EEA L3 U-Montpellier
Merzak Othmane
Bekdouche Amine Adel

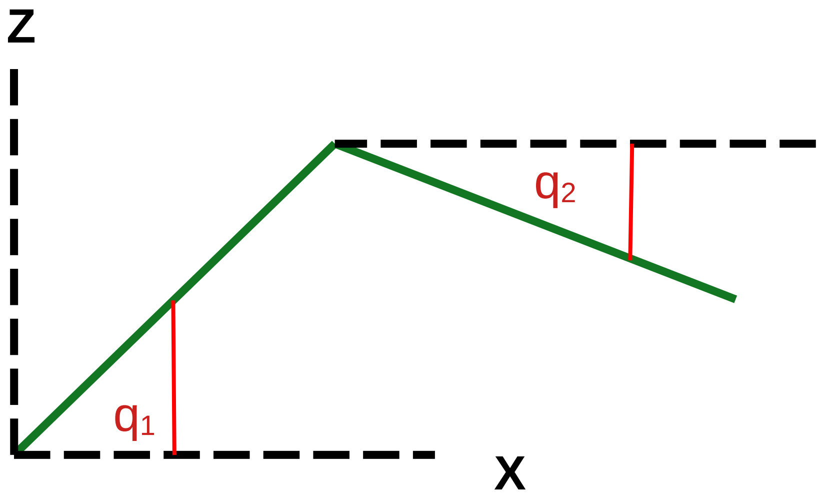
Commande d’un robot manipulateur à trois degrés de liberté

But du TP :

Détermination des modèles géométrique inverse et directe pour contrôler un bras robotique.

Identification paramétrique du robot :

Version simplifiée du modèle géométrique :

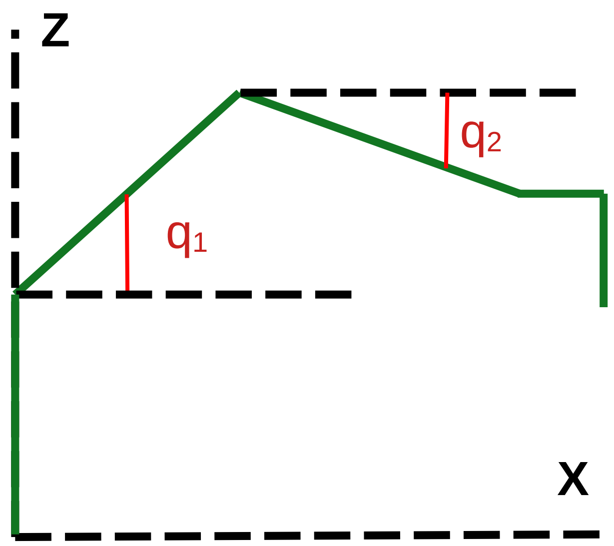


Réponse 1 :

$x = l_1 \cdot \cos(q_1) + l_2 \cdot \cos(q_2)$

$z = l_1 \cdot \sin(q_1) + l_2 \cdot \sin(q_2)$

En ajoutant les longueurs l_1, l_3, l_4 on trouve :



$x = l_1 \cdot \cos(q_1) + l_2 \cdot \cos(q_2) + l_3$

$z = l_1 \cdot \sin(q_1) - l_2 \cdot \sin(q_2) + l_0 - l_4$

Réponse 2 :

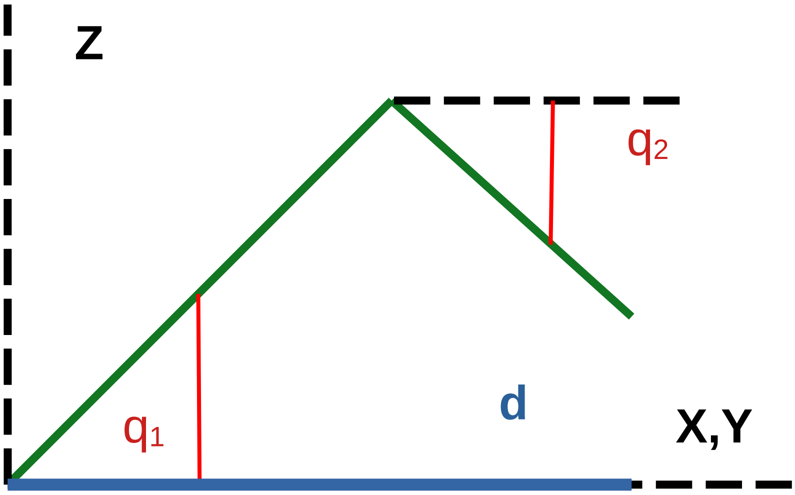
$$\begin{pmatrix} 0 & \cos(q_1) & \cos(q_2) & 1 \\ 1 & \sin(q_1) & -\sin(q_2) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_0 - l_4 \\ l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix}$$

Réponse 3 :

$$\begin{pmatrix} l_0 - l_4 \\ l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 35 \\ 144 \\ 162 \\ 67 \end{pmatrix} mm$$

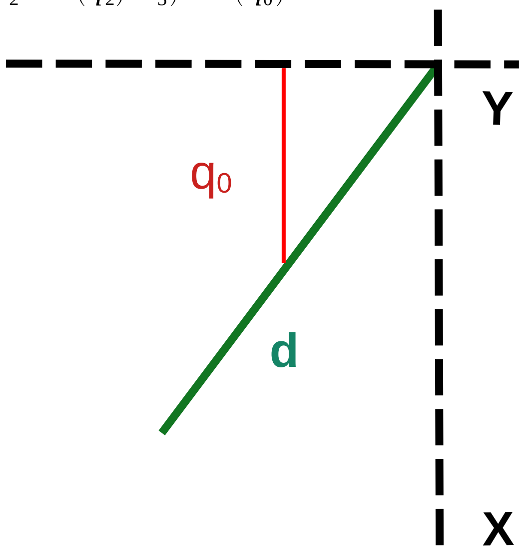
Modèle géométrique direct :

Réponse 4 :



Si on fait une projection de l'arme sur le plan xy on trouve d est égale à :

$$d = l_1 \cdot \cos(q_1) + l_2 \cdot \cos(q_2) + l_3$$
$$z = l_1 \cdot \sin(q_1) - l_2 \cdot \sin(q_2) + l_0 - l_4$$
$$x = d \cdot \sin(q_0) = (l_1 \cdot \cos(q_1) + l_2 \cdot \cos(q_2) + l_3) \cdot \sin(q_0)$$
$$y = d \cdot \cos(q_0) = (l_1 \cdot \cos(q_1) + l_2 \cdot \cos(q_2) + l_3) \cdot \cos(q_0)$$



Réponse 5 :

Non le modèle n'est pas linéaire. Puisque on a une multiplication entre deux cosinus qui sont en fonction des angles qui va causer le changement de la pulsation du système et donc la linéarité est perdue.

Réponse 6 :

```
def MGD(q0,q1,q2):
    """
    Fonction qui va nous donné la position cartésienne finale du robot
    Parameters
    ----------
    q0 : angle deg
    q1 : angle deg
    q2 : angle deg

    Returns
    -------
    x : position dans l'axe des x
```

```
y : position dans l'axe des y
z : position dans l'axe des x
On prend comme référentiel la base du robot
"""
# Conversion de deg vers radian
rad0,rad1,rad2 = numpy.deg2rad(q0),\
 numpy.deg2rad(q1),numpy.deg2rad(q2)

# Calcule de la longueur d du bras
d=l1*cos(rad1)+l2*cos(rad2)+l3

# Calcule des cordonnées
x=d*sin(rad0)
y=d*cos(rad0)
z=l1*sin(rad1)-l2*sin(rad2)+l0_l4

return x, y, z
```

Réponse 7 :

Vérification du modèle

****

(q0,q1,q2) = (90, 90, 0)

(x,y,z) = (229, 0, 179)

****

(q0,q1,q2) = (90, 51, 65)

(x,y,z) = (226, 0, 0)

****

(q0,q1,q2) = (90, 42, 21)

(x,y,z) = (325, 0, 73)

****

(q0,q1,q2) = (90, 90, 45)

(x,y,z) = (182, 0, 64)

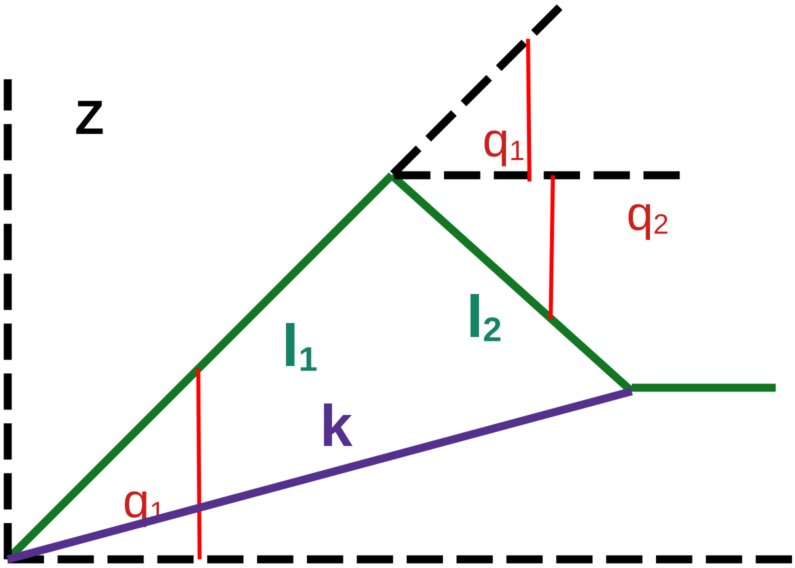
****

Modèle géométrique inverse :

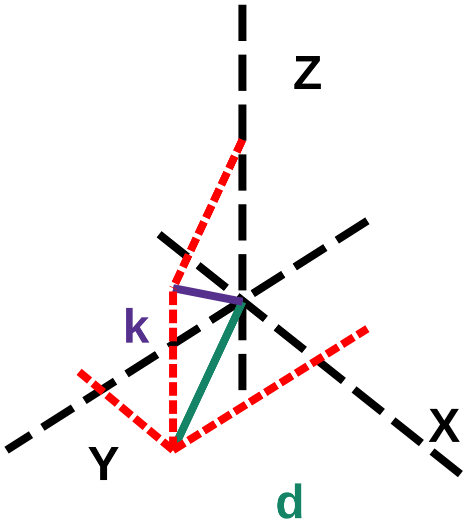
Réponse 8 :

$$\tan(q_0)=\frac{x}{y} \Leftrightarrow q_0=\tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)+n\cdot\pi \quad \text{ou} \quad n\in 1,2,3,4,5,\ldots$$

Réponse 9 :



$$l_1{}^2+l_2{}^2-2\cdot l_1\cdot l_2\cdot\cos(\pi+(-q_2-q_1))=k^2$$
$$l_1{}^2+l_2{}^2+2\cdot l_1\cdot l_2\cdot\cos(q_2+q_1)=k^2$$
$$\cos(q_2+q_1)=\frac{k^2-l_1{}^2-l_2{}^2}{2\cdot l_2\cdot l_1}$$
$$q_2+q_1=\pm\cos^{-1}\left(\frac{k^2-l_1{}^2-l_2{}^2}{2\cdot l_2\cdot l_1}\right)$$



On a aussi $k^2=(d-l_3)^2+(z-(l_0-l_4))^2$ avec $(d-l_3)^2=(x-l_3\sin(q_0))^2+(y-l_3\cos(q_0))^2$

$$\bar{q}_2=q_2+q_1=\pm\cos^{-1}\left(\frac{(d-l_3)^2+(z-l_0+l_4)^2-(l_1{}^2+l_2{}^2)}{2\cdot l_2\cdot l_1}\right)$$

D’autre part on a :

$$z=l_1\cdot\sin(q_1)-l_2\cdot\sin(q_2)+l_0-l_4=l_1\cdot\sin(q_1)-l_2\cdot\sin(\bar{q}_2-q_1)+l_0-l_4$$
$$d=l_1\cdot\cos(q_1)+l_2\cdot\cos(q_2)+l_3=l_1\cdot\cos(q_1)+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2-q_1)+l3$$

$$z-(l_0-l_4)=l_1\cdot\sin(q_1)-(l_2\cdot\sin(\bar{q}_2)\cdot\cos(q_1)-l_2\cdot\cos(\bar{q}_2)\cdot\sin(q_1))$$
$$d-l_3=l_1\cdot\cos(q_1)+(l_2\cdot\cos(\bar{q}_2)\cdot\cos(q_1)+l_2\cdot\sin(\bar{q}_2)\cdot\sin(q_1))$$

$$z-(l_0-l_4)=(l_1+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2))\cdot\sin(q_1)-l_2\cdot\sin(\bar{q}_2)\cdot\cos(q_1)$$
$$d-l_3=(l_1+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2))\cdot\cos(q_1)+l_2\cdot\sin(\bar{q}_2)\cdot\sin(q_1)$$

$$\begin{pmatrix} -l_2\cdot\sin(\bar{q}_2) & l_1+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2) \\ l_1+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2) & l_2\cdot\sin(\bar{q}_2) \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos(q_1)\\ \sin(q_1)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} z-(l_0-l_4) \\ d-l_3 \end{pmatrix}$$

On appliquant la méthode de Cramer :

$$det\begin{pmatrix} -l_2\cdot\sin(\bar{q}_2) & l_1+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2) \\ l_1+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2) & l_2\cdot\sin(\bar{q}_2) \end{pmatrix}=-l_2{}^2\cdot\sin^2(\bar{q}_2)-(l_1{}^2+l_2{}^2\cdot\cos^2(\bar{q}_2)+2\cdot l_1\cdot l_2\cdot\cos(\bar{q}_2))$$

$$det\begin{pmatrix} -l_2\cdot\sin(\bar{q}_2) & l_1+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2) \\ l_1+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2) & l_2\cdot\sin(\bar{q}_2) \end{pmatrix}=-l_2{}^2-l_1{}^2-2\cdot l_1\cdot l_2\cdot\cos(\bar{q}_2)=k^2$$

$$\cos(q_1)=\frac{det\begin{pmatrix} z-(l_0-l_4) & l_1+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2) \\ d-l_3 & l_2\cdot\sin(\bar{q}_2) \end{pmatrix}}{k^2}=\frac{l_2\cdot\sin(\bar{q}_2)(z-(l_0-l_4))-(l_1+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2))(d-l_3)}{k^2}$$

$$\sin(q_1)=det\frac{\begin{pmatrix} -l_2\cdot\sin(\bar{q}_2) & z-(l_0-l_4) \\ l_1+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2) & d-l_3 \end{pmatrix}}{k^2}=\frac{-l_2\cdot\sin(\bar{q}_2)(d-l_3)-(l_1+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2))(z-(l_0-l_4))}{k^2}$$

$$\tan(q_1)=\frac{-l_2\cdot\sin(\bar{q}_2)(d-l_3)-(l_1+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2))(z-(l_0-l_4))}{l_2\cdot\sin(\bar{q}_2)(z-(l_0-l_4))-(l_1+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2))(d-l_3)}$$

On utilise ATAN2() pour calculé q_1 :

$$q_1=atan2\left(\frac{-l_2\cdot\sin(\bar{q}_2)(d-l_3)-(l_1+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2))(z-(l_0-l_4))}{l_2\cdot\sin(\bar{q}_2)(z-(l_0-l_4))-(l_1+l_2\cdot\cos(\bar{q}_2))(d-l_3)}\right)$$

$$\bar{q}_2=q_2+q_1=\pm\cos^{-1}\left(\frac{(d-l_3)^2+(z-l_0+l_4)^2-(l_1{}^2+l_2{}^2)}{2\cdot l_2\cdot l_1}\right)$$

$$q_0=\tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)+n\cdot\pi$$

Réponse 10 :

```
def MGI(x,y,z):
"""
Fonction qui va nous donné la angles pour positionner le bras dans x0,y0,z0
Parameters
----------
x : position dans l'axe des x
y : position dans l'axe des y
z : position dans l'axe des x

On prend comme référentiel la base du robot

Returns
-------
q0 : angle deg
q1 : angle deg
q2 : angle deg

"""
#calcule de la longueur de d
d=(x**2+y**2)**0.5
# calcule de q0
q0 = atan2(x,-y)
# q2+q1 c'est q2q1 on la calcule avant de procéder
q2q1 = acos(((d-l3)**2+z**2-(l1**2+l2**2))/(2*l1*l2))
```

```python
# définition de la fraction pour calculer q1
num = l2*sin(q2q1)*(d-l3)+(l1+l2*cos(q2q1))*(z-l0_l4)
den = -l2*sin(q2q1)*(z-l0_l4)+(l1+l2*cos(q2q1))*(d-l3)
# calcule de q1 et détermination de q2 de q2q2-q1
q1 = atan2(num,den)
q2 = q2q1-q1
#convertir les angles en dégrée pour les afficher
q0,q1,q2 = numpy.rad2deg(q0),\
numpy.rad2deg(q1),numpy.rad2deg(q2)
return q0,q1,q2
```

Réponse 11 :

Vérification du modèle
****
(x,y,z) = (229, 0, 178)
(q0,q1,q2) = (90, 82, -6)
****
(x,y,z) = (226, 0, 0)
(q0,q1,q2) = (90, 52, 66)
****
(x,y,z) = (325, 0, 73)
(q0,q1,q2) = (90, 39, 19)
****
(x,y,z) = (181, 0, 63)
(q0,q1,q2) = (90, 86, 44)
****

Commande du robot réel basée sur le MGI :

Remarque :

Le robot doit être initialisé dans l'articulation suivante :

p_i = [90, -55, -219, 0] deg

Réponse 12 :

Coordonnées articulaires pour atteindre p_i :

x y z → q_0 q_1 q_2 q_3

p_i = [22.88, 0 , 17.81] cm → p_i = [90, -55, -219, 0] deg

Réponse 13 :

Coordonnées articulaires pour atteindre p_m et p_f :

x y z → q_0 q_1 q_2 q_3

p_m = [0 , 17, 3] cm → pi = [180 , 78 , -64, 0] deg

p_f = [0 , -17, 3.5] cm → p_f = [90, 57 , -29, 0] deg

Réponse 14 :

```python
def robot_animation(positions,sleep_time):
# pos = [x, y, z, etat de  la venteouse 1 ferme 0 ouvre, q3 en deg]
for pos in positions:
q0,q1,q2 = MGI(pos[0],pos[1],pos[2])
sendAnglesToRobot(q0,q1,q2,numpy.radians(pos[4]))
time.sleep(sleep_time)
if pos[3] == 1:
swift.send_cmd_async('M2231 V1')
else:
swift.send_cmd_async('M2231 V0')
```

Réponse 15 :

Valeur de q_3 pour avoir les mêmes orientations initiale et finales de la pièce :

q_3 = 0 deg → valeur initiale

$q_3 = 180$ deg $\rightarrow$ valeur finale

Figure 1: Position Finale de la carte

Figure 2: Position Initiale de la carte

Figure 3: Carte tourner 180° pour avoir la même position initiale et finale