

$$\Delta t_{\text{сумм1}} = 0,85^\circ \text{C} \quad (17),$$

поэтому вода закипит через время:

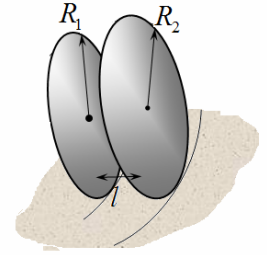
$$t_1 = \frac{300\text{с}}{80^\circ \text{C}} \cdot 0,85^\circ \text{C} \approx 3\text{с} \quad (18).$$

Для  $m_{\text{с2}} = 300\text{г}$  :

$$\Delta t_{\text{сумм2}} = 8,9^\circ \text{C} \quad (19),$$

поэтому вода закипит через время:

$$t_1 = \frac{300\text{с}}{80^\circ \text{C}} \cdot 8,9^\circ \text{C} \approx 33\text{с} \quad (20).$$



## Задача 10-1 «Такие разные колеса»

1. Если угловая скорость вращения игрушки при качении без проскальзывания равна  $\omega$ , то линейные скорости вращения колес различны

$$v_1 = \omega R_1$$

$$v_2 = \omega R_2.$$

Пусть радиус поворота игрушки  $R$ , тогда можем записать

$$v_1 = \Omega R$$

$$v_2 = \Omega(R + l),$$

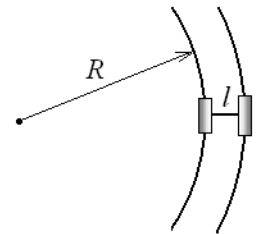
где  $\Omega$  – угловая скорость вращения игрушки вокруг центра описываемой окружности.

Выражая отношения скоростей, находим

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R + l}{R}.$$

Из последнего равенства

$$R = \frac{R_1}{R_2 - R_1} l = 100\text{см} = 1,00\text{м}.$$



2. При повороте автомобиля справедливы равенства: для ближнего (к центру поворота) колеса

$$v = \Omega R = \omega_1 r,$$

для дальнего

$$v + \Delta v = \Omega(R + l) = \omega_2 r,$$

где  $\Omega$  – угловая скорость вращения оси колеса вокруг центра описываемой окружности.

Из последнего равенства находим

$$\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\Omega(R + l)}{r} - \frac{\Omega R}{r} = \Omega \frac{l}{r} = \frac{v}{R} \cdot \frac{l}{r}.$$

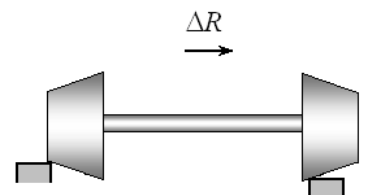
Расчет дает

$$\Delta \omega = 1,3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

3. Поскольку угловая скорость вращения колес поезда одинакова, то, используя результаты п.1 задачи получаем

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R + l}{R} = 1 + \frac{l}{R},$$

где  $R_1$  и  $R_2$  различные опорные радиусы колес после смещения колесной пары (в сторону от радиуса поворота).



При смещении колес на расстояние  $\Delta R$  относительно симметричного положения отношение опорных радиусов станет равным

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(L + \Delta R) \operatorname{tg} \alpha}{(L - \Delta R) \operatorname{tg} \alpha} \approx 1 + 2 \frac{\Delta R}{L},$$

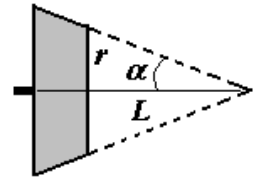
где  $L$  - расстояние до вершины соответствующего конуса. В нашем случае

$$L = \frac{r}{\alpha}.$$

Следовательно

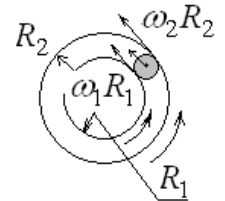
$$\Delta R = \frac{r}{2\alpha} \cdot \frac{l}{R} = 3,4 \text{ мм}.$$

Как следует из полученного выражения, смещение колесной пары обратно пропорционально радиусу закругления железной дороги. Следовательно, для уменьшения величины смещения (реборда ограничивает), на железной дороге делают повороты с большим радиусом.



4. Поскольку проскальзывание малого цилиндра отсутствует, то его линейные скорости в точках касания должны быть равны соответствующим линейным скоростям цилиндров. При вращении в одном направлении имеем

$$\begin{aligned} \omega_2 R_2 &= \omega r + \Omega \frac{R_1 + R_2}{2} \\ \omega_1 R_1 &= \Omega \frac{R_1 + R_2}{2} - \omega r, \end{aligned}$$



где  $r = \frac{R_2 - R_1}{2}$  – радиус малого цилиндра.

Решая систему, получаем

$$\omega = \frac{\omega_2 R_2 - \omega_1 R_1}{2r} = \frac{\omega_2 R_2 - \omega_1 R_1}{R_2 - R_1} = 28 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Выражение для  $\Omega$ :

$$\Omega = \frac{\omega_2 R_2 + \omega_1 R_1}{R_2 + R_1} = 6,5 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Направление вращения в данном случае будет совпадать с направлением вращения внешнего цилиндра.

При вращении в разных направлениях в одном из уравнений системы следует поменять знак:

$$\begin{aligned} \omega_2 R_2 &= \Omega \frac{R_1 + R_2}{2} + \omega r \\ \omega_1 R_1 &= \omega r - \Omega \frac{R_1 + R_2}{2}. \end{aligned}$$

Решение в этом случае имеет вид

$$\omega = \frac{\omega_2 R_2 + \omega_1 R_1}{2r} = \frac{\omega_2 R_2 + \omega_1 R_1}{R_2 - R_1} = 1,4 \cdot 10^2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Искомая угловая скорость

$$\Omega = \frac{\omega_2 R_2 - \omega_1 R_1}{R_2 + R_1} = 1,3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Направление вращения в этом случае также будет совпадать с направлением вращения внешнего цилиндра.