应用随机过程

过滤型泊松过程

授课教师：赵毅

哈尔滨工业大学（深圳）理学院

知识回顾

均匀泊松过程

$N=\{N(t),t\geq 0\}$

$$X(t)=\sum_{n=1}^{N(t)}1$$

$$X(t)=\sum_{n=1}^{N(t)}Y_n$$

复合泊松过程

$X=\{X(t),t\geq 0\}$

$$X(t)=\sum_{n=1}^{N(t)}Y_n$$

引入到达时间$\{S_n\}$

是哪种泊松过程

过滤型泊松过程

过滤型泊松过程

$$X(t)=\sum_{n=1}^{N(t)}\omega(t,S_n,Y_n)$$

1. $N(t)$表示泊松过程的计数过程
2. $\omega(\ )$表示反应函数
3. S_n表示到达时刻
4. Y_n与第n次到达相关的随机变量

反应函数定义

反应函数一般表示为以下形式：

$$\omega(t, S_n, y_n) = \omega_0(s_n, y_n)$$

y_n表示第n次事件服务时间，$s_n = t - S_n$表示t时刻之前第n次事件的到达时刻S_n与当前时刻t的间隔时间

一般泊松过程

$$\omega_0(s_n, y_n) = \begin{cases} 1 & s_n \geq 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \qquad X(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} \omega_0(s_n, y_n)$$

复合泊松过程

$$\omega_0(s_n, y_n) = \begin{cases} y_n & s_n \geq 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \qquad X(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} \omega_0(s_n, y_n)$$

案例分析

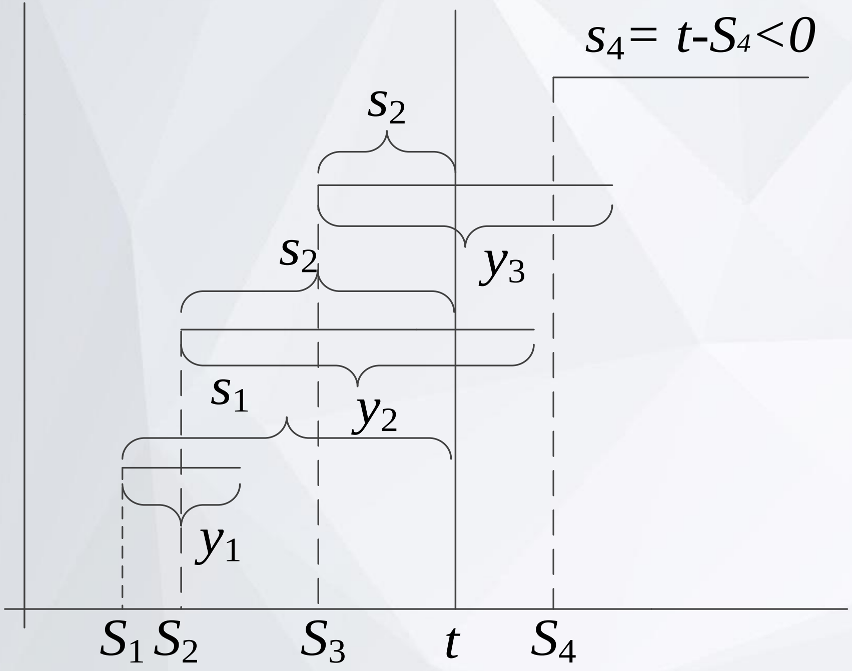
1 考虑一个$M/G/\infty$的排队系统

2 y_n表示第n个顾客的服务时间

3 S_n表示时间t之前的第n次到达时刻

如何用反应函数表示系统在时刻t的顾客数量$X(t)$

描述系统服务人数



令 $s_n = t - S_n$，定义反应函数为：

$$\omega_0(s_n, y_n) = \begin{cases} 1 & 0 < s_n < y_n \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

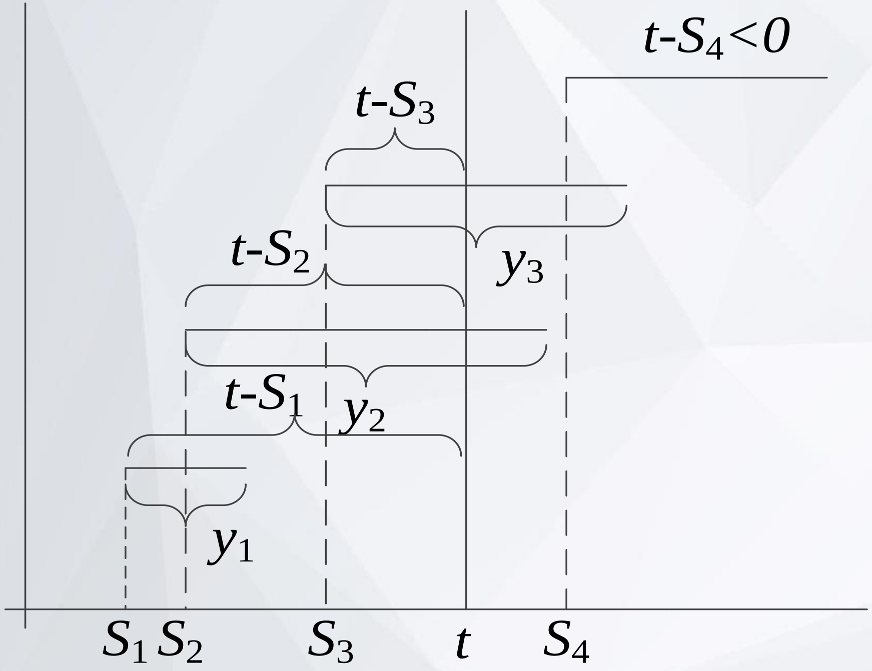
如右图所示，$s_1 > y_1$和$s_4 < 0$

到达时刻为S_1和S_4的事件不包括在$X(t)$内

对于其他两个事件，反应函数都会记录到

$$X(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} \omega_0(s_n, y_n)$$

描述系统服务人数



定义反应函数为：

$$\omega_0(t,S_n,y_n)=\begin{cases}1 & 0<t-S_n<y_n\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

如右图所示，$t-S_1>Y_1$和$t-S_4<0$

到达时间为S_1和S_4的事件不包括在$X(t)$内

对于其他两个事件，反应函数都会记录到

$$X(t)=\sum_{n=1}^{N(t)}\omega_0(t,S_n,y_n)=2$$

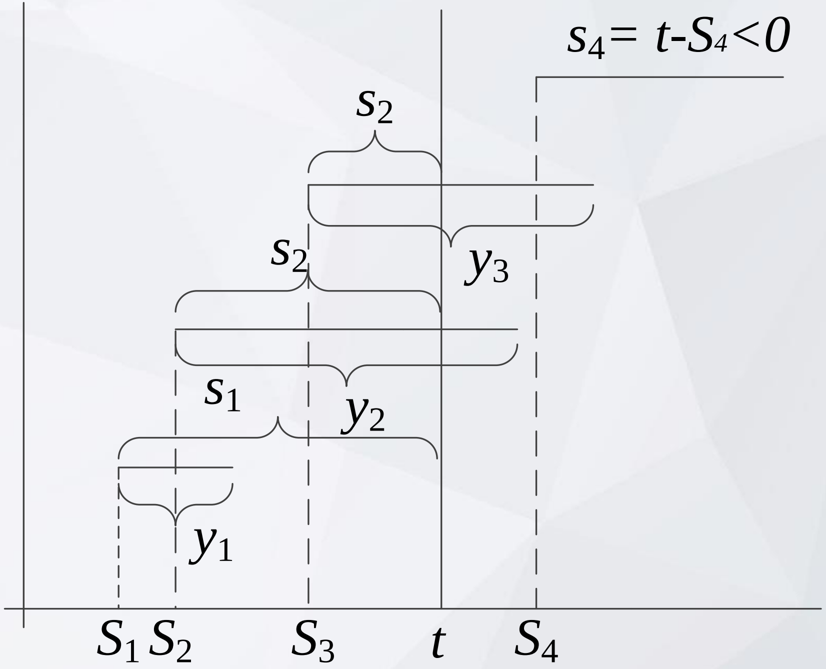
描述系统剩余服务时长

$X(t)$表示在t时刻时系统中所有顾客的剩余服务时间的总和

其反应函数定义为：

$$\omega_0(s_n, y_n) = \begin{cases} y_n - s_n & 0 < s_n < y_n \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

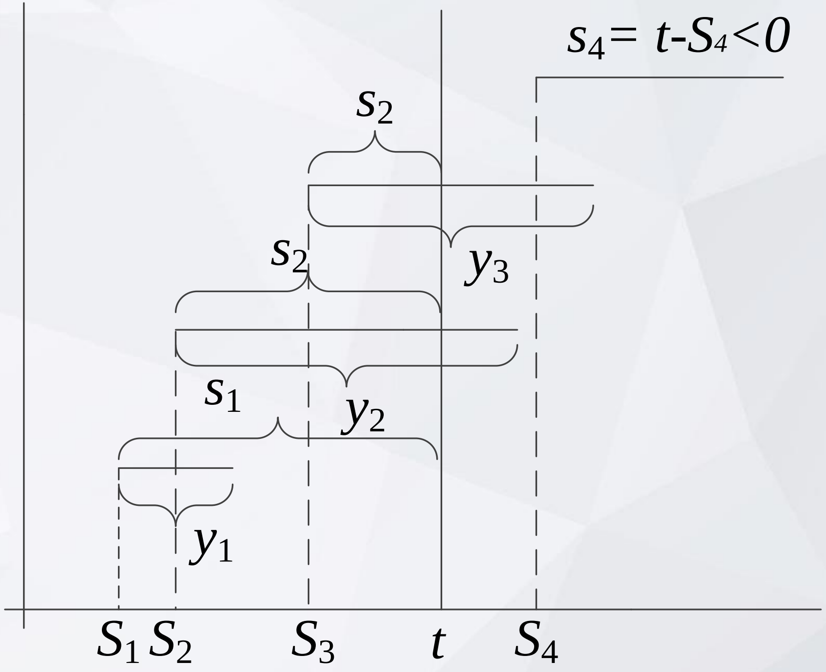
$$X(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} \omega_0(s_n, y_n)$$



描述系统完成服务时长

$X(t)$表示t时刻时系统中所有顾客的已服务时间的总和

它的反应函数应该如何定义呢?



谢谢听课

授课教师 赵毅