ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG VIỆT - HÀN
Vietnam - Korea University of Information and Communication Technology

CHƯƠNG 1

ĐẠI SỐ MỆNH ĐỀ

CHƯƠNG 1. ĐẠI SỐ MỆNH ĐỀ

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.1. Mệnh đề

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.1. Công thức tương đương

1.2.2. Hệ thức tương đương cơ bản

1.2.3. Biến đổi tương đương

CHƯƠNG 1. ĐẠI SỐ MỆNH ĐỀ

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.1. Suy ra

1.3.2. Tương đương

1.3.3. Một số tính chất

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.1. Modus ponens

1.4.2. Modus tollens

1.4.3. Phản chứng

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.1. Mệnh đề
1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.1. Mệnh đề

-Mệnh đề là gì?

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.1. Mệnh đề

-Mệnh đề là phát biểu có giá trị chân lý (gọi tắt là *chân trị*) **đúng** hoặc **sai**, nhưng không đồng thời **đúng** và **sai**

-Ví dụ:

"Một cộng một bằng hai." là mệnh đề có chân trị **đúng**

"Ba lớn hơn năm." là mệnh đề có chân trị **sai**

"Trái đất quay xung quanh Mặt trời." là mệnh đề có chân trị **đúng**

-Kí hiệu:

+ chân trị **đúng** là <u>đúng</u>, chân trị **sai** là <u>sai</u>,

+ mệnh đề: sử dụng chữ cái hoa (P, Q, R, ….)

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.1. Mệnh đề

-Ví dụ:

P: “Một cộng một bằng hai.” (P có chân trị đúng)

Q: “Ba lớn hơn năm.” (Q có chân trị sai)

R: “Trái đất quay xung quanh Mặt trời.” (R có chân trị đúng)

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

- Phép toán?
- Phép toán logic?
- Phép toán logic cơ bản?

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

- Phép toán PHỦ ĐỊNH
- Phép toán VÀ
- Phép toán HOẶC

-Khi nói đến phép toán:

  - Tên
  - Kí hiệu
  - Quy tắc biến đổi (kết quả biến đổi)
  - Từ ngữ (đối với phép toán logic)

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

•Phép toán PHỦ ĐỊNH

-Kí hiệu: $\overline{}$ (gạch ngang trên kí hiệu mệnh đề)

-Quy tắc biến đổi: Cho P là một mệnh đề. Phủ định của P (kí hiệu $\overline{P}$) là một mệnh đề có chân trị được xác định dựa vào *bảng chân trị* sau:

P	$\overline{P}$
đúng	sai
sai	đúng

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề đã cho ở trên, ta có

$\overline{P}$: sai, $\overline{Q}$: đúng, $\overline{R}$: sai

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

- Phép toán PHỦ ĐỊNH

-Từ ngữ?

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề đã cho ở trên, lúc đó

$\overline{P}$ phát biểu như thế nào?

$\overline{Q}$ phát biểu như thế nào?

$\overline{R}$ phát biểu như thế nào?

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

•Phép toán PHỦ ĐỊNH

-Từ ngữ:

"*Không phải*………"

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề đã cho ở trên, ta có

$\overline{P}$: "*Không phải* một cộng một bằng hai." ($\overline{P}$có chân trị sai)

$\overline{Q}$: "*Không phải* ba lớn hơn năm." ($\overline{Q}$có chân trị đúng)

$\overline{R}$: "*Không phải* Trái đất quay xung quanh Mặt trời."

($\overline{R}$có chân trị sai)

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

•Phép toán PHỦ ĐỊNH

-Từ ngữ:

"*Nói rằng*…….. *là sai.*"

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề đã cho ở trên, ta có

$\overline{P}$: "*Nói rằng* một cộng một bằng hai *là sai.*"

$\overline{Q}$: "*Nói rằng* ba lớn hơn năm *là sai.*"

$\overline{R}$: "*Nói rằng* Trái đất quay xung quanh Mặt trời *là sai.*"

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

•Phép toán VÀ

-Kí hiệu: $\wedge$ (nối hai mệnh đề)

-Quy tắc biến đổi: Cho P, Q là hai mệnh đề. P và Q (kí hiệu $P \wedge Q$) là một mệnh đề có chân trị được xác định dựa vào *bảng chân trị* sau:

P	Q	$P \wedge Q$
đúng	đúng	đúng
đúng	sai	sai
sai	đúng	sai
sai	sai	sai

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

•Phép toán VÀ

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề đã cho ở trên, ta có

$P \wedge Q$: sai, $P \wedge R$: đúng, $Q \wedge R$: sai,

$P \wedge \overline{Q}$: đúng, $\overline{P \wedge R}$: sai

-**Nhận xét**: Mệnh đề kết quả chỉ có 1 trường hợp có chân trị đúng

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

•Phép toán VÀ

-Từ ngữ?

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề đã cho ở trên, lúc đó

$P \wedge Q$ phát biểu như thế nào?

$Q \wedge R$ phát biểu như thế nào?

$P \wedge R$ phát biểu như thế nào?

$\overline{P \wedge R}$ phát biểu như thế nào?

$P \wedge \overline{Q}$ phát biểu như thế nào?

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

•Phép toán VÀ

-Từ ngữ: *và*, *nhưng*, *nhưng mà*, *đồng thời*, *trong khi*, ….

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề đã cho ở trên, lúc đó

$P \wedge Q$: "Một cộng một bằng hai *và* ba lớn hơn năm." ($P \wedge Q$ có chân trị sai)

$Q \wedge R$: "Ba lớn hơn năm *và* Trái đất quay xung quanh Mặt trời." ($Q \wedge R$ có chân trị sai)

$P \wedge R$: "Một cộng một bằng hai *và* Trái đất quay xung quanh Mặt trời." ($P \wedge R$ có chân trị đúng)

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

•Phép toán VÀ

-Từ ngữ: *và*, *nhưng*, *nhưng mà*, *đồng thời*, *trong khi*, ….

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề đã cho ở trên, lúc đó

$P \wedge Q$: "Một cộng một bằng hai *nhưng mà* ba lớn hơn năm."

$Q \wedge R$: "Ba lớn hơn năm *đồng thời* Trái đất quay xung quanh Mặt trời."

$P \wedge R$: "Một cộng một bằng hai *trong khi* Trái đất quay xung quanh Mặt trời."

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

•Phép toán VÀ

-Từ ngữ: *và, nhưng, nhưng mà, đồng thời, trong khi, ….*

$P \wedge \overline{Q}$: "Một cộng một bằng hai *nhưng mà không phải* ba lớn hơn năm." ($P \wedge \overline{Q}$ có chân trị đúng)

$P \wedge \overline{Q}$: "Một cộng một bằng hai *đồng thời nói rằng* ba lớn hơn năm *là sai.*"

$\overline{P \wedge R}$: "*Nói rằng* một cộng một bằng hai *và* Trái đất quay xung quanh Mặt trời *là sai.*" ($\overline{P \wedge R}$ có chân trị sai)

$\overline{P \wedge R}$: "*Nói rằng* một cộng một bằng hai *đồng thời* Trái đất quay xung quanh Mặt trời *là sai.*"

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

•Phép toán HOẶC

-Kí hiệu: $\vee$(nối hai mệnh đề)

-Quy tắc biến đổi: Cho P, Q là hai mệnh đề. P hoặc Q (kí hiệu $P \vee Q$) là một mệnh đề có chân trị được xác định dựa vào *bảng chân trị* sau:

P	Q	$P \vee Q$
đúng	đúng	đúng
đúng	sai	đúng
sai	đúng	đúng
sai	sai	sai

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

•Phép toán HOẶC

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề đã cho ở trên, ta có

$P \vee Q$: <u>đúng</u>, $P \vee R$: <u>đúng</u>, $Q \vee R$: <u>đúng</u>,

$\overline{P} \vee Q$: <u>sai</u>, $\overline{P \vee R}$: <u>sai</u>

-**Nhận xét**: Mệnh đề kết quả chỉ có 1 trường hợp có chân trị <u>sai</u>

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

•Phép toán HOẶC

-Từ ngữ?

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề đã cho ở trên, ta có

$P \vee Q$ phát biểu như thế nào?

$P \vee R$ phát biểu như thế nào?

$Q \vee R$ phát biểu như thế nào?

$\overline{P} \vee Q$ phát biểu như thế nào?

$\overline{P \vee R}$ phát biểu như thế nào?

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

•Phép toán HOẶC

-Từ ngữ: *hoặc*, *hay*, …

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề đã cho ở trên, lúc đó

$P \vee Q$: "Một cộng một bằng hai *hoặc* ba lớn hơn năm." ($P \vee Q$có chân trị <u>đúng</u>)

$P \vee R$: "Một cộng một bằng hai *hoặc* Trái đất quay xung quanh Mặt trời." ($P \vee R$có chân trị <u>đúng</u>)

$Q \vee R$: "Ba lớn hơn năm *hoặc* Trái đất quay xung quanh Mặt trời." ($Q \vee R$có chân trị <u>đúng</u>)

1.1. Mệnh đề và các phép toán logic cơ bản

1.1.2. Các phép toán logic cơ bản

•Phép toán HOẶC

-Từ ngữ: *hoặc*, *hay*, …

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề đã cho ở trên, lúc đó

$P \vee Q$: "Một cộng một bằng hai *hay* ba lớn hơn năm."

$P \vee R$: "Một cộng một bằng hai *hay* Trái đất quay xung quanh Mặt trời."

$\overline{P} \vee Q$: "*Nói rằng* một cộng một bằng hai *là sai hoặc* ba lớn hơn năm." ($\overline{P} \vee Q$ có chân trị sai)

$\overline{P \vee R}$: "*Nói rằng* một cộng một bằng hai *hay* Trái đất quay xung quanh Mặt trời *là sai*." ($\overline{P \vee R}$ có chân trị sai)

Bài tập

1. Cho P, Q là các mệnh đề có nội dung phát biểu như sau:
P: "Một lớn hơn hai."
Q: "Ba cộng bốn bằng bảy."
Hãy cho biết chân trị của P, Q, $\overline{P}$, $\overline{Q}$, $P \wedge Q$, $P \vee Q$, $\overline{P} \vee Q$, $P \wedge \overline{Q}$

2. Cho P, Q, R là các mệnh đề có chân trị như sau:
P: <u>đúng</u>, Q: <u>sai</u>, R: <u>sai</u>
Hãy cho biết chân trị của $\overline{R}$, $\overline{R} \wedge Q$, $\overline{P \vee \overline{R}}$, $\overline{Q \vee R}$, $\overline{\overline{P} \wedge \overline{R}}$

Bài tập

3. Cho P, Q, R là các mệnh đề có nội dung phát biểu như sau:

P: “Hai bằng bốn.”; Q:“Ba nhỏ hơn năm.”;R: “Một cộng năm bằng sáu.”

Hãy ký hiệu và xác định chân trị của các phát biểu sau:

a. “Không phải hai bằng bốn.”

b. “Nói rằng ba nhỏ hơn năm là sai.”

c. “Một cộng năm bằng sáu và hai bằng bốn.”

d. “Hai bằng bốn nhưng mà không phải ba nhỏ hơn năm.”

e. “Ba nhỏ hơn năm hoặc một cộng năm bằng sáu.”

f. “Nói rằng một cộng năm bằng sáu đồng thời không phải ba nhỏ hơn năm là sai.”

g. “Nói rằng hai bằng bốn là sai trong khi không phải ba nhỏ hơn năm.”

h. “Nói rằng ba nhỏ hơn năm hoặc không phải một cộng năm bằng sáu là sai.”

Bài tập

4. Cho P, Q, R là các mệnh đề có nội dung phát biểu như sau:
P: “Hai lớn hơn bốn.”
Q: “Sáu trừ một bằng ba.”
R: “Ba cộng hai bằng năm.”
Hãy cho biết chân trị và phát biểu bằng lời các mệnh đề sau:

$\overline{P}$

$P \wedge Q$

$P \vee Q$

$\overline{P} \vee Q$

$P \wedge \overline{Q}$

$\overline{R} \wedge Q$

$\overline{P \vee \overline{R}}$

$\overline{Q \vee R}$

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.1. Công thức tương đương
1.2.2. Hệ thức tương đương cơ bản
1.2.3. Biến đổi tương đương

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.1. Công thức tương đương

-Mệnh đề sơ cấp: Ví dụ P, Q, R đã cho.

-Mệnh đề phức hợp là mệnh đề được tạo thành từ các mệnh đề sơ cấp bằng cách sử dụng kết hợp các phép toán logic

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề sơ cấp, ta có các mệnh đề phức hợp $\overline{P}, P \wedge Q, P \vee Q, \overline{P} \vee Q, P \wedge \overline{Q}, \overline{P \vee \overline{R}}, \overline{Q \vee R}, \ldots$

-Mệnh đề sơ cấp hay mệnh đề phức hợp được gọi chung là công thức.

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.1. Công thức tương đương

-Công thức có chân trị được xác định dựa vào:

- Mệnh đề thành phần
- Phép toán logic
- Thứ tự thực hiện phép toán logic

-Để quy định thứ tự thực hiện phép toán logic ta sử dụng cặp dấu ( ).

-Quy định:

- Trong () thực hiện trước
- Ngoài () thực hiện sau
- Thực hiện từ trái sang phải

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.1. Công thức tương đương

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề sơ cấp đã cho, ta có các công thức:

$\overline{P}$: sai

$P \wedge Q$: sai

$\overline{P} \vee Q$: sai

$(\overline{P} \vee Q) \wedge (R \vee Q)$: sai

$P \wedge \overline{R \vee Q}$: sai

$\overline{(P \vee Q) \wedge \overline{R}}$: đúng

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.1. Công thức tương đương

-Để xác định chân trị của công thức, ta dùng bảng chân trị.

-Ví dụ: Cho P, Q là các mệnh đề sơ cấp bất kỳ.

- Bảng chân trị của công thức $Q \vee \overline{P}$

P	Q	$\overline{P}$	$Q \vee \overline{P}$
đúng	đúng	sai	đúng
đúng	sai	sai	sai
sai	đúng	đúng	đúng
sai	sai	đúng	đúng

- Bảng chân trị của công thức

$$\overline{P} \vee (Q \vee P)$$

P	Q	$\overline{P}$	$Q \vee P$	$\overline{P} \vee (Q \vee P)$
đúng	đúng	sai	đúng	đúng
đúng	sai	sai	đúng	đúng
sai	đúng	đúng	đúng	đúng
sai	sai	đúng	sai	đúng

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.1. Công thức tương đương

-Ví dụ: Cho P, Q, R là các mệnh đề sơ cấp bất kỳ.

- Bảng chân trị của công thức $P \vee (Q \wedge R)$

P	Q	R	$Q \wedge R$	$P \vee (Q \wedge R)$
đúng	đúng	đúng	đúng	đúng
đúng	đúng	sai	sai	đúng
đúng	sai	đúng	sai	đúng
đúng	sai	sai	sai	đúng
sai	đúng	đúng	đúng	đúng
sai	đúng	sai	sai	sai
sai	sai	đúng	sai	sai
sai	sai	sai	sai	sai

-**Nhận xét**: Bảng chân trị của công thức sẽ "cồng kềnh" (nhiều hàng, nhiều cột) khi công thức có nhiều mệnh đề thành phần hay nhiều phép toán logic.

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.1. Công thức tương đương

-Công thức *hằng đúng*: là công thức luôn có chân trị đúng với mọi chân trị của các mệnh đề thành phần.

-Ví dụ: $\overline{P} \vee (Q \vee P), P \vee \overline{P}, \ldots$

-Để chứng tỏ một công thức là công thức hằng đúng, ta có thể lập bảng chân trị.

-Ví dụ: Từ bảng chân trị của $P \vee \overline{P}$, ta kết luận $P \vee \overline{P}$ là công thức hằng đúng.

P	$\overline{P}$	$P \vee \overline{P}$
đúng	sai	đúng
sai	đúng	đúng

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.1. Công thức tương đương

-Công thức *hằng sai*: là công thức luôn có chân trị <u>sai</u> với mọi chân trị của các mệnh đề thành phần.

-Ví dụ: $\overline{P} \wedge (Q \wedge P)$, $P \wedge \overline{P}$,...

-Để chứng tỏ một công thức là công thức hằng sai, ta có thể lập bảng chân trị.

-Ví dụ: Từ bảng chân trị của $P \wedge \overline{P}$, ta kết luận $P \wedge \overline{P}$ là công thức hằng sai.

P	$\overline{P}$	$P \wedge \overline{P}$
<u>đúng</u>	<u>sai</u>	<u>sai</u>
<u>sai</u>	<u>đúng</u>	<u>sai</u>

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.1. Công thức tương đương

-Cho E, F là hai công thức. E được gọi là tương đương với F (hay *F được gọi là tương đương với E*, hay *E và F là hai công thức tương đương với nhau*) khi và chỉ khi: với mọi bộ chân trị của các mệnh đề thành phần, khi thay vào cả E và F thì E và F đều có cùng chân trị.

-Cho E và F là hai công thức tương đương với nhau, ta kí hiệu: $E \equiv F$ hay $F \equiv E$ (gọi là *hệ thức tương đương*)

-Ví dụ: Cho P, Q là các mệnh đề sơ cấp bất kỳ, ta có:

$$Q \vee \overline{P} \equiv \overline{P \wedge \overline{Q}}$$

$$P \vee \overline{P} \equiv \overline{P} \vee (Q \vee P)$$

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.1. Công thức tương đương

-Để chứng tỏ hai công thức đã cho E và F có phải là hai công thức tương đương với nhau hay không, ta có thể lập bảng chân trị.

-Ví dụ: Từ bảng chân trị của $Q \vee \overline{P}$ và $\overline{P \wedge \overline{Q}}$, ta kết luận $Q \vee \overline{P}$ và $\overline{P \wedge \overline{Q}}$ là hai công thức tương đương với nhau.

P	Q	$\overline{Q}$	$P \wedge \overline{Q}$	$\overline{P \wedge \overline{Q}}$
đúng	đúng	sai	sai	đúng
đúng	sai	đúng	đúng	sai
sai	đúng	sai	sai	đúng
sai	sai	đúng	sai	đúng

P	Q	$\overline{P}$	$Q \vee \overline{P}$
đúng	đúng	sai	đúng
đúng	sai	sai	sai
sai	đúng	đúng	đúng
sai	sai	đúng	đúng

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.1. Công thức tương đương

-Ví dụ: Từ bảng chân trị của $P \vee \overline{P}$ và $\overline{P} \vee (Q \vee P)$, ta kết luận $P \vee \overline{P}$ và $\overline{P} \vee (Q \vee P)$ là hai công thức tương đương với nhau.

$\overline{P} \vee (Q \vee P)$

P	Q	$\overline{P}$	$Q \vee P$	$\overline{P} \vee (Q \vee P)$
đúng	đúng	sai	đúng	đúng
đúng	sai	sai	đúng	đúng
sai	đúng	đúng	đúng	đúng
sai	sai	đúng	sai	đúng

$P \vee \overline{P}$

P	$\overline{P}$	$P \vee \overline{P}$
đúng	sai	đúng
sai	đúng	đúng

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.1. Công thức tương đương

-Ý nghĩa của công thức tương đương:

- Về biểu diễn: Cùng một công thức có nhiều biểu diễn khác nhau
- Về phát biểu: Cùng một vấn đề, bài toán,… có nhiều phát biểu khác nhau.

-Ví dụ: Với P, Q là các mệnh đề sơ cấp đã cho, ta có:

$$Q \vee \overline{P} \equiv \overline{P \wedge \overline{Q}}$$

$$P \vee \overline{P} \equiv \overline{P} \vee (Q \vee P)$$

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.1. Công thức tương đương

-Một số câu hỏi đặt ra:

- Có bao nhiêu biểu diễn khác nhau của cùng một công thức?
- Làm sao biết được công thức nào tương đương với công thức đã cho?
- Làm sao biết được hai công thức đã cho có tương đương với nhau hay không?

-Ví dụ: Với P, Q là các mệnh đề sơ cấp đã cho, ta có:

$$Q \vee \overline{P} \equiv \overline{P \wedge \overline{Q}}$$

$$P \vee \overline{P} \equiv \overline{P} \vee (Q \vee P)$$

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.2. Hệ thức tương đương cơ bản

-Cho P, Q, R là các mệnh đề. Ta có một số hệ thức tương đương cơ bản:

$$P \wedge P \equiv P$$

$$P \vee P \equiv P$$

$$P \wedge \underline{đúng} \equiv P$$

$$P \vee \underline{sai} \equiv P$$

$$P \wedge \overline{P} \equiv \underline{sai}$$

$$P \vee \overline{P} \equiv \underline{đúng}$$

$$P \vee \underline{đúng} \equiv \underline{đúng}$$

$$P \wedge \underline{sai} \equiv \underline{sai}$$

$$P \wedge Q \equiv Q \wedge P$$

$$P \vee Q \equiv Q \vee P$$

$$(P \wedge Q) \wedge R \equiv P \wedge (Q \wedge R)$$

$$(P \vee Q) \vee R \equiv P \vee (Q \vee R)$$

$$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

$$P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

$$\overline{\overline{P}} \equiv P$$

$$\overline{P \wedge Q} \equiv \overline{P} \vee \overline{Q}$$

$$\overline{P \vee Q} \equiv \overline{P} \wedge \overline{Q}$$

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.2. Hệ thức tương đương cơ bản

-Cho E, F, G là các công thức và $E \equiv F$. Ta có một số tính chất sau:

$$\overline{E} \equiv \overline{F}$$

$$E \wedge G \equiv F \wedge G$$

$$E \vee G \equiv F \vee G$$

Nếu $G \equiv F$ thì $G \equiv E$

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.3. Biến đổi tương đương

-Biến đổi tương đương là công việc biến đổi một công thức đã cho thành công thức khác tương đương với nó.

-Biến đổi tương đương được thực hiện để:

- Biết được công thức nào tương đương với công thức đã cho.
- Rút gọn hay làm phức tạp công thức đã cho.
- Có thể biết được công thức đã cho là công thức hằng đúng, là công thức hằng sai.
- Có thể biết được hai công thức đã cho có tương đương với nhau hay không.

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.3. Biến đổi tương đương

-Ví dụ

- Biết được công thức nào tương đương với công thức đã cho

$$
\begin{aligned}
Q \vee \overline{P} &\equiv \overline{P} \vee Q \\
&\equiv \overline{P} \vee \overline{\overline{Q}} \\
&\equiv \overline{P \wedge \overline{Q}} \\
&\equiv \overline{\overline{Q} \wedge P} \\
&\equiv \overline{\overline{Q} \wedge P} \wedge (P \vee \overline{P}) \\
&\equiv \overline{\overline{Q} \wedge P} \vee (P \wedge \overline{P}) \\
&\equiv \ldots
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P \wedge (R \vee \overline{P}) &\equiv (P \wedge R) \vee (P \wedge \overline{P}) \\
&\equiv (P \wedge R) \vee \underline{sai} \\
&\equiv P \wedge R \\
&\equiv R \wedge P \\
&\equiv R \wedge (P \wedge P) \\
&\equiv R \wedge (P \vee P) \\
&\equiv \overline{\overline{R}} \wedge \overline{\overline{P}} \\
&\equiv \overline{\overline{R} \vee \overline{P}} \\
&\equiv \ldots
\end{aligned}
$$

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.3. Biến đổi tương đương

-Ví dụ

- Rút gọn hay làm phức tạp công thức đã cho

$$P \vee (Q \vee P) \equiv P \vee (P \vee Q)$$
$$\equiv (P \vee P) \vee Q$$
$$\equiv P \vee Q$$

$$(\overline{Q \wedge P} \vee Q) \wedge P \equiv ((\overline{Q} \vee \overline{P}) \vee Q) \wedge P$$
$$\equiv ((\overline{P} \vee \overline{Q}) \vee Q) \wedge P$$
$$\equiv (\overline{P} \vee (\overline{Q} \vee Q)) \wedge P$$
$$\equiv (\overline{P} \vee \underline{đúng}) \wedge P$$
$$\equiv \underline{đúng} \wedge P$$
$$\equiv P$$

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.3. Biến đổi tương đương

-Ví dụ

- Có thể biết được công thức đã cho là công thức hằng đúng

$$P \vee (Q \vee \overline{P}) \equiv P \vee (\overline{P} \vee Q)$$

$$\equiv (P \vee \overline{P}) \vee Q$$

$$\equiv \underline{\textit{đúng}} \vee Q$$

$$\equiv \underline{\textit{đúng}}$$

Vậy $P \vee (Q \vee \overline{P})$ là công thức hằng đúng.

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.3. Biến đổi tương đương

-Ví dụ

- Có thể biết được công thức đã cho là công thức hằng sai.

$$
\begin{aligned}
(Q \wedge \overline{P}) \wedge \overline{\overline{P} \vee Q} &\equiv (Q \wedge \overline{P}) \wedge (\overline{\overline{P}} \wedge \overline{Q}) \\
&\equiv (Q \wedge \overline{P}) \wedge (P \wedge \overline{Q}) \\
&\equiv Q \wedge (\overline{P} \wedge (P \wedge \overline{Q})) \\
&\equiv Q \wedge ((\overline{P} \wedge P) \wedge \overline{Q}) \\
&\equiv Q \wedge (\underline{sai} \wedge \overline{Q}) \\
&\equiv Q \wedge \underline{sai} \\
&\equiv \underline{sai}
\end{aligned}
$$

Vậy $(Q \wedge \overline{P}) \wedge \overline{\overline{P} \vee Q}$ là công thức hằng sai.

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.3. Biến đổi tương đương

-Ví dụ

- Để chứng tỏ hai công thức đã cho E và F tương đương với nhau, ta có thể thực hiện theo một trong các cách sau:
  - Biến đổi tương đương E thành F, hay
  - Biến đổi tương đương F thành E, hay
  - Biến đổi tương đương E thành G, đồng thời biến đổi tương đương F thành G.

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.3. Biến đổi tương đương

-Ví dụ

- Chứng tỏ $Q \vee \overline{P}$ và $\overline{P \wedge \overline{Q}}$ là hai công thức tương đương với nhau.
- Ta có

$$\overline{P \wedge \overline{Q}} \equiv \overline{P} \vee \overline{\overline{Q}}$$
$$\equiv \overline{P} \vee Q$$
$$\equiv Q \vee \overline{P}$$

Vậy $Q \vee \overline{P}$ và $\overline{P \wedge \overline{Q}}$ là hai công thức tương đương với nhau,

hay ta có $Q \vee \overline{P} \equiv \overline{P \wedge \overline{Q}}$

1.2. Công thức và biến đổi tương đương

1.2.3. Biến đổi tương đương

-Ví dụ

- Chứng tỏ $Q \vee (P \wedge Q)$ và Q là hai công thức tương đương với nhau.
- Ta có $Q \vee (P \wedge Q) \equiv (Q \wedge \underline{đúng}) \vee (Q \wedge P)$

$$\equiv Q \wedge (\underline{đúng} \vee P)$$

$$\equiv Q \wedge \underline{đúng}$$

$$\equiv Q$$

Vậy $Q \vee (P \wedge Q)$ và Q là hai công thức tương đương với nhau,

hay ta có $Q \vee (P \wedge Q) \equiv Q$

Bài tập

1. Cho P, Q, R là các mệnh đề sơ cấp có chân trị như sau:
P: sai, Q: đúng, R: sai
Hãy cho biết chân trị của các công thức sau:
$\overline{P \wedge \overline{R}}$, $(\overline{R} \wedge Q) \vee \overline{P}$, $\overline{(Q \vee R) \wedge P} \vee (\overline{R} \wedge P)$, $\overline{\overline{P} \wedge Q} \vee \overline{(R \vee Q) \wedge (\overline{R} \vee Q)}$

2. Cho P, Q, R là các mệnh đề sơ cấp. Hãy lập bảng chân trị của các công thức sau: $\overline{P \vee \overline{Q}}$, $(\overline{P} \wedge R) \vee \overline{P}$, $\overline{Q} \vee (\overline{R} \wedge Q)$, $P \vee (\overline{R} \wedge Q)$

3. Cho P, Q là các mệnh đề sơ cấp. Hãy lập bảng chân trị của các công thức sau và cho biết công thức nào là công thức hằng đúng, là công thức hằng sai:
$(\overline{Q} \wedge Q) \vee \overline{P}$, $\overline{P \wedge \overline{P}} \vee P$, $Q \wedge \overline{Q \vee \overline{Q}}$

Bài tập

4. Cho P, Q, R là các mệnh đề. Hãy cho biết 5 công thức tương đương với mỗi công thức sau:

$$\overline{P \wedge \overline{R}},\ (\overline{R} \wedge Q) \vee \overline{P},\ (\overline{R \wedge Q} \wedge Q) \vee \overline{P},\ ((\overline{Q} \wedge P) \vee \overline{P}) \wedge Q$$

5. Cho P, Q, R là các mệnh đề. Hãy rút gọn các công thức sau: $\overline{P \vee \overline{Q}} \vee P,\ ((\overline{P} \wedge R) \vee (\overline{P} \wedge \overline{R})) \wedge \overline{P},\ (\overline{Q} \vee (\overline{R} \wedge Q)) \vee \overline{R},\ P \vee (\overline{R} \wedge \overline{P})$

6. Cho P, Q là các mệnh đề. Hãy chứng tỏ các công thức sau là công thức hằng đúng: $\overline{P \wedge \overline{Q}} \vee P,\ \overline{(\overline{P} \vee Q) \wedge P} \vee Q$

7. Cho P, Q là các mệnh đề. Hãy chứng tỏ các công thức sau là công thức hằng sai: $\overline{Q \vee \overline{P}} \wedge Q,\ \overline{Q} \wedge ((\overline{P} \vee Q) \wedge P)$

Bài tập

8. Cho P, Q, R là các mệnh đề. Hãy chứng tỏ các công thức tương đương với nhau:

$((P \wedge Q) \vee (P \wedge \overline{Q})) \vee (\overline{P} \wedge Q)$ và $Q \vee P$

$((\overline{P} \wedge \overline{Q}) \vee (P \wedge Q)) \vee (P \wedge \overline{Q})$ và $P \vee \overline{Q}$

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.1. Suy ra
1.3.2. Tương đương
1.3.3. Một số tính chất

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.1. Suy ra

•Phép toán SUY RA

-Kí hiệu: $\Rightarrow$ (nối hai mệnh đề)

-Quy tắc biến đổi: Cho P, Q là hai mệnh đề. P suy ra Q (kí hiệu $P \Rightarrow Q$) là một mệnh đề có chân trị được xác định dựa vào *bảng chân trị* sau:

P	Q	$P \Rightarrow Q$
đúng	đúng	đúng
đúng	sai	sai
sai	đúng	đúng
sai	sai	đúng

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.1. Suy ra

•Phép toán SUY RA

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề đã cho ở trên, ta có

$P \Rightarrow Q$: sai, $P \Rightarrow R$: đúng, $Q \Rightarrow R$: đúng,

$\overline{P} \Rightarrow Q$: đúng, $\overline{P \Rightarrow R}$: sai

-**Nhận xét**:

- Mệnh đề kết quả chỉ có 1 trường hợp có chân trị sai
- Chú ý đến thứ tự của P và Q trong $P \Rightarrow Q$ (P trước, Q sau)
- Nếu P có chân trị sai thì $P \Rightarrow Q$ có chân trị đúng

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.1. Suy ra

•Phép toán SUY RA

-Từ ngữ: Các phát biểu của mệnh đề $P \Rightarrow Q$

- *Nếu P thì Q*
- *P chỉ nếu Q*
- *P chỉ khi Q*
- *P là đủ để Q*
- *Q nếu P*
- *Q khi P*
- *Q là cần để P*

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.1. Suy ra

•Phép toán SUY RA

-Từ ngữ:

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề đã cho ở trên, lúc đó

$P \Rightarrow Q$: "*Nếu* một cộng một bằng hai *thì* ba lớn hơn năm." ($P \Rightarrow Q$ có chân trị sai)

$P \Rightarrow R$: "*Nếu* một cộng một bằng hai *thì* Trái đất quay xung quanh Mặt trời." ($P \Rightarrow R$ có chân trị đúng)

$Q \Rightarrow R$: "*Nếu* ba lớn hơn năm *thì* Trái đất quay xung quanh Mặt trời." ($Q \Rightarrow R$ có chân trị đúng)

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.1. Suy ra

•Phép toán SUY RA

- Từ ngữ:

$P \Rightarrow Q$: "Ba lớn hơn năm *nếu* một cộng một bằng hai."

$P \Rightarrow Q$: "Ba lớn hơn năm *khi* một cộng một bằng hai."

$P \Rightarrow Q$: "Ba lớn hơn năm *là cần để* một cộng một bằng hai."

$P \Rightarrow Q$: "Một cộng một bằng hai *chỉ nếu* ba lớn hơn năm."

$P \Rightarrow Q$: "Một cộng một bằng hai *chỉ khi* ba lớn hơn năm."

$P \Rightarrow Q$: "Một cộng một bằng hai *là đủ để* ba lớn hơn năm."

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.1. Suy ra

•Phép toán SUY RA

-Từ ngữ:

$\overline{P} \Rightarrow Q$: "*Nếu không phải* một cộng một bằng hai *thì* ba lớn hơn năm."

$\overline{P} \Rightarrow Q$: "Ba lớn hơn năm *nếu không phải* một cộng một bằng hai."

$\overline{P} \Rightarrow Q$: "Ba lớn hơn năm *khi không phải* một cộng một bằng hai."

$\overline{P} \Rightarrow Q$: "Ba lớn hơn năm *là cần để không phải* một cộng một bằng hai."

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.1. Suy ra

•Phép toán SUY RA

-Từ ngữ:

$\overline{P} \Rightarrow Q$: "*Nói rằng* một cộng một bằng hai *là sai chỉ nếu* ba lớn hơn năm."

$\overline{P} \Rightarrow Q$: "*Nói rằng* một cộng một bằng hai *là sai chỉ khi* ba lớn hơn năm."

$\overline{P} \Rightarrow Q$: "*Nói rằng* một cộng một bằng hai *là sai là đủ để* ba lớn hơn năm."

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.1. Suy ra

•Phép toán SUY RA

-Từ ngữ:

$\overline{P \Rightarrow R}$: "*Nói rằng nếu* một cộng một bằng hai *thì* Trái đất quay xung quanh Mặt trời *là sai*."

$(Q \wedge R) \Rightarrow P$: "*Nếu* ba lớn hơn năm *và* Trái đất quay xung quanh Mặt trời *thì* một cộng một bằng hai."

$Q \Rightarrow \overline{P \vee R}$: "*Nếu* ba lớn hơn năm *thì nói rằng* một cộng một bằng hai *hoặc* Trái đất quay xung quanh Mặt trời *là sai*."

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.1. Suy ra

•Phép toán SUY RA

-Cho mệnh đề $P \Rightarrow Q$. Ta có các mệnh đề liên quan:

$Q \Rightarrow P$ gọi là *mệnh đề đảo* của $P \Rightarrow Q$

$\overline{P} \Rightarrow \overline{Q}$ gọi là *mệnh đề phản* của $P \Rightarrow Q$

$\overline{Q} \Rightarrow \overline{P}$ gọi là *mệnh đề phản đảo* của $P \Rightarrow Q$

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.2. Tương đương

•Phép toán TƯƠNG ĐƯƠNG

-Kí hiệu: $\Leftrightarrow$ (nối hai mệnh đề)

-Quy tắc biến đổi: Cho P, Q là hai mệnh đề. P tương đương Q (kí hiệu $P \Leftrightarrow Q$) là một mệnh đề có chân trị được xác định dựa vào *bảng chân trị* sau:

P	Q	$P \Leftrightarrow Q$
đúng	đúng	đúng
đúng	sai	sai
sai	đúng	sai
sai	sai	đúng

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.2. Tương đương

•Phép toán TƯƠNG ĐƯƠNG

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề đã cho ở trên, ta có

$P \Leftrightarrow Q$: sai, $P \Leftrightarrow R$: đúng, $Q \Leftrightarrow R$: sai,

$\overline{P} \Leftrightarrow Q$: đúng, $\overline{P \Leftrightarrow R}$: sai

-Từ ngữ: Các phát biểu của mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$

- *P nếu và chỉ nếu Q*
- *P khi và chỉ khi Q*
- *Cần và đủ để P là Q*
- *Ắt có và đủ để P là Q*

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.2. Tương đương

•Phép toán TƯƠNG ĐƯƠNG

-Từ ngữ:

-Ví dụ: Với P, Q, R là các mệnh đề đã cho ở trên, lúc đó

$P \Leftrightarrow Q$: "Một cộng một bằng hai *nếu và chỉ nếu* ba lớn hơn năm." ($P \Leftrightarrow Q$ có chân trị sai)

$P \Leftrightarrow R$: "Một cộng một bằng hai *khi và chỉ khi* Trái đất quay xung quanh Mặt trời." ($P \Leftrightarrow R$ có chân trị đúng)

$Q \Leftrightarrow R$: "*Cần và đủ để* ba lớn hơn năm *là* Trái đất quay xung quanh Mặt trời." ($Q \Leftrightarrow R$ có chân trị sai)

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.2. Tương đương

•Phép toán TƯƠNG ĐƯƠNG

-Từ ngữ:

$P \Leftrightarrow Q$: "Một cộng một bằng hai *khi và chỉ khi* ba lớn hơn năm."

$P \Leftrightarrow Q$: "*Cần và đủ để* một cộng một bằng hai *là* ba lớn hơn năm."

$P \Leftrightarrow Q$: "*Ắt có và đủ để* một cộng một bằng hai *là* ba lớn hơn năm."

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

* Cho P, Q, R là các mệnh đề. Ta có một số hệ thức tương đương cơ bản:

$$P \Rightarrow Q \equiv \overline{P} \vee Q$$

$$P \Rightarrow Q \equiv \overline{Q} \Rightarrow \overline{P}$$

$$P \Leftrightarrow Q \equiv (P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$$

$$P \Leftrightarrow Q \equiv Q \Leftrightarrow P$$

* Cho E, F, G là các công thức và $E \equiv F$. Ta có một số tính chất sau:

$$E \Rightarrow G \equiv F \Rightarrow G$$

$$G \Rightarrow E \equiv G \Rightarrow F$$

$$E \Leftrightarrow G \equiv F \Leftrightarrow G$$

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.3. Một số tính chất

-**Tính chất 1**: Mọi công thức đều biến đổi được thành công thức khác tương đương với nó mà trong đó:

a. Chỉ có 3 phép toán PHỦ ĐỊNH, VÀ, HOẶC ($\overline{}, \wedge, \vee$)
b. Chỉ có 2 phép toán PHỦ ĐỊNH, HOẶC ($\overline{}, \vee$)
c. Chỉ có 2 phép toán PHỦ ĐỊNH, VÀ ($\overline{}, \wedge$)

-Lưu ý:

$$P \Rightarrow Q \equiv \overline{P} \vee Q$$

$$P \Leftrightarrow Q \equiv (\overline{P} \vee Q) \wedge (\overline{Q} \vee P)$$

$$\overline{P \wedge Q} \equiv \overline{P} \vee \overline{Q}$$

$$\overline{P \vee Q} \equiv \overline{P} \wedge \overline{Q}$$

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.3. Một số tính chất

-Tính chất 1:

-Ví dụ:

$$(R \wedge \overline{Q}) \vee (P \Rightarrow Q) \equiv (R \wedge \overline{Q}) \vee (\overline{P} \vee Q) \qquad \textit{(dạng 1a)}$$

$$\equiv \overline{\overline{R} \vee Q} \vee (\overline{P} \vee Q) \qquad \textit{(dạng 1b)}$$

$$\equiv (R \wedge \overline{Q}) \vee \overline{P \wedge \overline{Q}}$$

$$\equiv \overline{\overline{(R \wedge \overline{Q})} \wedge (P \wedge \overline{Q})} \qquad \textit{(dạng 1c)}$$

$$(P \Leftrightarrow Q) \wedge (\overline{R} \Rightarrow P) \equiv ((\overline{P} \vee Q) \wedge (\overline{Q} \vee P)) \wedge (R \vee P) \qquad \textit{(dạng 1a)}$$

$$\equiv \overline{(\overline{\overline{P} \vee Q} \vee \overline{\overline{Q} \vee P}) \vee \overline{R \vee P}} \qquad \textit{(dạng 1b)}$$

$$\equiv (\overline{P \wedge \overline{Q}} \wedge \overline{Q \wedge \overline{P}}) \wedge \overline{\overline{R} \wedge \overline{P}} \qquad \textit{(dạng 1c)}$$

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.3. Một số tính chất

-**Tính chất 2**: Mọi công thức đều biến đổi được thành công thức khác tương đương với nó mà trong đó chỉ có 3 phép toán $\overline{}, \wedge, \vee$ và có dạng:

a. $(P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_{m-1} \vee P_m) \wedge \ldots \wedge (Q_1 \vee Q_2 \vee \ldots \vee Q_{n-1} \vee Q_n)$

b. $(P_1 \wedge P_2 \wedge \ldots \wedge P_{m-1} \wedge P_m) \vee \ldots \vee (Q_1 \wedge Q_2 \wedge \ldots \wedge Q_{n-1} \wedge Q_n)$

-Một số dạng đặc biệt:

$P_1 \vee P_2 \vee \ldots \vee P_{m-1} \vee P_m$ *(dạng 2a,b)*

$P_1 \wedge P_2 \wedge \ldots \wedge P_{m-1} \wedge P_m$ *(dạng 2a,b)*

- Lưu ý:

$$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

$$P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

1.3. Một số phép toán logic mở rộng

1.3.3. Một số tính chất

-Tính chất 2:

-Ví dụ:

$$(R \wedge \overline{Q}) \vee (P \Rightarrow Q) \equiv (R \wedge \overline{Q}) \vee (\overline{P} \vee Q)$$

$$\equiv (\overline{P} \vee Q) \vee (R \wedge \overline{Q})$$

$$\equiv (\overline{P} \vee Q \vee R) \wedge (\overline{P} \vee Q \vee \overline{Q}) \qquad \textit{(dạng 2a)}$$

$$\equiv \overline{P} \vee Q \vee (R \wedge \overline{Q}) \qquad \textit{(dạng 2b)}$$

$$(P \Leftrightarrow Q) \wedge (\overline{R} \Rightarrow P) \equiv ((\overline{P} \vee Q) \wedge (\overline{Q} \vee P)) \wedge (R \vee P)$$

$$\equiv (\overline{P} \vee Q) \wedge (\overline{Q} \vee P) \wedge (R \vee P) \qquad \textit{(dạng 2a)}$$

$$\equiv (\overline{P} \wedge \overline{Q} \wedge R) \vee (\overline{P} \wedge \overline{Q} \wedge P) \vee (\overline{P} \wedge P \wedge R) \vee (\overline{P} \wedge P \wedge P)$$

$$\vee (Q \wedge \overline{Q} \wedge R) \vee (Q \wedge \overline{Q} \wedge P) \vee (Q \wedge P \wedge R) \vee (Q \wedge P \wedge P) \qquad \textit{(dạng 2b)}$$

Bài tập

1. Cho P, Q, R là các mệnh đề có nội dung phát biểu như sau:
P: “Hai bằng bốn.”; Q:“Ba nhỏ hơn năm.”;R: “Một cộng năm bằng sáu.”
Hãy ký hiệu và xác định chân trị của các phát biểu sau:
a. “Nếu không phải hai bằng bốn thì ba nhỏ hơn năm.”
b. “Nói rằng ba nhỏ hơn năm là sai khi một cộng năm bằng sáu.”
c. “Một cộng năm bằng sáu chỉ khi hai bằng bốn.”
d. “Hai bằng bốn khi và chỉ khi không phải ba nhỏ hơn năm.”
e. “Cần và đủ để không phải ba nhỏ hơn năm là nói rằng một cộng năm bằng sáu hoặc hai bằng bốn là sai.”
f. “Nói rằng một cộng năm bằng sáu đồng thời không phải ba nhỏ hơn năm là sai nếu và chỉ nếu hai bằng bốn.”
g. “Nói rằng nếu hai bằng bốn thì một cộng năm bằng sáu là sai khi và chỉ khi ba nhỏ hơn năm.”

Bài tập

2. Cho P, Q, R là các mệnh đề có nội dung phát biểu như sau:

P: “Hai lớn hơn bốn.”

Q: “Sáu trừ một bằng ba.”

R: “Ba cộng hai bằng năm.”

Hãy cho biết chân trị và phát biểu bằng lời các mệnh đề sau:

$$P \Rightarrow Q$$

$$P \Leftrightarrow Q$$

$$\overline{P} \Rightarrow Q$$

$$P \Leftrightarrow \overline{Q}$$

$$(\overline{R} \wedge Q) \Rightarrow \overline{P}$$

$$\overline{P \vee \overline{R}} \Leftrightarrow \overline{Q}$$

$$P \Rightarrow \overline{Q \vee R}$$

Bài tập

3. Cho P, Q, R là các mệnh đề sơ cấp có chân trị như sau:
P: <u>đúng</u>, Q: <u>sai</u>, R: <u>sai</u>
Hãy cho biết chân trị của các công thức sau:

$$\overline{(P \Rightarrow Q) \wedge \overline{R}}, \ \overline{(Q \Rightarrow R) \wedge P} \Leftrightarrow (\overline{R} \vee P), ((\overline{R} \Leftrightarrow Q) \vee \overline{P}) \Rightarrow (P \wedge Q),$$

$$\overline{\overline{P} \Leftrightarrow Q} \Rightarrow \overline{(R \Rightarrow Q) \wedge (\overline{R} \vee Q)}$$

4. Cho P, Q, R là các mệnh đề sơ cấp. Hãy lập bảng chân trị của các công thức sau: $\overline{P \Rightarrow \overline{Q}}, (\overline{P} \wedge R) \Rightarrow \overline{P}, \ P \Leftrightarrow (\overline{R} \wedge Q)$

5. Cho P, Q, R là các mệnh đề. Hãy cho biết 5 công thức tương đương với mỗi công thức sau:

$$\overline{P \Rightarrow \overline{R}}, \ (\overline{R} \Rightarrow Q) \vee \overline{P}, (\overline{R \wedge Q} \Leftrightarrow Q) \Rightarrow \overline{P}, ((\overline{Q} \Leftrightarrow P) \Rightarrow \overline{P}) \wedge Q$$

Bài tập

6. Cho P, Q, R là các mệnh đề. Hãy rút gọn các công thức sau: $\overline{P \Rightarrow \overline{Q}} \vee P$, $((\overline{P} \Rightarrow R) \vee \overline{R})) \wedge \overline{P}$, $(Q \Rightarrow (\overline{R} \wedge Q)) \vee \overline{R}$, $P \vee (\overline{R} \Leftrightarrow P)$

7. Cho P, Q là các mệnh đề. Hãy chứng tỏ các công thức sau là công thức hằng đúng: $\overline{P \Rightarrow \overline{Q}} \Rightarrow P$, $\overline{(\overline{P} \Rightarrow Q) \vee P} \vee \overline{\overline{Q} \wedge \overline{P}}$

8. Cho P, Q là các mệnh đề. Hãy chứng tỏ các công thức sau là công thức hằng sai: $(\overline{Q \Rightarrow \overline{P}} \wedge \overline{P}) \wedge Q$, $\overline{Q \vee P} \wedge ((\overline{P} \Rightarrow Q) \vee P)$

9. Cho P, Q, R là các mệnh đề. Hãy chứng tỏ các công thức tương đương với nhau:

$(P \vee Q) \Rightarrow R$ và $\overline{R} \Rightarrow (\overline{Q} \wedge \overline{P})$

$P \Rightarrow (Q \wedge R)$ và $(\overline{R} \vee \overline{Q}) \Rightarrow \overline{P}$

$\overline{P \wedge \overline{Q}} \Rightarrow (\overline{Q} \Rightarrow P)$ và $\overline{P \Rightarrow Q} \vee (P \vee Q)$

Bài tập

10. Cho P, Q, R là các mệnh đề. Hãy biến đổi các công thức đưa về các dạng theo các **Tính chất 1**, **Tính chất 2**:

$$\overline{(P \Rightarrow Q) \wedge \overline{R}}$$

$$(\overline{R} \Rightarrow Q) \vee \overline{P}$$

$$(\overline{R \wedge Q} \Leftrightarrow Q) \Rightarrow \overline{P}$$

$$((\overline{Q} \Leftrightarrow P) \Rightarrow \overline{P}) \wedge Q$$

$$\overline{(Q \Rightarrow R) \wedge P} \Leftrightarrow (\overline{R} \vee P)$$

$$((\overline{R} \Leftrightarrow Q) \vee \overline{P}) \Rightarrow (P \wedge Q)$$

$$\overline{\overline{P} \Leftrightarrow Q} \Rightarrow \overline{(R \Rightarrow Q) \wedge (\overline{R} \vee Q)}$$

Bài tập

11. Cho P, Q, R là các mệnh đề. Hãy chứng tỏ các công thức sau là công thức hằng đúng:

$$P \Rightarrow (P \vee Q)$$

$$(P \wedge Q) \Rightarrow P$$

$$((P \vee Q) \wedge \overline{P}) \Rightarrow Q$$

$$(P \wedge (P \Rightarrow Q)) \Rightarrow Q$$

$$(\overline{Q} \wedge (P \Rightarrow Q)) \Rightarrow \overline{P}$$

$$((P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$$

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.1. Suy diễn

- Suy diễn *hay suy diễn logic* là việc đưa ra (chỉ ra) các kết luận từ các giả thiết dựa vào các quy tắc, các luật đã cho.
- Như vậy, để thực hiện được suy diễn cần thấy rõ:
    - Các quy tắc (luật): được khẳng định là đúng hay phải tuân theo
    - Giả thiết: sự kiện đã, đang (hoặc sẽ) xảy ra, tồn tại, có (biểu diễn bằng các công thức có chân trị đúng)
- Kết luận (kết quả) có thể là:
    - Sự kiện đã xảy ra, đã tồn tại, đã có (có thể chưa thấy, chưa biết)
    - Sự kiện đang xảy ra, đang tồn tại, đang có (có thể chưa thấy, chưa biết)
    - Sự kiện chưa xảy ra, chưa tồn tại, chưa có

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.1. Suy diễn

- Ví dụ:
  - Các quy tắc (luật): "Nếu *quả cà chua có màu đỏ* thì *quả cà chua chín.*" (theo kinh nghiệm thực tế trong trồng trọt của cha ông ta)
  - Giả thiết: "*Quả cà chua có màu đỏ.*" (sự kiện đã xảy ra)
  - Kết luận: "*Quả cà chua chín.*"
    - Sự kiện đã xảy ra, đã tồn tại, đã có (có thể chưa thấy, chưa biết)

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.1. Suy diễn

- Ví dụ:
  - Các quy tắc (luật): “Nếu *chuồn chuồn bay thấp* thì *trời mưa*.” (theo kinh nghiệm thực tế theo dõi về thời tiết của cha ông ta)
  - Giả thiết: “*Chuồn chuồn bay thấp*.” (sự kiện đang xảy ra)
  - Kết luận: “*Trời mưa*.”
    - Sự kiện đang xảy ra, đang tồn tại, đang có (có thể chưa thấy, chưa biết)

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.1. Suy diễn

- Ví dụ:
  - Các quy tắc (luật): “Nếu *bạn giải được tất cả bài tập trong sách Toán rời rạc* thì *bạn nắm vững kiến thức Toán rời rạc*.” (theo kinh nghiệm học tập và giảng dạy)
  - Giả thiết: “*Bạn giải được tất cả bài tập trong sách Toán rời rạc*.” (sự kiện đã xảy ra)
  - Kết luận: “*Bạn nắm vững kiến thức Toán rời rạc*.”
    - Sự kiện đã xảy ra, đã tồn tại, đã có (có thể chưa thấy, chưa biết)
    - Sự kiện đang xảy ra, đang tồn tại, đang có (có thể chưa thấy, chưa biết)

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.1. Suy diễn

- Ví dụ:
  - Các quy tắc (luật): "Nếu *hôm nay trời mưa bão* thì *học sinh được nghỉ học ngày hôm nay và ngày mai*." (theo quy định của nhà trường)
  - Giả thiết: "*Hôm nay trời mưa bão*." (sự kiện đang xảy ra)
  - Kết luận: "*Học sinh được nghỉ học ngày mai*."
    - Sự kiện chưa xảy ra, chưa tồn tại, chưa có

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.1. Suy diễn

- Biểu diễn suy diễn:

$$\frac{E}{F}$$

trong đó:

- E: giả thiết, các quy tắc (luật)
- F: kết luận

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.1. Suy diễn

- Biểu diễn suy diễn:
- Ví dụ:

$$\begin{array}{|l} P \\ \hline P \vee Q \end{array}$$

trong đó:

- P : giả thiết
- $P \vee Q$: kết luận

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.1. Suy diễn

- Biểu diễn suy diễn:
- Ví dụ:

$$\frac{P \wedge Q}{P}$$

trong đó:

- $P \wedge Q$: giả thiết
- P : kết luận

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.1. Suy diễn

- Biểu diễn suy diễn:
- Ví dụ:

$$\begin{array}{l} P \vee Q \\ \overline{P} \\ \hline Q \end{array}$$

trong đó:

- $P \vee Q, \overline{P}$: giả thiết
- Q : kết luận

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.1. Suy diễn

- **Ngộ nhận trong suy diễn**

- Ví dụ:
  - Các quy tắc (luật): "Nếu *bạn giải được tất cả bài tập trong sách Toán rời rạc* thì *bạn nắm vững kiến thức Toán rời rạc*." (theo kinh nghiệm học tập và giảng dạy)
  - Giả thiết: "*Bạn nắm vững kiến thức Toán rời rạc.*" (sự kiện đã xảy ra)
  - Kết luận: "*Bạn giải được tất cả bài tập trong sách Toán rời rạc.*"

-Nhận xét: Kết luận này chưa chắc đúng.

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow Q \\ Q \\ \hline P \end{array}$$

có nghĩa ta có $(P \Rightarrow Q) \wedge Q$

Bài tập: Chứng tỏ $((P \Rightarrow Q) \wedge Q) \Rightarrow P$ *không phải là công thức hằng đúng.*

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.1. Suy diễn

- **Ngộ nhận trong suy diễn**

\- Ví dụ:

- Các quy tắc (luật): “Nếu *bạn giải được tất cả bài tập trong sách Toán rời rạc thì bạn nắm vững kiến thức Toán rời rạc*.” (theo kinh nghiệm học tập và giảng dạy)
- Giả thiết: “*Không phải bạn giải được tất cả bài tập trong sách Toán rời rạc*.” (sự kiện đã xảy ra)
- Kết luận: “*Không phải bạn nắm vững kiến thức Toán rời rạc*.”

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow Q \\ \overline{P} \\ \hline \overline{Q} \end{array}$$

có nghĩa ta có $(P \Rightarrow Q) \wedge \overline{P}$

-Nhận xét: Kết luận này chưa chắc đúng.

Bài tập: Chứng tỏ $((P \Rightarrow Q) \wedge \overline{P}) \Rightarrow \overline{Q}$ *không phải là công thức hằng đúng.*

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.2. Phương pháp suy diễn

- Modus ponens
- Modus tollens
- Phản chứng

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.2. Phương pháp suy diễn

- Modus ponens

$$\begin{array}{|l} P \Rightarrow Q \\ P \\ \hline Q \end{array}$$

- Ví dụ:
  - Các quy tắc (luật) $P \Rightarrow Q$: "Nếu *chuồn chuồn bay cao* thì *trời nắng*." (theo kinh nghiệm thực tế theo dõi về thời tiết của cha ông ta)
  - Giả thiết P: "*Chuồn chuồn bay cao*." (sự kiện đang xảy ra)
  - Kết luận Q: "*Trời nắng*."
    - Sự kiện đang xảy ra, đang tồn tại, đang có (có thể chưa thấy, chưa biết)

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.2. Phương pháp suy diễn

- Modus ponens (bắc cầu)

$$\begin{array}{|l} P \Rightarrow Q \\ Q \Rightarrow R \\ P \\ \hline R \end{array}$$

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.2. Phương pháp suy diễn

- Modus ponens (bắc cầu)

- Ví dụ:

  - Các quy tắc (luật) $P \Rightarrow Q$: "Nếu *quả cà chua có màu đỏ* thì *quả cà chua chín*." (theo kinh nghiệm thực tế trong trồng trọt của cha ông ta)

    $Q \Rightarrow R$: "Nếu *quả cà chua chín* thì *quả cà chua ăn được*." (theo thực tế cuộc sống)
  - Giả thiết P: "*Quả cà chua có màu đỏ*."
  - Kết luận R: "*Quả cà chua ăn được*."

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.2. Phương pháp suy diễn

- Modus tollens

$$\begin{array}{l} P \Rightarrow Q \\ \overline{Q} \\ \hline \overline{P} \end{array}$$

- Ví dụ:

  - Các quy tắc (luật) $P \Rightarrow Q$: "Nếu *chuồn chuồn bay cao* thì *trời nắng*."
  - Giả thiết $\overline{Q}$: "*Không phải trời nắng*."
  - Kết luận $\overline{P}$: "*Không phải chuồn chuồn bay cao*."

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.2. Phương pháp suy diễn

- Modus tollens (bắc cầu)

- Ví dụ:

  - Các quy tắc (luật) $P \Rightarrow Q$: "Nếu *quả cà chua có màu đỏ* thì *quả cà chua chín*."

    $Q \Rightarrow R$: "Nếu *quả cà chua chín* thì *quả cà chua ăn được*."
  - Giả thiết $\overline{R}$: "*Không phải quả cà chua ăn được*."
  - Kết luận $\overline{P}$: "*Không phải quả cà chua có màu đỏ*."

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.2. Phương pháp suy diễn

- Phản chứng

- Đây là phương pháp giải quyết bài toán dạng chứng minh
- Bài toán dạng chứng minh: ***Cho E, hãy chứng tỏ F***.
- Biểu diễn dạng công thức $E \Rightarrow F$
- Ta có: $E \Rightarrow F \equiv (\overline{F} \wedge E) \Rightarrow \underline{sai}$
- Phương pháp: $\overline{F}$

E

<u>sai</u> *(hay điều vô lý)*

1.4. Phương pháp suy diễn

1.4.2. Phương pháp suy diễn

- Phản chứng

- Ví dụ: Lớp Toán rời rạc có 50 sinh viên. *Hôm nay lớp Toán rời rạc có 40 sinh viên đi học*. Hãy chứng tỏ *hôm nay lớp Toán rời rạc có sinh viên vắng học*.

- Chứng minh: Giả sử *không phải hôm nay lớp Toán rời rạc có sinh viên vắng học*, tức là hôm nay tất cả các sinh viên lớp Toán rời rạc đều đi học. Như vậy *hôm nay lớp Toán rời rạc có 50 sinh viên đi học*. Đây là *phát biểu sai* (hay *điều vô lý*). Vậy đã giải quyết được bài toán đặt ra.