

Пусть скорость  $v$  шарика отличается от резонансной на величину  $\delta v$  ( $v = v_0 + \delta v$ )

Рассмотрите только случай, когда  $v_0 < v < v_0 + \frac{\Delta v}{2}$ .

7. Через какое количество ударов процесс увеличения высоты подъема сменится уменьшением? Выразите это время через отношение  $\delta v / \Delta v$ .

8. Какое время будет продолжаться разгон и на какую максимальную высоту  $h\left(\frac{\delta v}{\Delta v}\right)$  сможет подняться этот шарик?

9. Нарисуйте качественный график зависимости  $h\left(\frac{\delta v}{\Delta v}\right)$ .

10. Полученное в п. 8 значение высоты является несколько заниженным, т.к. сама платформа находится в различных положениях при каждом следующем ударе. Оцените ошибку  $\Delta h\left(\frac{\delta v}{\Delta v}\right)$  определения максимальной высоты подъема.



### Задача 1. «Railgun»

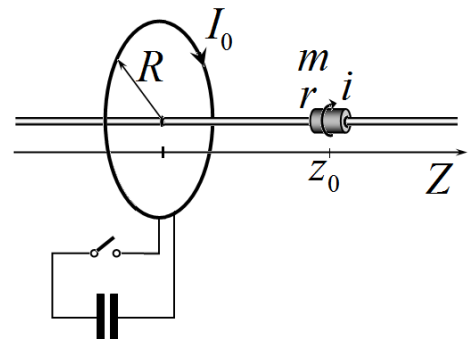
*Программа СОИ США сосредоточила публичное внимание на электромагнитных пушках...  
М. Леффлер*

Электромагнитные пушки давно заполнили компьютерные игры, боевики ... и даже являются объектами серьезных научных и инженерных исследований. Нам не кажется, что за отведенное Вам время, Вы сможете предложить принципиально новые принципы создания такого оружия. Но, Вы обязаны продемонстрировать свои знания и способности в объяснении и описании основных принципов устройства такого оружия.

Основная идея разгона снарядов заключается во взаимодействии снаряда с магнитным полем, создаваемым системой катушек, по которым пропускаются сильные импульсы электрического тока.

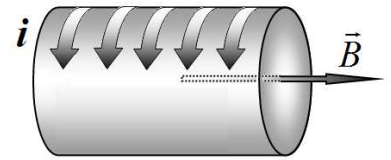
Вам предстоит рассмотреть простейший вариант – система катушек заменяется на одну, которая, в свою очередь, рассматривается как круговой виток радиуса  $R$  с током, силу которого будем обозначать  $I_0$ . Для производства выстрела кольцо подключают к батарее конденсаторов суммарной емкостью  $C$ , заряженной до напряжения  $U_0$ . Электрическое сопротивление кольца обозначим  $Y$  (чтобы не путать с его радиусом), индуктивностью кольца можно пренебречь.

Излучением электромагнитных волн во всех случаях следует пренебрегать.

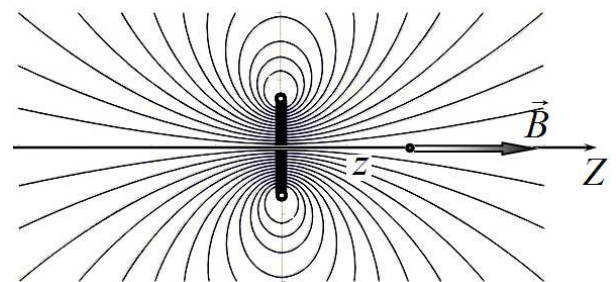


Вдоль оси витка расположен тонкий, длинный, гладкий, непроводящий и немагнитный стержень. Со стержнем совместим ось координат  $Oz$ , начало которой находится в центре кольца.

Вдоль стержня может скользить без трения цилиндрический снаряд массы  $m$ . Размеры снаряда – его радиус  $r$  и длина  $l$ , значительно меньше радиуса витка  $R$ . Во всех случаях, электромагнитные свойства снаряда моделируются проводящим круговым витком, в котором протекает, или может протекать электрический ток, силу которого будем обозначать  $i$ . Магнитные свойства снаряда будут варьироваться по ходу задачи.



Магнитное поле, создаваемым круговым током  $I_0$  описывается достаточно сложно. Однако, на оси кольца вектор индукции магнитного поля направлен вдоль этой оси, а его модуль на расстоянии  $z$  от центра кольца определяется по формуле



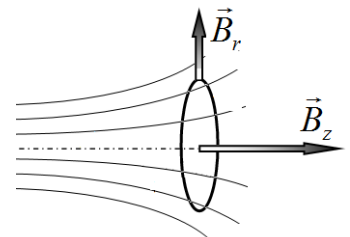
$$B_z = \frac{\mu_0 I_0}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (1)$$

### Часть 0. (Тоже оценивается!)

**0.1** Покажите, что в осесимметричном магнитном поле при изменении осевой компоненты индукции поля  $B_z(z)$  неизбежно существование радиальной компоненты поля, которая на малом расстоянии  $r$  от оси может быть рассчитана по формуле

$$B_r = -\frac{r}{2} \frac{dB_z}{dz}, \quad (2)$$

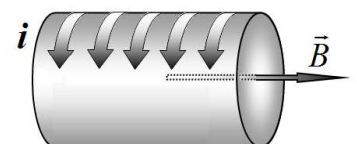
где  $\frac{dB_z}{dz}$  - производная от осевой компоненты по координате.



**0.2** Найдите зависимость радиальной компоненты поля кругового тока в зависимости от координаты  $z$  и расстояния до оси  $B_r(z, r)$ .

### Часть 1. Снаряд – постоянный магнит.

Снаряд пушки представляет собой постоянный магнит (в состоянии полной намагниченности). Это значит, что его магнитные свойства моделируются постоянным круговым током силой  $i$ , протекающим по его боковой поверхности. Сила этого тока не зависит от индукции внешнего магнитного поля.



**1.1** Пусть снаряд покоится и находится на расстоянии  $z_0$  от центра кольца, по которому протекает постоянный ток силой  $I_0$ . Найдите силу, действующую на снаряд со стороны магнитного поля. Постройте график зависимости этой силы от расстояния до центра кольца.

**1.2** Какую максимальную скорость может приобрести снаряд при выстреле в описанных выше условиях при разрядке конденсатора?

*Считайте, что смещением снаряда за время прохождения тока по кольцу можно пренебречь.*

**1.3** В какую сторону полетит снаряд и как изменится его направление полета, если не изменяя первоначального положения снаряда, изменить полярность подключения батареи?

## **Часть 2. Снаряд – магнетик.**

Рассмотрим теперь поведение снаряда из магнитномягкого железа. В этом случае в магнитном поле снаряд намагничивается, причем можно считать, что его намагниченность пропорциональна индукции внешнего поля (то есть можно пренебречь эффектами насыщения и остаточной намагниченности). Иными словами, магнитные свойства снаряда моделируются круговым током, текущим по боковой поверхности, сила которого пропорциональна индукции внешнего поля  $B_0$ , направленного по оси снаряда

$$i = \chi B_0. \quad (3)$$

Считайте, что  $\chi$  - известная константа.

**2.1** Пусть снаряд покоится и находится на расстоянии  $z_0$  от центра кольца, по которому протекает постоянный ток силой  $I_0$ . Найдите силу, действующую на снаряд со стороны магнитного поля.

**2.2** Рассчитайте, какую максимальную скорость может приобрести снаряд в этом случае.

**2.3** В какую сторону полетит снаряд и как изменится его направление полета, если не изменяя первоначального положения снаряда, изменить полярность подключения батареи?

## **Часть 3. Снаряд – катушка индуктивности.**

Рассмотрим теперь снаряд, изготовленный из немагнитного материала, на внешнюю поверхность которого намотана закороченная на себя катушка, индуктивность которой равна  $L$ . Электрическим сопротивлением катушки можно пренебречь.

**3.1** Рассчитайте, какую максимальную скорость может приобрести снаряд в этом случае.

**3.2** В какую сторону полетит снаряд и как изменится его направление полета, если не изменяя первоначального положения снаряда, изменить полярность подключения батареи?