第八章 电磁感应与电磁场

英国物理学家和化学家。

他创造性地提出场的思想，磁场这一名称是法拉第最早引入的。

他是电磁理论的创始人之一，于**1831**年发现电磁感应现象，后又相继发现电解定律，物质的抗磁性和顺磁性，以及光的偏振面在磁场中的旋转。

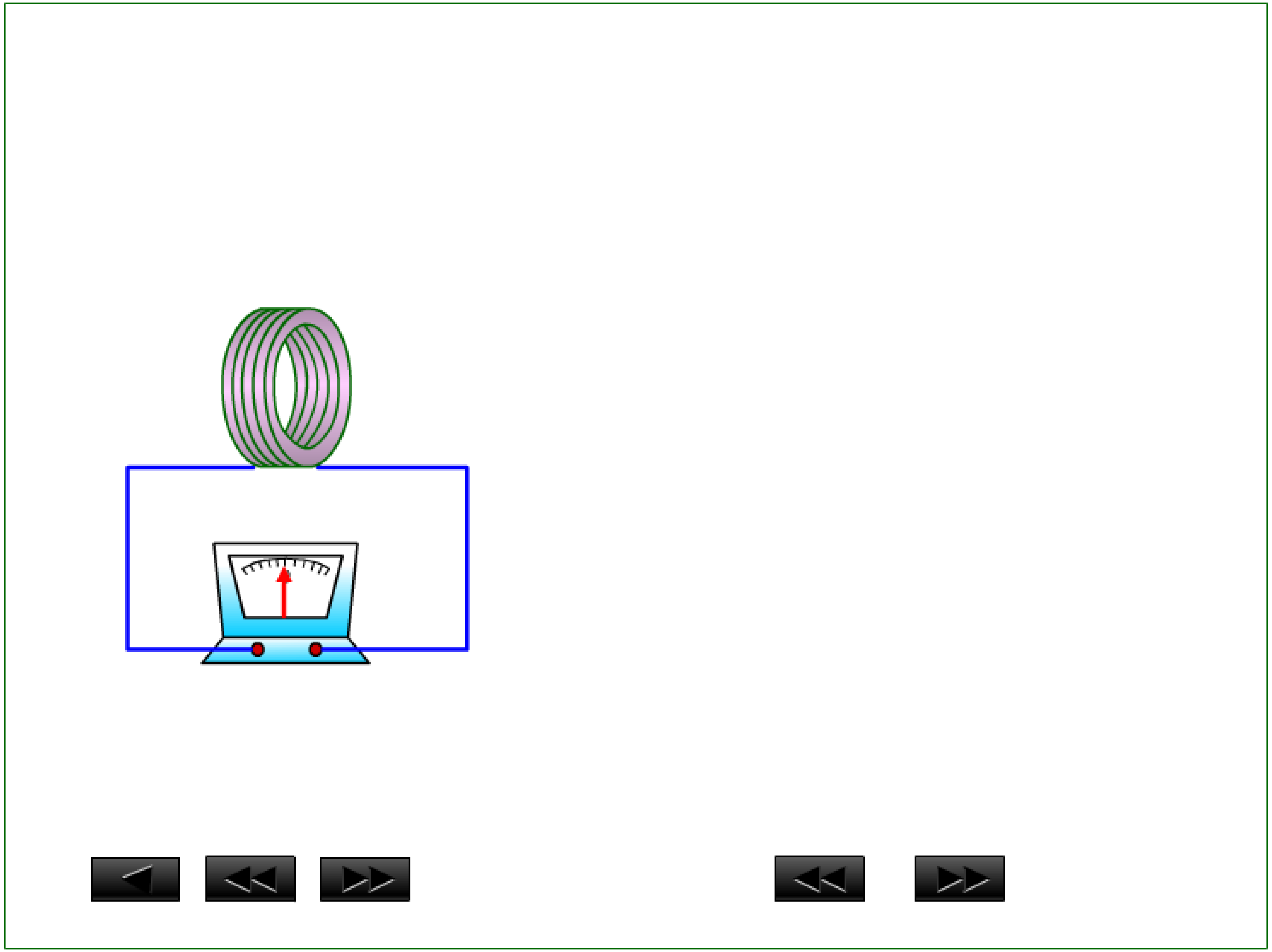
法拉第

Michael Faraday

1791-1867

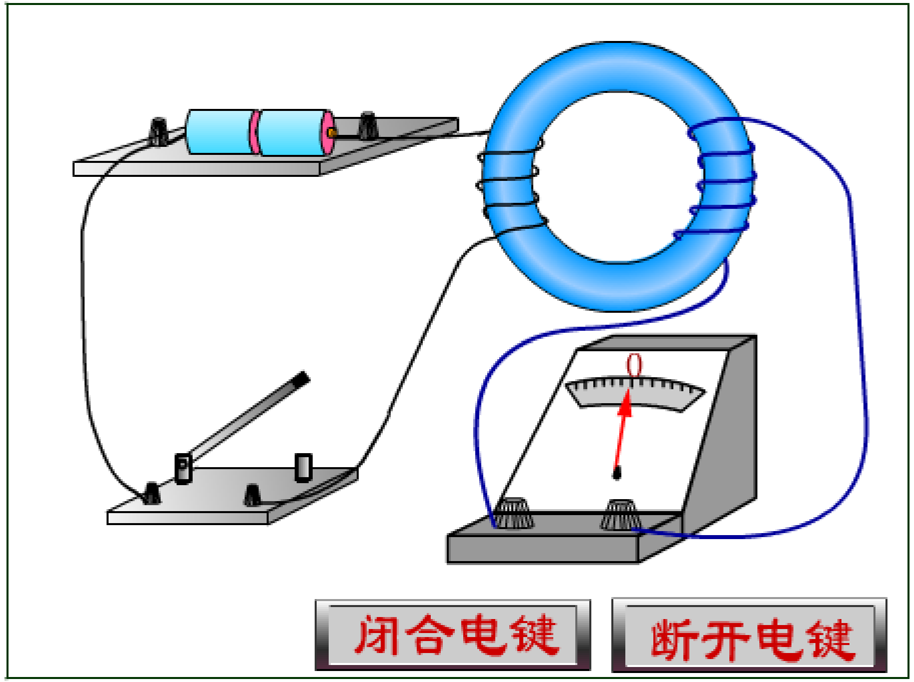
§1 法拉第电磁感应定律

一、电磁感应现象



二、电磁感应定律

当穿过闭合回路所围面积的磁通量发生变化时，回路中会产生感应电动势，且感应电动势正比于磁通量对时间变化率的负值。



$$H_{\mathrm{i}} = -k\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \xrightarrow{k=1} \boxed{H_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

国际单位制

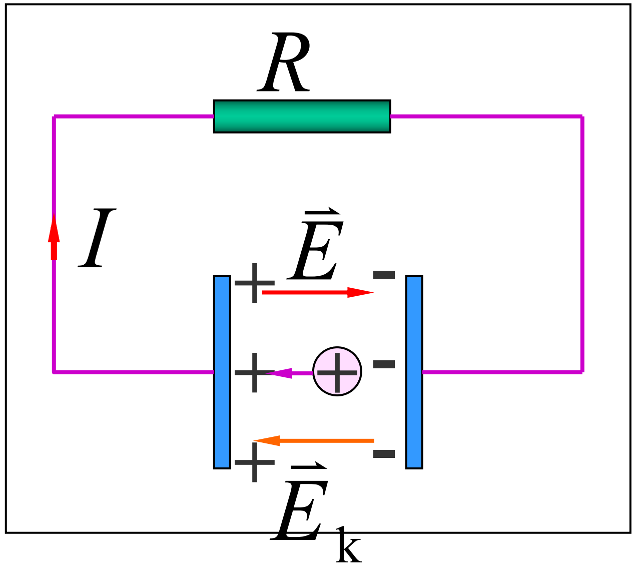
$H_{\mathrm{i}} \rightarrow$ 伏特 V

$\Phi \rightarrow$ 韦伯 Wb

回　顾

◆　**电动势的定义：** 单位正电荷绕闭合回路运动一周，非静电力所做的功.

$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{W}{q} = \oint_l \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$



$\vec{E}_{\mathrm{k}}$ ：非静电场的电场强度.

$$\mathcal{E} = \int_{-}^{+} \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

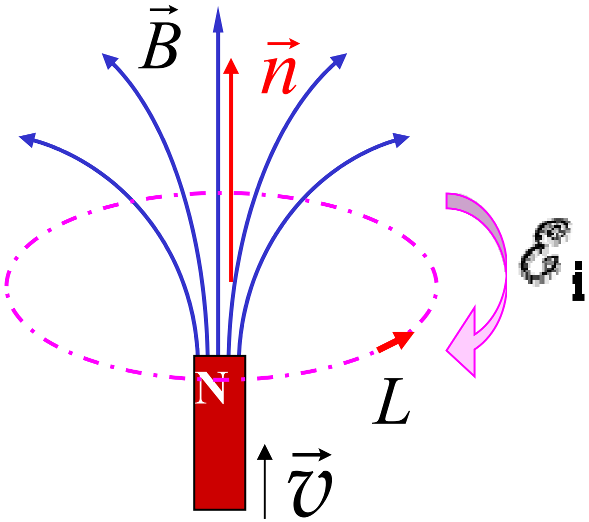
$$\boxed{H_i = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

说明：

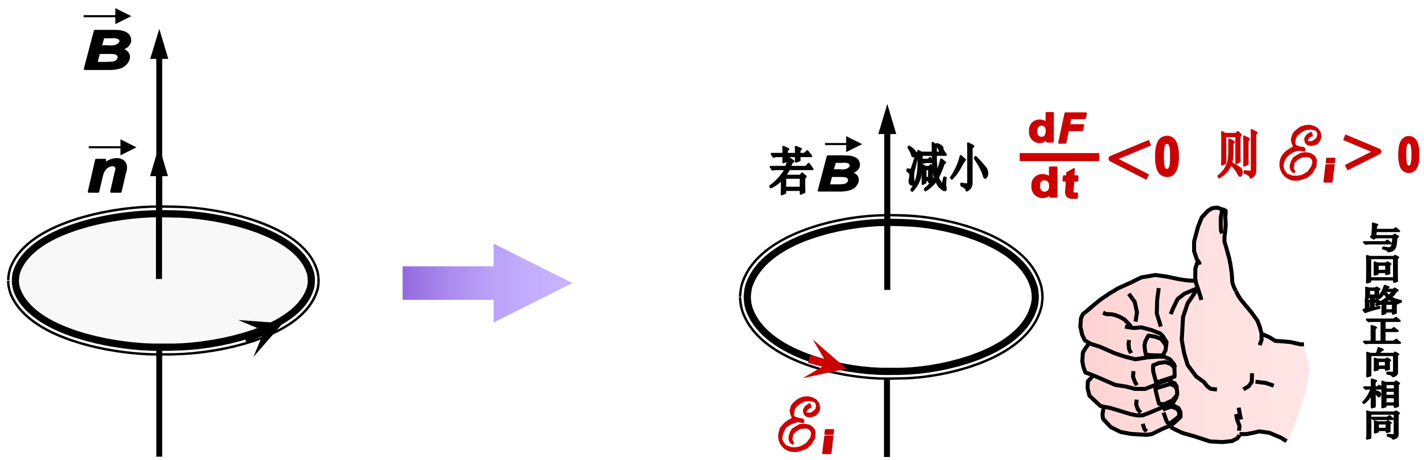
（1） “—”号的物理意义

$\because$ $\vec{B}$ 与回路成右螺旋

$\therefore$ $\Phi > 0$ 磁铁向上运动



$$\frac{d\Phi}{dt} > 0 \qquad H_i < 0 \qquad H_i \text{与回路取向相反}$$



回路正方向

$$\boxed{H_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

（2）闭合回路由 N 匝密绕线圈组成

磁通链 $\psi = N\Phi$ $\qquad \mathscr{E}_{\mathrm{i}} = -\dfrac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = -N\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$

（3）若闭合回路的电阻为 R，感应电流为 $I_{\mathrm{i}} = -\dfrac{1}{R}\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$

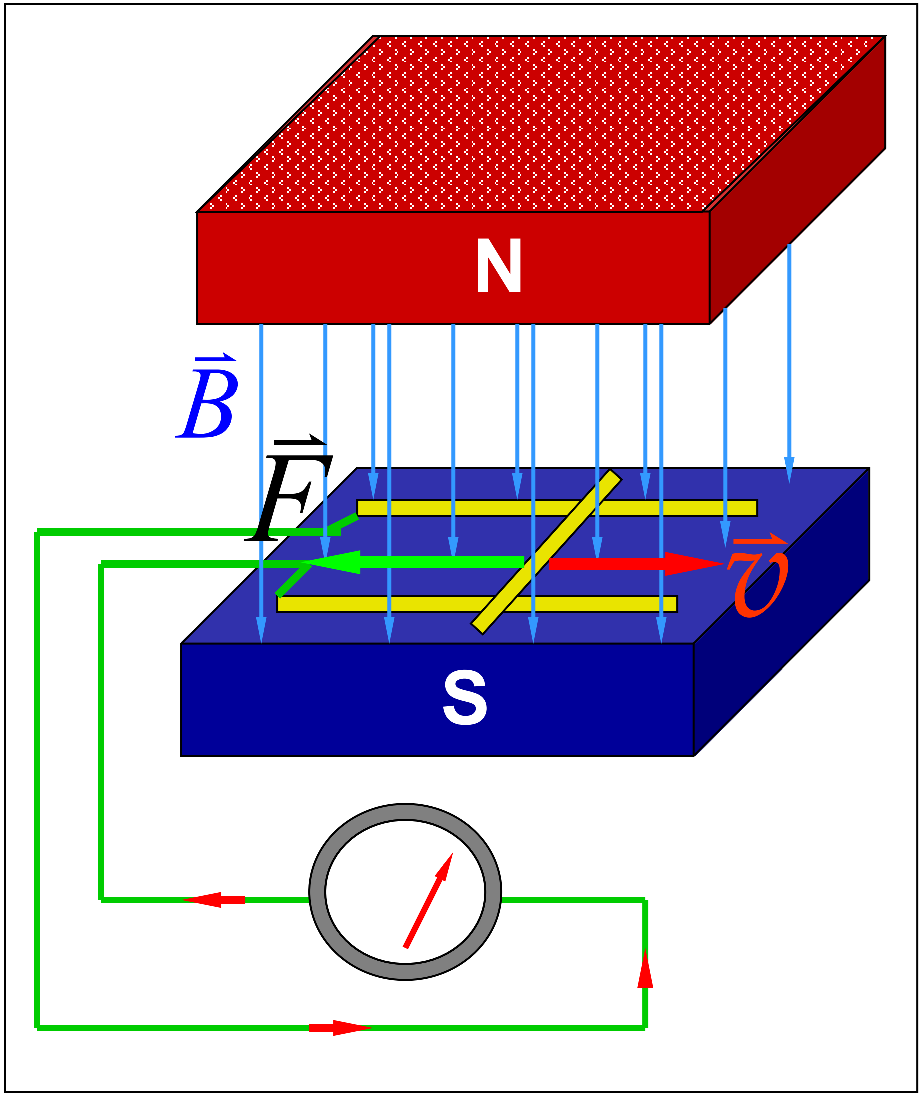
$\mathrm{d}t = t_2 - t_1$ 时间内，流过回路的电荷

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I\mathrm{d}t = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2}\mathrm{d}\Phi = \frac{1}{R}(\Phi_1 - \Phi_2)$$

三、楞次定律

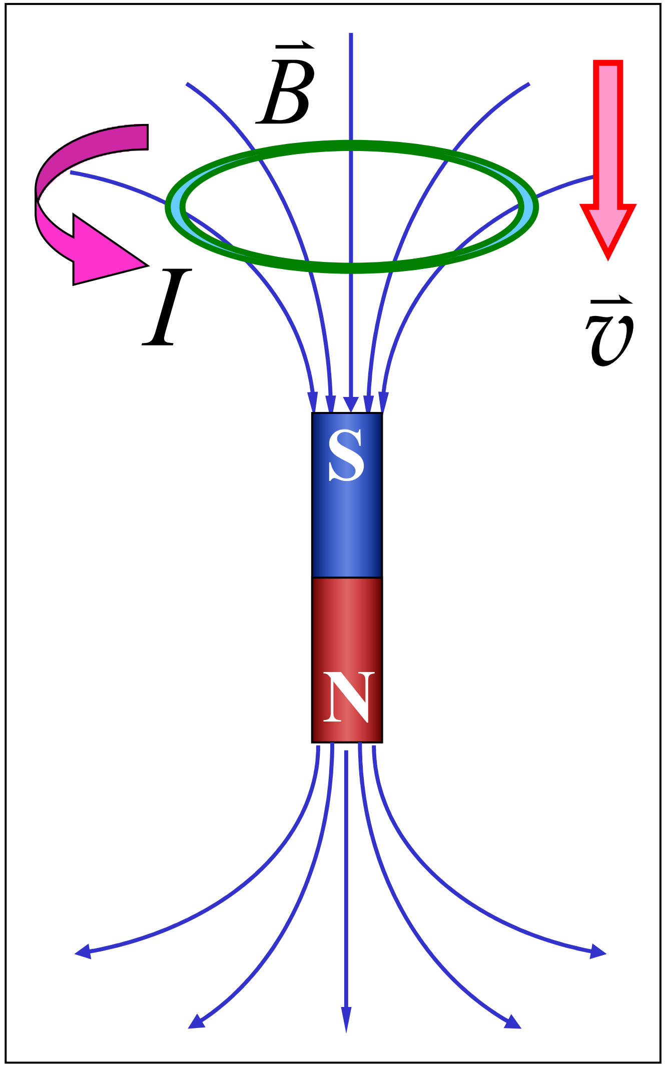
- 闭合回路中感应电流的流动方向（即感应电动势的方向），总是使该电流激发的磁场去阻碍引起感应电流的磁通量的变化.

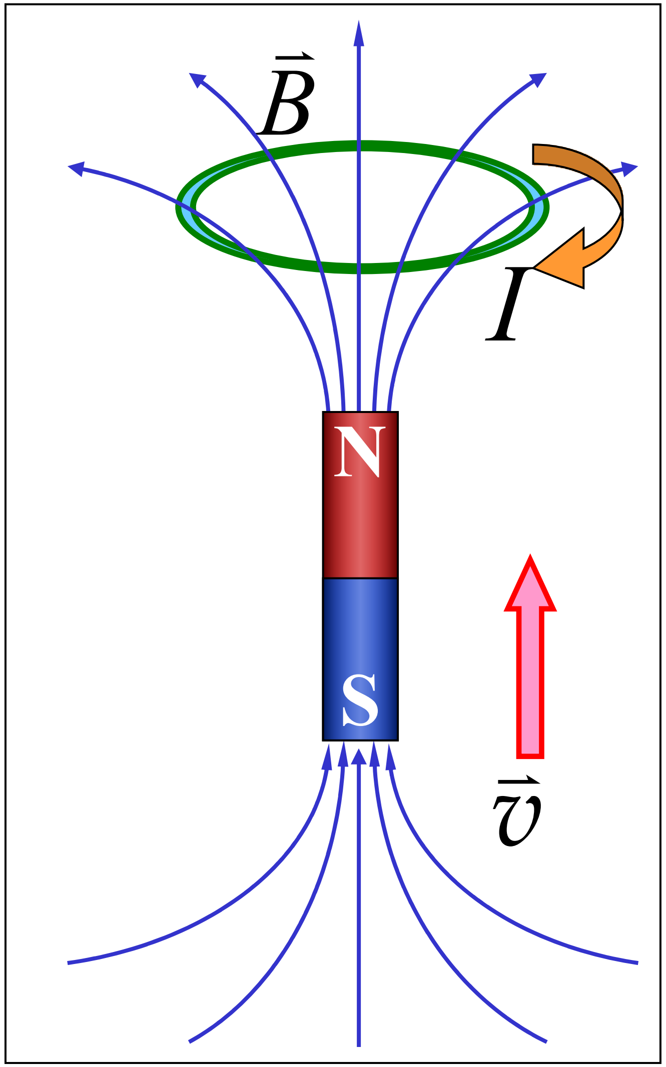
- 感应电流的效果，总是反抗引起感应电流的原因（反抗相对运动、磁场变化或线圈变形等）.



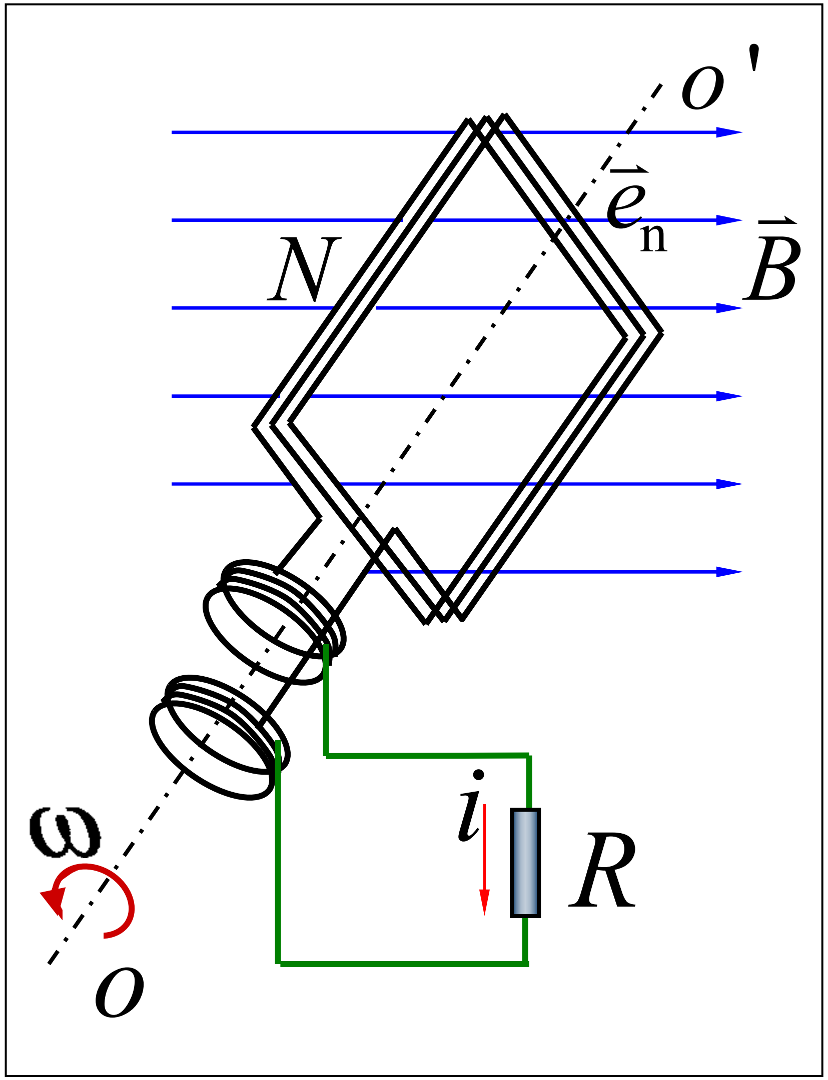
楞次定律的实质是能量守恒与转化定律

用楞次定律判断感应电流方向举例





例 在匀强磁场中，置有面积为 S 的可绕 轴转动的 N 匝线圈. 若线圈以角速度 ω 作匀速转动. **求**线圈中的感应电动势.



解 设 $t=0$ 时，

$\vec{e}_{\mathrm{n}}$ 与 $\vec{B}$ 同向，

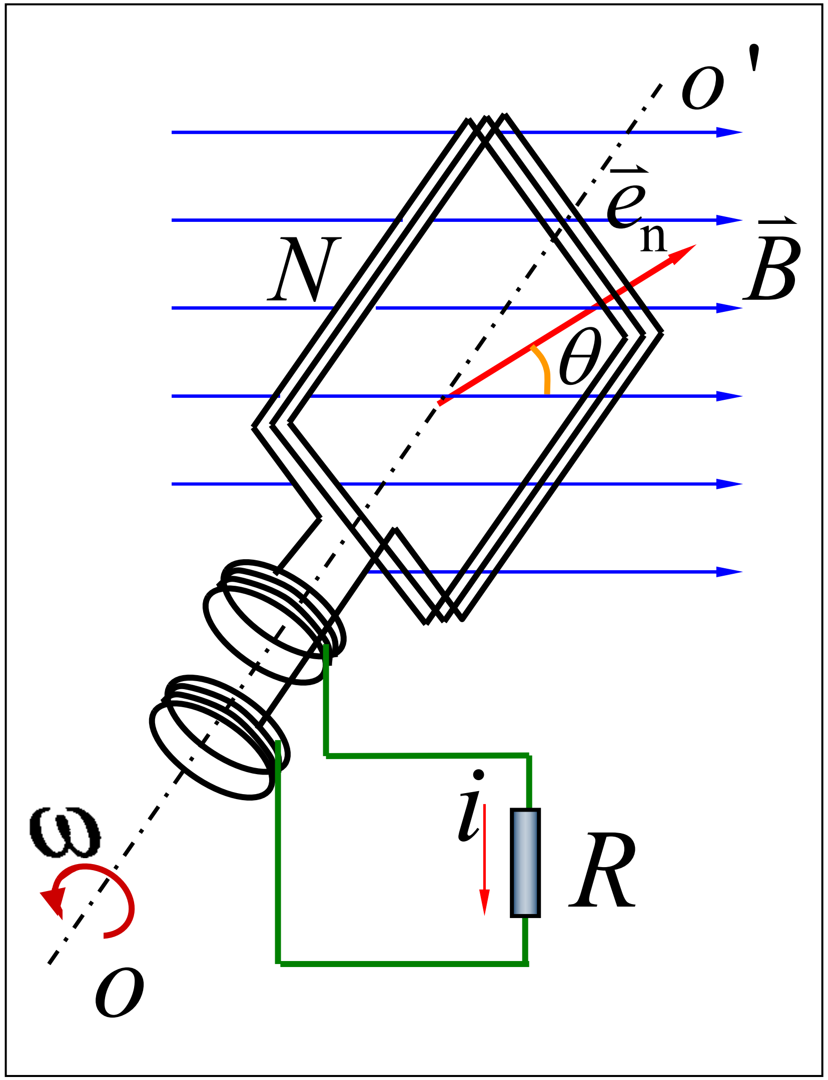
则 $\theta=\omega t$

$$\psi=N\Phi=NBS\cos\omega t$$

$$\mathscr{E}=-\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}=NBS\omega\sin\omega t$$

令 $\mathscr{E}_{\mathrm{m}}=NBS\omega$

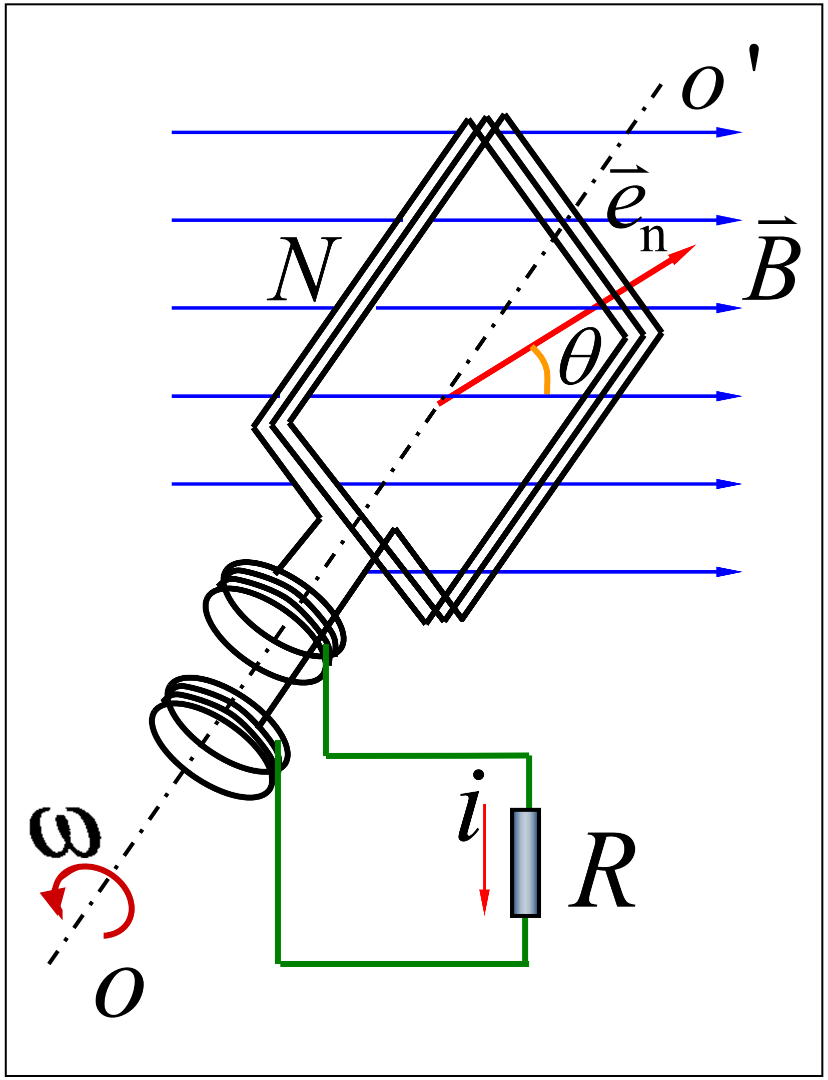
则 $\mathscr{E}=\mathscr{E}_{\mathrm{m}}\sin\omega t$



$$H = H_{\mathrm{m}} \sin \omega t$$

$$i = \frac{H_{\mathrm{m}}}{R} \sin \omega t = I_{\mathrm{m}} \sin \omega t$$

交流电



§2 动生电动势 感生电动势

引起磁通量变化的原因——

（1）稳恒磁场中的导体运动 ⟹ 动生电动势

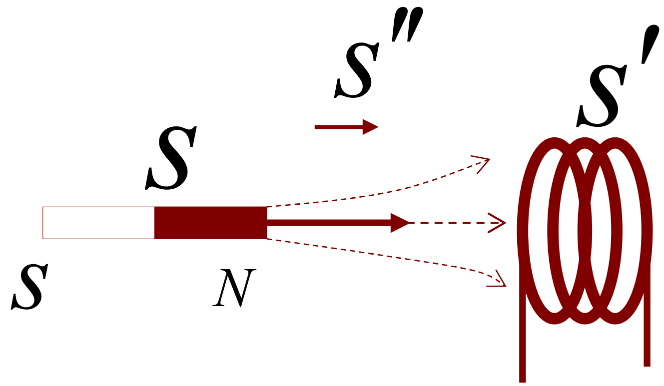
（2）磁场中导体不动，磁场随时间变化 ⟹ 感生电动势

两者机理不同，但不是截然分开的

S 系 线圈切割磁感线 动生电动势

S′系 线圈内磁场发生变化 感生电动势

S″ 两者都有



一、动生电动势

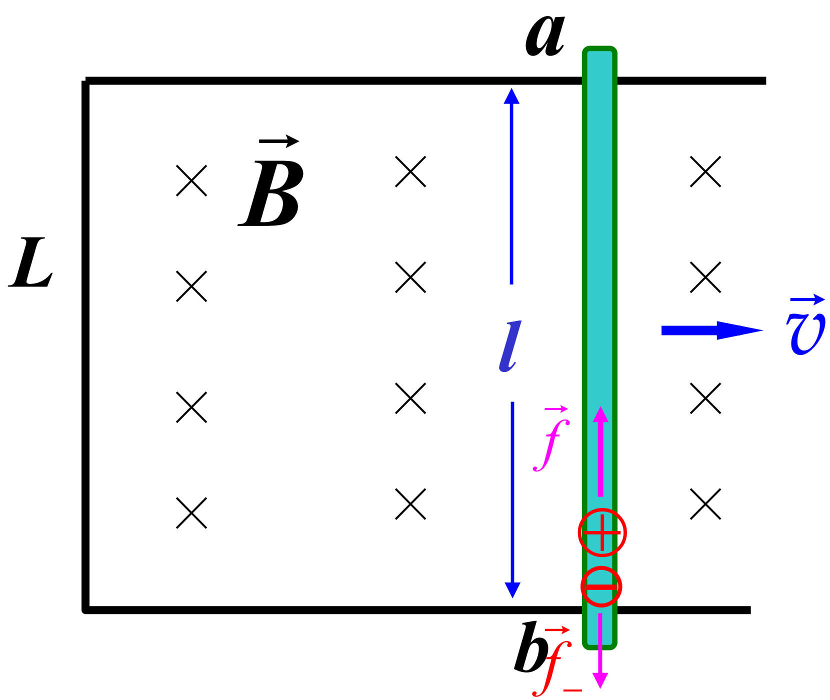
➢ 动生电动势的非静电力　　$\vec{f} = e\,\vec{v} \times \vec{B}$

来源于洛仑兹力

$$\vec{E}_{\mathrm{k}} = \frac{\vec{f}}{e} = \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\mathscr{E}_{\mathrm{i}} = \int_b^a \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\mathscr{E}_{\mathrm{i}} = \int_b^a (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



对于闭合导体回路——

$$\mathscr{E}_{\mathrm{i}} = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

例1　一长为 L 的铜棒在磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中，以角速度 ω 在与磁场方向垂直的平面上绕棒的一端转动，求铜棒两端的感应电动势。

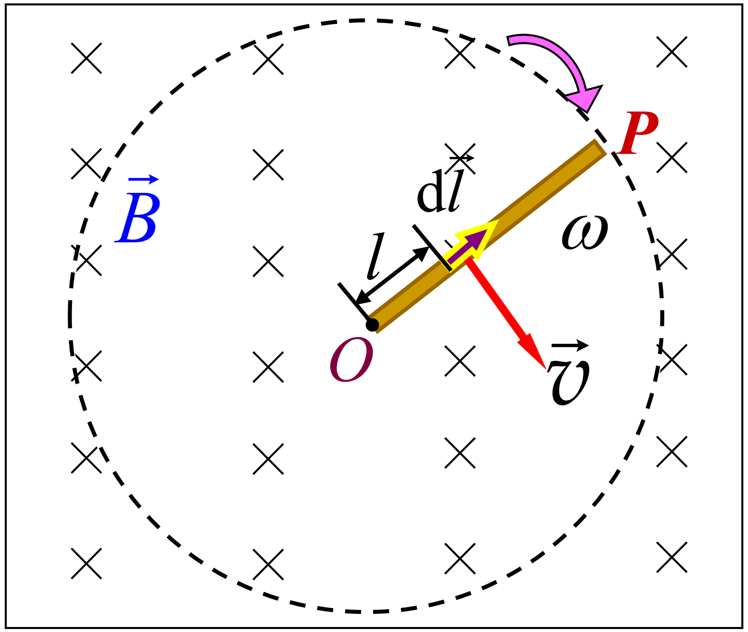
解：

$$\mathrm{d}\mathscr{E}_{\mathrm{i}} = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$= vB\mathrm{d}l = \omega Bl\mathrm{d}l$$

$$\mathscr{E}_{\mathrm{i}} = \int_0^L \omega Bl\mathrm{d}l$$

$$= B\omega\int_0^L l\mathrm{d}l$$



$\mathscr{E}_{\mathrm{i}}$ 方向 $\boldsymbol{O} \longrightarrow \boldsymbol{P}$

$$\mathscr{E}_{\mathrm{i}} = \frac{1}{2}B\omega L^2$$

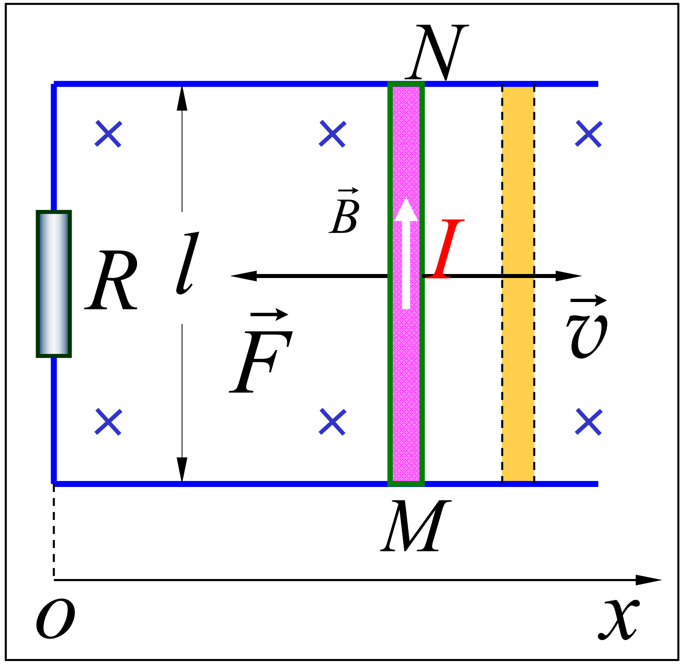
（点 $\boldsymbol{P}$ 的电势高于点 $\boldsymbol{O}$ 的电势）

例2 一导线矩形框的平面与磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场相垂直。在此框上，有一质量为 m 长为 l 的可移动的细导体棒 MN；矩形框还接有一个电阻 R，其值较之导线的电阻值要大得很多。若开始时，细导体棒以速度 $\vec{v}_0$ 沿如图所示的矩形框运动，试求棒的速率随时间变化的函数关系。

解：如图建立坐标，棒中

$$\mathscr{E}_{\mathrm{i}} = \int_M^N (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\mathscr{E}_{\mathrm{i}} = Blv$$ 指向：$M \longrightarrow N$

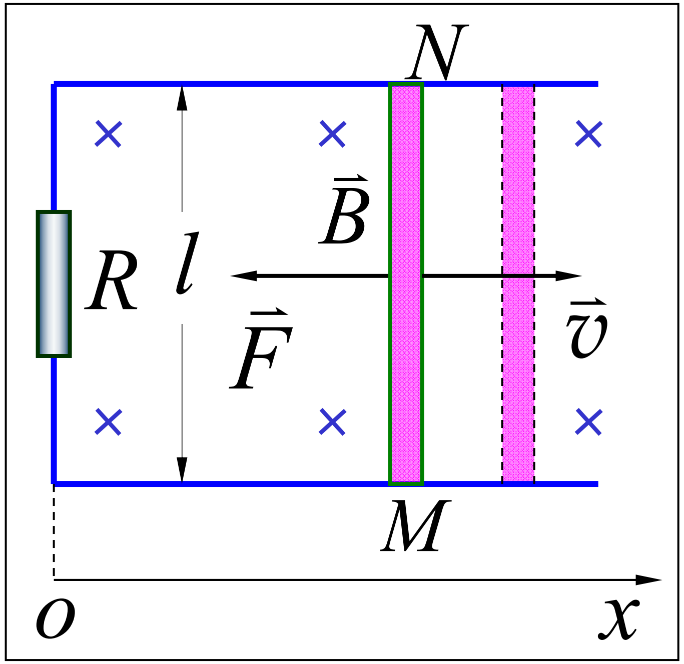


棒所受安培力

$$F = \int I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B} = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

方向沿 ox 轴反向。

$$F = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$ 方向沿 ox 轴反向



棒的运动方程为

$$F = ma \qquad -\frac{B^2 l^2 v}{R} = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

则 $$\int_{v_0}^{v} \frac{\mathrm{d}v}{v} = -\int_0^t \frac{B^2 l^2}{mR}\mathrm{d}t$$

计算得棒的速率随时间变化的函数关系为

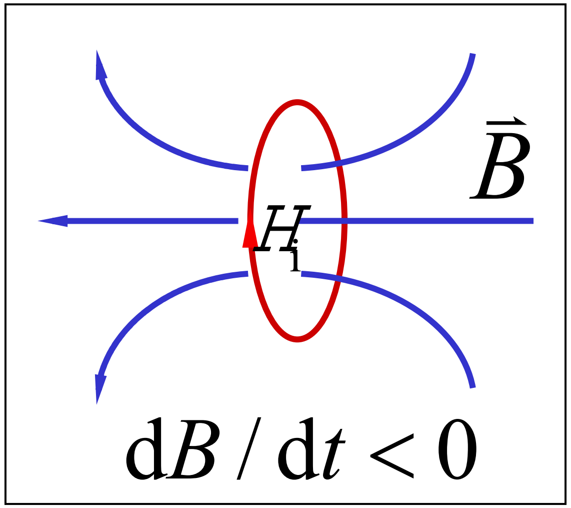
$$v = v_0 \mathrm{e}^{-(B^2 l^2 / mR)t}$$

二、感生电动势

闭合回路中的感应电动势 $\boxed{H_{\mathrm{i}} = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\mathscr{E}_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\int_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$



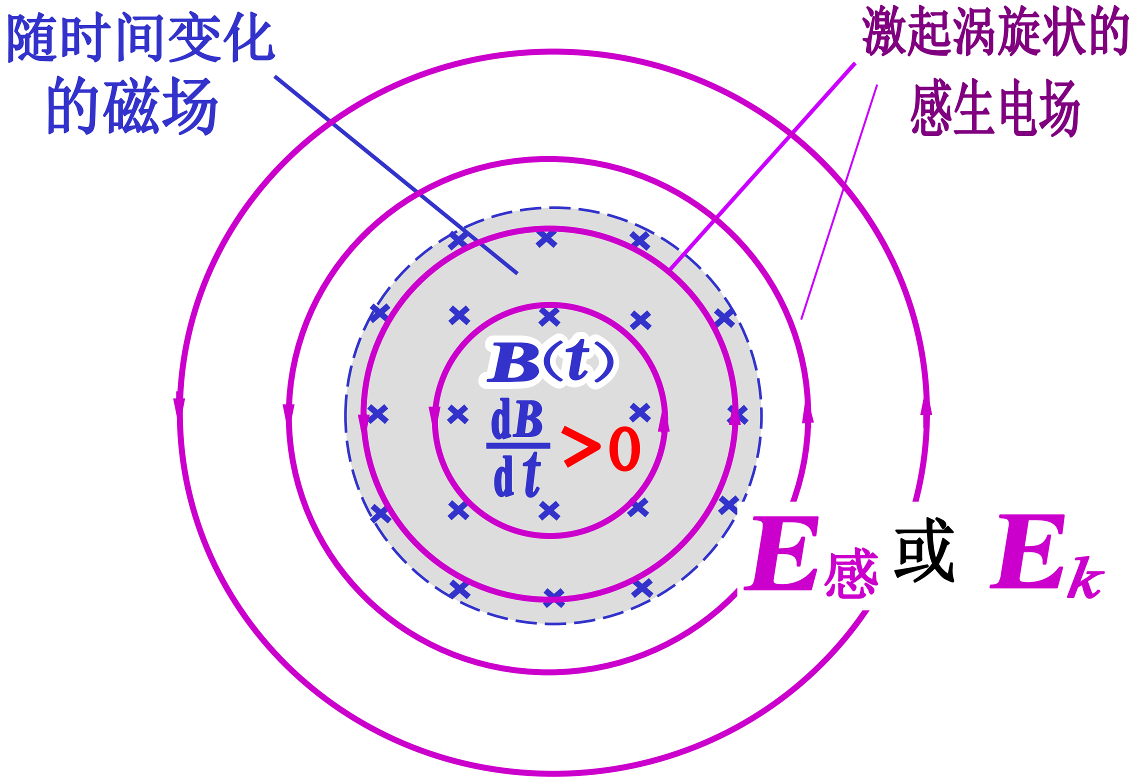
产生感生电动势的非静电场 $\Longrightarrow$ 感生电场

麦克斯韦假设：即使空间不存在导体回路，变化的磁场也能在其周围空间激发一种电场，这个电场叫感生电场，又称涡旋电场，用 $\vec{E}_{\mathrm{R}}$ 表示。

麦克斯韦的重要假设

麦克斯韦(1831-1879)

随时间变化的磁场能在其周围激起一种电场，它能对处于其中的带电粒子施以力的作用，这种电场有别于静电场，称为 **感生电场** 或 **涡旋电场**



则由电动势的计算式，有闭合回路中的感生电动势为：

$$\mathscr{E}_{\mathrm{i}} = \oint_L \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint_L \vec{E}_{\mathrm{R}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

故：$\oint_L \vec{E}_{\mathrm{R}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\int_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$

$$\oint_L \vec{E}_{\mathrm{R}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

空间总的电场：$\vec{E}_{\mathrm{T}} = \vec{E}_{\mathrm{S}} + \vec{E}_{\mathrm{R}}$

静电场 $\oint_L \vec{E}_{\mathrm{S}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$

$\oint_L \vec{E}_{\mathrm{T}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$ ——电磁学基本方程式

静电场与感生电场

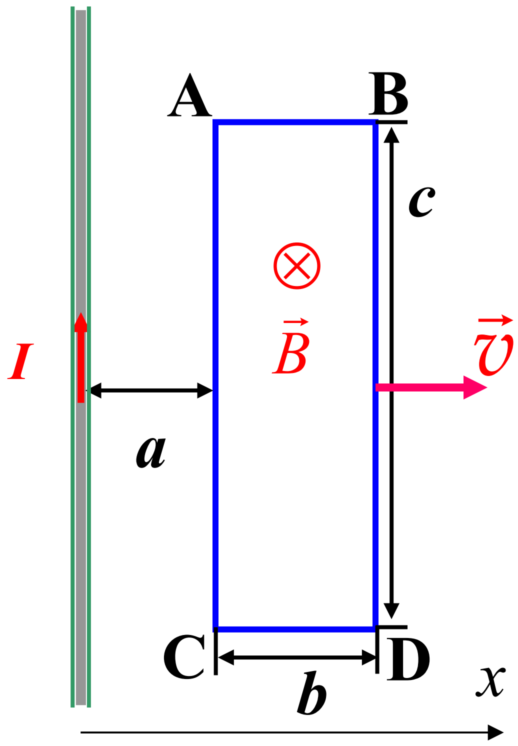
- $\vec{E}_S$ 和 $\vec{E}_R$ 均对电荷有力的作用。
- 静电场由电荷产生；感生电场是由变化的磁场产生。
- 静电场电场线不可构成闭合回路；感生电场电场线为闭合回路。
- 静电场是保守场 $\oint_L \vec{E}_S \cdot d\vec{l} = 0$
- 感生电场是非保守场 $\oint_L \vec{E}_R \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$

例3 如图，已知无限长载流直导线中通有电流$I=I(t)$，与其共面的矩形导体线框以速度 $\vec{v}$ 垂直于载流直导线向右运动，求矩形导体线框中的感应电动势.

解法一:分别考虑动生电动势和感生电动势

$$\mathscr{E}_{\mathrm{i}} = \int (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l} \qquad \mathscr{E}_{\mathrm{i}} = Blv$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x} \qquad B_{\mathrm{AC}}=\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \qquad B_{\mathrm{BD}}=\frac{\mu_0 I}{2\pi(a+b)}$$



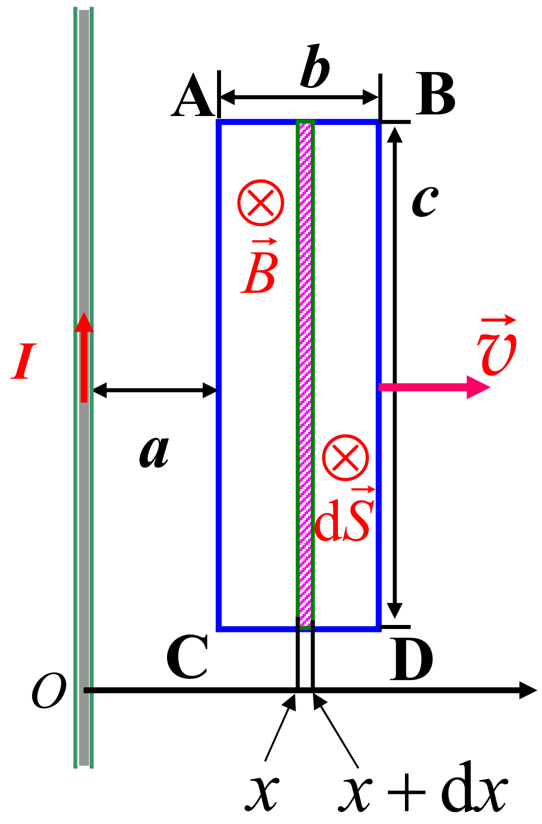
AC: $\mathscr{E}_{\mathrm{i}1}=vc\dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}$ C→A

BD: $\mathscr{E}_{\mathrm{i}2}=vc\dfrac{\mu_0 I}{2\pi(a+b)}$ D→B

$$\mathscr{E}_{\mathrm{i动生}}=\mathscr{E}_{\mathrm{i}1}-\mathscr{E}_{\mathrm{i}2}=vc\frac{\mu_0 I}{2\pi a}-vc\frac{\mu_0 I}{2\pi(a+b)}=vc\frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{b}{a(a+b)}$$

方向:C→A →B →D

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x} \qquad \mathrm{d}\Phi=\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=Bc\,\mathrm{d}x$$



$$\mathrm{d}\Phi=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}c\,\mathrm{d}x=\frac{\mu_0 Ic}{2\pi}\frac{\mathrm{d}x}{x}$$

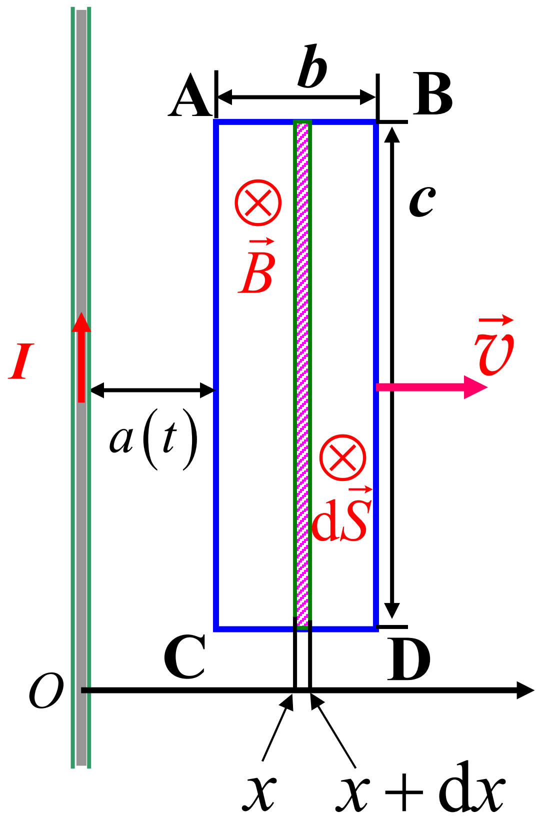
$$\Phi=\int\mathrm{d}\Phi=\frac{\mu_0 Ic}{2\pi}\int_a^{a+b}\frac{\mathrm{d}x}{x}$$

$$=\frac{\mu_0 I(t)c}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}$$

$$\mathscr{E}_{\text{i感生}}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\left(\frac{\mu_0 c}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}\right)\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$\mathscr{E}_{\mathrm{i}}=vc\frac{\mu_0 I(t)}{2\pi}\frac{b}{a(a+b)}-\left(\frac{\mu_0 c}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}\right)\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}$$

解法二：直接利用法拉第电磁感应定律



$$\Phi = \frac{\mu_0 I(t) c}{2\pi} \ln \frac{a(t)+b}{a(t)}$$

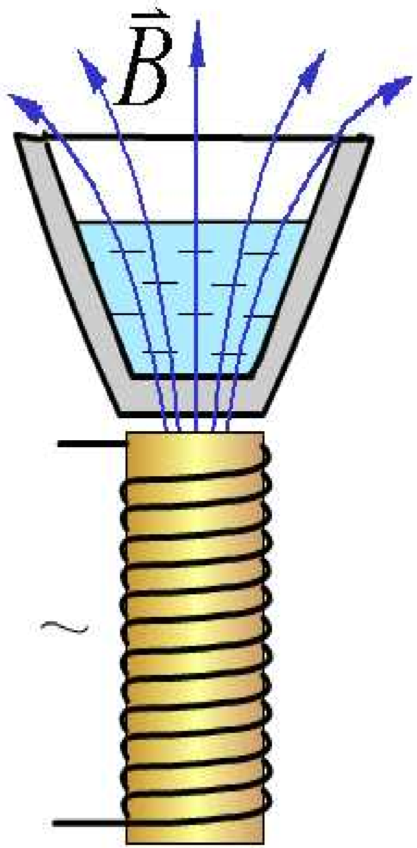
$$H_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\mu_0 I c}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}\right)$$

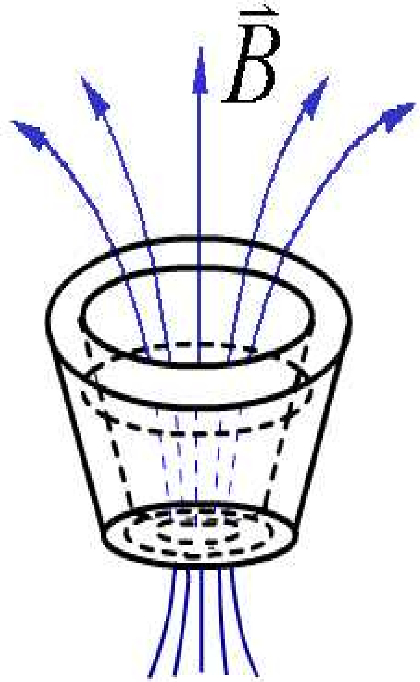
$$= -\left[\frac{\mu_0 c}{2\pi}\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}\ln\frac{a+b}{a} + \frac{\mu_0 c I(t)}{2\pi}\frac{a}{a+b}\left(-\frac{b}{a^2}\right)\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\right]$$

$$= -\frac{\mu_0 c}{2\pi}\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}\ln\frac{a+b}{a} + \frac{\mu_0 c I(t)}{2\pi}\frac{b v}{a(a+b)}$$

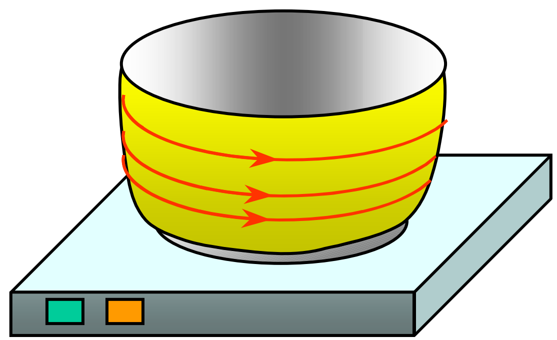
**四、涡电流

感应电流不仅能在导电回路内出现， 而且当大块导体与磁场有相对运动或处在变化的磁场中时，在这块导体中也会激起感应电流。这种在大块导体内流动的感应电流，叫做涡电流，简称涡流。





- 应用　热效应、电磁阻尼效应。



电磁炉