第一篇 力学

- 经典力学
  - “运动学”
    - 质点运动的描述
    - 圆周运动
    - 相对运动
  - “动力学”
    - 牛顿定律
    - 动量/能量守恒定律
    - 刚体的定轴转动

第一章 质点运动学

§1 描述质点运动的基本概念与基本物理量

一、描述质点运动的基本概念

1 参考系

为描述物体的运动而选择的标准物叫做参考系。

选取的参考系不同，对物体运动情况的描述不同，这就是运动描述的相对性。

常用参考系：太阳参考系，地心参考系，地面或实验室参考系，质心参考系

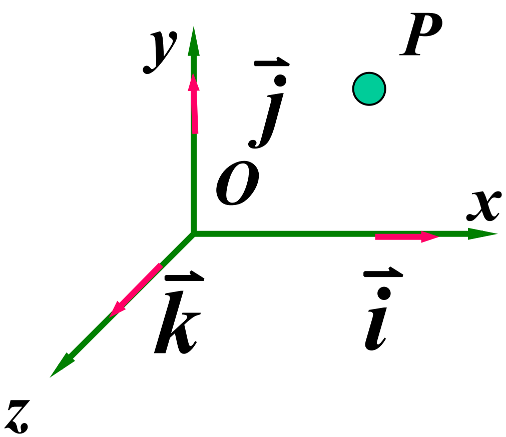
2 坐标系

固结在参考系上的一组有刻度的射线、曲线或角度。

（1） 坐标系为参考系的数学抽象。

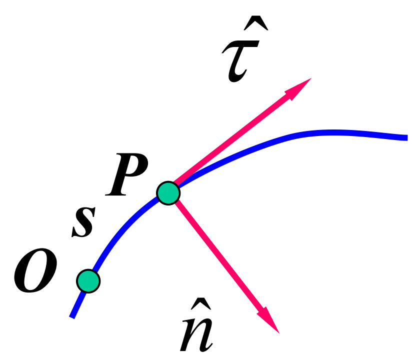
（2） 参考系选定后，坐标系还可任选。在同一参考系中用不同的坐标系描述同一运动，物体的运动形式相同，但其运动形式的数学表述却可以不同。

——常用的坐标系



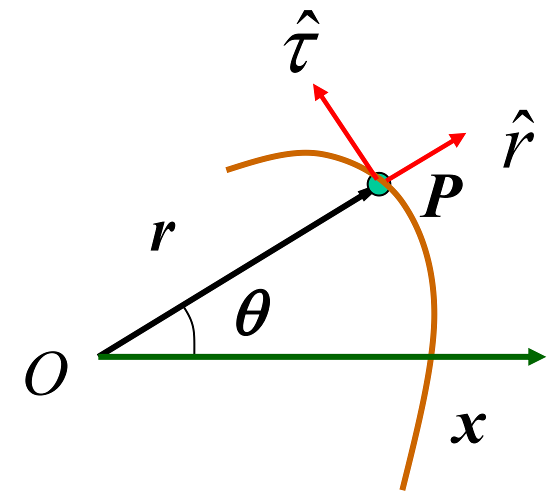
$P(x, y, z)$

直角坐标系



$P(s)$

自然坐标系



$P(r, \theta)$

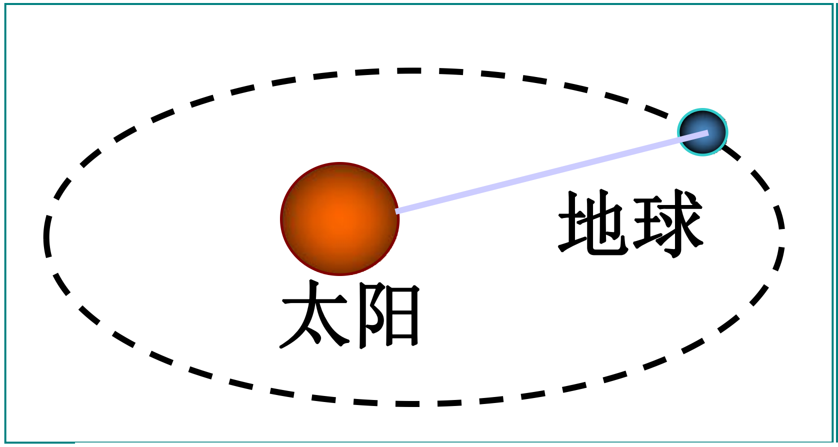
极坐标系

3. 质点

如果我们研究某一物体的运动，而可以忽略其大小和形状对物体运动的影响，若不涉及物体的转动和形变，就可以把物体当作是一个具有质量的点（即质点）来处理。

- 质点集中了运动主体的全部质量；
- 质点的运动可以表征整体运动的主要特征；
- 质点是经过科学抽象而形成的理想化物理模型。目的是为了突出研究对象的主要性质，暂不考虑一些次要的因素。
- 质点的选取具有相对性。

物体能否抽象为质点，视具体情况而定。



地—日平均间距：
1.5×10^{8} km
地球半径：
6.37×10^{3} km

注：质点模型适用于除刚体一章外的力学部分。

理想模型： 一种科学思维方法。

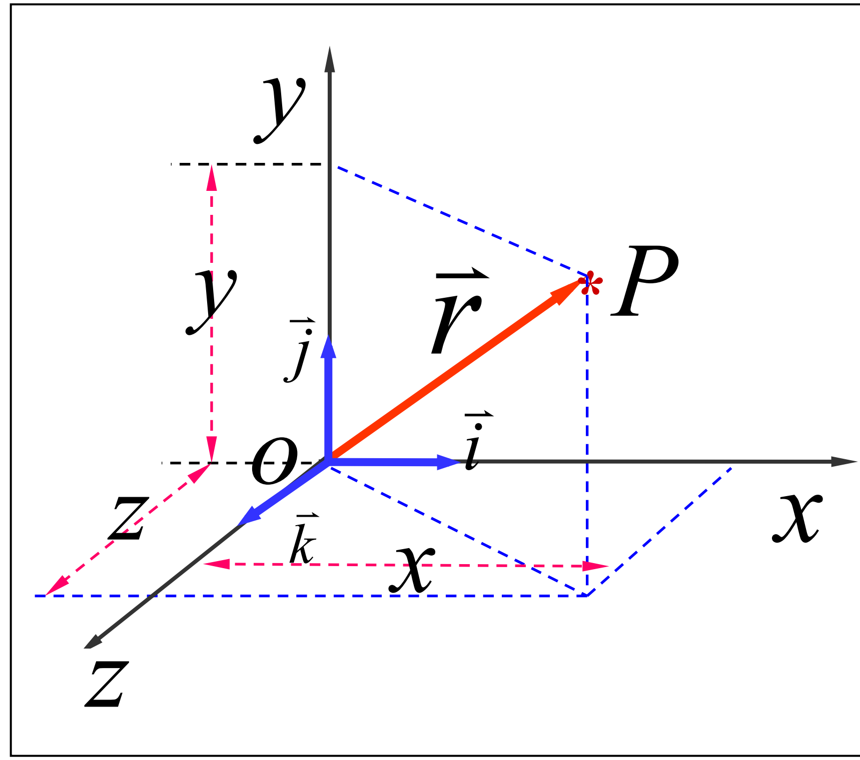
根据所研究问题的性质，突出主要因素，忽略次要因素，使问题简化但又不失客观真实性的抽象思维方法；

如：质点、刚体、线性弹簧振子、理想气体、点电荷、光滑平面、细绳、无阻尼振动、绝热过程等。

二、位置矢量　运动方程　位移

1　位置矢量

确定质点P某一时刻在坐标系里的位置的物理量称**位置矢量**，简称**位矢** $\vec{r}$ 。



$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

式中 $\vec{i}$ 、$\vec{j}$ 、$\vec{k}$ 分别为x、y、z 方向的单位矢量。

$\vec{i}$、$\vec{j}$ 、$\vec{k}$ 有时写为 $\hat{i}$ 、$\hat{j}$ 、$\hat{k}$ 。

位矢 $\vec{r}$ 的大小为 $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

位矢 $\vec{r}$ 的方向余弦

$$\begin{cases} \cos\alpha = x/r \\ \cos\beta = y/r \\ \cos\gamma = z/r \end{cases}$$

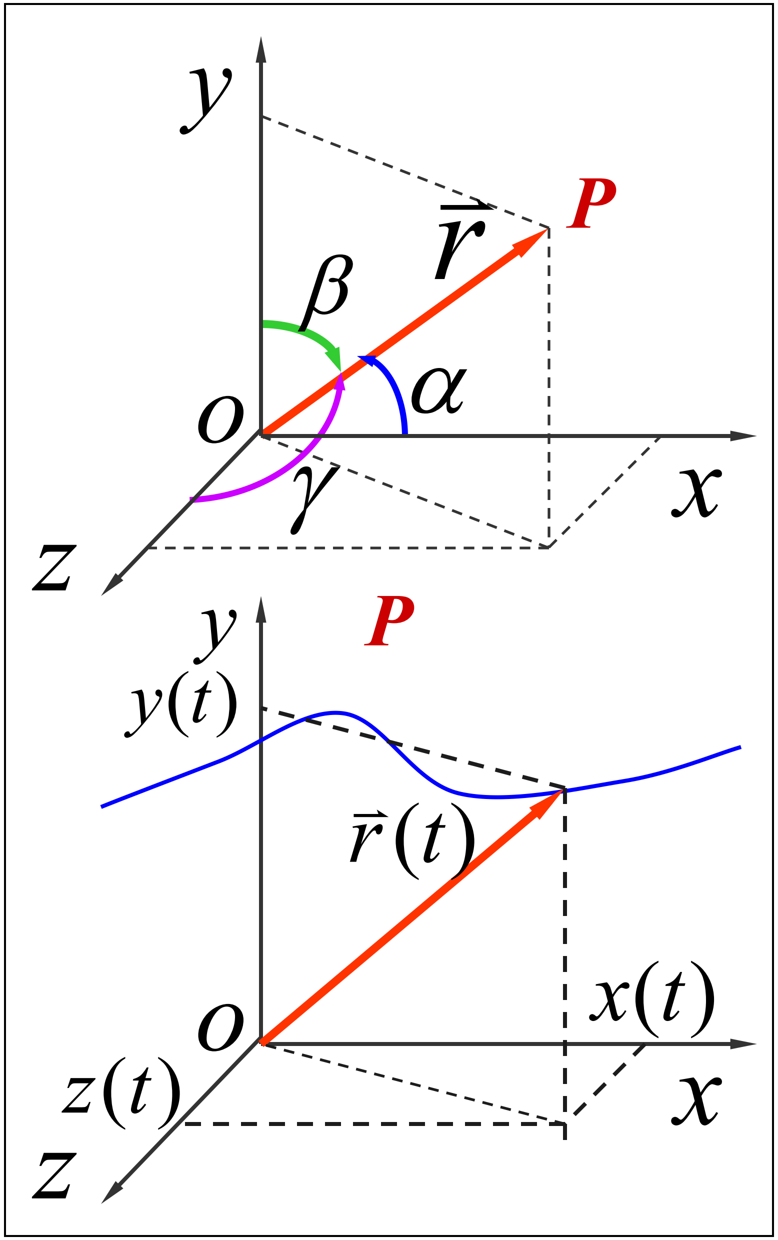
2 运动方程（运动函数）

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

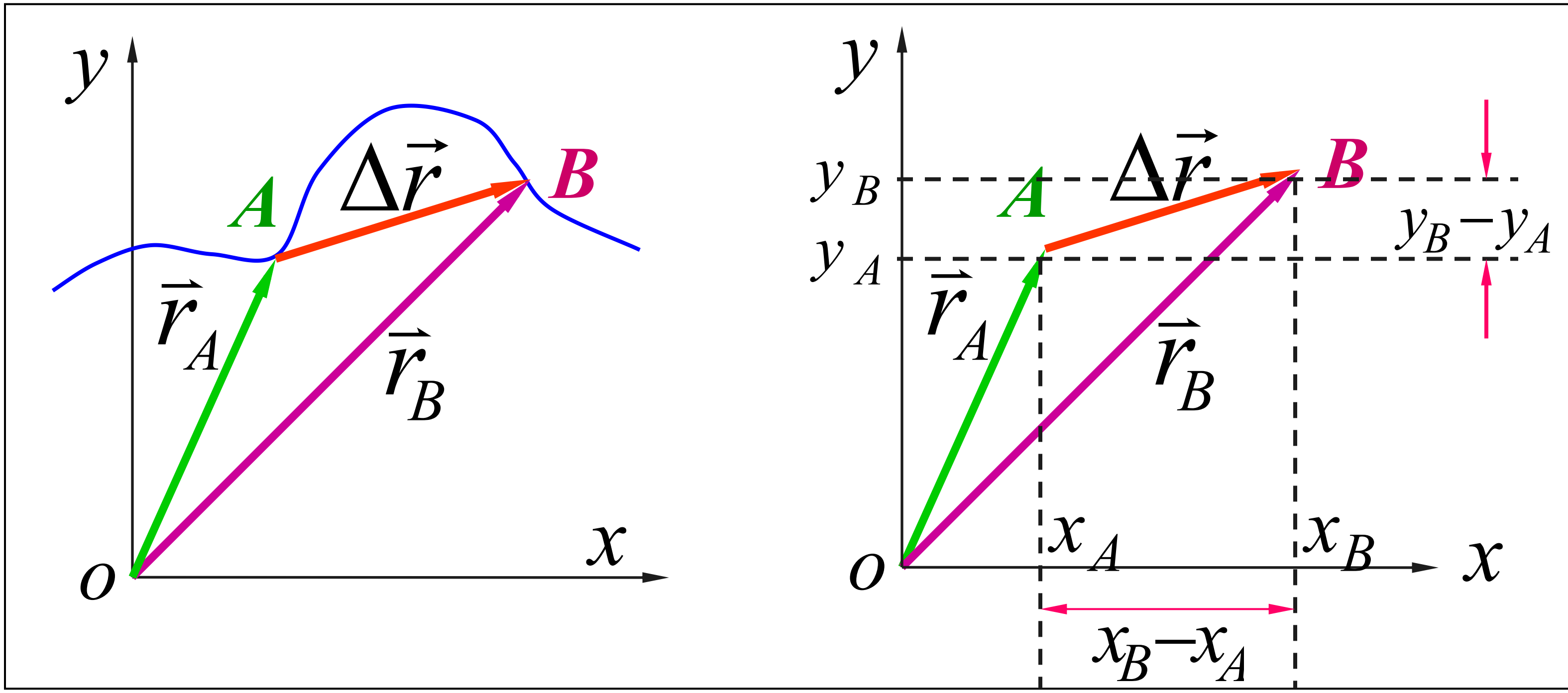
分量式 $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$

从中消去参数 t 得轨迹方程

$$f(x, y, z) = 0$$



3　位移



经过时间间隔 Δt 后，质点位置矢量发生变化，由始点 A 指向终点 B 的有向线段 $\vec{AB}$ 称为点 A 到 B 的位移矢量 $\Delta\vec{r}$ 。位移矢量也简称位移。

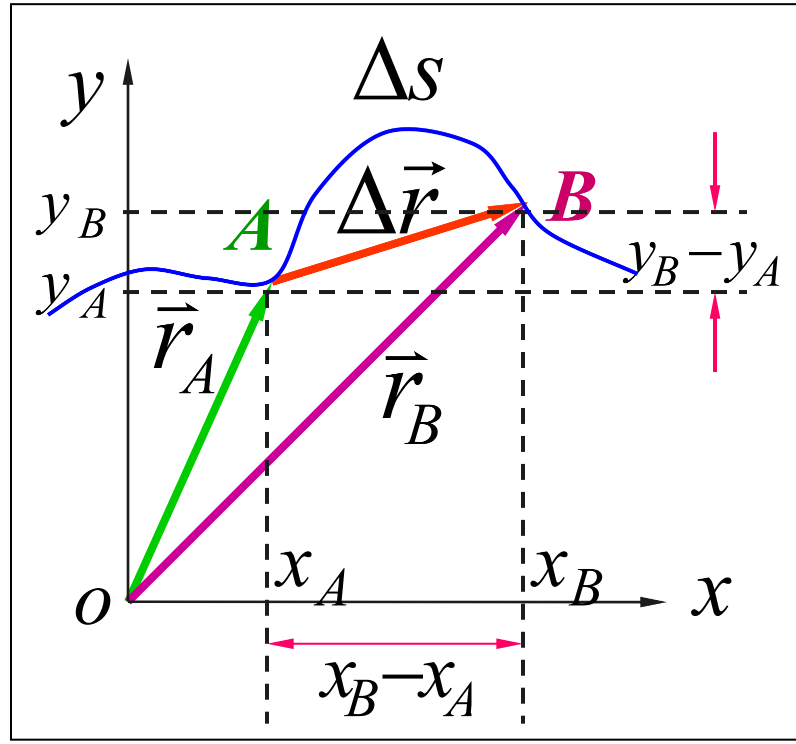
$\because\quad \vec{r}_B=\vec{r}_A+\Delta\vec{r}\qquad\qquad \therefore\quad \Delta\vec{r}=\vec{r}_B-\vec{r}_A$

又 $\vec{r}_A = x_A\vec{i} + y_A\vec{j}$

$\vec{r}_B = x_B\vec{i} + y_B\vec{j}$

所以位移 $\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$

$$\Delta\vec{r} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$$



若质点在三维空间中运动，则在直角坐标系 $Oxyz$ 中其位移为

$$\Delta\vec{r} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k}$$

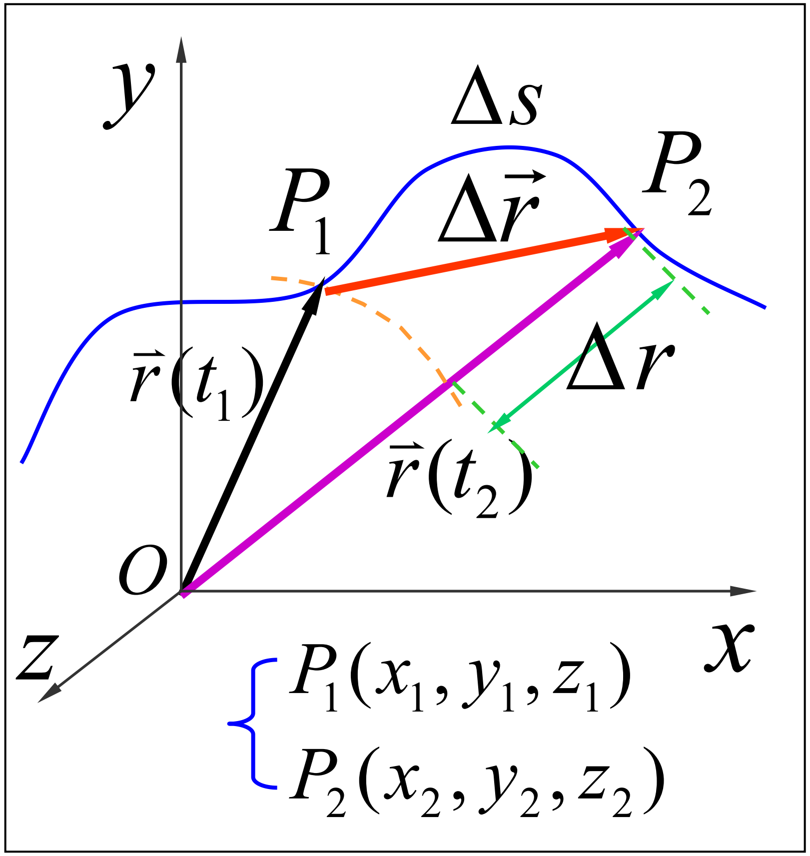
位移的大小为 $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$　　方向为 $A \rightarrow B$

4　路程（Δs）：质点实际运动轨迹的长度。　　$\Delta s = \overset{\frown}{AB}$

位移的物理意义

（A） 确切反映物体在空间位置的变化，与路径无关，只决定于质点的始末位置。

（B） 反映了运动的矢量性和叠加性。



$$\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$$

$$\left|\Delta\vec{r}\right| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

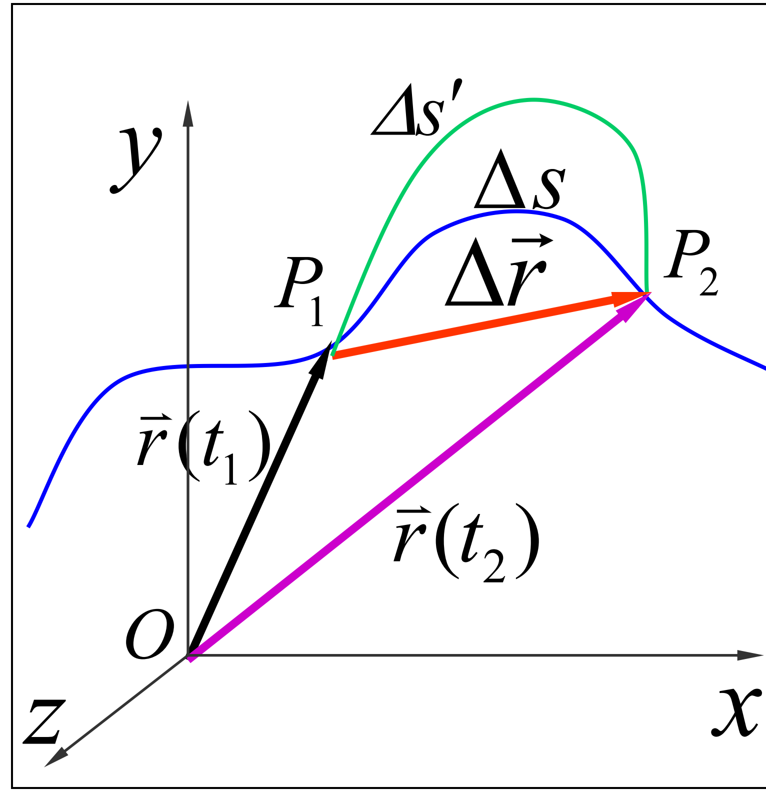
注意: $\left|\Delta\vec{r}\right| \neq \Delta r$ 位矢长度的变化

（位矢大小的增量）

$$\Delta r = \sqrt{x_2^{\,2} + y_2^{\,2} + z_2^{\,2}} - \sqrt{x_1^{\,2} + y_1^{\,2} + z_1^{\,2}}$$

讨论： 位移与路程

（A）P_1P_2 两点间的路程是不唯一的，可以是 Δs 或 $\Delta s'$；而位移 $\Delta \vec{r}$ 是唯一的。



（B） 一般情况，位移大小不等于路程。 $|\Delta \vec{r}| \neq \Delta s$

（C）什么情况 $|\Delta \vec{r}| = \Delta s$？

不改变方向的直线运动； $|\Delta \vec{r}| = \Delta s$

$\Delta t \rightarrow 0, \quad |\mathrm{d}\vec{r}| = \mathrm{d}s$

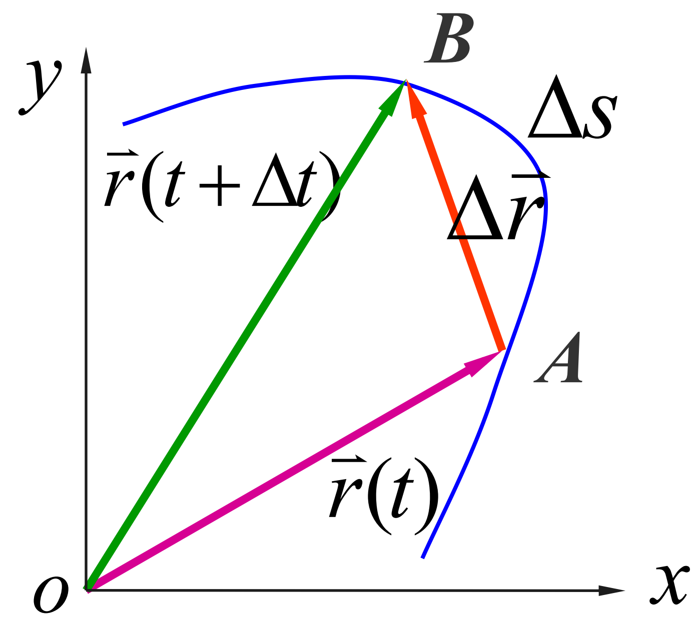
（D）位移是矢量，路程是标量。

三、速度——反映位置变化快慢的物理量

1 平均速度

在 Δt 时间内，质点从点A 运动到点 B，其位移为

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$



Δt 时间内，质点的平均速度

$$\overline{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

平均速度 $\overline{\vec{v}}$ 与 $\Delta\vec{r}$ 同方向。

平均速率

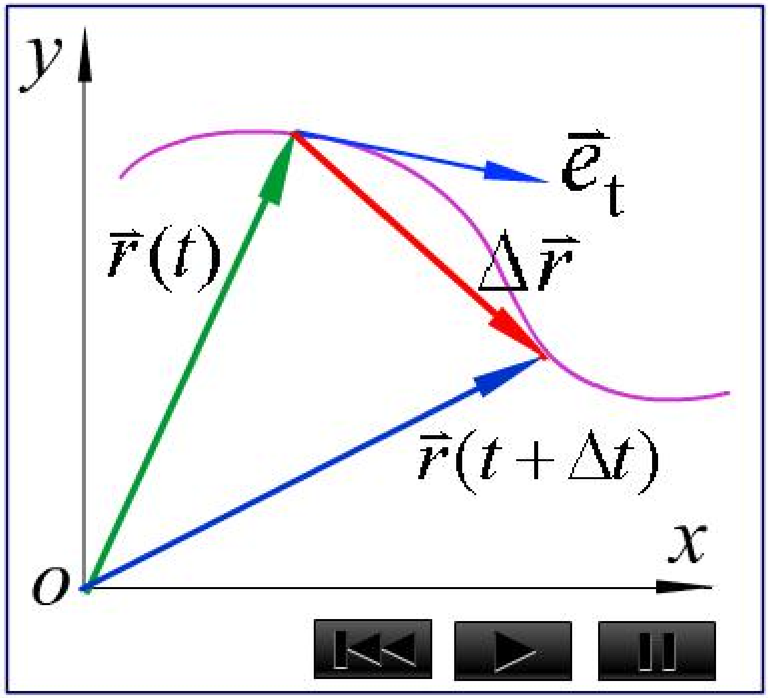
$$\overline{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \neq \left|\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right| = \left|\overline{\vec{v}}\right|$$

2 瞬时速度

当 $\Delta t \to 0$时平均速度的极限值叫做瞬时速度，简称速度。

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$$

当质点做曲线运动时，质点在某一点的速度方向就是沿该点曲线的切线方向。



当 $\Delta t \to 0$ 时， $\left|\mathrm{d}\vec{r}\right| = \mathrm{d}s$

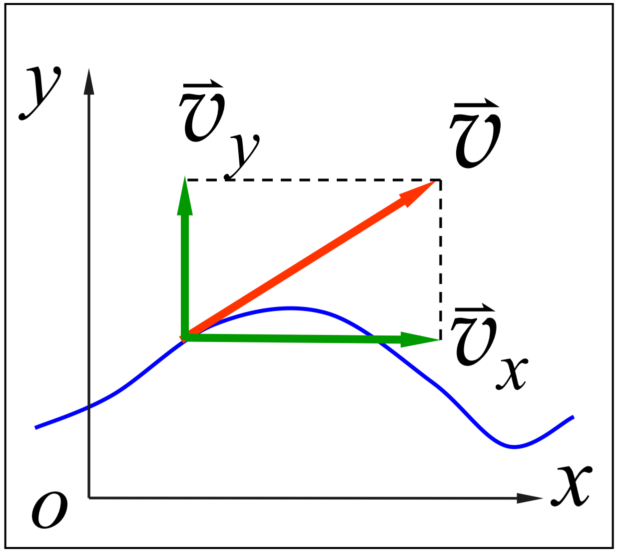
$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\hat{\tau} \qquad \left(\hat{\tau} = \vec{e}_t\right)$$

若质点在三维空间中运动，其速度为

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}\right)$$

$$= \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$



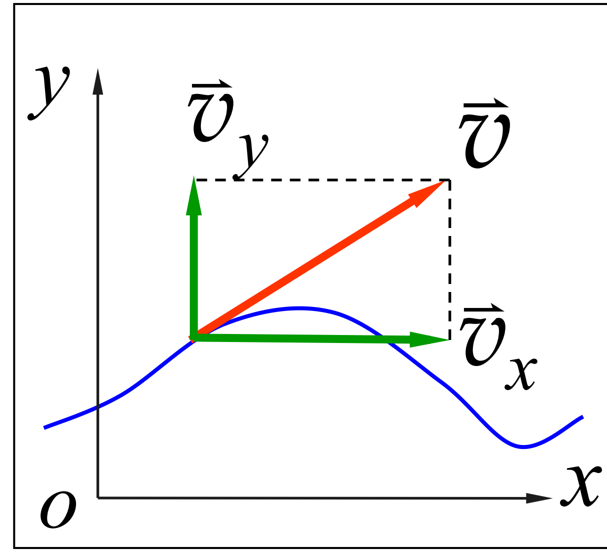
瞬时速率：速度 $\vec{v}$ 的大小称为速率

$$v = \left|\vec{v}\right| = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2}$$

$$\because \ \vec{v} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\hat{\tau}$$

$$\therefore \ v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$



分量 $\begin{cases} v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\ v_y = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \\ v_z = \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \end{cases}$

速度 $\vec{v}$ 的大小

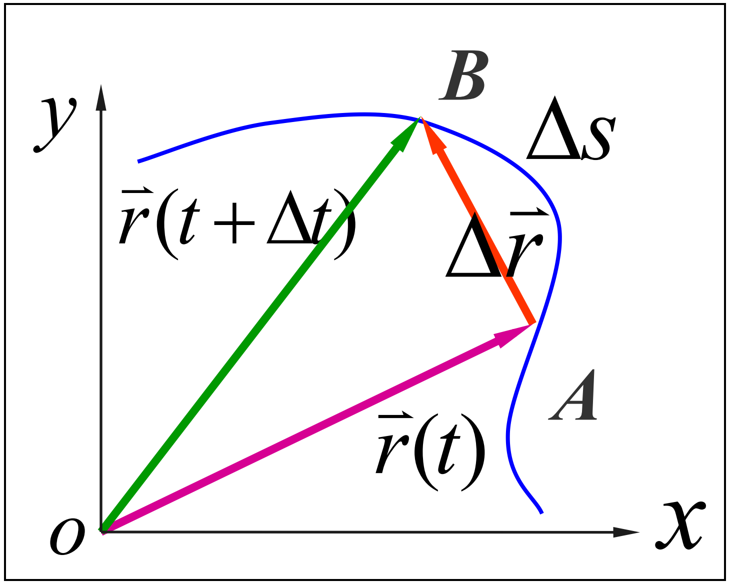
$$v = |\vec{v}| = \sqrt{(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t})^2 + (\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t})^2 + (\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t})^2}$$

速度方向：切线向前

方位角：$\cos\alpha = \dfrac{v_x}{|\vec{v}|}$，$\quad \cos\beta = \dfrac{v_y}{|\vec{v}|}$，$\quad \cos\gamma = \dfrac{v_z}{|\vec{v}|}$

平均速率 $\overline{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

瞬时速率 $v = \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$



思考题：

一运动质点在某瞬时位于矢径 $\vec{r}(x,y)$ 的端点处，其速度大小为 ________ ?

（**A**） $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ （**B**） $\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$

（**C**） $\dfrac{\mathrm{d}|\vec{r}|}{\mathrm{d}t}$ （**D**） $\sqrt{(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t})^2 + (\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t})^2}$

例 1 设质点的运动方程为 $\vec{r}(t)=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}$,

其中 $x(t)=t+2$ (SI), $y(t)=0.25t^2+2$ (SI).

（**1**）求 $t=3$ s 时的速度.（**2**） 作出质点的运动轨迹图。

解 （**1**）由题意可得速度分量分别为

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=1,\ v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=0.5t$$

$t=3$ s 时速度为 $\vec{v}=1.0\vec{i}+1.5\vec{j}\left(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}\right)$

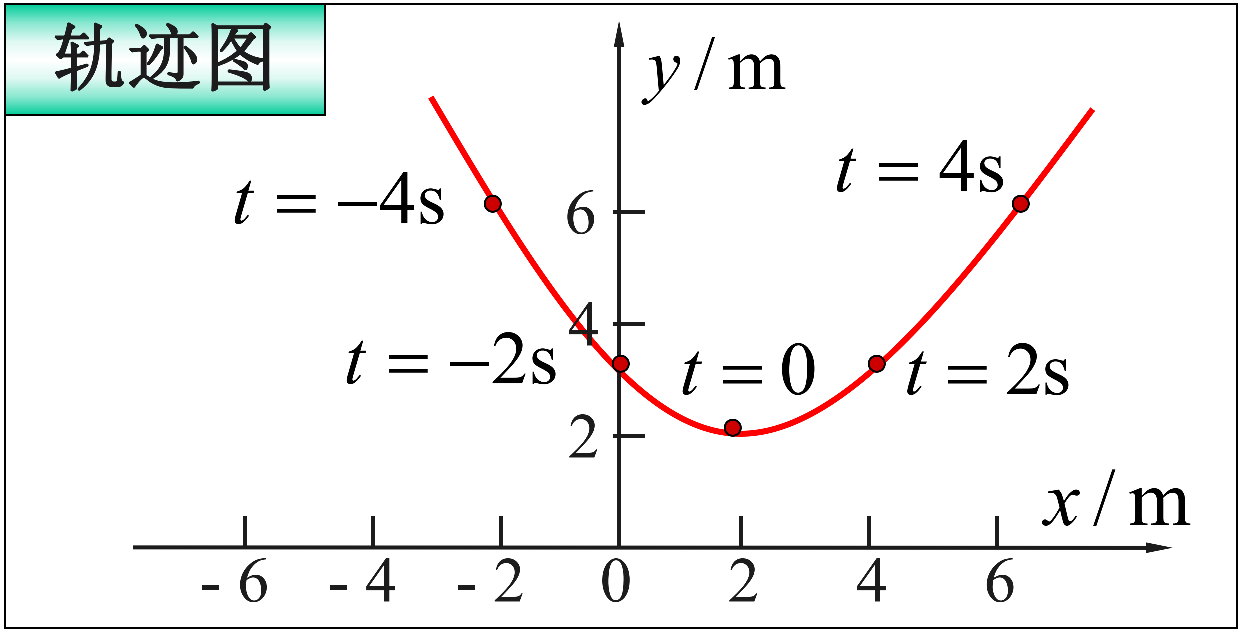
速度 $\vec{v}$ 与 x 轴之间的夹角

$$\theta=\arctan\frac{1.5}{1}=56.3^\circ$$

（2） 运动方程 $\begin{cases} x(t) = t + 2 \\ y(t) = 0.25t^2 + 2 \end{cases}$

由运动方程消去参数 t 可得轨迹方程为

$$y = \frac{1}{4}x^2 - x + 3$$



例2 如图所示，A、B 两物体由一长为 l 的刚性细杆相连，A、B 两物体可在光滑轨道上滑行。如物体A以恒定的速率 v 向左滑行，当 $\alpha = 60^\circ$ 时，物体B的速率为多少？

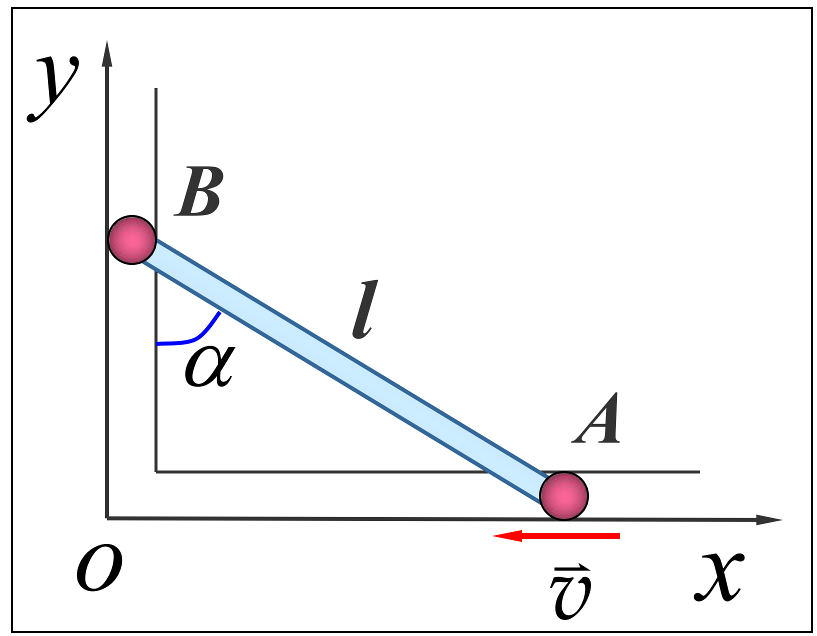
解 建立坐标系如图，

物体A 的速度

$$\vec{v}_A = v_x \vec{i} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i} = -v\vec{i}$$

物体B 的速度

$$\vec{v}_B = v_y \vec{j} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j}$$

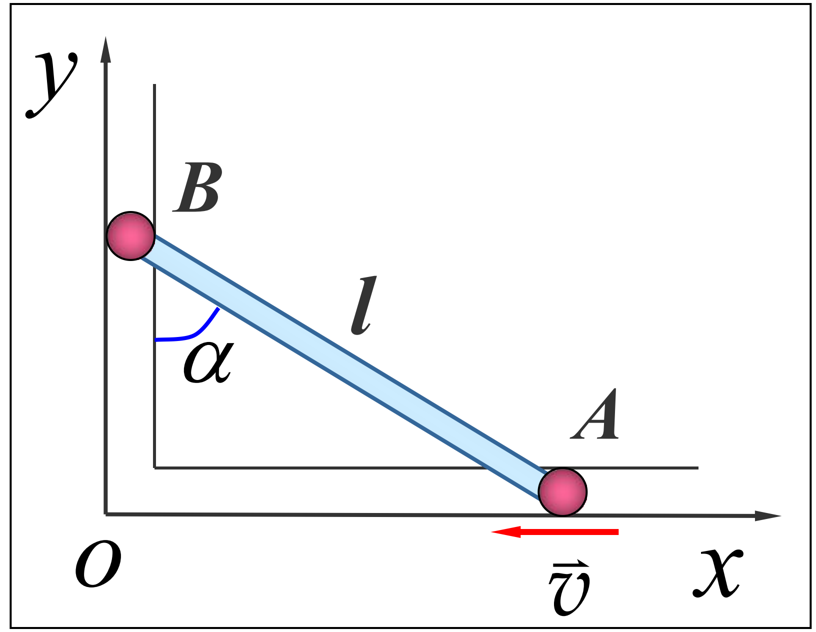


OAB为一直角三角形，刚性细杆的长度 l 为一常量

$$x^2 + y^2 = l^2$$

两边求导得

$$2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 2y\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 0$$



即：$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -\frac{x}{y}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

$$\vec{v}_B = -\frac{x}{y}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{j}$$

$$\because \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -v, \quad \tan\alpha = \frac{x}{y} \qquad \therefore \vec{v}_B = v\tan\alpha\,\vec{j}$$

$\vec{v}_B$ 沿 y 轴正向，当 $\alpha = 60^\circ$时，$v_B = 1.73v$

四、加速度 ——反映速度变化快慢的物理量

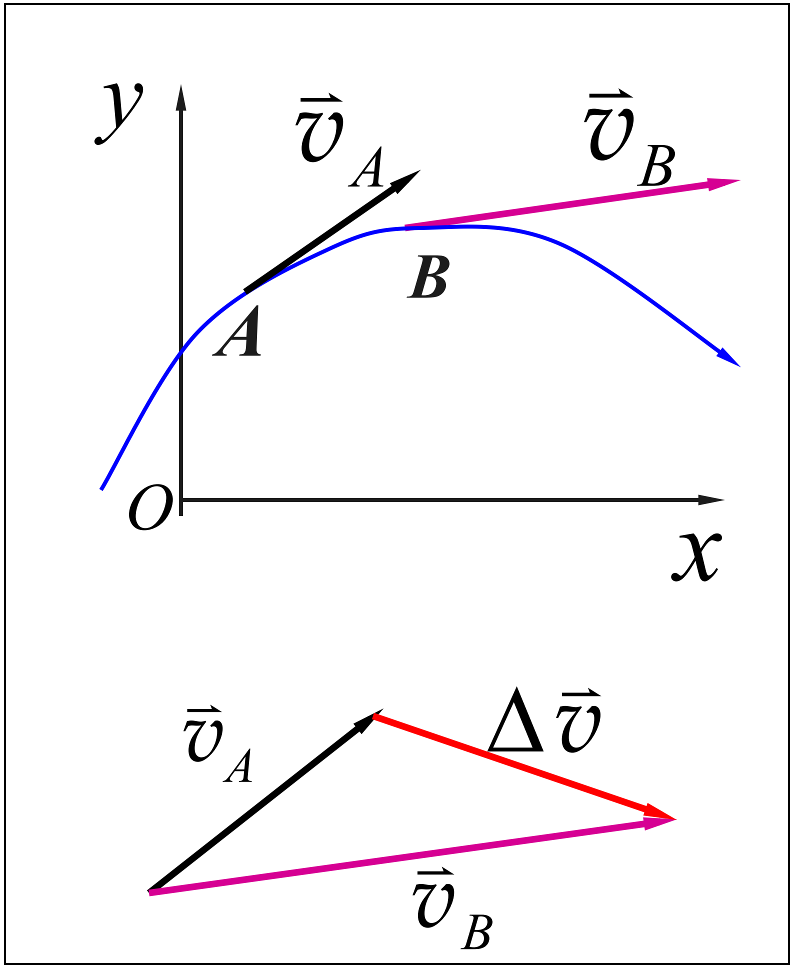
1 平均加速度

单位时间内的速度增量

即平均加速度

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$\bar{\vec{a}}$ 与 $\Delta \vec{v}$ 同方向。



2 瞬时加速度（加速度）

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 \vec{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

质点作三维运动时加速度为

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

$$=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\vec{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\vec{k}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\vec{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\vec{k}$$

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$$

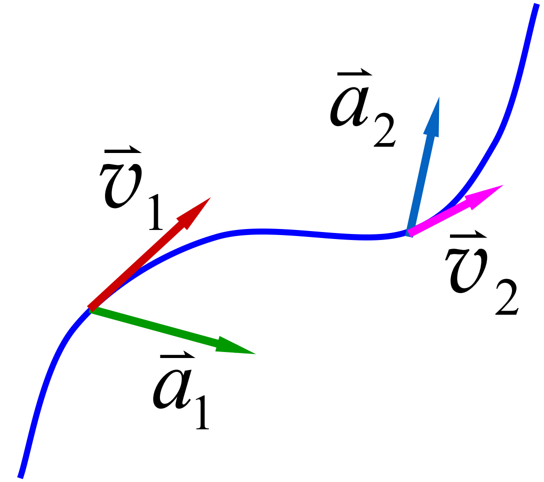
$$\begin{cases} a_x=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} \\ a_y=\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} \\ a_z=\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} \end{cases}$$

加速度大小

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

加速度大小 $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$



加速度方向：

- 直线运动： $\vec{a} // \vec{v}$
- 曲线运动：指向曲线凹侧

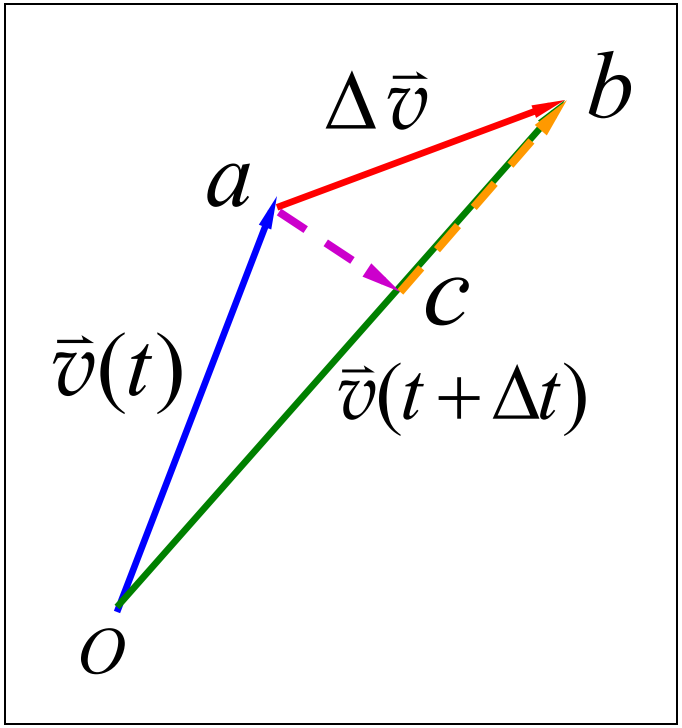
方位角：$\cos\alpha = \dfrac{a_x}{|\vec{a}|}$， $\cos\beta = \dfrac{a_y}{|\vec{a}|}$， $\cos\gamma = \dfrac{a_z}{|\vec{a}|}$

注意：物理量 $\vec{r}$，$\Delta\vec{r}$，$\vec{v}$，$\vec{a}$ 的共同特征是都具有<u>矢量性</u>和<u>相对性</u>。

讨论： $\left|\Delta\vec{v}\right| \cancel{=} \Delta v$ 吗？

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)$$

$$\left|\Delta\vec{v}\right| = \left|\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)\right|$$



在***Ob***上截取 $\overline{oc} = \overline{oa}$

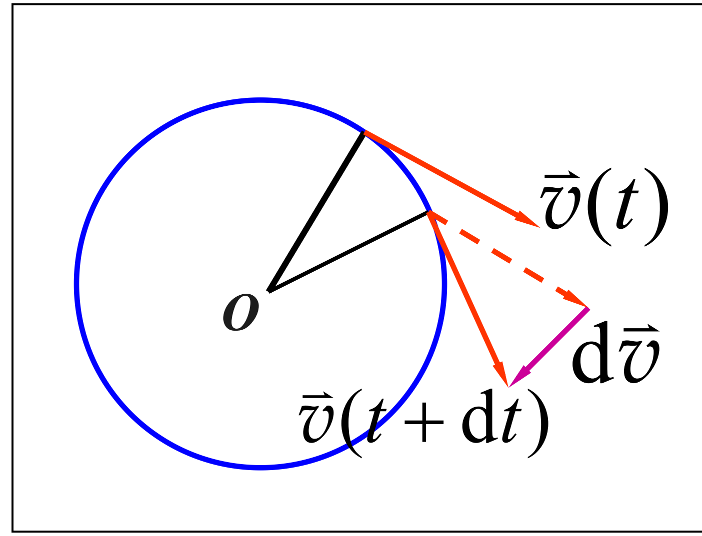
有 $\Delta v = \overline{cb}$

$$\Delta\vec{v} = \overrightarrow{cb} + \overrightarrow{ac} = \Delta\vec{v}_{\tau} + \Delta\vec{v}_{\mathrm{n}}$$

$\Delta\vec{v}_{\tau} = \overrightarrow{cb}$ 速度大小变化

$\Delta\vec{v}_{\mathrm{n}} = \overrightarrow{ac}$ 速度方向变化

讨论： 问 $|\vec{a}| = a \neq \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 吗？



例 匀速率圆周运动

因为 $v(t) = v(t+\mathrm{d}t)$

所以 $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \equiv 0$

而 $|\vec{a}| = a \neq 0$

所以 $a \neq \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$

质点运动学两类基本问题

1. 由质点的运动方程可以求得质点在任一时刻的位矢、速度和加速度；

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}$$

2. 已知质点的加速度以及初始条件（即：初始速度和初始位置），可求质点速度及其运动方程。

$$\vec{v}-\vec{v}_0=\int_{t_0}^{t}\vec{a}\cdot dt \qquad \vec{r}-\vec{r}_0=\int_{t_0}^{t}\vec{v}\cdot dt$$

$$\vec{r}(t) \underset{\text{积分}}{\overset{\text{求导}}{\rightleftarrows}} \vec{v}(t) \underset{\text{积分}}{\overset{\text{求导}}{\rightleftarrows}} \vec{a}(t)$$

例3　有 一个球体在某液体中竖直下落，其初速度为 $\vec{v}_0 = (10\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})\vec{j}$ ，它的加速度为 $\vec{a} = (-1.0\mathrm{s}^{-1})v\vec{j}$ 。

问：　（1）经过多少时间后可以认为小球已停止运动？

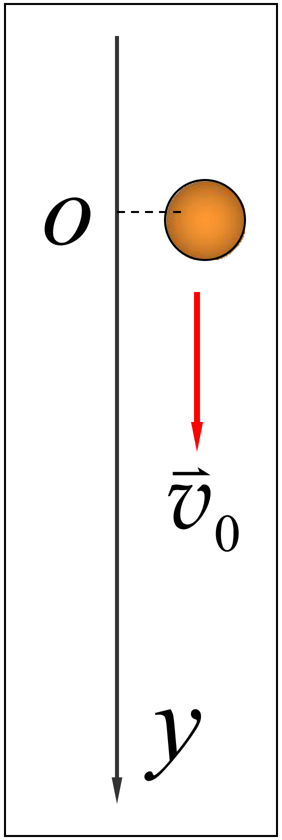
（2）此球体在停止运动前经历的路程有多长？

解：由加速度定义　$a = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = (-1.0\mathrm{s}^{-1})v$

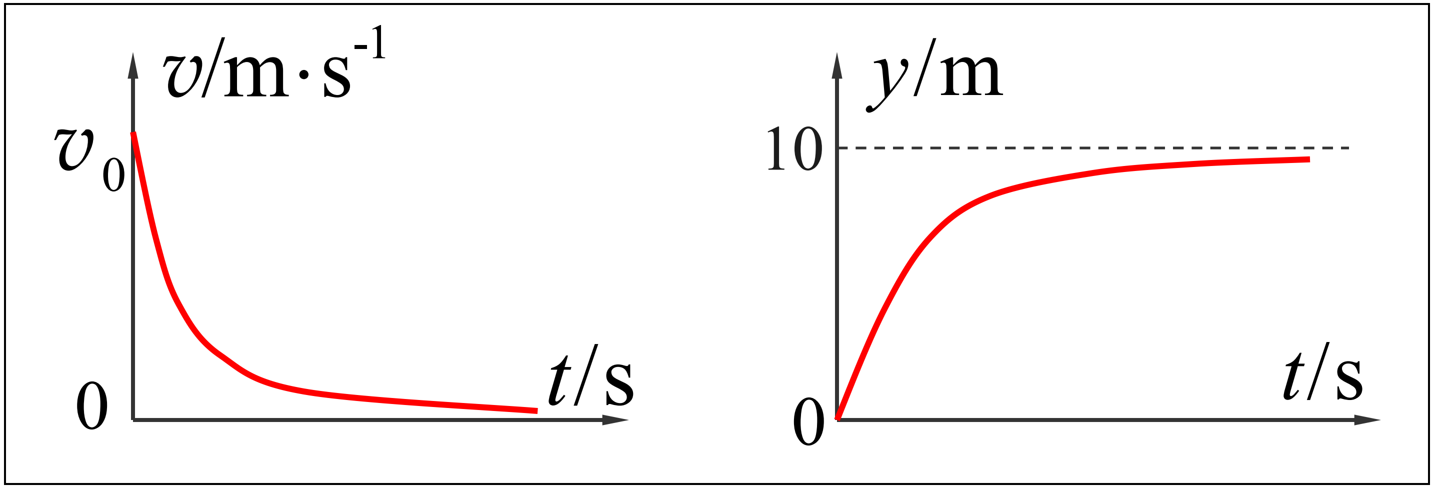
$$\int_{v_0}^{v} \frac{\mathrm{d}v}{v} = (-1.0\mathrm{s}^{-1})\int_0^{\mathrm{t}} \mathrm{d}t, \quad v = v_0 \mathrm{e}^{(-1.0\mathrm{s}^{-1})t}$$

$$v = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = v_0 \mathrm{e}^{(-1.0\mathrm{s}^{-1})t} \qquad \int_0^y \mathrm{d}y = v_0 \int_0^t \mathrm{e}^{(-1.0\mathrm{s}^{-1})t} \mathrm{d}t$$

$$y = 10[1 - \mathrm{e}^{(-1.0\mathrm{s}^{-1})t}]\mathrm{m}$$



$$v = v_0 e^{(-1.0\mathrm{s}^{-1})t} \qquad y = 10[1 - e^{(-1.0s^{-1})t}]\mathrm{m}$$



v	$v_0/10$	$v_0/100$	$v_0/1000$	$v_0/10000$
t/s	2.3	4.6	6.9	9.2
y/m	8.9974	9.8995	9.9899	9.9990

$$t = 9.2\mathrm{s}, \quad v \approx 0, \quad y \approx 10\mathrm{m}$$

讨论：

1 加速度为恒矢量时质点的运动方程

已知一质点作平面运动，其加速度 $\vec{a}$ 为恒矢量, 有

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}$$

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} \qquad \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}}\mathrm{d}\vec{v}=\int_0^t\vec{a}\,\mathrm{d}t$$

积分可得 $\vec{v}=\vec{v}_0+\vec{a}t$

写成分量式

$$v_x=v_{0x}+a_xt \qquad v_y=v_{0y}+a_yt$$

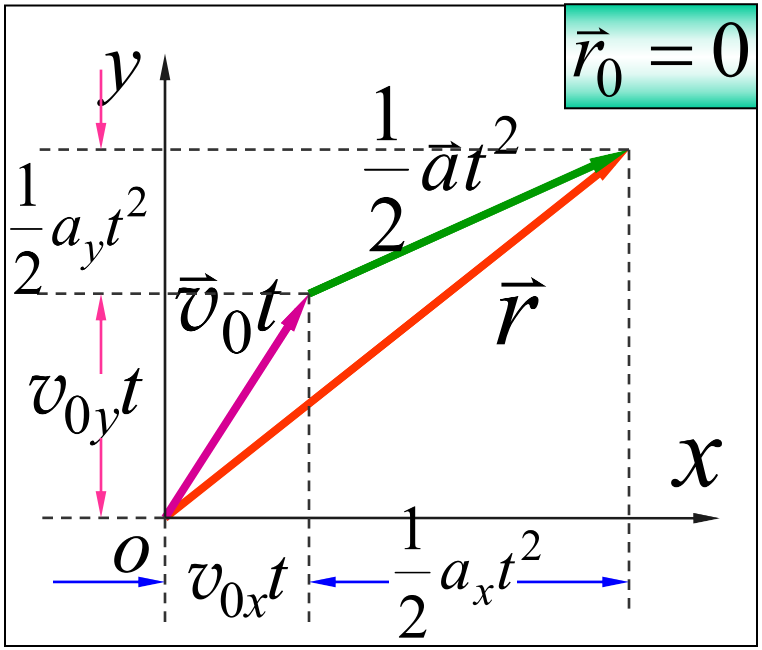
$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j} \qquad \vec{v}=\vec{v}_0+\vec{a}t$$

$$\mathrm{d}\vec{r}=\vec{v}\mathrm{d}t \qquad \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}}\mathrm{d}\vec{r}=\int_0^t(\vec{v}_0+\vec{a}t)\mathrm{d}t$$

积分可得 $\vec{r}-\vec{r}_0=\vec{v}_0t+\frac{1}{2}\vec{a}t^2$

写成分量式为

$$\begin{cases} x-x_0=v_{0x}t+\frac{1}{2}a_xt^2 \\ y-y_0=v_{0y}t+\frac{1}{2}a_yt^2 \end{cases}$$



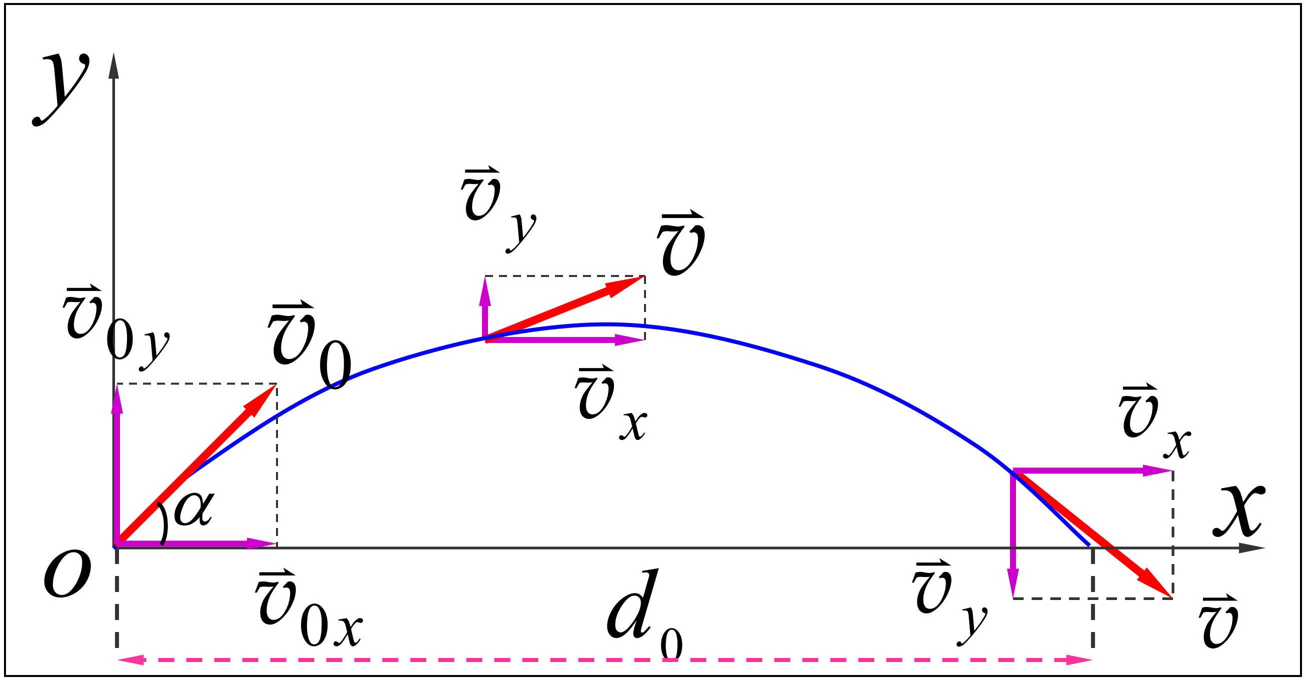
2 斜抛运动——运动的叠加

当子弹从枪口射出时，椰子刚好从树上由静止自由下落. 试说明为什么子弹总可以射中椰子？

求斜抛运动的轨迹方程和最大射程

已知 $a_x = 0 \quad a_y = -g, \quad t = 0$ 时 $x_0 = y_0 = 0$

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha \qquad v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$



$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t \qquad y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t \qquad y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

消去方程中的参数 t 得轨迹： $y = x\tan\alpha - \dfrac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2$

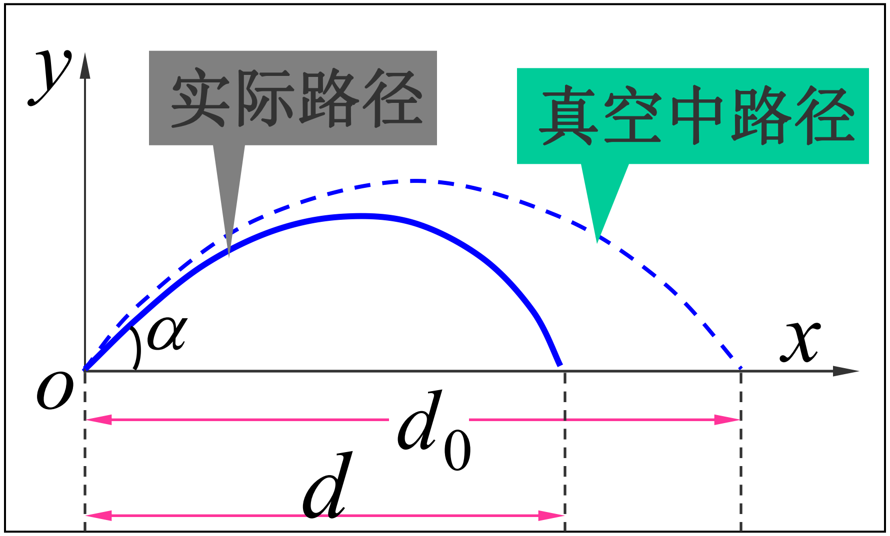
求最大射程

$$d_0 = \frac{2v_0^2}{g}\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\frac{\mathrm{d}d_0}{\mathrm{d}\alpha} = \frac{2v_0^2}{g}\cos 2\alpha = 0$$

$$\alpha = \pi/4$$

最大射程 $d_{0\mathrm{m}} = v_0^2 / g$



由于空气阻力，实际射程小于最大射程。

课后作业

1 复习：阅读教材1-11页的内容，复习基本概念和例题

2 预习：阅读教材第三节圆周运动和第四节相对运动

3 第一章作业：张宇等《大学物理》教材第一章习题1-1至1-15（共15道题）。交作业时间待定。

MOOC：国家精品课《大学物理》(100+学时），耿平教授，爱课程

http://www.icourses.cn/sCourse/course_7032.html

其中力学，电磁学，光学，振动波动，相对论，量子物理对应章节