

第四次作业

2024 年 5 月 9 日

1. 确定下列求积公式中待定参数, 使其代数精度尽量高. 为什么此精度不能再提高了?

$$\int_{-2h}^{2h} f(x) dx \approx H_{-1}f(-h) + H_0f(0) + H_1f(h); \quad (1)$$

2. 分别用复化梯形公式和复化Simpson 公式计算下列积分:

$$\int_1^9 \sqrt{x} dx, \quad n = 4. \quad (2)$$

3. 推导下列两种矩形求积公式:

(1). 右矩形公式: $\int_a^b f(x) dx = (b-a)f(b) - \frac{f'(\eta)}{2}(b-a)^2, \eta \in (a, b);$

(2). 中矩形公式: $\int_a^b f(x) dx = (b-a)f\left(\frac{a+b}{2}\right) + \frac{f''(\eta)}{24}(b-a)^3.$

4. 若用复化梯形公式求积分 $\int_a^b f(x) dx$ 的近似值, 问要将积分区间分成多少等分才能保证误差不超过 ε , 假设 $|f''(x)| \leq M$.

5. 用Romberg 方法计算积分:

$$\int_0^{0.8} e^{-x^2} dx. \quad (3)$$

6. 分别取 $n = 2, 3, 4, 5$, 用Gauss-Legendre 求积公式近似计算积分, 并与其真值进行比较。

$$\int_{-4}^4 \frac{1}{1+x^2} dx; \quad (4)$$