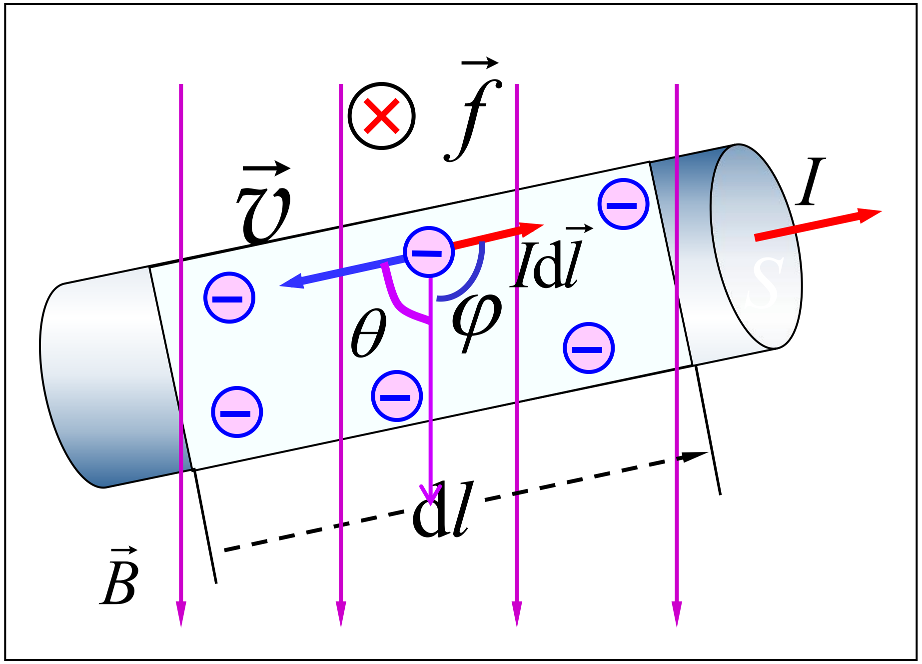
§ 5 磁场对载流导体的作用

一、磁场对载流导线的作用

导线中运动的电荷受到洛仑兹力的作用。 $\vec{f}=q\vec{v}\times\vec{B}$



$f = qvB\sin\theta \qquad \mathrm{d}N = nS\mathrm{d}l$

$\mathrm{d}F = f\mathrm{d}N = qvB\sin\theta nS\mathrm{d}l$

$\because \; I = vSnq$

$\therefore \; \mathrm{d}F = I\mathrm{d}lB\sin\theta$

$= I\mathrm{d}lB\sin\varphi$

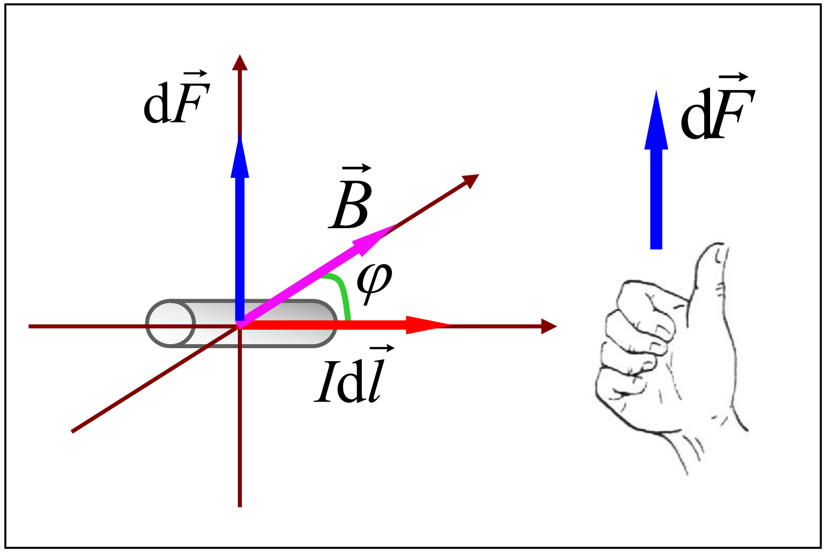
$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$

安培力：导线上的电流元在宏观上看受到磁场的作用力。

安培定律

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$

$$\mathrm{d}F = I\,\mathrm{d}l\,B\sin\varphi$$



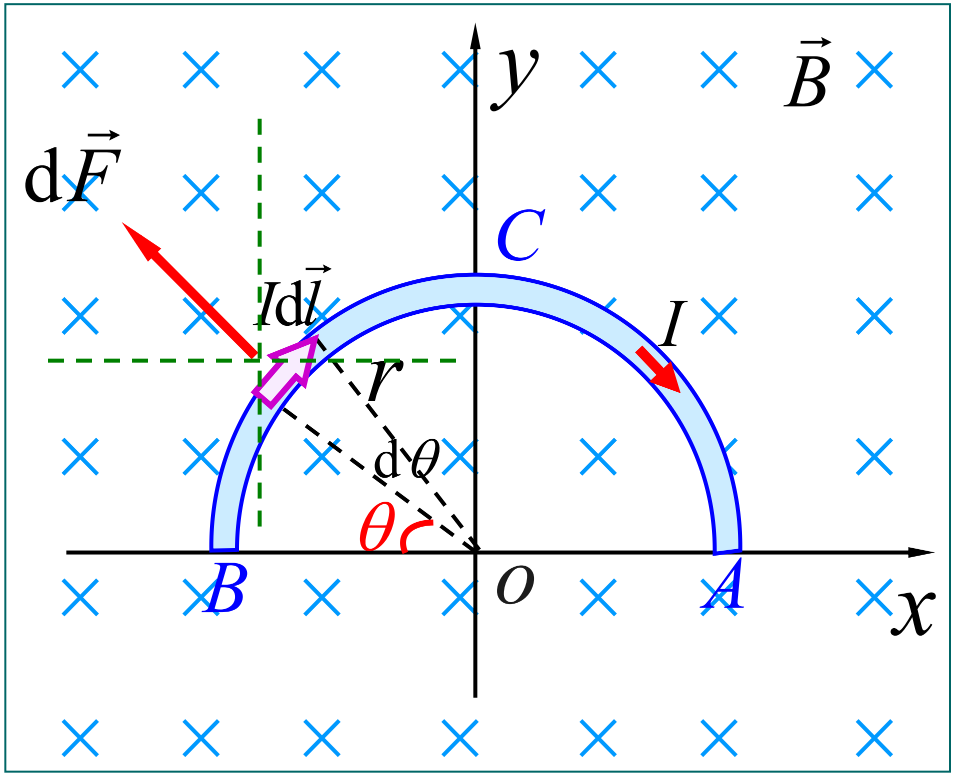
- 有限长载流导线所受的安培力

$$\vec{F} = \int_{(L)} \mathrm{d}\vec{F} = \int_{(L)} I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

例1 如图一通有电流 I、半径为 r 的半圆形导线放在磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中，导线平面与磁感强度 $\vec{B}$ 垂直。求磁场作用于导线的力。

解：

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$



$$\mathrm{d}F = IB\mathrm{d}l$$

$$\mathrm{d}F_x = \mathrm{d}F\cos\theta = IB\mathrm{d}l\cos\theta$$

$$\mathrm{d}F_y = \mathrm{d}F\sin\theta = IB\mathrm{d}l\sin\theta$$

根据对称性分析：

$$F_x = 0 \qquad \vec{F} = F_y\vec{j}$$

$$F_y = \int \mathrm{d}F_y = \int \mathrm{d}F\sin\theta$$

$$F=\int \mathrm{d}F_y=\int \mathrm{d}F\sin\theta$$

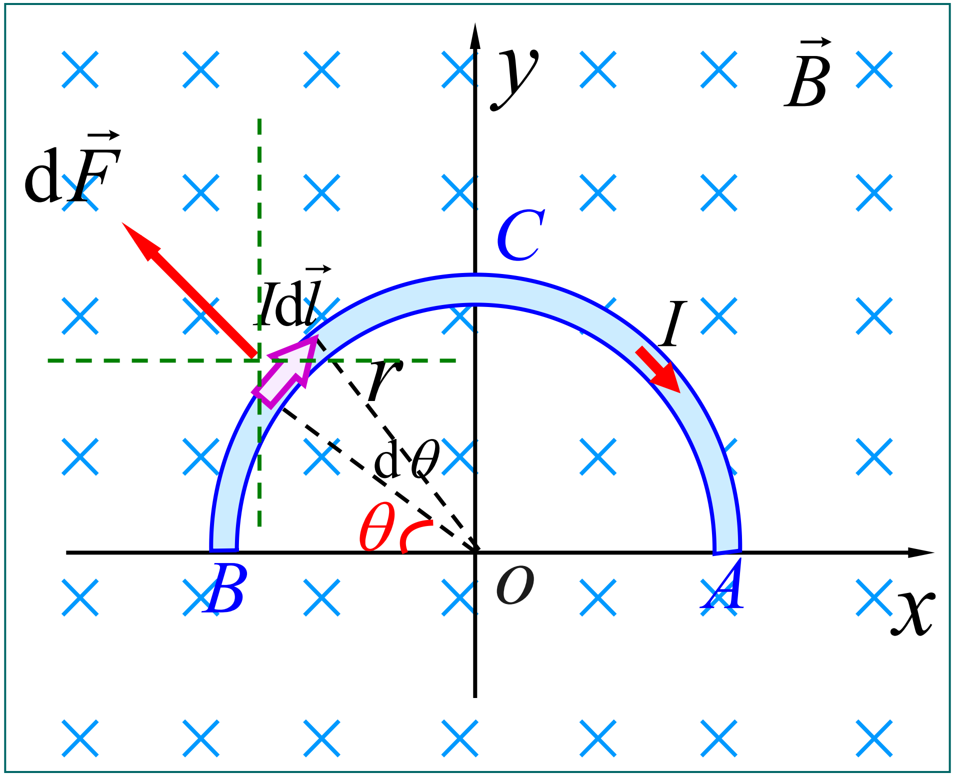
$$=\int BI\mathrm{d}l\sin\theta$$

因 $\mathrm{d}l=r\mathrm{d}\theta$

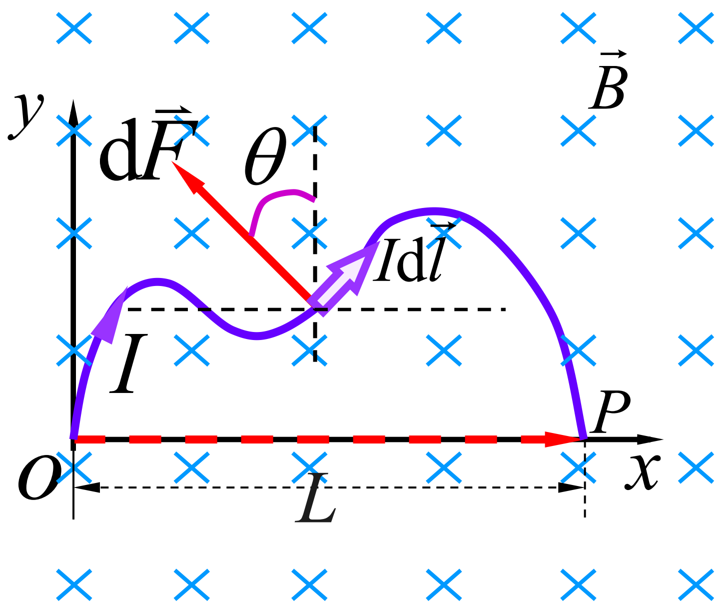
$$F=BIr\int_0^{\pi}\sin\theta\,\mathrm{d}\,\theta$$

$$=BI2r$$

$$\vec{F}=BI2r\ \vec{j}=BI\,\overline{AB}\ \vec{j}$$



例2 求如图不规则的平面载流导线在均匀磁场中所受的力。已知 $\vec{B}$ 和 I 。



解： 取一段电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$

$$\mathrm{d}F = IB\mathrm{d}l$$

$$\mathrm{d}F_x = \mathrm{d}F\sin\theta = BI\mathrm{d}l\sin\theta = BI\mathrm{d}y$$

$$\mathrm{d}F_y = \mathrm{d}F\cos\theta = BI\mathrm{d}l\cos\theta = BI\mathrm{d}x$$

$$F_x = \int \mathrm{d}F_x = BI\int_0^0 \mathrm{d}y = 0$$

$$F_y = \int \mathrm{d}F_y = BI\int_0^L \mathrm{d}x = BIL$$

$$\vec{F} = F_y\,\vec{j} = BIL\,\vec{j}$$

结论 任意平面载流导线在均匀磁场中所受的力，与其始点和终点相同的载流直导线所受的磁场力相同.

补充例 长为L 载有电流 I_2的导线与电流为 I_1的长直导线 放在同一平面内（如图），求**作用在长为 L的载流导线上的磁场力。

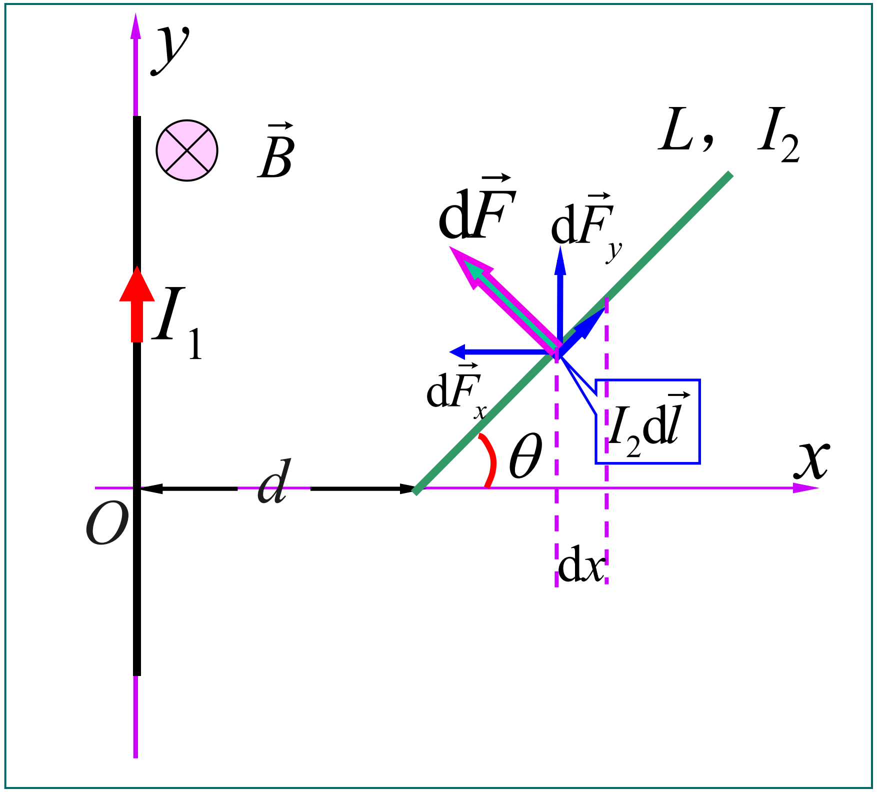
解： $\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I_2 \mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$ $\quad \mathrm{d}F = I_2 B \mathrm{d}l$

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$

$$\mathrm{d}F = B I_2 \mathrm{d}l = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \mathrm{d}l}{2\pi x}$$

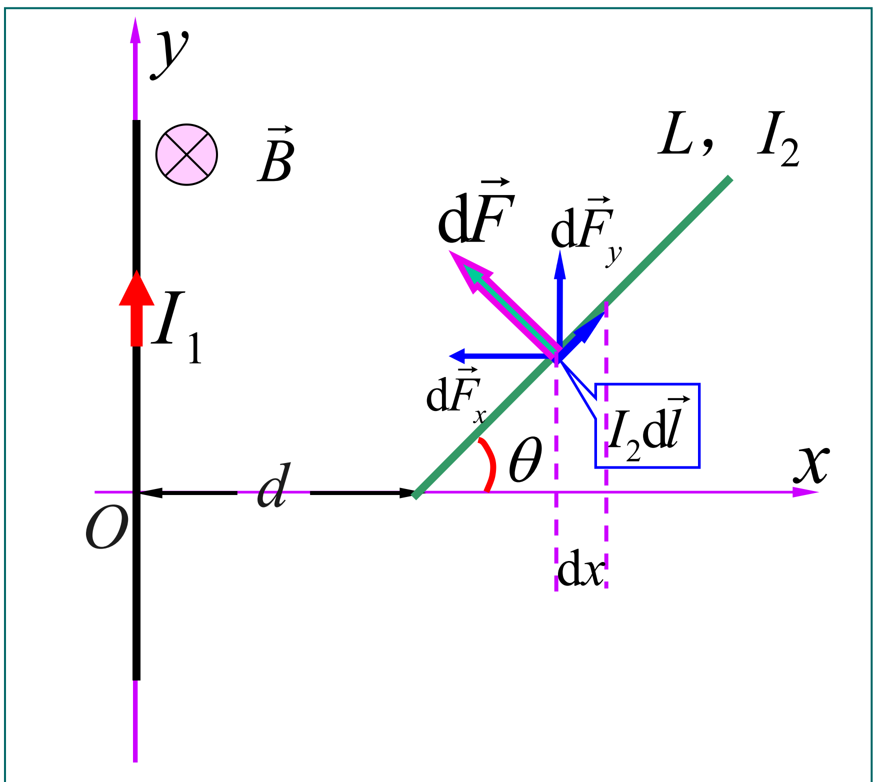
$$\mathrm{d}x = \mathrm{d}l \cos\theta$$

$$\mathrm{d}F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \cos\theta} \frac{\mathrm{d}x}{x}$$



$$F=\int_{(L)} \mathrm{d}F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\cos\theta}\int_d^{d+L\cos\theta}\frac{\mathrm{d}x}{x}$$

$$=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\cos\theta}\ln\left(\frac{d+L\cos\theta}{d}\right)$$



二、磁场对载流线圈的作用——磁力矩

如图 均匀磁场中有一矩形载流线圈$MNOP$

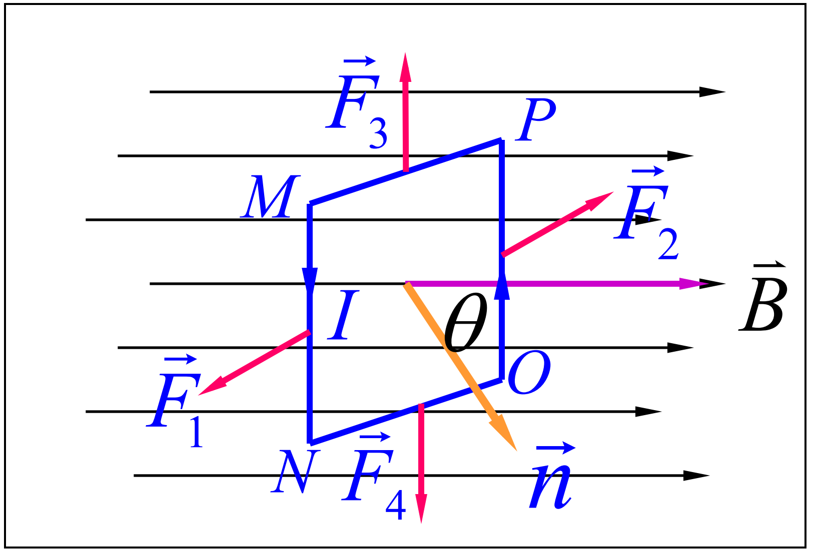
$$MN = l_2 \quad NO = l_1$$

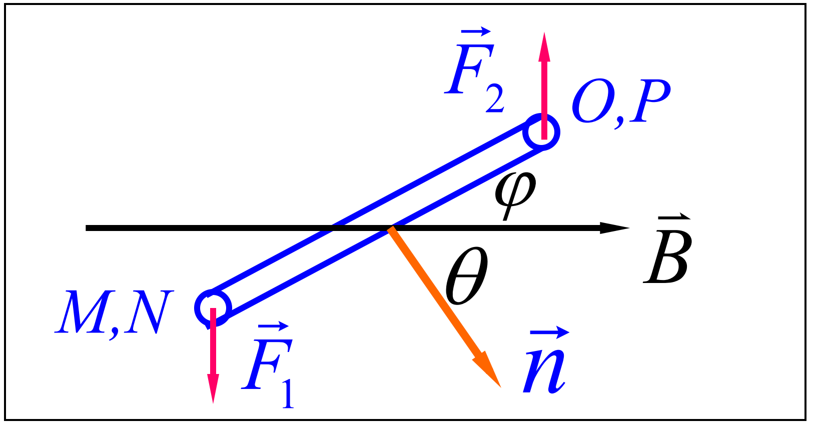
$$F_1 = BIl_2 \quad \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

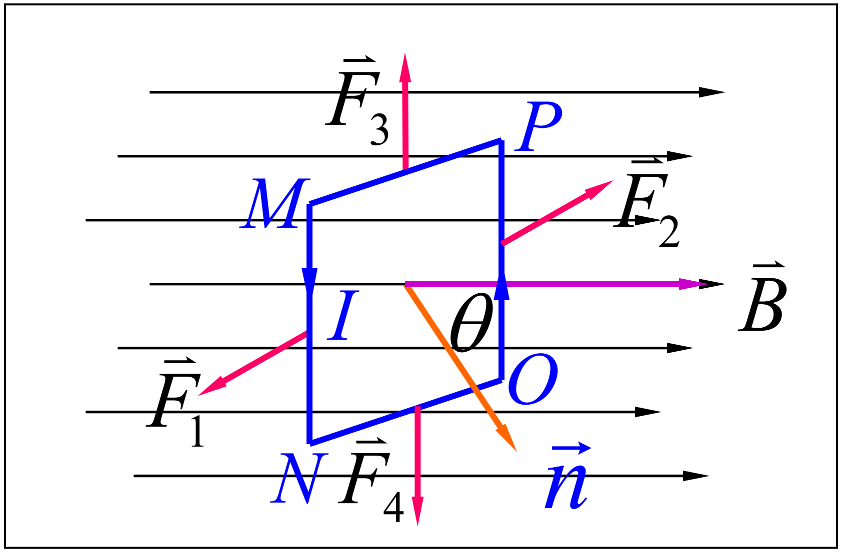
$$F_3 = BIl_1 \sin(\pi - \varphi)$$

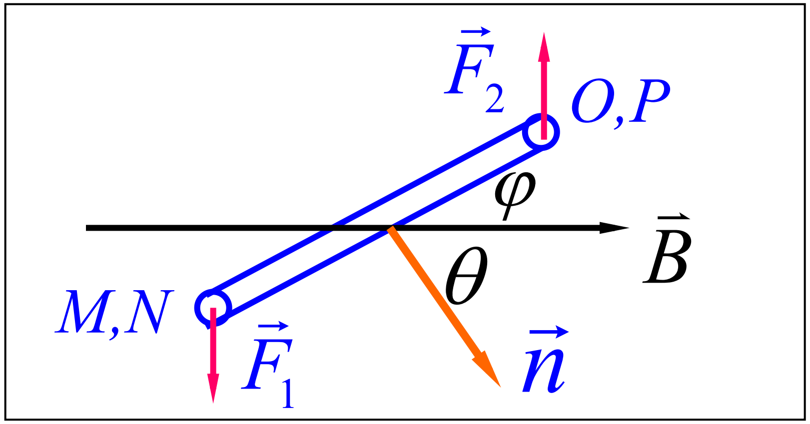
$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_4$$

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{4} \vec{F}_i = 0$$









$MN=l_2 \quad NO=l_1$

$$M = F_1 l_1 \sin\theta = BIl_2 l_1 \sin\theta$$

$$M = BIS\sin\theta$$

$$\boxed{\vec{M} = IS\vec{n}\times\vec{B} = \vec{m}\times\vec{B}}$$

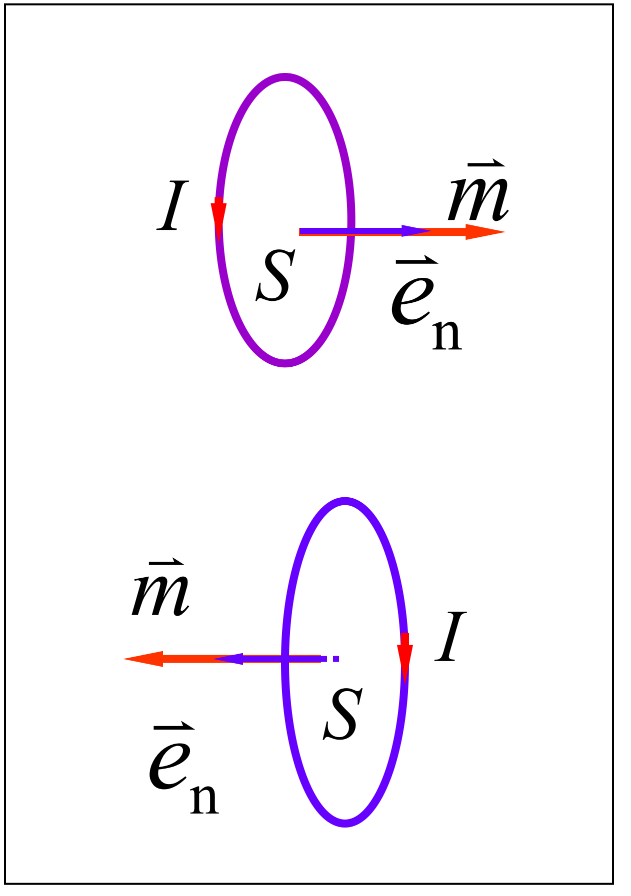
线圈有N匝时 $\boxed{\vec{M} = NIS\vec{n}\times\vec{B}}$

**磁偶极矩（磁矩）

$$\boxed{\vec{m} = IS\,\vec{e}_{\mathrm{n}}}$$

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2x^3} \qquad \vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi x^3}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 m}{2\pi x^3}\vec{e}_{\mathrm{n}}$$

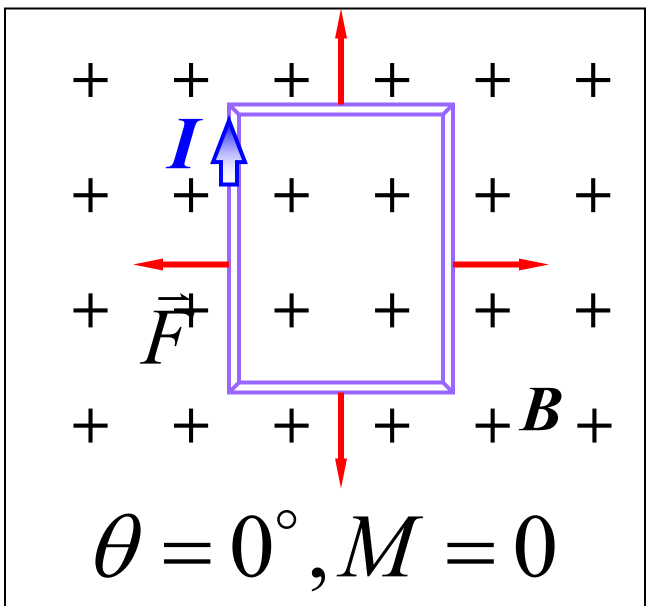


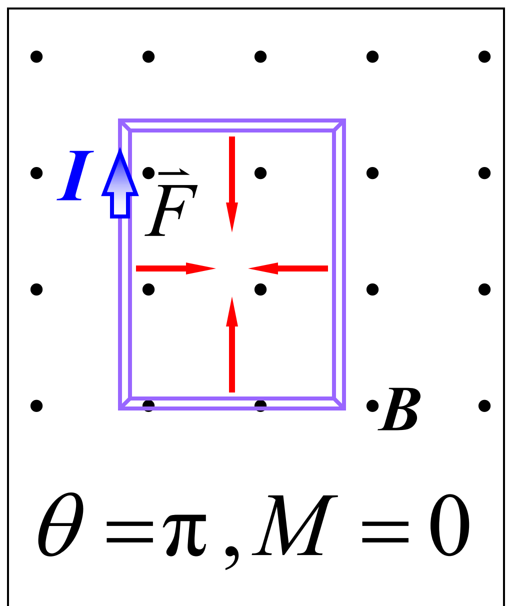
说明： $\vec{m}$ 的方向与圆电流的单位正法矢 $\vec{e}_{\mathrm{n}}$ 的方向相同.

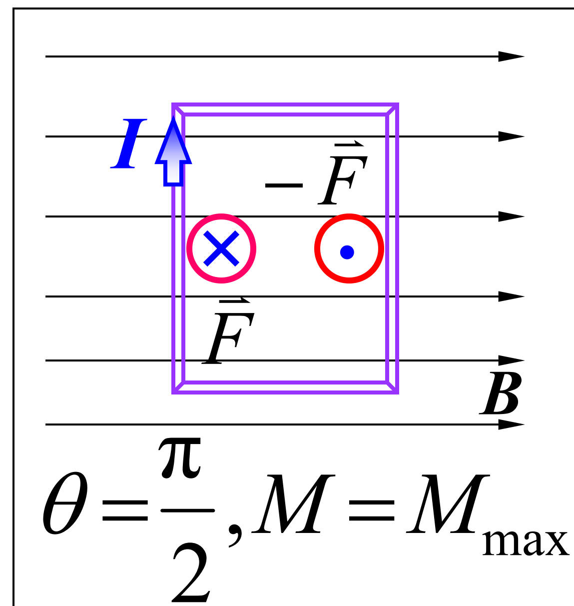
讨论:

（1）$\vec{n}$ 方向与 $\vec{B}$ 相同　　（2）方向相反　　（3）方向垂直

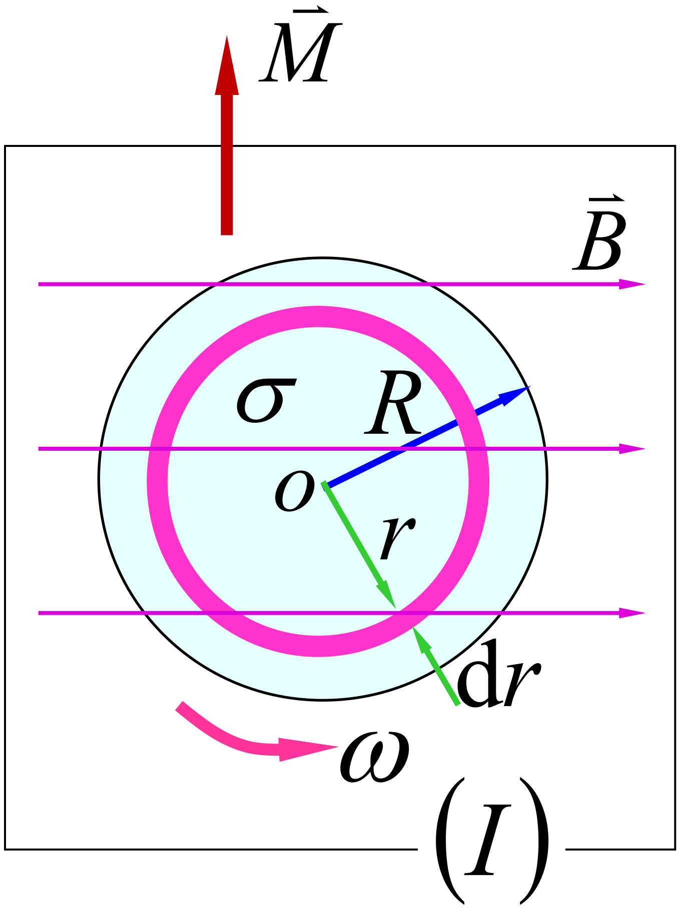
稳定平衡　　不稳定平衡　　力矩最大







**例 半径为 R 的带电薄圆盘的电荷面密度为 σ(>0)，以角速度 ω 绕通过盘心垂直于盘面的轴转动，将其放入匀强磁场中，求其所受力矩.



解 $$\vec{M}=\vec{m}\times\vec{B}=I\vec{S}\times\vec{B}$$

$$\mathrm{d}I=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=\frac{\sigma\cdot 2\pi r\mathrm{d}r}{2\pi/\omega}=\sigma\omega r\mathrm{d}r$$

$$\left|\mathrm{d}\vec{M}\right|=\left|\mathrm{d}I\vec{S}\times\vec{B}\right|=\sigma\omega r\mathrm{d}r\cdot\pi r^2\cdot B=\sigma B\omega\pi r^3\mathrm{d}r$$

$$\left|\vec{M}\right|=\int\left|\mathrm{d}\vec{M}\right|=\int_0^R\sigma B\omega\pi r^3\mathrm{d}r=\frac{1}{4}\sigma B\omega\pi R^4$$

§6 磁介质

一、磁介质 ——能够对磁场产生影响的物质。

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

磁介质中的总磁感强度

真空中的磁感强度

介质磁化后的附加磁感强度

顺磁质 $\vec{B} > \vec{B}_0$ （铝、氧、锰等）

抗磁质 $\vec{B} < \vec{B}_0$ （铜、铋、氢等）

铁磁质 $\vec{B} >> \vec{B}_0$ （铁、钴、镍等）

顺磁质内磁场 $B=B_0+B'$ 略大于 B_0

$$B=B_0+B'=\mu_r B_0$$ μ_r 略大于 **1**

μ_r 为磁介质的相对磁导率，取决于磁介质。

抗磁质内磁场 $B=B_0-B'$ 略小于 B_0

$$B=B_0-B'=\mu_r B_0$$ μ_r 略小于 **1**

铁磁质内磁场 $B=B_0+B'$ 远远大于 B_0

$$B=B_0+B'=\mu_r B_0$$

μ_r 远远大于 **1**，且随外磁场而变化。

二、有磁介质时的安培环路定理

在真空内：

$$\oint_{(L)} \vec{B}_0 \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{L内} I_{0i}$$

在磁介质内：

$$\oint_{(L)} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_r \mu_0 \sum_{L内} I_{0i}$$

$$\oint_{(L)} \frac{\vec{B}}{\mu_r \mu_0} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{L内} I_{0i}$$

定义：磁场强度矢量

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_r \mu_0} = \frac{\vec{B}}{\mu}}$$

$\boxed{\mu = \mu_r \mu_0}$ ——称为磁介质的磁导率

磁介质中的安培环路定理：

$$\boxed{\oint_{(L)} \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{L内} I_{0i} = I_0}$$