Physics Notes - Electromagnetism Section

硝基苯

Chapter 05 Electric Field

场：特殊形态的物质
描述电场的物理量：电场强度，电势
表征静电场特性的定理：高斯定理，环路定理

常量

元电荷	$e = 1.602 \times 10^{-19}\ C$
真空电容率	$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ F \cdot m^{-1}$
电子伏	$1\ \mathrm{eV} = 1.602 \times 10^{-19}\ J$
记忆公式用代换	$k \triangleq \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

电荷守恒定律

系统的电荷的代数和不变。

库伦定律

$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$
条件：真空、静止、点电荷

电偶极子

两个电荷量相等，符号相反，相距 r_0 的点电荷 $+q$ 和 $-q$ 构成的电荷系

电偶极矩

$\vec{p} = q\vec{r}_0$
$\vec{p}$：电偶极矩
$\vec{r}_0$：轴，从 $-q$ 指向 $+q$ 的矢量

电场强度

以轴线中点为原点 O ，轴方向为 O_x 轴，中垂线为 O_y 轴

x 轴上有

$$\vec{E} = \frac{2kx\vec{p}}{(x^2 - r_0^2/4)^2} \overset{x \gg r_0}{=} \frac{2k}{x^3}\vec{p}$$

y 轴上有

$$\vec{E} = \frac{-k\vec{p}}{(y^2 + r_0^2/4)^{3/2}} \overset{y \gg r_0}{=} \frac{-k}{y^3}\vec{p}$$

电场的形象描绘

静电场的电场线

电场强度沿电场线切线方向
电场线密度越大，电场强度越大
电场线始于正电荷，止于负电荷，不形成闭合曲线，不相交

$E = \frac{dN}{dS} \triangleq$ 电场线密度
dN：电场线数

等势面

某点电场强度于等势面垂直
相邻等势面间电势差相等
等势面越密，电场强度越大

电场的参数

	电场强度	电势
定义式	$\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q_0}$	$V_A=\displaystyle\int_{\mathrm{AB}}\vec{E}\cdot d\vec{l}+V_B$
	q_0：试验电荷	V_B：参考电势
		若电荷分布在有限空间，则参考点取无限远处 并令其电势为零，即 $V_A=\int_{A\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}$

叠加原理	矢量叠加	标量叠加
	$k\sum\dfrac{q_i}{r_i^2}\vec{e}_{ri}$	$k\sum\dfrac{q_i}{r_i}$
若电荷连续分布	$k\displaystyle\int\dfrac{dq}{r^2}\vec{e}_r$	$k\displaystyle\int\dfrac{dq}{r}$
$dq=\rho\,dV$	$=\sigma\,dS$	$=\lambda\,dl$

关系

$\vec{E}=-\nabla V$

决定式

点电荷

$$\overrightarrow{E}=k\frac{q}{r^2}$$

$$V=k\frac{q}{r}$$

球

球壳 / 球体 外

$\overrightarrow{E}=k\dfrac{q}{r}$

球壳 / 球体 内
$\overrightarrow{E} = k\frac{q}{R}$

无限大平面

$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

两无限大平行平面
设两平面带等量异号电荷，电荷面密度分别为 $\pm\sigma$

平面外
0

平面内
$\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

无限长直线

电荷线密度为 λ
$E = k\frac{2\lambda}{x}$

细棒

设直线长为 $2l$ 。以直线中点为原点 O ，直线沿 O_y 轴

x 轴上有
$E = k\frac{q}{x\sqrt{x^2+l^2}}$

y 轴上有
$E = k\frac{q}{y^2-l^2}$

薄圆环

$E = k\frac{qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$
x: 到环心的距离

在 $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}R$ 处取得极值

薄圆盘

电荷面密度为 σ
$dq = \sigma 2\pi r \, dr$

$$E = k \cdot 2\pi\sigma x \left(\frac{1}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right)$$

高斯定理

电场强度通量

定义：通过电场中某一个面的电场线数目
$d\Phi_e = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cos\theta \, dS$

$\vec{S}$：面积矢量
  $\vec{S} = S\vec{e}_n$
  $\vec{e}_n$：单位 外 法线矢量，即方向垂直指向曲面外侧

匀强电场中有
$\mathit{\Phi}_e = ES\cos\theta$
匀强电场穿过闭合曲面的电场强度通量为零

真空中静电场的高斯定理

$$\mathit{\Phi}_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{\text{encl}}$$
q_{encl}：高斯面包围的电荷的**代数和**
条件：真空，静电场；闭合曲面（高斯面）

思路

利用积分区域对称（如果有）：高斯面上电场分布的对称性
考虑 $\vec{E}$ 为常量并垂直于 $\vec{S}$ 时：提出 E ，积分简化为求面积
高斯面内无净电荷时，电场强度通量为零

静电场的环路定理

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$
静电场中电场强度的 环流 为零

静电场力是保守力，静电场是保守场

静电场力的功

$W_{AB} = kqq_0(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}) = qU_{AB}$

$U_{AB} = V_A - V_B = \int_{\overline{AB}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$：电势差

电势能

电荷在电场中的电势能，等于把它从该点移动到零势能处静电场力做的功

静电场力做的功等于电势能增量的负值

Chapter 06 Conductors & Dielectrics

本章仅考虑静电场

静电平衡的导体内部电场强度为零，电势不一定为零
接地的导体电势为零，电荷不一定为零

静电平衡

导体内部和导体表面电势处处相等，导体为一等势体

条件

导体内部任一点处电场强度为零
导体表面处电场强度方向与导体表面垂直

电荷分布

导体所带电荷只能分布在外表面上
导体内没有净电荷
空腔内表面没有任何形式的分布电荷

导体表面外非常临近表面处电场强度

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
σ：该点附近导体表面的电荷面密度
E：**合**电场强度，方向与导体表面垂直

曲率半径较小处，电荷面密度较大，电场较强
尖端附近电场最强

静电屏蔽

空腔导体（不论是否接地）使腔内空间不受外电场影响
接地空腔导体使外部空间不受空腔内的电场的影响

电容率

- 真空电容率
  $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ F \cdot m^{-1}$

- 相对电容率
  $\varepsilon_r = \dfrac{E_0}{E} > 1$
  E_0：两板间仅为真空时的电场强度
  外电场频率 f 增大，相对电容率 ε_r 下降

- 电容率
  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

电极化强度

> 极化现象　[瞭解]
> P215
> 外电场作用下，电介质表面产生极化电荷

$\overrightarrow{P} = \dfrac{\sum \vec{p}}{\Delta V}$
ΔV：宏观小体积
$\vec{p}$：分子的电偶极矩

若电介质各处 $\overrightarrow{P}$ 相同，则电介质被均匀极化

$P = \sigma'$　为**极化电荷**面密度
条件：两平行板间的电介质

极化电荷与自由电荷关系

$\sigma' = \sigma_0 (1 - \dfrac{1}{\varepsilon_r}) < \sigma_0$
σ'：极化电荷面密度

σ_0：自由电荷面密度
条件：两平行板间的电介质

$$\overrightarrow{P}=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0\overrightarrow{E}$$

$\varepsilon_r-1\triangleq\chi_e$　为电介质的电极化率

电位移

$$\begin{aligned}\overrightarrow{D}&=\varepsilon_0\varepsilon_r\overrightarrow{E}\\&=\overrightarrow{P}+\varepsilon_0\overrightarrow{E}\end{aligned}$$

含电介质的高斯定理

理解用：$\displaystyle\oint\varepsilon\overrightarrow{E}\cdot d\overrightarrow{S}=Q_{\text{encl-free}}$

敷衍用：$\displaystyle\oint_S\overrightarrow{D}\cdot d\overrightarrow{S}=\sum Q_0$

考虑高斯面包围的**自由电荷**

电容

孤立导体

$$C=\frac{Q}{V}$$

孤立球形导体

$$C=4\pi\varepsilon_0R$$

电容器

两个带等值异号电荷的导体组成的系统

$$C=\frac{Q}{U}$$

Q：一个导体所带电荷
U：两导体间电势差

平行平板电容器

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}$$

$$E_b = \frac{U_b}{d}$$

E_b：击穿场强（介电强度）

击穿：电介质失去绝缘性

圆柱形电容器

$$C = \frac{2\pi\varepsilon l}{\ln(R_2/R_1)}$$

$$R_2 - R_1 \triangleq d \quad \ll R_1 \implies \ln\frac{R_2}{R_1} \approx \frac{d}{R_1}$$ **(WTF?)**

$$C \approx \frac{\varepsilon S}{d}$$

S：圆柱体侧面积

球形电容器

$$C = 4\pi\varepsilon\frac{R_1R_2}{R_2 - R_1}$$

平行长直导线

距离 $d \gg$ 半径 R

单位长度的电容

$$C = \frac{\pi\varepsilon}{\ln(d/R)}$$

串联

$$\frac{1}{C} = \sum\frac{1}{C_i}$$

各极板上电荷量相等

并联

$$C = \sum C_i$$

各电容器上电压相等

静电场的能量

$$W_e = \frac{1}{2}CU^2$$

能量密度 $w_e = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$

Chapter 07 Magnetic Field

恒定电流

电流

带电粒子定向运动 -> 传导电流
带电物体机械运动 -> 运动电流

$I = \frac{dq}{dt}$
通过某一截面 S 的电荷对时间的变化率

电流是标量，方向为正电荷移动方向

电流密度

单位时间内，通过一点附近，垂直于电流方向的单位面积的电荷

$$j = \frac{\Delta I}{\Delta S \cos\alpha}$$

$dI = \vec{j} \cdot d\vec{S}$

漂移速度

自由电子在电场力作用下，定向移动的平均速度
宏观电流形成的原因

$j = qnv_d$
q：载流子电荷量
n：载流子数密度

恒定电流条件

闭合曲面上流入的电流等于流出的电流
$\oint_S dI = \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$

电动势

$$\mathscr{E} = \oint_l \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

$\vec{E}_k$：非静电的等效电场强度，即单位正电荷所受的非静电力

若闭合回路中，非静电场只存在于电源内部，则

$$\mathscr{E} = \int_{\text{in}} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

电源电动势是标量
大小等于把单位正电荷从负极经电源内部移动到正极时，非静电力做的功
方向为电源内部电势升高的方向
电源电动势取决于电源本身的性质，于外电路无关

毕奥—萨伐尔定律

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ T \cdot m \cdot A^{-1}$：真空磁导率
$Id\vec{l}$：电流元，方向为电流方向
$\hat{r}$：单位位置矢量，从电流元指向所求点

运动电荷产生的磁场

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \qquad (v \ll c)$$

决定式

> P260

高斯定理

通过闭合曲面的磁通量为零

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

背景：
恒定磁场的磁感线是闭合曲线
磁感线密度为磁感强度
磁通量 $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \qquad \dim\ 1\,Wb = 1\,T \times m^2$

安培环路定理

恒定磁场磁感强度的环流，等于真空磁导率乘以闭合路径包围的电流的代数和
电流正方向遵循右手螺旋关系

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

磁场对电荷的作用

洛伦兹力

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

安培定律（安培力）

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

均匀磁场中，任意平面载流导线受的磁场力，等于始点、终点相同的载流直导线受的磁场力

磁力矩

$$\vec{M} = N\vec{m} \times \vec{B}$$

磁矩 $\vec{m} = IS\hat{n}$
单位法向量的方向与电流流向遵守右手螺旋定则

磁场对载流线圈的磁力矩，使线圈转至其磁矩方向与磁场方向一致

应用举例

回旋

回旋半径

$$R = \frac{mv}{|q|B} \quad (v \ll c)$$

螺距

$$d = v_{\parallel} T = \frac{2\pi m v_{\parallel}}{|q|B}$$

粒子速率增加，回旋频率减小

霍尔效应

$$U_H=\frac{1}{nq}\frac{IB}{d}$$

$K=1/(nq)$：霍尔系数
d：磁场方向导电板厚度

磁介质

顺磁质

$B_{附加}$ 与 $B_{外}$ 方向相同
$B_{附加} \ll B_{外}$，弱磁性物质

抗磁质

B附加 与 $B_{外}$ 方向相反
B附加 $\ll B_{外}$，弱磁性物质

铁磁质

$B_{附加}$ 不是常量
$B_{附加} \gg B_{外}$，强磁性物质

磁畴

微小的自发磁化区域
自旋磁矩排列整齐

居里温度

铁磁质退化成顺磁质

磁滞回线　磁介质分类　磁屏蔽

> P300 - P303

磁化强度

$$\vec{M}=\frac{\sum\vec{m}_i}{\Delta V}$$

$\sum\vec{m}_i$：小体积内分子磁矩的矢量和
$\vec{m}_i$：分子磁矩。包括电子的轨道磁矩和自旋磁矩

$\|\vec{M}\| = i_s$
i_s：磁化电流面密度

磁场强度

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$
$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

χ_m：磁**化**率
$1 + \chi_m = \mu_r$：相对磁**导**率
$\mu_0 \mu_r = \mu$：磁**导**率

磁介质中的安培环路定理

磁介质内部分子电流相互抵消，只在边缘上形成近似环形电流，即磁化电流

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_c$$
I_c：回路包围的**传导电流**的代数和

即有
$$\oint_l \vec{M} \cdot d\vec{l} = I_s$$

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I_c + I_s)$$

I_s：磁化电流

Chapter 08 Electromagentic Induction

（法拉第）电磁感应定律

闭合导体回路磁通量变化 -> 产生感应电流

闭合回路磁通量变化 -> 产生感应电动势
$$\mathscr{E}_i = -\frac{d(N\mathit{\Phi})}{dt}$$
$N\Phi$：磁通匝数 / 磁链

感应电动势方向上电势上升

$$q = \frac{1}{R}|\Phi_1 - \Phi_2|$$

交流发电机

设 $t=0$ 时，线圈垂直于磁场
$\mathscr{E}_m = NBS\omega$
$\mathscr{E} = \mathscr{E}_m \sin\omega t$

楞次定律

感应电流磁效应反抗磁通量**变化**

动生电动势

回路面积矢量的变化引发的电动势
$d\mathscr{E}_i = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

感生电动势

磁感强度变化引发的电动势
$\mathscr{E}_i = \oint_l \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$
E_k：感生电场

若回路静止，面积不随时间变化

$$\mathscr{E}_i = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

感生电场

由变化的磁场激发
电场线闭合
非保守场 / 有旋电场

自感

$$L = \frac{N\Phi}{I}$$

L：自感。与回路形状、大小，周围介质磁介质有关

$$\mathscr{E}_L = -L\frac{dI}{dt}$$

自感电动势反抗电流**变化**

互感

$\Phi_{21} = M_{21}I_1$

M_{21}：互感。与线圈本身，周围介质磁导率，线圈间相对位置有关

上述参数不变时

$M_{21} = M_{12} \triangleq M$

$$\mathscr{E}_{21} = -M\frac{dI_1}{dt}$$

磁场的能量

$$W_m = \frac{1}{2}LI^2$$

能量密度

$$w_m = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu}$$

位移电流

$$I_d = \frac{d\Psi}{dt}$$

$\Psi = \varepsilon \mathit{\Phi}_e$：电位移通量

$$\vec{j}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$\vec{j}_d$：位移电流密度

位移电流的实质是变化的电场

变化的电场激发有旋磁场

全电流

$$I_s = I_c + I_d$$

传导电流和位移电流构成电流的连续性

例：

　　电容器所在电路上

传导电流 I_c 在极板表面中断
由极板间位移电流 I_d 继续
$I_c = I_d$

全电流安培环路定律

非恒定电流下，安培环路定律不适用
可修正为

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_s = \int_S (\vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}$$

麦克斯韦方程组

$$\oint \varepsilon \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{\text{encl-free}}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{l} = I_{\text{s-encl}} = \int_S (\vec{j}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_b}{dt} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$