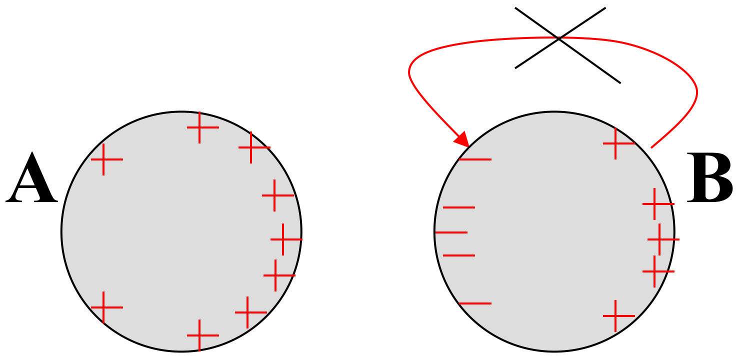
讨论：　下面这些说法对不对？

◆ “B 球上正电荷处电势高, 负电荷处电势低。正电荷发出的电力线，可以指向它的负电荷”

答：不对！

因为静电平衡状态下，导体是等势体。



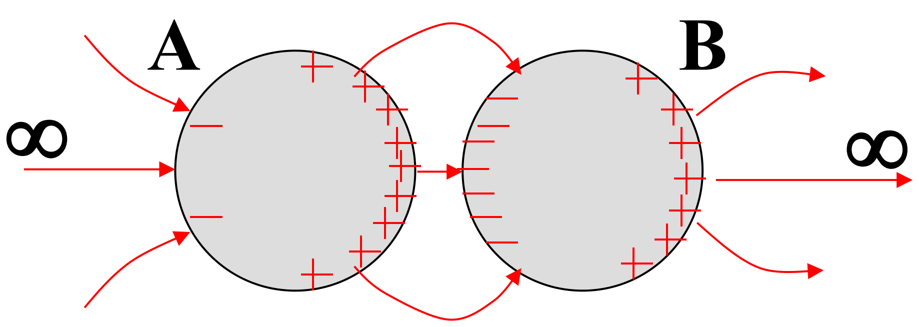
◆ “两球再靠近,再靠近，A球左侧也会出现负电荷”

答：不对！

$\phi_A > \phi_B$

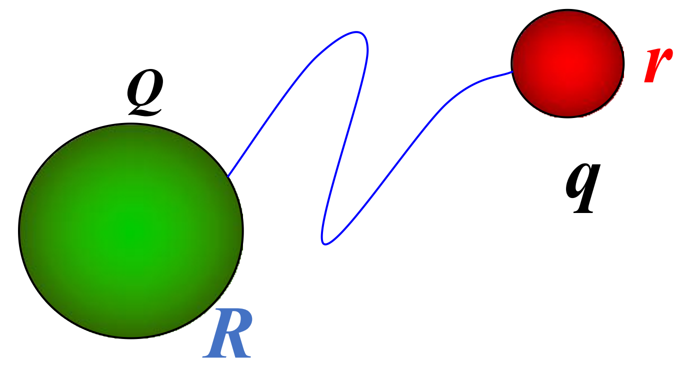
$\phi_B > \phi_\infty$

$\phi_\infty > \phi_A$　不可能！



表面场强 vs 曲率半径

使这个导体组带电，电势为*V*，求表面电荷面密度与曲率的关系。



$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \Rightarrow \frac{Q}{q}=\frac{R}{r}$$

$$\sigma_R=\frac{Q}{4\pi R^2},\ \sigma_r=\frac{q}{4\pi r^2} \qquad \sigma_R/\sigma_r=\frac{r}{R}$$

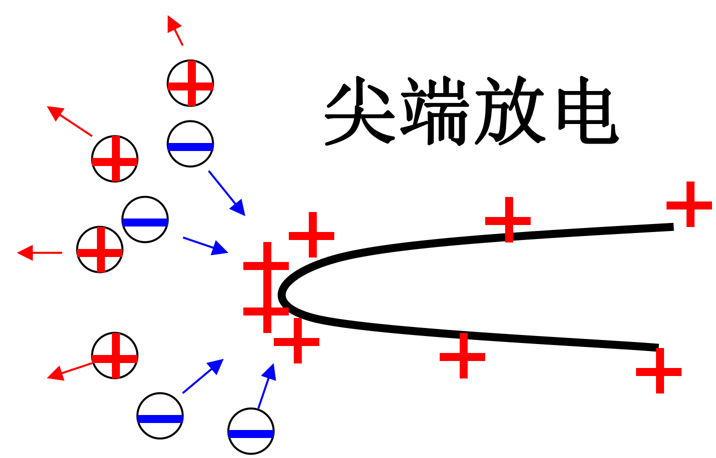
孤立导体表面各处的面电荷密度与各处表面的曲率有关，曲率越大的地方，面电荷密度也越大。

“尖端放电”及其应用

（高压设备的电极）

（高压输电线）

（避雷针）



有导体存在时静电场的分析与计算

基本依据:

(1)利用静电平衡条件

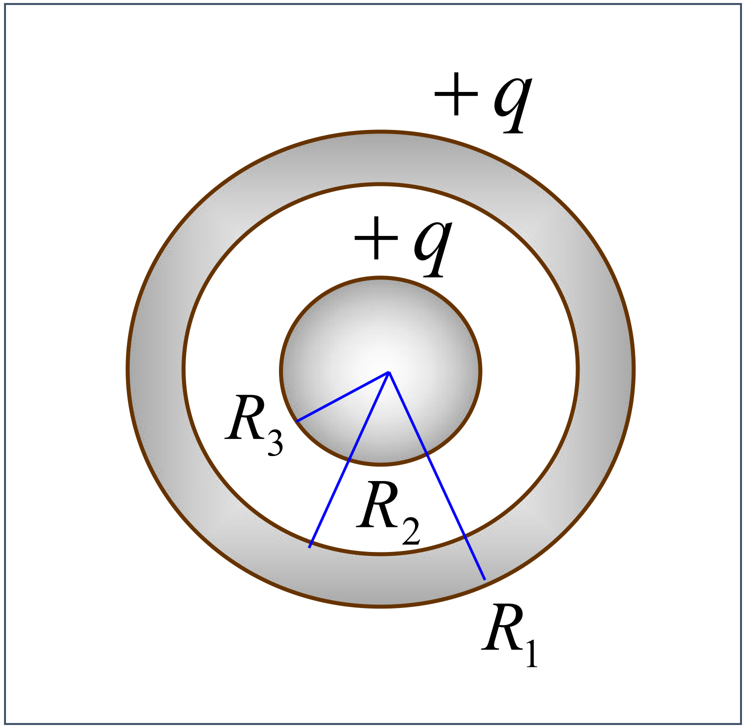
(2)利用电荷守恒

(3)利用高斯定理

(4)利用环路定理

（电势、电场线的概念）

例 有一外半径R_1=10 cm，内半径R_2=7 cm的金属球壳，在球壳中放一半径R_3=5 cm的同心金属球，若使球壳和球均带有q=10^{-8} C的正电荷，**问**两球体上的电荷如何分布？球心电势为多少？



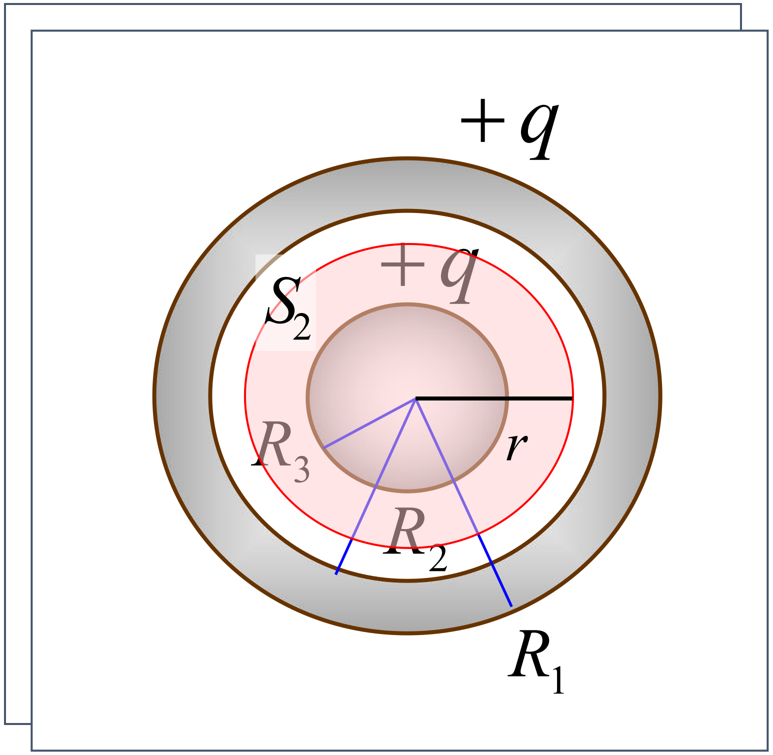
解 作球形高斯面 S_1

$$E_1 = 0 \quad (r < R_3)$$

作球形高斯面 S_2

$$\oint_{S_2} \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (R_3 < r < R_2)$$



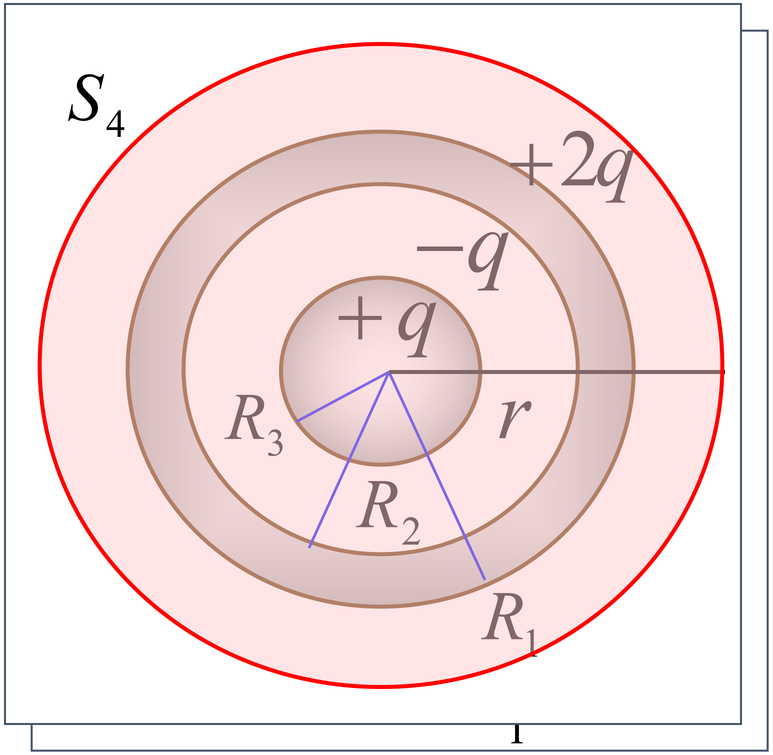
球体上的电荷分布如图（球壳内表面带$-q$，外表面带$+2q$）

$$\oint_{S_3} \vec{E}_3 \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

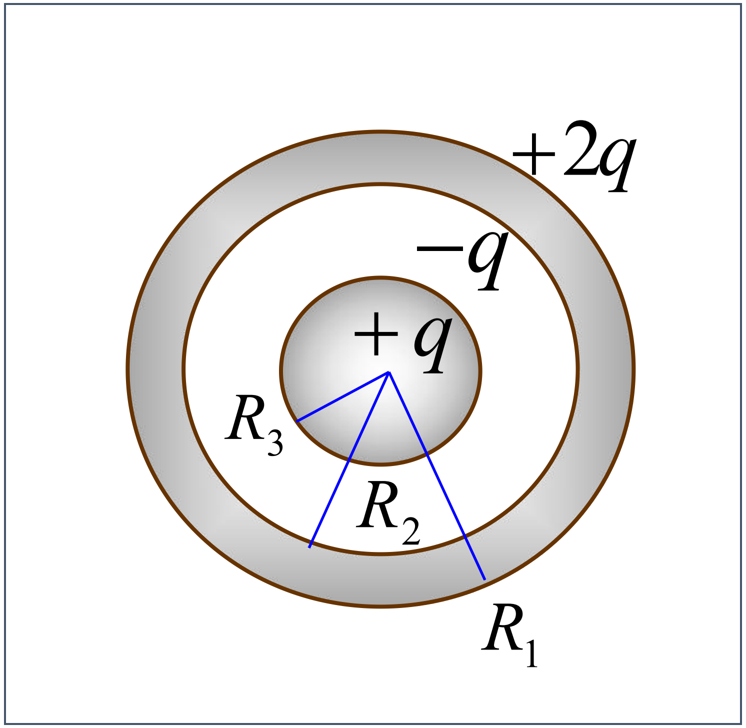
$$\therefore E_3 = 0 \quad (R_2 < r < R_1)$$

$$\oint_{S_4} \vec{E}_4 \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{2q}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E_4 = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (r > R_1)$$



$$\begin{cases} E_1 = 0 & (r < R_3) \\ E_2 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (R_3 < r < R_2) \\ E_3 = 0 & (R_2 < r < R_1) \\ E_4 = \dfrac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (r > R_1) \end{cases}$$



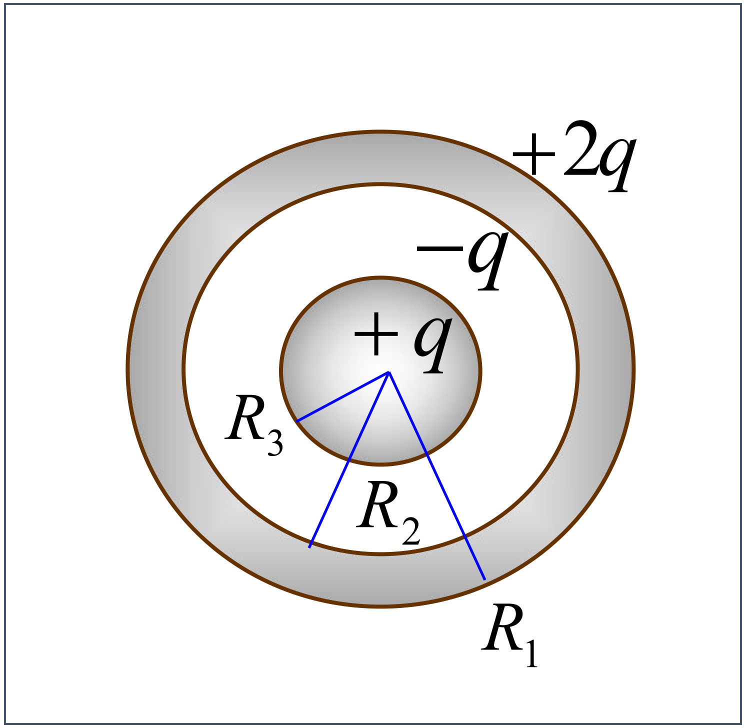
$$V_o = \int_0^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \int_0^{R_3} \vec{E}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{R_3}^{R_2} \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$+ \int_{R_2}^{R_1} \vec{E}_3 \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{R_1}^{\infty} \vec{E}_4 \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_1}\right)$$

$$= 2.31 \times 10^3\,\mathrm{V}$$



R_1=10 cm， R_2=7 cm
R_3=5 cm， q=10^{-8} C

例. 一个金属球A,带电 q_A, 同心金属球壳 B, 带电 q_B, 如图，试分析它们的电荷分布。

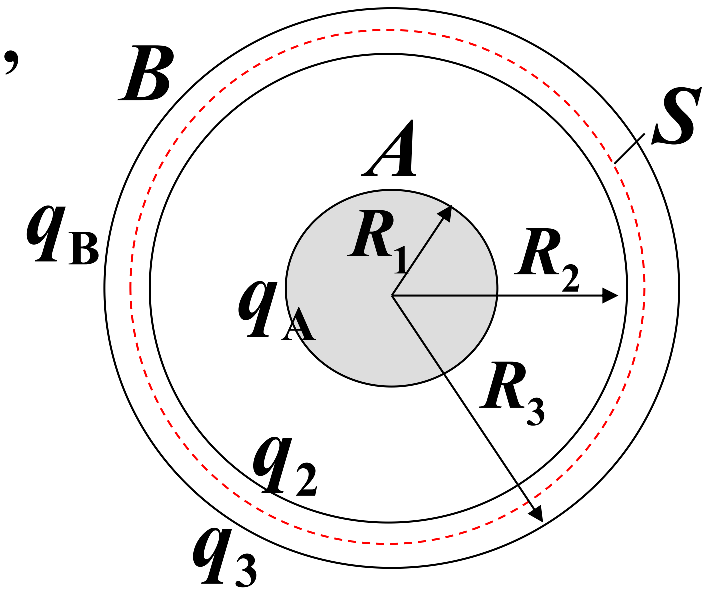
【解】 q_A在A的表面上，

q_B也在B的表面上,

设 B 的内表面为 q_2,

B 的外表面为 q_3,

作高斯面S如图。



由静电平衡条件

$$q_2 = -q_A$$

由电荷守恒

$$q_3 = q_B - q_2 = q_B + q_A$$

思考 1：你能否求出此电荷分布的静电场？

答：能。

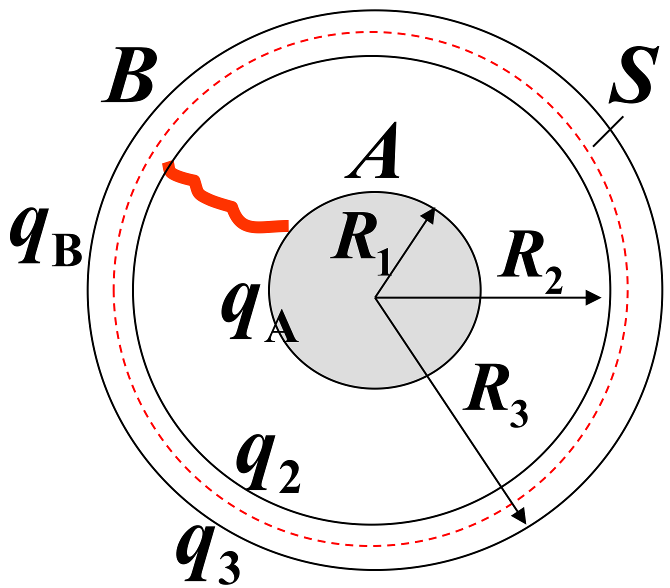
相当于三个同心的，半径分别为 R_1, R_2, R_3
均匀带电 q_A，$-q_A$，q_B+q_A 的球面的静电场。

思考 2：如果用导线

将A、B连接,

它们的电荷

如何分布？



答：A球与B球内表面的

电荷中和,

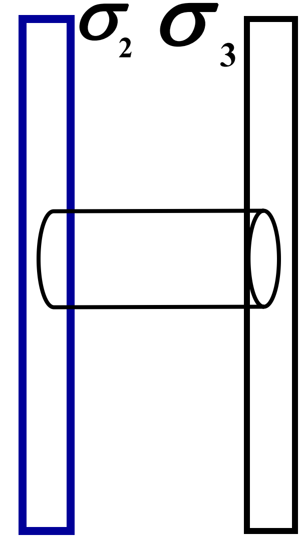
B球的外表面带电 q_B+q_A。

思考3：你能否求出此电荷分布的静电场？答：能。

例 两平行放置的无限大带电金属平板

求：两金属板两侧面电荷密度之间的关系

（不计边缘效应）



解：不计边缘效应，电荷在各表面均匀分布，设面密度分别为 $\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4$

导体体内任一点P场强为零

两板间场强垂直平板

作如图高斯面，有 $\oint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}S = 0 = \dfrac{\sigma_2\Delta S + \sigma_3\Delta S}{\varepsilon_0}$

$\longrightarrow$ $\boxed{\sigma_3 = -\sigma_2}$

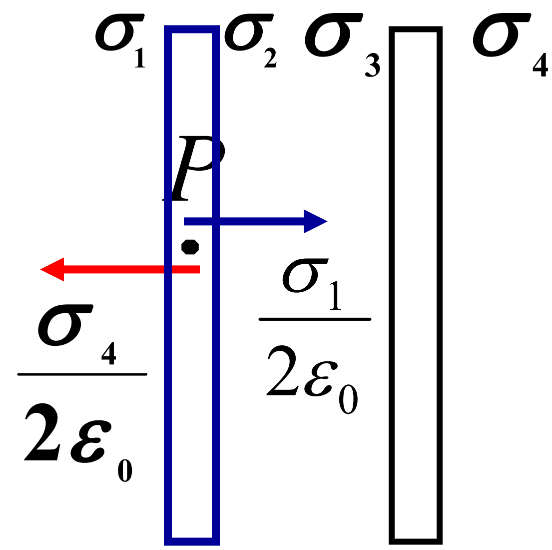
在一个金属板内任取一点P

有 $\vec{E}_{1P}+\vec{E}_{2P}+\vec{E}_{3P}+\vec{E}_{4P}=0$

又由前 $\vec{E}_{2P}+\vec{E}_{3P}=0$

故 $\dfrac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\dfrac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0$

$\Rightarrow$ $\boxed{\sigma_1=\sigma_4}$



即：无论两板各自带电量如何，要满足导体静电平衡条件，其相对内侧面带电必等量异号，外侧面带电必等量同号.

例. 已知:一均匀带电大平面A,面电荷密度为σ_0（>0），今在其旁放置一块不带电的大金属平板 B, 求:静电平衡时金属平板B上的感应电荷分布.（忽略边缘效应）

【解】 金属平板B内部无电荷。设两表面的面电荷密度为σ_1、σ_2.

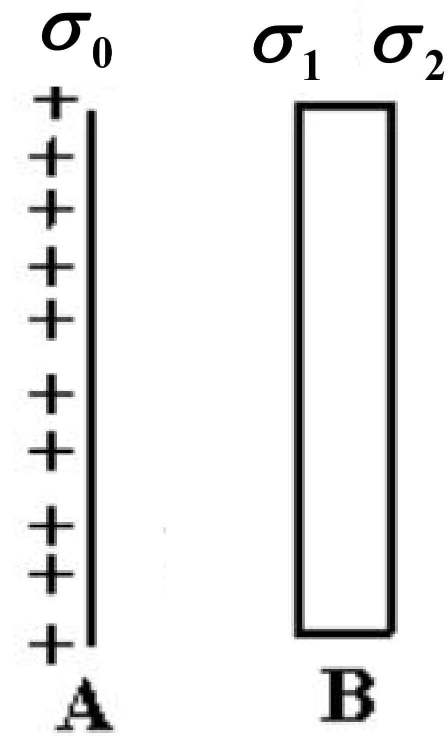
（有人说:

$\sigma_1 = -\sigma_0$

$\sigma_2 = \sigma_0$． 对不对？）

现在σ_1、σ_2 的正负未知

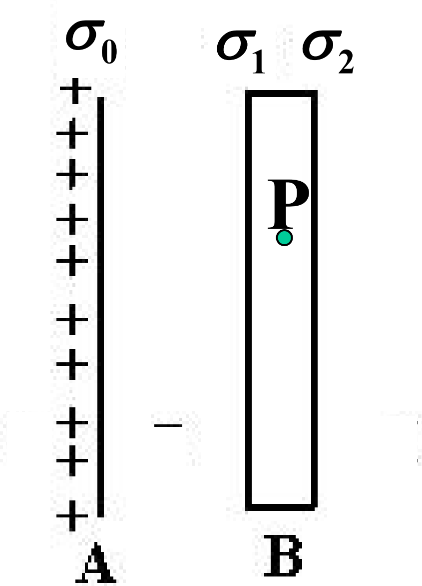
假设为代数值（可正可负）。



由电荷守恒: $\sigma_1 + \sigma_2 = 0$ (1)

由静电平衡条件:

选 B内部任意一点 P，有 $E_P = 0$



$$E_P = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = 0$$

$$\sigma_0 + \sigma_1 - \sigma_2 = 0 \qquad (2)$$

解（1）（2）的联立，得

$$\sigma_1 = -\frac{\sigma_0}{2}, \quad \sigma_2 = \frac{\sigma_0}{2}$$

讨论：空间静电场的分布如何？

大金属平板 B 内的场强为零。

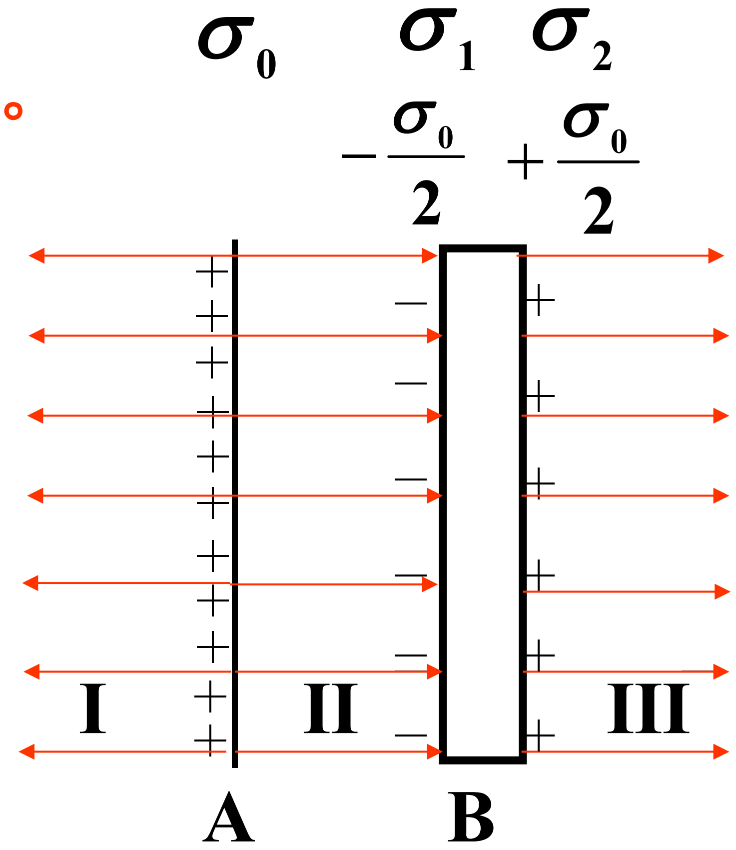
I、II、III 区的场强为

$E_{\mathrm{I}} = \sigma_0 / (2\varepsilon_0)$ （向左）

……σ_1，σ_2 的作用抵消。

$E_{\mathrm{II}} = E_{\mathrm{III}} = \sigma_0 / (2\varepsilon_0)$
（向右）

……σ_1，σ_2 的作用抵消。



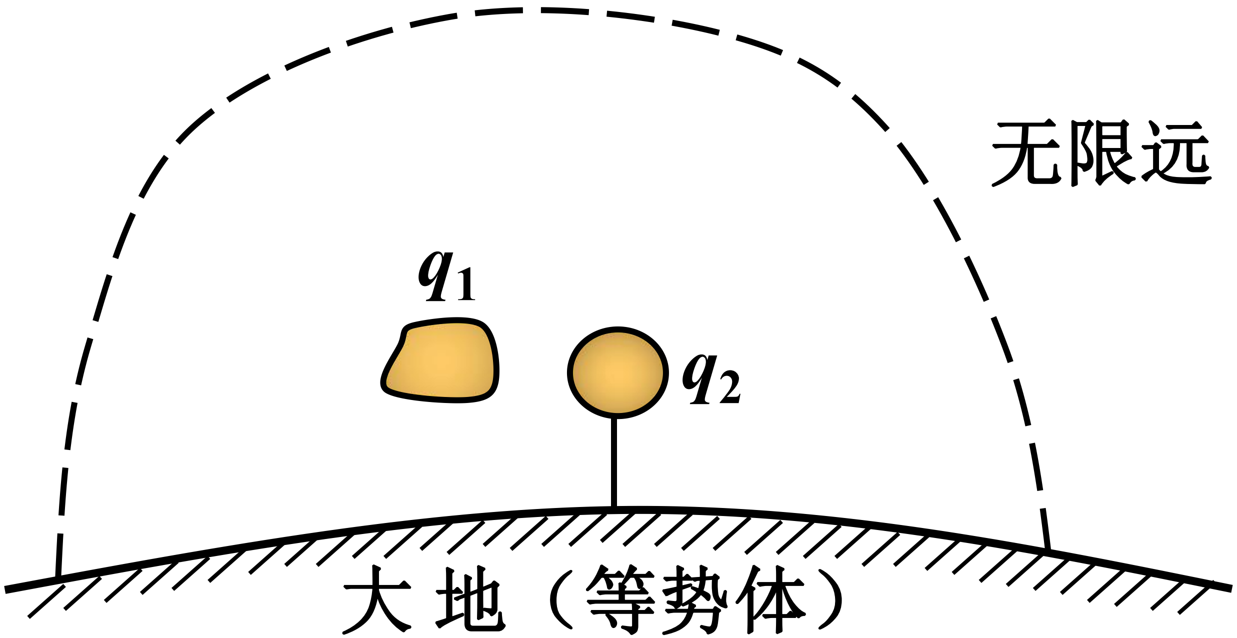
A板上有一半电荷向左、
一半电荷向右发电场线。

讨论　如果将金属平板 B 接地，情况如何？

接地的含义：

(1)提供电荷流动的通道（导体上的电量可变）

(2)导体与地等电势　$V_{导体}= V_{地}= V_{\infty}=0$

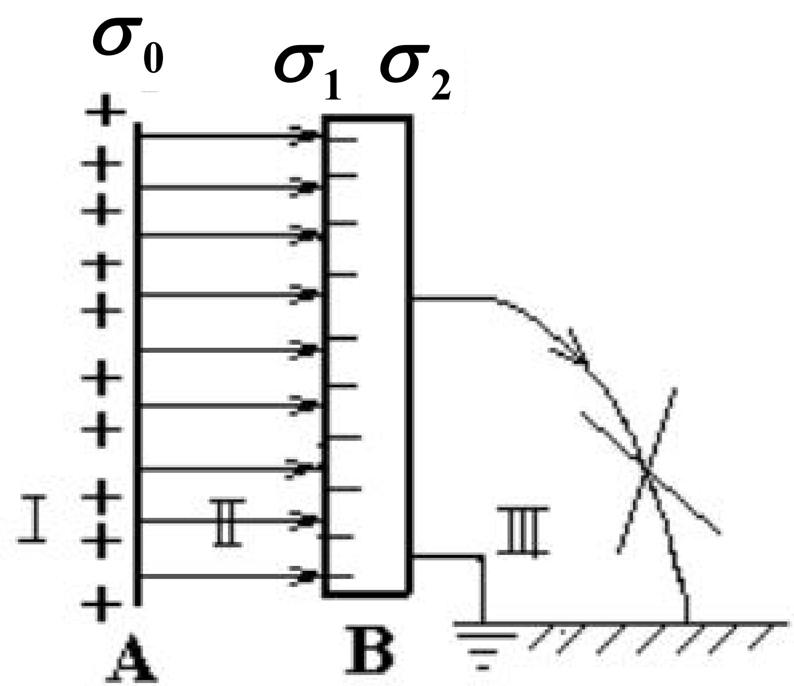


取得与无限远相同的电势（通常取为零）。

如果将金属平板 B 接地　于是，必有 $\sigma_2=0$

若仍有正电荷的话，
这些正电荷的电场
线无去处。

（可理解为：
正电荷分散
到无穷大的地球
表面上去了）



这时 $\sigma_1=?$　仍利用由静电平衡条件：

对 B 内部任意一点 P，有

$$E_P=0 \;\Rightarrow\; E_P=\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}=0$$

$$E_P = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow \sigma_1 = -\sigma_0$$

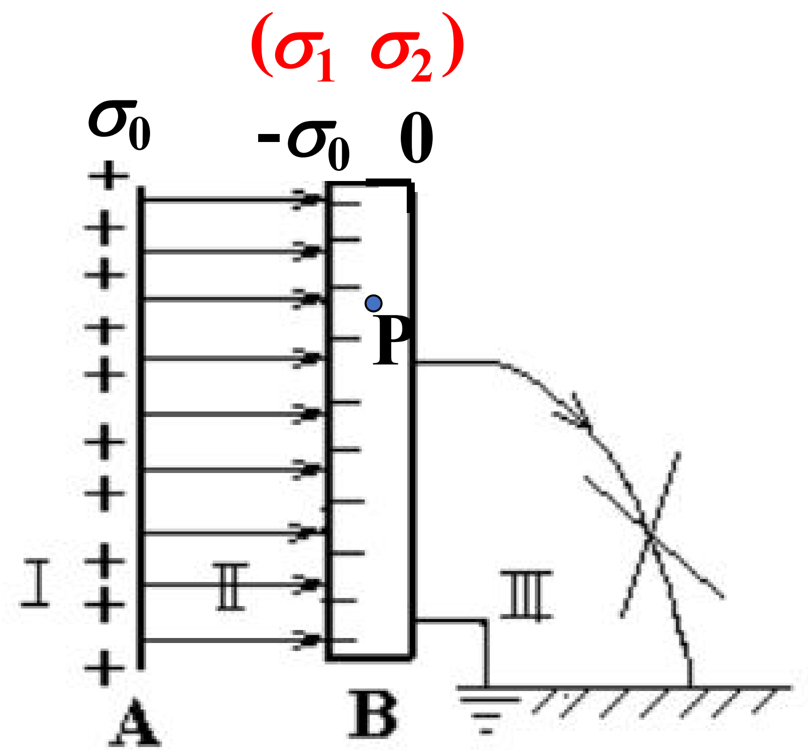
B 板上的正电荷跑掉了，并有负电荷从地上来。

这时 $E_{I}=E_{III}=0$,

$$E_{II}= \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \quad （向右）$$

将金属平板 B的 右侧接地或左侧接地有区别吗？

答：没有区别。

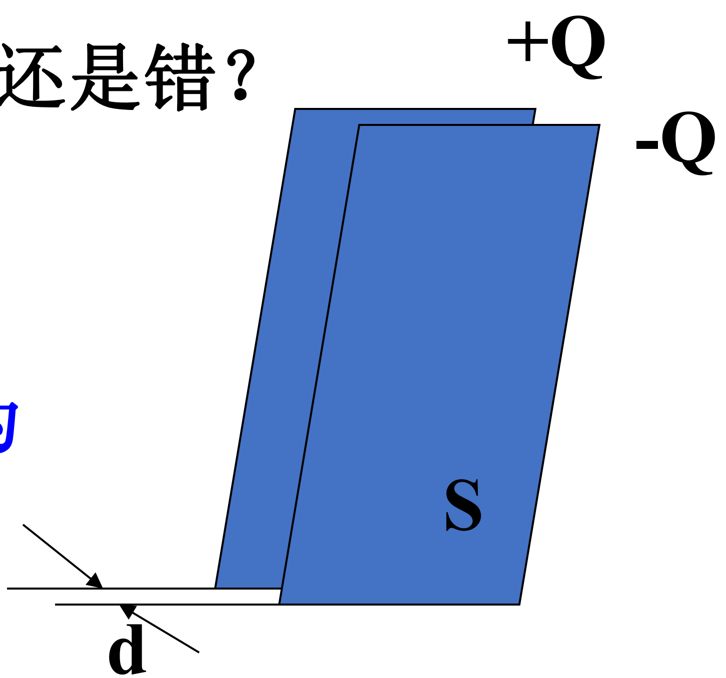


例　如图所示在真空中有两块相距为 d，面积均为 S，带电量 分别为 $+Q$ 和 $-Q$ 的 平行板。 两板的线度远大于 d，因此可忽略边缘效应。

对下面几种说法你认为对还是错？为什么？

（A）根据库仑定律，
两板间的作用力大小为

$$f=\frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$$



【答】错。(不是点电荷间的作用力）

（B）根据电场力的定义两板间的作用力大小为

$$f=\int_{(Q)} E\,\mathrm{d}q=\int_{(Q)} \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\mathrm{d}q=\int_{(Q)} \frac{Q/S}{\varepsilon_0}\mathrm{d}q=\frac{Q^2}{\varepsilon_0 S}$$

【答】错。（不应用总场强 E 计算）

（C）两板间的作用力大小为

$$f=\int_{(Q)} E\,\mathrm{d}q=\int_{(Q)} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}q=\int_{(Q)} \frac{Q/S}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}q=\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}$$

【答】正确。