§ 4 狭义相对论动力学基础

动力学基础包括两个方面的内容：

1) 物理量的定义　　（一个参考系中的问题）

2) 物理规律的变换 （两个参考系的问题）

如何定义物理量?

必须满足两个基本原则：

1) 基本规律在洛仑兹变换下形式不变

动量定理（守恒定律）动能定理（能量守恒）等

2) 低速时回到牛顿力学

一、相对论质量与动量

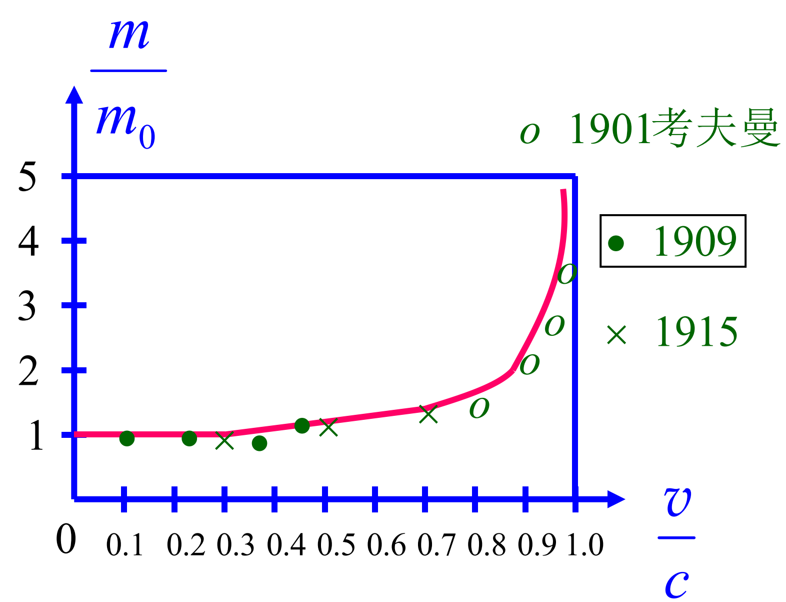
由力的定义式有： $\vec{F}$ 持续作用 ⟶ $\vec{P}$ 持续 ↗

但速度的上限是 c ⟶ m 随速率增大而增大

所以质量必须是 $m = m(\upsilon)$ 的形式

实验证明：

$$\boxed{m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}}$$



1）合理性（速度愈高质量值愈大）

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}$$

$\upsilon = 0.98c$　　　$\upsilon = 0.99c$

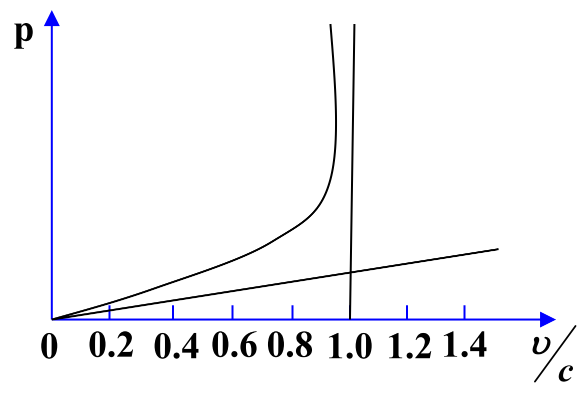
$m = 5m_0$　　　$m = 7.09m_0$

2）特殊情况下可理论证明，归根结底是实验证明

3）由于空间的各向同性质量与速度方向无关

4）相对论动量

$$\vec{P} = \frac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}$$



二、相对论动力学的基本方程

$$\boxed{\vec{F}=\frac{\mathrm{d}\vec{P}}{\mathrm{d}t}} \quad \boxed{m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}}$$

相对论中仍然保持了牛顿定律的原来框架。

$$\vec{F}=\frac{d(m\vec{\upsilon})}{dt}=m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}+\vec{\upsilon}\frac{dm}{dt}$$

注意：1）

$$\upsilon \ll c, \quad m=m_0=const \quad \vec{F}=m_0\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}=m_0\vec{a}$$

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{\upsilon})}{dt} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} + \vec{\upsilon}\frac{dm}{dt}$$

2）方程虽保持了原牛顿定律的框架，但内容却有别

	经典力学	相对论力学
力的作用	产生 $\vec{a}$,改变速度	改变速度、质量
F长时间作用	$\upsilon \to \infty$	$\upsilon \uparrow m \uparrow, \upsilon < c, m \to \infty$
力的方向	决定于 $\vec{F} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$	决定于 $m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} + \vec{\upsilon}\frac{dm}{dt}$ 合矢量方向

三、相对论的能量

推导的基本出发是动能定理(力做功改变能量具有合理性)

令质点从静止开始，力所做的功就是动能表达式

推导：

$$A=\int Fdx=\int \frac{dP}{dt}dx=\int \upsilon dP$$

$$=\int \frac{m_0\upsilon}{\left(1-\upsilon^2/c^2\right)^{3/2}}d\upsilon=\int_0^{\upsilon} d\left(\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}\right)$$

$$A=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}-m_0c^2=mc^2-m_0c^2$$

$$=E_k$$

由动能定理

$$E_k = mc^2 - m_0c^2$$

讨论：1）与经典动能形式完全不同，若电子速度为

$$\upsilon = \frac{4}{5}c \qquad E_k = \frac{2}{3}m_0c^2$$

2）当$\upsilon << c$时，可以证明

$$E_k = \frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}c^2 - m_0c^2 \approx (1+\frac{1}{2}\frac{\upsilon^2}{c^2})m_0c^2 - m_0c^2 = \frac{1}{2}m_0\upsilon^2$$

四、相对论质能关系

$$\boxed{E_k = mc^2 - m_0c^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} E_k \ \text{运动时的动能} \\ m_0c^2 \ \text{静止时的能量} \end{array} \right.$$

$$E = E_k + m_0c^2 = mc^2$$

$$\boxed{E = mc^2}$$ 质能关系式

$\Downarrow$

为粒子以速率υ运动时的总能量

质能关系预言：物质的质量就是能量的一种储藏。

核裂变能 $\Delta E = \Delta m_0 c^2 \longrightarrow$ 原子能公式

$$\boxed{E_k = mc^2 - m_0c^2}$$ $$\boxed{E = mc^2}$$

讨论：

1. $E_{静} = m_0c^2$ 任何宏观静止的物体都具有能量

2 . 在相对论中，能量守恒和质量守恒统一起来。

$$\sum_{i} E_i = \sum_{i} m_i c^2 = 常量 \quad \text{—— 能量守恒}$$

$$\sum_{i} m_i = 常量 \quad \text{—— 质量守恒}$$

3 . 粒子相互作用中相对论质量 $\sum_{i} m_i(v)$ 守恒，

但其静止质量 $\sum_{i} m_{0i}$ 并不守恒。

4. $E = mc^2$ 可认为质量和能量是一个事物的两个方面

高能物理中，把质量按能量称呼

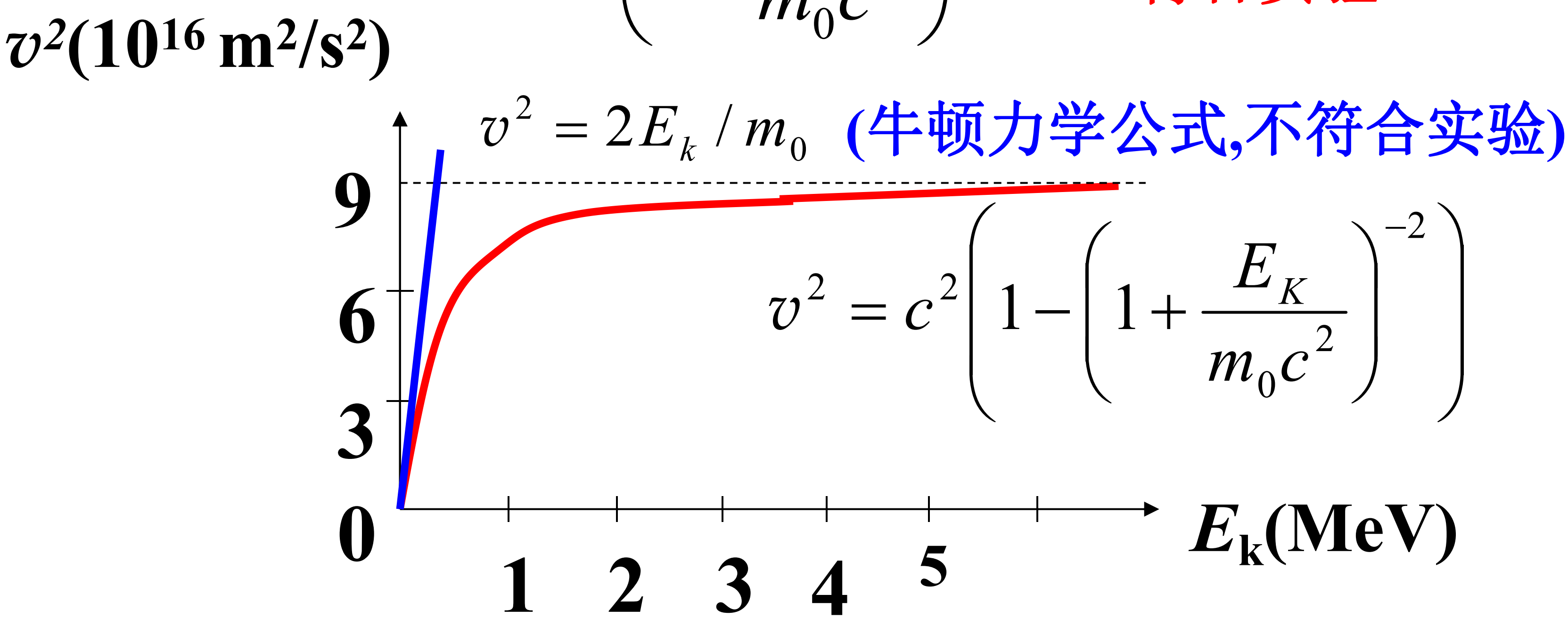
电子质量是 0.511MeV $\qquad m_0c^2 = 0.511\text{MeV}$

**5. 高能粒子的速率极限是 c .

由于 $$E_k = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right)$$

得 $$v^2 = c^2\left(1-\frac{1}{\left(1+\frac{E_K}{m_0c^2}\right)^2}\right)$$

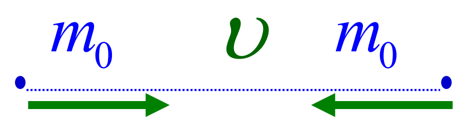
随着E_k的增加，
v 趋向于极限c，
符合实验。



例 两个静止质量为m_0全同粒子以相同的速率υ相向运动，碰后复合**求：**复合粒子的速度和质量。

解：设复合粒子质量为M 速度为$\vec{V}$，碰撞过程，动量守恒

$$m\vec{\upsilon}-m\vec{\upsilon}=M\vec{V}$$



$$\longrightarrow V=0$$ （碰后静止）

由能量守恒

$$2mc^2=M_0c^2$$

$$\longrightarrow M_0=2m=\frac{2m_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}>2m_0$$ 质量过剩

例：一个质子与一个中子结合成一个氘核时，质量亏损为：

$$\Delta m = \sum_i m_{0i} - M_0 = [(1.673 + 1.675) - 3.344] \times 10^{-27} = 4.0 \times 10^{-30} kg$$

相应的氘核的结合能：

$$E_B = \Delta m c^2 = 3.564 \times 10^{-13} J$$

聚合成1kg氘核所能释放出来的能量为：

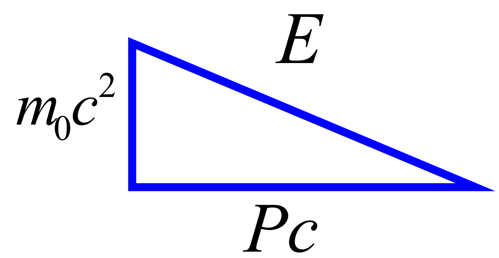
$$\frac{E_B}{m_{0d}} = \frac{3.56 \times 10^{-13}}{3.34 \times 10^{-27}} = 1.07 \times 10^{14} J/kg$$

相当于1kg汽油燃烧时所放出热量$4.6 \times 10^7 J/kg$ 的230万倍。

五、相对论动量与能量的关系

由 $\boxed{m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}}$ 两边平方得 $m^2c^2 - m^2\upsilon^2 = m_0{}^2c^2$

$$\boxed{E^2 = P^2c^2 + m_0^2c^4}$$



$\because E = E_k + m_0c^2 \qquad \therefore E_k{}^2 + 2E_k m_0c^2 = p^2c^2$

$\upsilon << c,\ \ E_k << m_0c^2 \qquad \boxed{E_k = \dfrac{p^2}{2m_0}}$

$$\boxed{E^2 = P^2c^2 + m_0^2c^4}$$

光子

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

讨论：

可能存在“无质量”粒子（$m_0 = 0$）

只具有动量、能量，没有静止质量， 所以也没有静能

光子能量 $E = Pc$

光子动量 $P = \dfrac{E}{c}$

光子质量 $m = \dfrac{E}{c^2} = \dfrac{P}{c}$

第13章 量子力学基础

二十世纪纪初，发生了三次概念上的革命，它们深刻地改变了人们对物理世界的了解，这就是狭义相对论(1905年)、广义相对论(1916年)和量子力学(1925年)。

1927年10月 量子物理国际研讨会

量子力学的诞生

三个实验	三个飞跃
（1）黑体辐射	（1）普朗克量子假说
（2）光电效应	（2）德布罗意物质波假设
（3）原子光谱	（3）薛定谔方程与玻恩概率波解释

A、旧量子论的形成（冲破经典→量子假说）

1900年	普朗克	42	能量子
1905年	爱因斯坦	26	光量子假说
1910年	卢瑟福	39	原子有核模型
1913年	波尔	28	氢原子光谱规律

原子及量子概念

（早期量子论）

B、量子力学的建立（崭新概念）

1924年	德布罗意	32	物质波，波粒二象性
1925年	海森伯	24	矩阵力学
1926年	薛定谔	34	波动力学
			量子力学理论
1927年	海森伯		测不准关系
	波恩	45	波函数的统计诠释
	狄拉克	26	相对论量子力学

量子力学理论

C、量子力学的进一步发展（应用、发展）

§1 黑体辐射 普朗克量子化假设

热辐射的基本概念

热辐射:

物体发出的各种电磁波的能量按频率（波长）的分布随温度而不同的电磁辐射现象。

对热辐射的初步认识

1.任何物体任何温度($T\neq0$)均存在热辐射

2.热辐射谱是连续谱

3.热辐射谱与温度有关

如一个20瓦的白炽灯和一个200瓦的白炽灯

昏黄色　　特别亮 刺眼

1) 辐射出射度 (辐出度) —— $M(T)$

单位时间内从物体表面单位面积上所辐射出来的各种波长（频率）电磁波能量的总和

2) 单色辐射出射度（单色辐出度）

单位波长（或频率）单位时间内从物体表面单位面积上辐射的电磁波能量

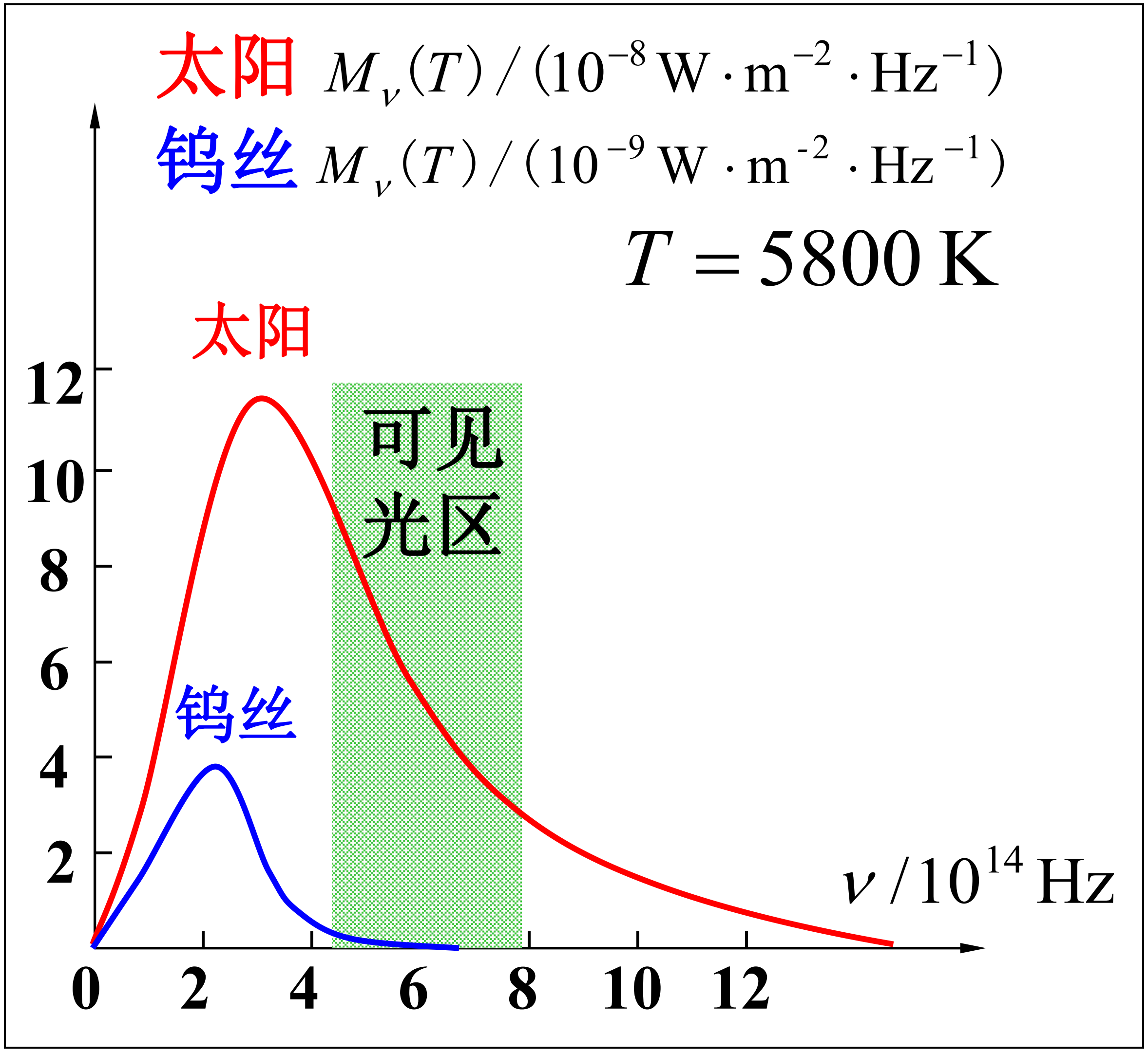
$M_{\nu}(T)$ 单位：$\mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot Hz^{-1}}$

$M_{\lambda}(T)$ 单位：$\mathrm{W \cdot m^{-3}}$

$$M(T) = \int_0^{\infty} M_{\nu}(T)\,\mathrm{d}\nu \qquad M(T) = \int_0^{\infty} M_{\lambda}(T)\,\mathrm{d}\lambda$$

$$M_{\nu}(T) = \frac{\mathrm{d}M(T)}{\mathrm{d}\nu} \qquad M_{\lambda}(T) = \frac{\mathrm{d}M(T)}{\mathrm{d}\lambda}$$

钨丝和太阳的单色辐出度曲线



黑体（black body）

黑体：在任何温度，能吸收一切外来的电磁辐射

注意：1）黑体是理想化的模型，实际中的物体的吸收比总是小于1

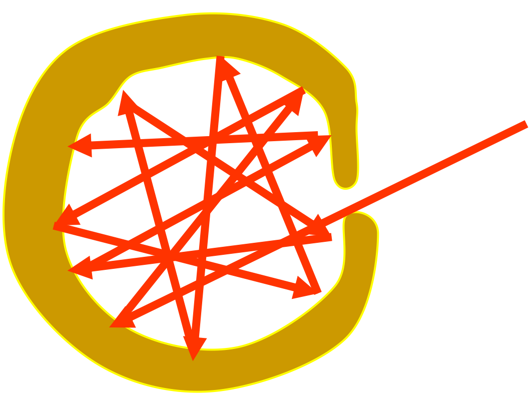
抛光的铜镜表面：$\alpha = 0.02$

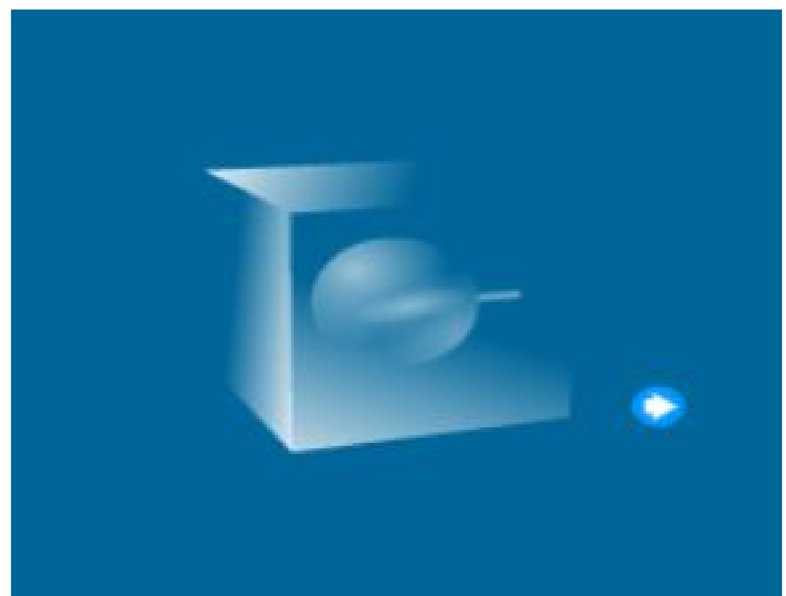
一般金属表面：$\alpha = 0.6 - 0.8$

煤烟：$\alpha = 0.95 - 0.98$

$$\alpha(\lambda, T) = \frac{\text{吸收的电磁波能量}}{\text{入射的电磁波能量}}$$

2）一个开有小孔的内表面粗糙的空腔可近似看成理想的黑体。



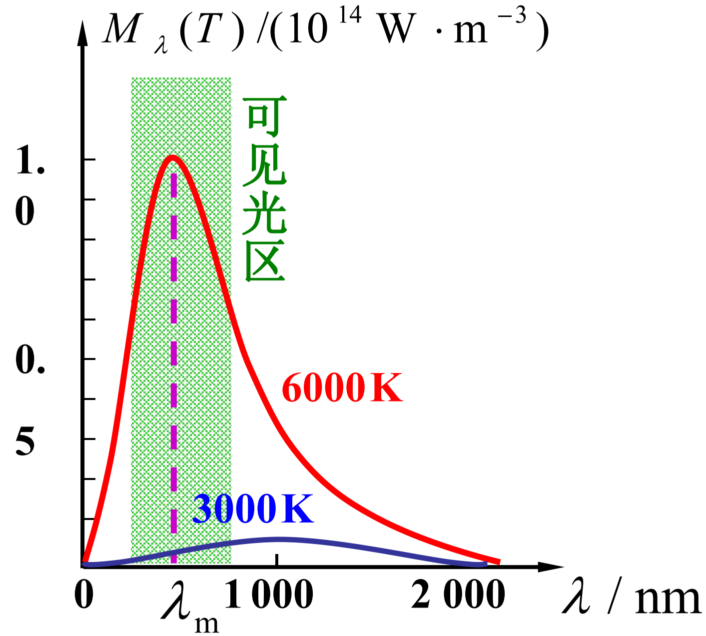


1）斯特藩—玻耳兹曼定律

$$\boxed{M(T)=\int_0^{\infty}M_\lambda d\lambda=\sigma T^4}$$

斯特藩常数

$$\sigma=5.67051\times10^{-8}W/m^2K^4$$



2）维恩位移定律

黑体辐射出的光谱中辐射最强的波长 λ_m 与黑体温度 T 之间满足关系

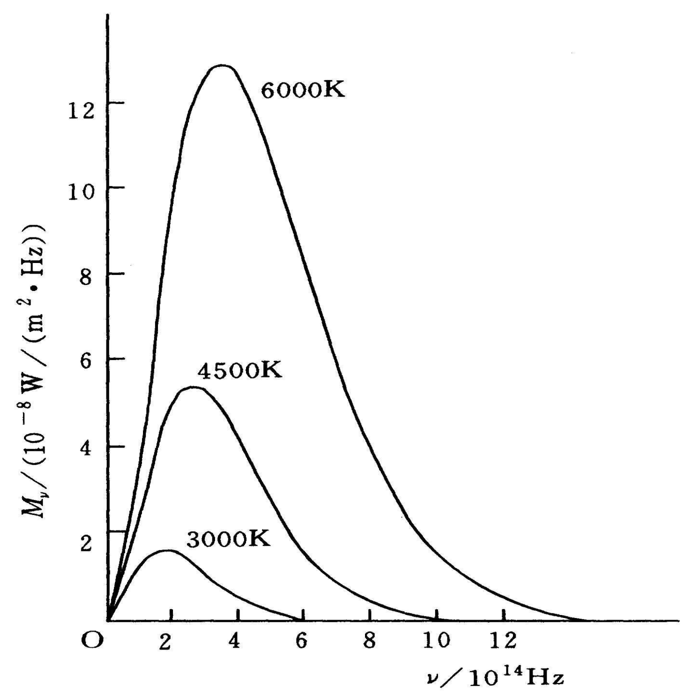
$$\boxed{\lambda_m T=b}$$

或

$$\boxed{\nu_m=C_\nu T}$$

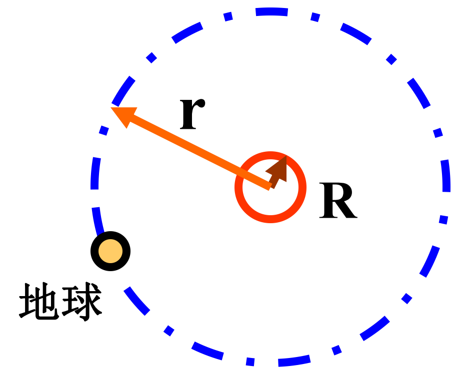
维恩常数 $b=2.897756\times10^{-3}m\cdot K$

$$C_\nu=5.880\times10^{10}Hz/K$$



例：地球上接受到太阳光的能量密度为 I_0=1.35 kW /m², 试估计太阳表面温度。太阳与地球之间的平均距离 $r = 1.496 \times 10^{11} m$ 太阳半径为 $R = 6.960 \times 10^{8} m$

解： 太阳单位时间辐射能量为



$$4\pi R^2 M(T) = 4\pi r^2 I_0$$

$$\therefore M(T) = \frac{r^2 I_0}{R^2}$$

由 $M(T) = \sigma T^4$ 得 $\sigma T^4 = \frac{r^2}{R^2} I_0$

太阳与地球之间的平均距离为 $r = 1.496 \times 10^{11} m$

太阳半径为 $R = 6.960 \times 10^{8} m$

故太阳表面温度为 $T = (\frac{r^2 I_0}{\sigma R^2})^{\frac{1}{4}} = 5.76 \times 10^{3} (K)$

例： 当高炉的温度保持在 **2500K** 时，计算观察窗发出辐射最强的波长 λ_m 。这个波长是否在可见光范围？如果用以维恩位移定律为依据的可见光范围的光测高温计来测量炉温，其测量范围是多少？

解： 由 $\lambda_m T = b$,

$$\therefore \lambda_m = \frac{b}{T} = \frac{2.879\times10^{-3}}{2.5\times10^{3}} = 1.16\times10^{-6}(m)$$

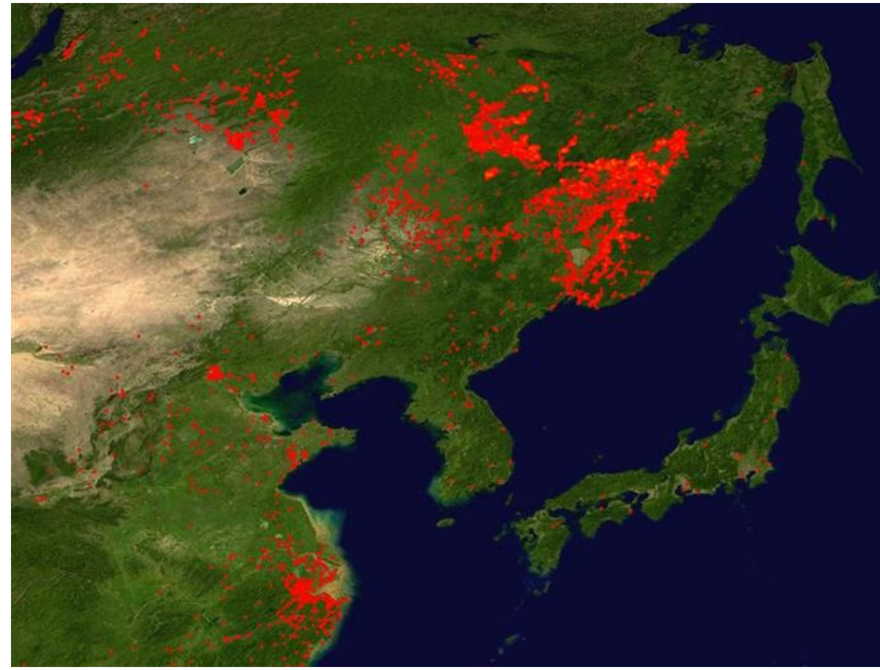
对在可见光范围 **390 ~760 nm** 的光：

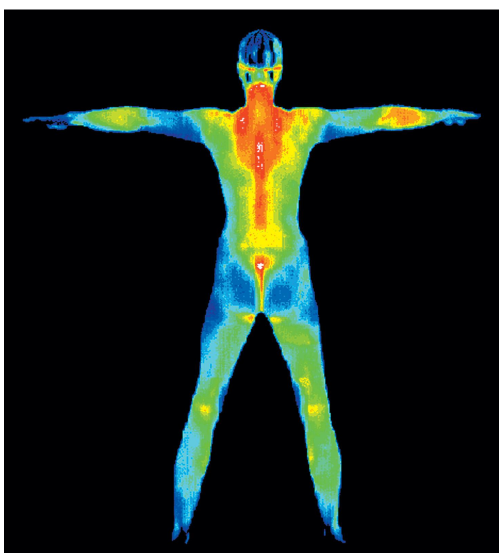
$$当\lambda_{m1} = 390nm,\ T_1 = \frac{b}{\lambda_{m1}} = 7.41\times10^{3}\,(K)$$

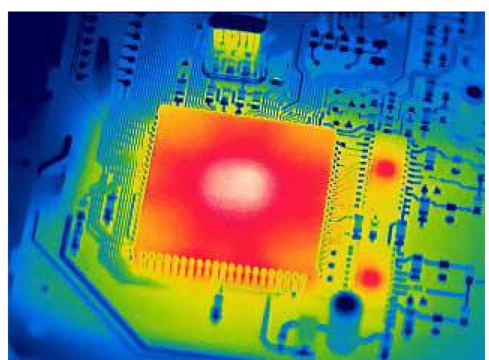
$$当\lambda_{m2} = 760nm,\ T_2 = \frac{b}{\lambda_{m2}} = 3.81\times10^{3}(K)$$

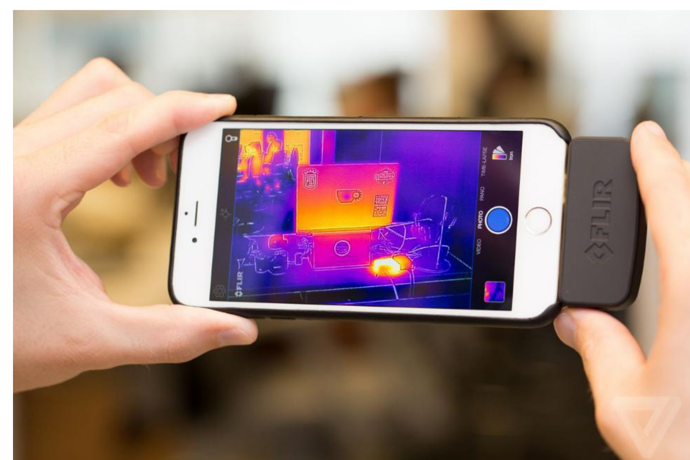
可测温度范围：$3.81\times10^{3}K \sim 7.41\times10^{3}K$

**黑体辐射应用：遥感和红外追踪，高温比色测温仪，估算表面温度









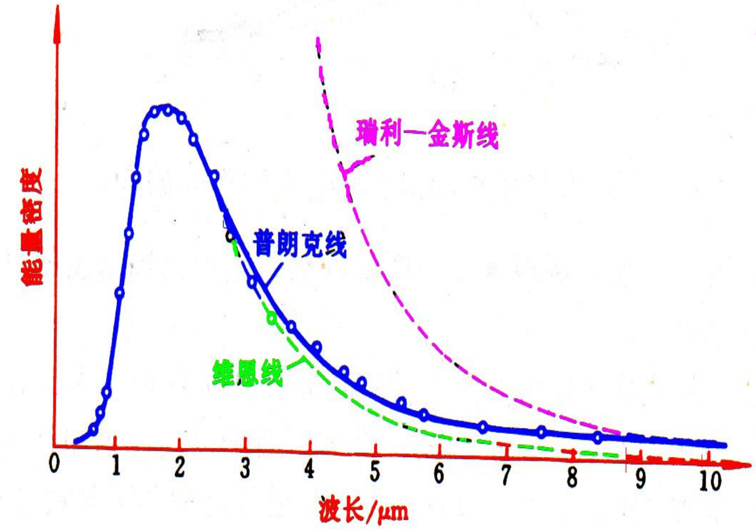
**经典物理的困难

1）维恩的半经验公式:

$$M_\lambda(\lambda,T)=\frac{\alpha c^2}{\lambda^5}\mathrm{e}^{-\beta c/\lambda T} \quad M_\nu=\alpha\nu^3 e^{-\beta\nu/T}$$

公式适合于短波波段，

长波波段与实验偏离。



黑体辐射公式与实验曲线

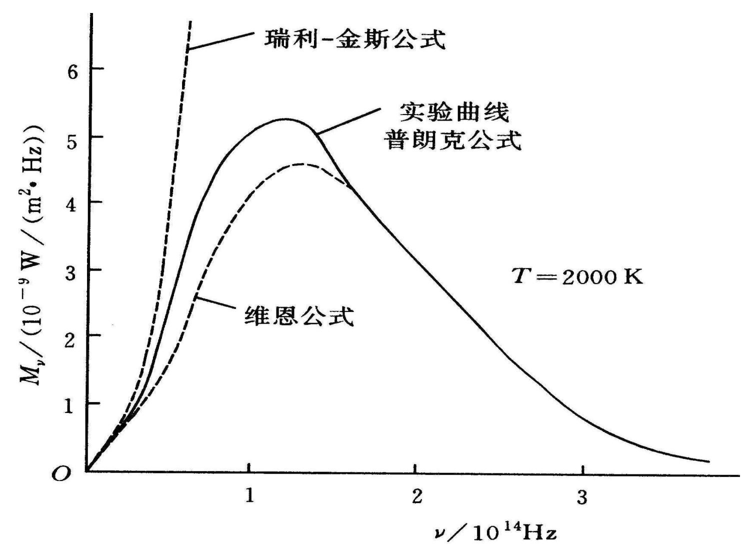
2）瑞利----金斯公式

$$M_\lambda(\lambda,T)=\frac{2\pi c}{\lambda^4}kT \quad M_\nu=\frac{2\pi\nu^2}{c^2}kT$$

公式只适用于长波段，

而在紫外区与实验不符，

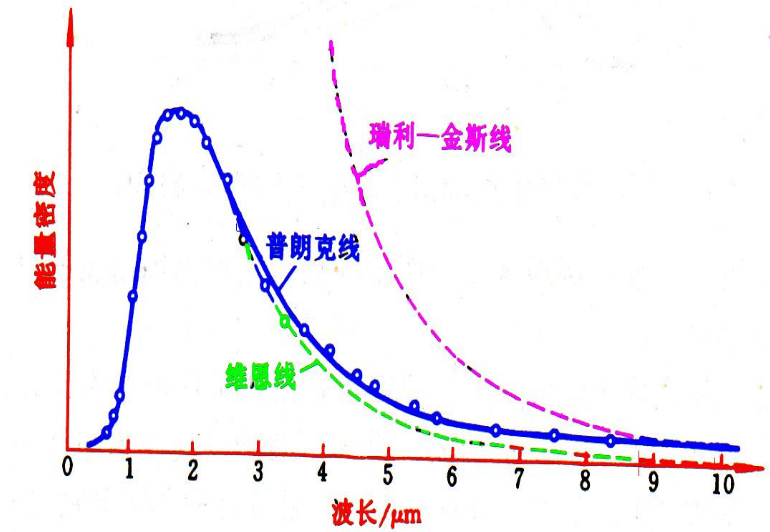
——紫外灾难



普朗克假设 普朗克黑体辐射公式

$$M_{\nu}(T)=\frac{2\pi h}{c^{2}}\frac{\nu^{3}}{e^{h\nu/kT}-1}$$

$$M_{\lambda}(T)=\frac{2\pi hc^{2}}{\lambda^{5}}\frac{1}{e^{hc/k\lambda T}-1}$$



黑体辐射公式与实验曲线

基本物理思想：

物体 发射或吸收电磁辐射只能以“量子”的形式进行，每个能量子能量为：

$$\varepsilon = h\nu$$

$$h=6.6260755\times10^{-34}\,J\cdot s$$