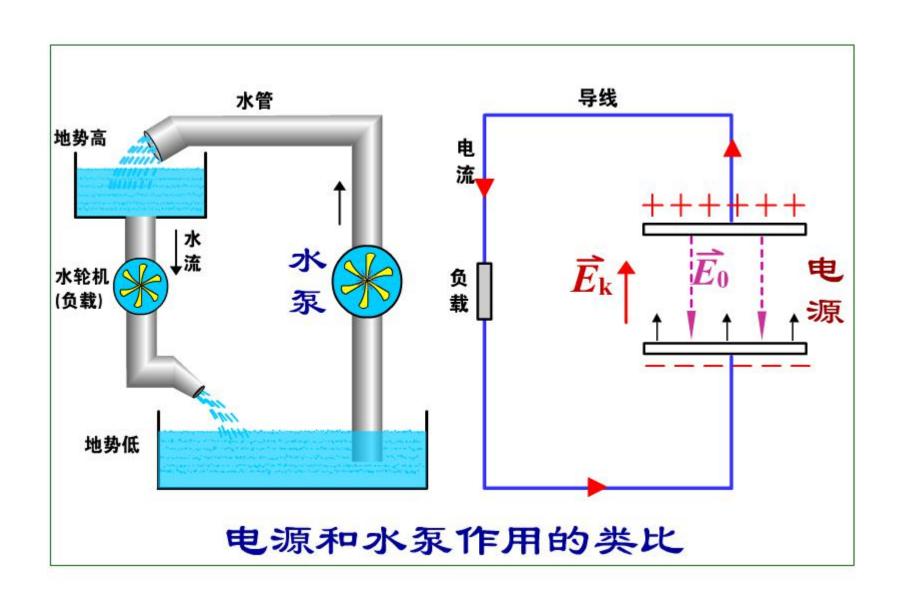


即:
$$\mathscr{E}=rac{A_{BA}}{q}$$

$$\mathcal{E} = \frac{A_{BA}}{q} = \frac{q \int_{B}^{A} \vec{E}_{k} \cdot d\vec{l}}{q} = \int_{B}^{A} \vec{E}_{k} \cdot d\vec{l}$$

♣ 对于闭合回路, 电动势的定义式为单位正电荷绕闭合回路 运动一周, 非静电力所做的功。

$$\mathscr{E} = \oint_{l} \vec{E}_{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{d}\vec{l}$$



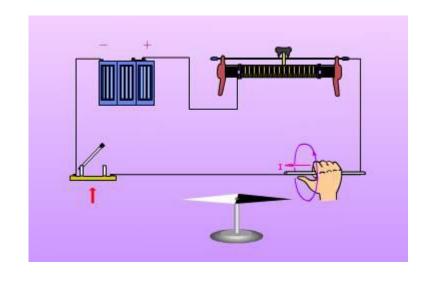
§ 2 磁场 磁感应强度

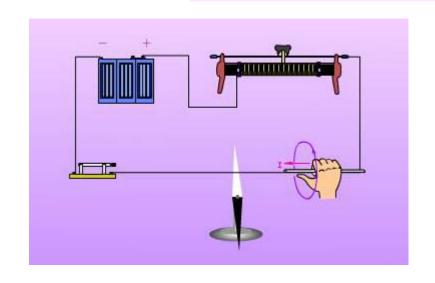
一、电磁相互作用

1. 奥斯特实验(1820年)——电流激发磁场 丹麦物理学家。1794年考入哥本哈根大学, 1799年获博士学位。1806年起任哥本哈根 大学物理学教授。1820年因电流磁效应这 一杰出发现获英国皇家学会科普利奖章。 1829年起任哥本哈根工学院院长。



奥斯特 Hans Christian Oersted 1777~1851





2. 安培实验(1820年)

法国物理学家,在电磁作用方面的研究成就卓著,对数学和化学也有贡献。电流的 国际单位安培即以其姓氏命名。

安培最主要的成就是1820-1827年对电磁作用的研究。他研究了两根载流导线存在相互影响,相同方向的平行电流彼此相吸,相反方向的平行电流彼此相斥。



安德烈·玛丽·安培 André-Marie Ampère 1775—1836

电流元
$$\vec{r}_{12} / I_2 d\vec{l}_2$$

$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_2 d\vec{l}_2 \times \left(I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{12}\right)}{r_{12}^3}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \,\mathrm{N} \cdot \mathrm{A}^{-2}$$
 — 真空磁导率。

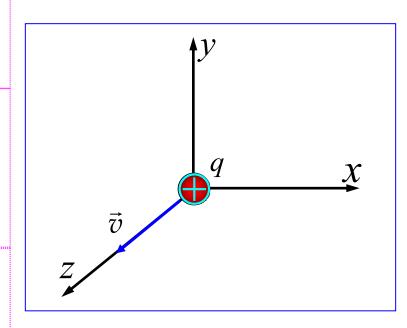
二、磁场



三、磁感强度矢量 🛭 的定义

带电粒子在磁场中运动受到力的作用——

- ♣ 实验发现带电粒子在磁场中沿某
 一特定直线方向运动时不受力;
- # 带电粒子在磁场中沿其他方向运动时, \vec{F} 垂直于 \vec{v} 与某特定方向所组成的平面;
- 当带电粒子在磁场中垂直于此 特定方向运动时受力最大;



$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{max}} = \vec{F}_{\text{l}}$$
 $F_{\text{max}} \propto qv$

 $F_{\text{max}}/(qv)$ 大小与q,v 无关。

磁感强度 \vec{B} 的定义:

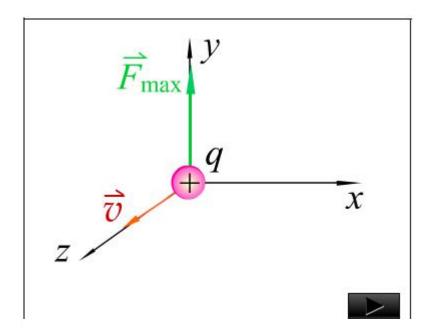
当正电荷垂直于特定方向运动时, 受力 \vec{F}_{max} ,将 $\vec{F}_{max} \times \vec{v}$ 方向定义为 该点 \vec{B} 的方向。

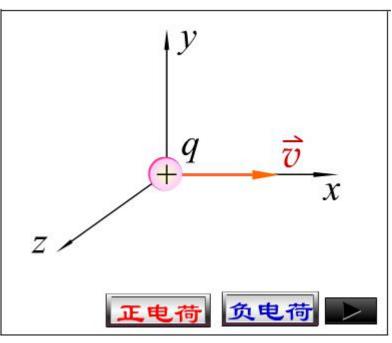
磁感强度大小
$$B = \frac{F_{\text{max}}}{qv}$$

单位: 特斯拉(T) $1T = 1N \cdot A^{-1} \cdot m^{-1}$

运动电荷在磁场中受力:

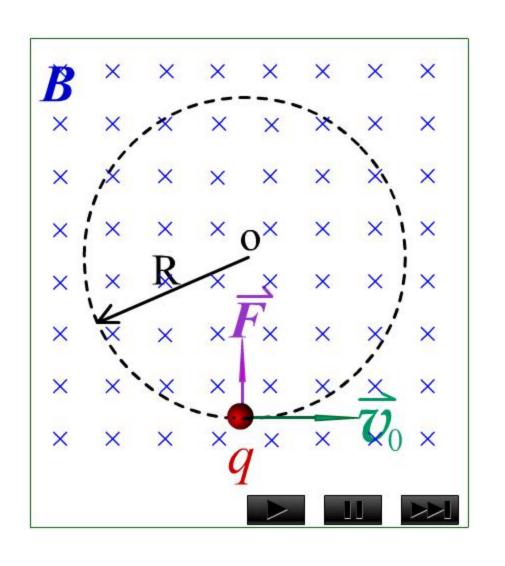
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$
 ——洛仑兹力





回顾: 带电粒子在磁场中的运动

回旋半径和回旋频率



$$qv_0 B = m \frac{v_0^2}{R}$$

$$R = \frac{mv_0}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi m}{qB}$$

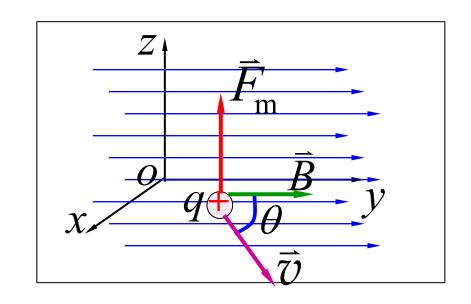
$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$$

回顾: 带电粒子在电场和磁场中的运动

电场力 $\vec{F}_{\rm e} = q\vec{E}$

磁场力(洛仑兹力)

$$\vec{F}_{\rm m} = q\vec{v} \times \vec{B}$$



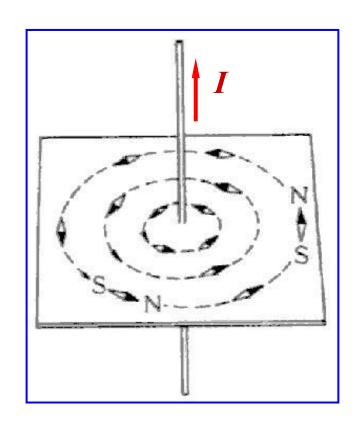
运动电荷在电 场和磁场中受的力

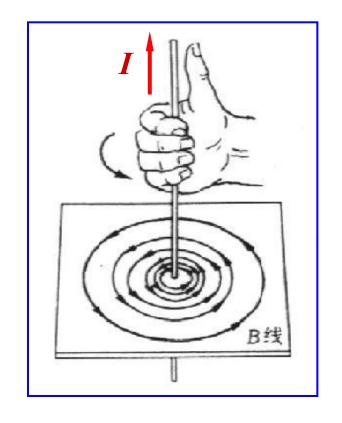
$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

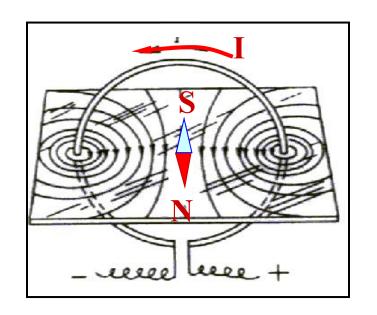
四、磁场的高斯定理

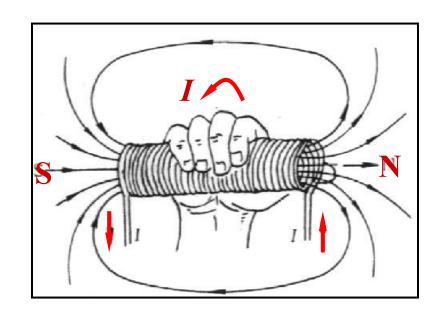
1. 磁感应线

规定: 曲线上每一点的切线方向表示该点的磁感强度的方向, 曲线的疏密程度表示该点的磁感强度的大小。

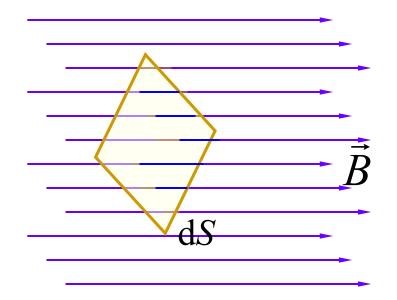




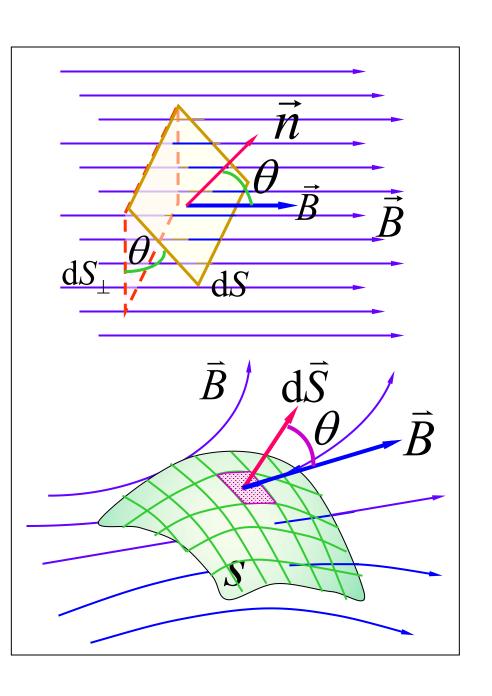




2. 磁通量 磁场的高斯定理



磁通量:通过某一曲面的磁感 应线数为通过此曲面的磁通量。 用 Φ_m 表示。



$$\begin{split} \mathrm{d}\vec{S} &= \mathrm{d}S\vec{n} \\ \mathrm{d}S_{\perp} &= \mathrm{d}S\cos\theta \\ \mathrm{d}\Phi_{m} &= B\mathrm{d}S_{\perp} = B\mathrm{d}S\cos\theta \\ \mathrm{d}\Phi_{m} &= \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} \end{split}$$

$$\Phi_m = \int_{(S)} d\Phi_m = \int_{(S)} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

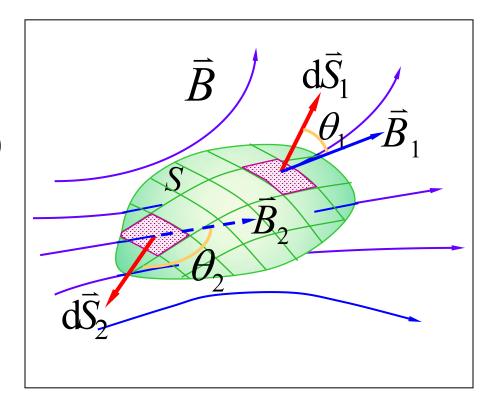
单位: 韦伯(Wb)

 $1Wb = 1T \times 1m^2$

$$\Phi_{in} = \int d\Phi_2 = \int \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}_2 < 0$$

$$\Phi_{out} = \int d\Phi_1 = \int \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_1 > 0$$

进入闭合曲面 *S* 的磁场线根数 (磁通量)和流出闭合曲面 *S* 的磁场线根数相等。



$$\Phi_{in} + \Phi_{out} = 0 = \oint_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

磁场高斯定理: 通过任意闭合曲面的磁通量必等于零。

(磁场是无源场)