

第五次作业

2024 年 5 月 30 日

1. 用待定系数法确定如下公式的系数,使其阶数尽可能高. 并写出局部截断误差的表达式,求出方法的阶.

$$(1) y_{n+1} = a_0 y_n + a_1 y_{n-1} + b_{-1} h y'_{n+1} \quad (n \geq 1);$$

2. 证明 2 步法

$$y_{n+1} = \frac{1}{2} (y_n + y_{n-1}) + \frac{h}{4} (4y'_{n+1} - y'_n + 3y'_{n-1}), \quad n \geq 1$$

是个 2 阶方法, 并求出局部截断误差首项.

3. 对于初值问题

$$\begin{cases} y' = y, & 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

用 Euler 法, 梯形法及经典 4 阶 RK 法进行计算, 分别取步长 $h = 0.1, 0.2, 0.5$, 试比较: (1) 用同样的步长, 哪个方法的精度最好; (2) 对同一种方法取不同的步长计算, 哪个结果最好?

4. 用 4 阶 RK 法计算 $y'(x) = -20y(x), 0 \leq x \leq 1, y(0) = 1$, 当步长 h 分别取 0.1, 0.2 时, 它们计算稳定吗?