主管领导审核签字

哈尔滨工业大学（深圳）2021 年秋季学期

离散数学期末试题

题　号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得　分								
阅卷人								

考生须知：本次考试为**闭卷**考试，考试时间为 120 分钟，总分 80 分。

学院________ 班号________ 学号________ 姓名________

密 封 线

一、　**本题得分** ______

填空题（每小题 2 分，共 20 分）

1. 设 P：天气热，Q：他去游泳。则命题“如果天气热，他就去游泳”可符号化为___$P \Rightarrow Q$________。

2. $(P \Rightarrow Q) \wedge Q$ 的主合取范式是_____$M_0 \wedge M_2$__________。

3. 4 阶群必是__循环__群或 ___四元___群。

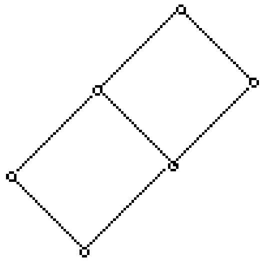
4. $\langle Z_n, \oplus \rangle$ 是个群，其中 $Z_n = \{0,1,2,\cdots,n-1\}$，

$$x \oplus y = (x+y) \bmod n \text{ 。}$$

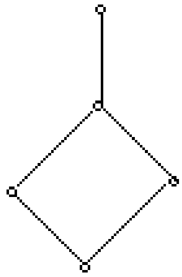
则在 $\langle Z_6, \oplus \rangle$ 中，3 的阶数是___2___。

5. 设 $G = \langle a \rangle$ 是 4 阶循环群。则 G 的所有生成元是______a, a^3________。

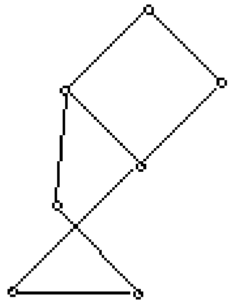
6. 下面偏序格是分配格的是___（A）_____(B)___。



（A）



（B）



（C）

7. 命题公式 $(\sim P \Rightarrow Q) \Rightarrow (\sim Q \vee P)$ 中极小项的个数为______3______。

8. 连接词$\Rightarrow$，$\wedge$，$\vee$，$\Leftrightarrow$ 中不具有交换律的是 __$\Rightarrow$______。

9. 在有界格中，若一个元素有补元，则补元___(C)_____ 。

(A). 必唯一　　　　(B). 不唯一　　　　(C). 不一定唯一

10. $*$是定义在$\mathbb{Z}$上的二元运算，

$$\forall x, y \in \mathbb{Z},\ x * y = xy + x - y\ ,$$

则$*$的单位元 ___不存在____。(若此二元运算的单位元存在，就求出。否则就说不存在。)

姓名______ 密

学号______ 封

班号______ 线

学院______

二、　本题得分 ______

单项选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1. 重言式的否定为(A)。

A. 矛盾式；　B. 蕴含式；　C. 重言式；　D. 等价式。

2. 设 P:今天下雨，Q：明天下雨，这 $P\wedge Q$ 表示(A)。

A. 今天和明天都下雨；　B. 今天没有下雨；

C. 今天和明天都不会下雨；　D. 今天或明天下雨。

3. 下列句子不是命题的是(D)。

A. 今天是五一国际劳动节。

B. π 的小数点后第八万位是 5。

C. $1+10=110$。

D. 全体立正！

4. 下面的语句哪一个是真命题(C)。

A. 如果 1+2=3，则雪是黑色的；　B. 我正在说谎；

C. 如果 1+2=5，则雪是黑色的；　D. 上网了吗？

5. 格不一定具有(C)。

A. 交换律；　B. 结合律；　C. 分配律；　D. 吸收律。

6. 设 G 是群，当 G 有(C)个元素时，不能肯定 G 是交换群。

A. 4； B. 5； C. 6； D. 7。

7. 若个体域为整数域，下列公式中值为真的是(A)。

A. $\forall x \exists y\ (x+y=0)$； B. $\exists y\ \forall x(x+y=0)$；

C. $\forall x \forall y\ (x+y=0)$； D. $\sim \exists x \exists y\ (x+y=0)$。

8. 下列公式中，含有 3 个命题变项 P, Q, R 的极小项是(C)。

A. $P \vee Q$； B. $\sim(P \wedge Q \wedge R)$；

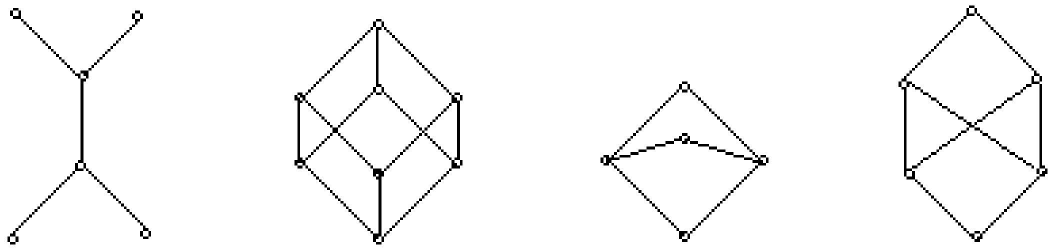
C. $\sim P \wedge \sim Q \wedge \sim R$； D. $P \wedge Q \vee R$。

9. 半群、群及独异点的关系是(A)。

A. {群}⊂{独异点}⊂{半群}； B. {独异点}⊂{半群}⊂{群}；

C. {独异点}⊂{群}⊂{半群}； D. {半群}⊂{群}⊂{独异点}。

10. 下面偏序集中能构成格是(B)。



[A] [B] [C] [D]

姓名________ 学号________ 班号________ 学院________

密 封 线

三、　本题得分 ______

运算题（每小题10分，共20分）

1. 构造命题公式$\sim(P\wedge Q)\Leftrightarrow(\sim P\vee\sim Q)$的真值表。

P	Q	P∧Q	～P	～Q	～(P∧Q)	～P∨～Q	所给命题公式
T	T	T	F	F	F	F	T
T	F	F	F	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

2. 判断下面推理是否正确，并证明你的结论。

如果今天是星期三，那么我有一次英语或数学测验；如果数学老师有事，那么没有数学测验；今天是星期三且数学老师有事，所以我有一次英语测验。

解：p：今天是星期三。
q：我有一次英语测验。
r：我有一次数学测验。
s：数学老师有事。
前提：p⇒(q∨r)，s⇒～r，p∧s
结论：q
证明：①p∧s　　前提引入
②p　　①化简
③p⇒(q∨r)　　前提引入
④q∨r　　②③假言推理
⑤s　　①化简
⑥s⇒～r　　前提引入
⑦～r　　⑤⑥假言推理
⑧q　　④⑦析取三段论
推理正确。

四、　本题得分 ______

（5 分）设G为群，且$|G|=4$。证明G为阿贝尔群。

证：设G为群，且$|G|=4$。$\forall a\in G$，由拉格朗日定理的推论知，

$$|a|=1,2,4\text{。}$$

若$|a|=4$，则$G=\langle a\rangle=\{e,a,a^2,a^4\}$。它是阿贝尔群。

若G中没有 4 阶元。则G中只含有 1 阶元和 2 阶元。于是，$\forall x\in G$，有

$$x^2=\mathrm{e}\text{。}$$

这说明它是阿贝尔群。

五、　本题得分 ______

（5 分）设$G=\langle a\rangle$是 12 阶循环群。试找出G的所有子群。

解：由于 12 的正因子是 1, 2, 3, 4, 6 和 12，G的所有子群为

$$\left\langle a^{\frac{12}{1}}\right\rangle=\langle a^{12}\rangle=\{e\},$$

$$\left\langle a^{\frac{12}{2}}\right\rangle=\langle a^{6}\rangle=\{e,a^6\},$$

$$\left\langle a^{\frac{12}{3}}\right\rangle=\langle a^{4}\rangle=\{e,a^4,a^8\},$$

$$\left\langle a^{\frac{12}{4}}\right\rangle=\langle a^{3}\rangle=\{e,a^3,a^6,a^9\},$$

$$\left\langle a^{\frac{12}{6}}\right\rangle=\langle a^{2}\rangle=\{e,a^2,a^4,a^6,a^8,a^{10}\},$$

$$\left\langle a^{\frac{12}{12}}\right\rangle=\langle a\rangle=G\text{。}$$

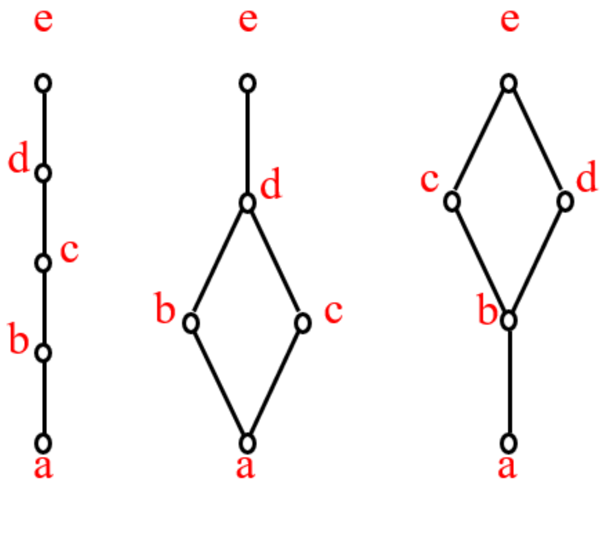
姓名 学号 班号 学院

密 封 线

六、　　**本题得分** ______

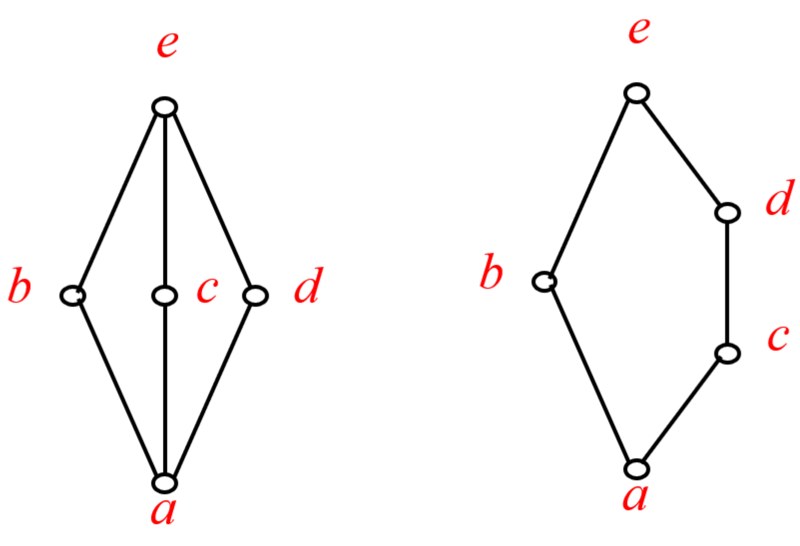
（5 分）给出两个含有 5 个元素的格，其中一个是分配格，但不是有补格；另一个是有补格，但不是分配格。

解：



(c)　　(d)　　(e)

它们是分配格，但不是有补格；



(a)　　(b)

它们是有补格，但不是分配格。

七、　本题得分 ______

（5 分）设G为阿贝尔群，且$|G|=7$。证明G中所有元素之积为单位元。

证：设G为阿贝尔群，且$|G|=7$。由拉格朗日定理的推论知，不存在元素$a \neq \mathrm{e} \in G$，满足$a^2=\mathrm{e}$。于是，任给$a \neq \mathrm{e}$，则有$a \neq a^{-1}$及$\left(a^{-1}\right)^{-1}=a$。因此，$a$与$a^{-1}$是两个不同的元素，且它们总是成对出现。由于$G$为阿贝尔群，且$|G|=7$，$G$中所有元素之积为

$$\mathrm{e} a_1 a_1^{-1} a_2 a_2^{-1} a_3 a_3^{-1}=\mathrm{e}。$$