

Задача 11.1. Новые Архимеды.

Вопрос 1.

Пока тело не начал опускаться в воду (для x от нуля до 5,0 см), сила натяжения нити равна силе тяжести, действующей на тело:

$$T_0 = mg = 2,0 \cdot 10^2 \text{ Н} \quad (1)$$

При частичном погружении, на тело начинает действовать сила Архимеда, которая уменьшает силу натяжения веревки. Пока нижний цилиндр полностью не погрузился в воду (для x от 5,0 см до 20 см) сила натяжения будет определяться по формуле

$$T = T_0 - \rho g (x - x_0) \cdot \pi R_1^2. \quad (2)$$

При полном погружении нижнего цилиндра сила натяжения становится равной

$$T_1 = T_0 - \rho g h_1 \cdot \pi R_1^2 = 1,53 \cdot 10^2 \text{ Н}. \quad (3)$$

После начала погружения верхнего цилиндра (при x от 20 см до 30 см) сила натяжения будет уменьшаться медленнее, так как радиус этого цилиндра меньше:

$$T = T_0 - \rho g (x - x_0 - h_1) \cdot \pi R_2^2. \quad (4)$$

При полном погружении тела сила натяжения уменьшится до величины

$$T_2 = T_1 - \rho g h_2 \cdot \pi R_2^2 = 1,45 \cdot 10^2 \text{ Н} \quad (5)$$

График этой зависимости показан на рисунке.

Вопрос 2.

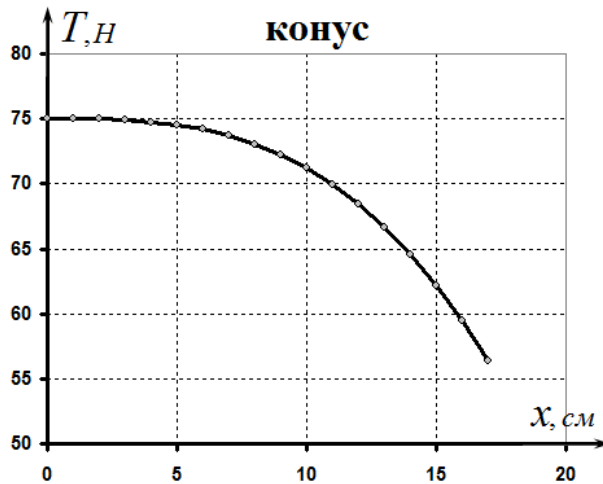
При погружении конуса сила натяжения веревки будет изменяться по закону

$$T = mg - \frac{1}{3} \rho g \pi x^3 \operatorname{tg}^2 \theta. \quad (6)$$

Для построения графика подставим численные значения:

$$T = 75 - 3,8 \cdot 10^{-3} x^3, \quad (7)$$

где x - в сантиметрах, T - в ньютонах. График показан на рисунке.



Вопрос 3.

При погружении на малую величину Δx сила Архимеда изменяется на величину

$$\Delta F = \rho g \Delta V = \pi \rho g r^2 \Delta x, \quad (8)$$

где $\Delta V = \pi r^2 \Delta x$ - изменение объема погруженной части. На столько же уменьшается сила натяжения нити, поэтому

$$\Delta T = -\pi \rho g r^2 \Delta x. \quad (9)$$

Из этого уравнения находим искомую формулу

$$r(x) = \sqrt{-\frac{1}{\pi \rho g} \frac{dT}{dx}}, \quad (10)$$

где $\frac{dT}{dx}$ - производная от силы натяжения нити по координате.

Заметим, что практическое применение этой формулы к экспериментальным данным затруднительно, так численный расчет производных выполняется с большими ошибками.

Часть 4.

Вася поместил цилиндр в легкую консервную банку, которая при опускании заполнилась водой, чем и объясняются полученные графики и своеобразный «гистерезис» - различие между зависимостями при подъеме и при опускании.

Радиус банки примерно равен 10 см, ее высота 20 см, радиус вставленного цилиндра примерно 5 см.