1. **填空**
2. **在中，,**

**则 的基是\_\_\_\_\_.**

1. **在中，,**

**,**

**.**

1. **设是(否)\_yes\_\_\_\_的子空间, 若是,**

**4.设是(否)\_yes\_\_\_\_上的线性空间, 若是,**

**5.在中的两组向量分别是**

**(1)**

**(2)**

**在基(1)下的坐标为 则基(1)到基(2)的过度矩阵为\_\_\_, 在基(2)下的坐标为\_\_\_\_\_\_.**

**6.设是线性空间的一组基, ,…,.**

**基\_yes\_\_\_, 若在基下的坐标为, 则在基下的坐标为\_\_\_\_\_\_\_.**

**过度矩阵为, 坐标为**

**7.若****矩阵****的特征值为，，****. 则****有特征值\_**\_\_**\_\_\_\_.**

**8.令****是一****矩阵且****,****是****的一特征值. 则** **必有特征值\_\_****\_\_\_\_**

**9.若矩阵*A*有特征值,和. 则*A*的行列式等于18 *: .***

**的法式为\_\_\_\_\_\_.**

**11.在复数域上阶方阵的特征值全为1, 且只有一个线性无关的特征向量, 则的Jordan标准形为\_\_\_\_\_\_.**

**12.矩阵****的法式为**

**\_\_\_**\_,

**有理标准形为**\_\_\_\_\_.

**二.选择题**

**13.设,在中定义一个变换, 则( C )**

1. **是的线性变换, 但不是满射;**
2. **是的线性变换, 但不是单射;**
3. **是的可逆线性变换;**
4. **不是线性变换.**

**14.三维几何空间的全体线性变换所成线性空间维数为( C )**

1. **3; (B) 6; (C) 9; (D)27**

**15.设是的任意两个子空间, 则与的关系是( B )**

1. **;**
2. **;**
3. **.**

**16. 设都是的一维不变子空间, 且, 则在中存在一组基使在该基下的表示矩阵为( A )**

**对角矩阵; (B)反对称矩阵;**

1. **非对角上三角矩阵; (D)**

**17.设都是的不变子空间, 且, 则在中存在一组基使在该基下的表示矩阵为( B )**

**对角矩阵; (B)准对角矩阵;**

**(C)反对称矩阵; (D).**

**18. 设是线性空间的一组基,**

**则为( C )**

1. **3; (B) 2; (C) 1; (D)0**

**19.设矩阵已知矩阵相似于*B*, 则与之和为( C )**

**(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5**

**19.令是矩阵的两个不同特征值, 它们对应的两个特征向量分别是**. 则**线性无关的条件是**( B )

**(A)  (B) , (C), (D) .**

**20.. 令, 则在实数域上与 合同的矩阵为( D )**

**(A) (B) (C) (D)**

**21. 设是复数域上的线性空间, 且 则( C ).**

**的特征向量完全相同; (B)有有限多个公共特征向量;**

**有无限多个公共特征向量; (D未必有公共特征向量.**

**22. 设是实数域上的线性空间, 且 则(D ).**

**的特征向量完全相同; (B)有有限多个公共特征向量;**

**有无限多个公共特征向量; (D未必有公共特征向量.**

**三.计算与证明题**

**23. 在中, 求从基**

**到基**

**的过渡矩阵,并分别求在上面两个基下的矩阵.**

**解.令,,,,有：**

**,**

**,**

**代入到上一式得基到基的过渡矩阵为：**

**.**

**设,**

**则在基下的坐标为:**

**, 即,在基下的矩阵为**

**类似求得在基下的坐标为**

**.**

**24. 在中, 令,,**

**,**

**,,**

**求与的一个基.**

**解.因,求下列矩阵列向量的一个极大无关组：**





**故是的一个基, 维数为4; 而, 求其基底, 即求:的解, 解齐次线性方程组**



**得解, 故**

**为的基.**

**25.在中,是的一个线性变换.**

**(1) 求证：当时, 中没有的真不变子空间；**

**(2)当时, 求出的所有不变子空间.**

**证明.设为中非平凡子空间,. 令*a,b*为的生成元, 则 *a,ba,ba,b*, 从而**

**(\*)**

**有非平凡解,**

**, .**

**在实数域里, 该方程无根, 故不存在,使*a,ba,b*,**

**中没有的真不变子空间；**

**在复数域里, 该方程有两个根：**

**,,**

**代入(\*)式, 求得: *a,b*或 ,**

**故中有两个的真不变子空间：**

**.**

**26. 设是4维线性空间, 在基…,**



**验证：是否为子空间.**

**解.直接计算知:**

**故是子空间.**

27. **令, . 求的特征值与所属的特征向量.**

**解. 先求的特征值：, . 因.的特征值为 即: ,.**

**的属于的特征向量为:, 属于的特征向量为：.则** **的特征向量分别为** ** 即**

**28. 设**

****

**有3个线性无关的特征向量, 是的2重根. 求可逆矩阵使得 是一对角矩阵.**

**解.直接计算求得. 对于, 1, 求得. 然后求解齐次线性方程组**

**，**

,

**得解,; 解得解.**

**则,** 