

Задание 3. «Образование облаков»

Погожий летний день начинается с безоблачного утра. Часам к одиннадцати на небе появляются легкие белоснежные облака, к обеду почти все небо оказывается покрытым большими кучевыми облаками, которые затем не редко превращаются в грозовые.

В данной задаче вам предстоит рассмотреть простую модель образования облаков, оценить параметры атмосферы, при которых начинается образование облаков, оценить высоту, на которой появляются облака.

Солнечные лучи практически без поглощения проходят через атмосферный воздух и практически полностью поглощаются поверхностью земли. Поэтому воздух у поверхности оказывается теплее, его температура уменьшается с высотой z .

Часть 1. Стационарная атмосфера.

Сначала рассмотрим стационарную атмосферу, то есть распределение температуры, давления и плотности воздуха по высоте не изменяются с течением времени.

Будем считать, что температура воздуха линейно убывает с высотой:

$$T(z) = T_0(1 - az), \quad (1)$$

где T_0 - температура у поверхности земли, a - постоянный положительный параметр.

1.1 Используя формулу (1) определите, на какой высоте температура убывает на 1° .

1.2 Покажите, что при заданном распределении температуры (1) давление воздуха убывает с высотой по закону

$$P(z) = P_0(1 - az)^\alpha. \quad (2)$$

Найдите значение параметра α .

1.3 Покажите, что в рассматриваемой модели плотность воздуха изменяется с высотой по закону

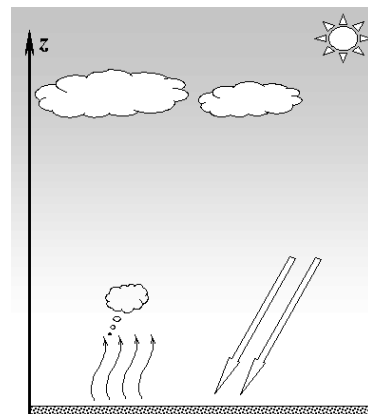
$$\rho(z) = \rho_0(1 - az)^\beta. \quad (3)$$

Найдите значение параметра β .

1.4 Постройте на одном графике схематические зависимости величин $\frac{T(z)}{T_0}$, $\frac{P(z)}{P_0}$, $\frac{\rho(z)}{\rho_0}$ от величины az .

Часть 2. Восходящие потоки.

При некоторых условиях (которые вам и предстоит определить), теплый воздух, нагретый у поверхности земли (и имеющий температуру T_0), начинает подниматься вверх. Рассмотрим небольшую порцию воздуха, начавшую подниматься с поверхности земли. Понятно, что этот воздух начнет расширяться. Так как теплопроводность воздуха очень мала, то можно считать, процесс расширения является адиабатным, то есть происходит без теплообмена с окружающим воздухом. С другой стороны сжимаемость воздуха высока, поэтому выравнивание давлений рассматриваемой поднимающейся порции воздуха и окружающего его воздуха происходит очень быстро.



Подсказка. Уравнение адиабатного процесса имеет вид

$$PV^\gamma = const, \quad (4)$$

где γ - показатель адиабаты, для воздуха $\gamma \approx 1,4$.

2.1 Покажите, что при найденном распределении давления по высоте (2), температура поднимающегося воздуха изменяется с высотой по закону

$$T_1(z) = T_0(1 - az)^\delta. \quad (5)$$

Определите значение параметра δ .

2.2 Покажите, что плотность поднимающегося воздуха, изменяется с высотой по закону

$$\rho_1(z) = \rho_0(1 - az)^\varepsilon. \quad (6)$$

Определите значение параметра ε .

2.3 Определите при каком значении параметра a , начавший подниматься воздух будет подниматься все выше и выше. Рассчитайте его численное значение. Рассчитайте также, при какой разности высот Δz в этом случае температура атмосферы будет понижаться на 1° .

Часть 3. Конденсация.

Пусть относительная влажность воздуха у поверхности земли равна φ .

3.1 На какой высоте над поверхностью земли начнется конденсация водяного пара в поднимающемся воздухе, то есть на какой высоте образуются облака?

Подсказка. Давление насыщенного пара $P_{нас.}(T)$ связано с температурой соотношением

$$\ln \frac{P_{нас.}(T)}{P_{нас.}(T_0)} = -\frac{qM_1}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right), \quad (7)$$

где $P_{нас.}(T_0)$ - давление насыщенного пара при температуре T_0 , q - удельная теплота испарения воды, M_1 - молярная масса воды, R - универсальная газовая постоянная.

При решении задачи используйте следующие численные значения:

$T_0 = 300K$ - температура у поверхности земли;

$\varphi = 70\%$ - влажность воздуха у поверхности земли;

$M = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ - средняя молярная масса воздуха;

$M_1 = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ - молярная масса воды;

$q = 2,2 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ - удельная теплота испарения воды;

$R = 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot K}$ - универсальная газовая постоянная;

$g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ - ускорение свободного падения.

Воздух считать идеальным газом.