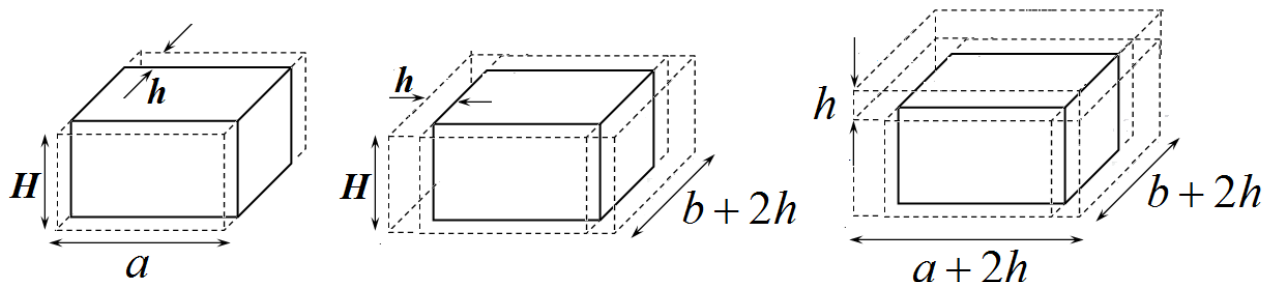


1.1 – 1.2

Рассчитаем объем бетона (с правильным учетом углов дома):



Две стены:

$$V_1 = 2aHh ;$$

Еще две стены:

$$V_2 = 2(b + 2h)Hh ;$$

Потолок и пол:

$$V_3 = 2(a + 2h)(b + 2h)h .$$

Подстановка численных значений и вычисления приводят к следующему результату (округление проведено с одной запасной цифрой)

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = 28,8 \text{ м}^3 .$$

Масса бетона

$$m_1 = \rho_1 V = 6,3 \cdot 10^4 \text{ кг} \quad (1)$$

Его теплоемкость

$$C_1 = c_1 m_1 = 5,8 \cdot 10^7 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} . \quad (2)$$

2.4 -1.4 Масса воздуха и его теплоемкость рассчитывается по формулам

$$m_0 = abH\rho_0 = 108 \text{ кг} \quad (3)$$

$$C_0 = c_0 m_0 = 108 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} . \quad (4)$$

2.4 При сгорании 1 литра дизельного топлива выделяется количество теплоты

$$Q_0 = \rho V q = 860 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 43 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} = 3,7 \cdot 10^7 \text{ Дж} .$$

Из этого количества на обогрев дома пойдет

$$Q_1 = \eta Q_0 = 2,6 \cdot 10^7 \text{ Дж} .$$

Стоимость этой теплоты равна 1,2 рубля, следовательно, стоимость одного джоуля теплоты равна

$$s_0 = \frac{1,2 \text{ руб}}{2,6 \cdot 10^7 \text{ Дж}} = 4,6 \cdot 10^{-8} \frac{\text{руб}}{\text{Дж}} . \quad (5)$$

Т.е. приблизительно 5 микропеек.

2.4 В установившемся режиме, количество теплоты, поступающей от нагревателя равно, количеству теплоты, уходящей через стены, поэтому

$$P = \lambda_1 \frac{t_1 - t_0}{h} S = \frac{4aH}{h} \lambda_1 (t_1 - t_0) . \quad (5)$$

Где $S = 4aH$ - площадь стен.

Из этого соотношения следует

$$t_1 = t_0 + \frac{h}{4aH\lambda_1} P. \quad (5)$$

2.3 Используя формулу (4), найдем

$$P_0 = \lambda_1 \frac{t_1 - t_0}{h} S = \frac{4aH}{h} \lambda_1 (t_1 - t_0) = 7,2 \cdot 10^3 \text{ Вт} = 7,2 \text{ кВт}. \quad (6)$$

Стоимость требуемого в течение суток топлива равна

$$S = s_0 P_0 \tau = 4,6 \cdot 10^{-8} \frac{\text{руб}}{\text{Дж}} \cdot 7,2 \cdot 10^3 \text{ Вт} \cdot (24 \cdot 3600) \text{ с} = 29 \text{ руб}. \quad (7)$$

2.4 Рассмотрим разогрев дома. Пусть начальная температура воздуха в доме и температура стен равна температуре наружного воздуха $t_0 = 0,0^\circ\text{C}$. Печь разжигают.

Количество теплоты, которое пойдет на разогрев воздуха в комнате, равно

$$Q_0 = C_0(t_1 - t_0) = 108 \cdot 20 = 2,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}. \quad (8)$$

Для расчета количества теплоты, которое пойдет на нагревание стен до достижения установившейся температуры, следует учесть, что температура внутри стен линейно изменяется от $t_1 = 20^\circ\text{C}$ до $t_0 = 0,0^\circ\text{C}$. Поэтому на разогрев стен потребуется количество теплоты равное

$$Q_{\text{ст}} = 4aHh\rho_1 c_1 \frac{t_1}{2} = 4 \cdot 6,0 \cdot 2,5 \cdot 0,20 \cdot 2,2 \cdot 10^3 \cdot 0,92 \cdot 10^3 \cdot 10 = 2,4 \cdot 10^8 \text{ Дж}.$$

Потолок и пол должны полностью нагреться до температуры $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Требуемое на это количество теплоты равно

$$Q_{\text{п-п}} = 2a^2 h \rho_1 c_1 t_1 = 2 \cdot 6,0^2 \cdot 0,20 \cdot 2,2 \cdot 10^3 \cdot 0,92 \cdot 10^3 \cdot 20 = 5,8 \cdot 10^8 \text{ Дж}$$

Полное количество теплоты, которое потребуется на разогрев всего дома

$$Q_1 = 8,2 \cdot 10^8 \text{ Дж}. \quad (9)$$

Стоимость этой теплоты

$$S = c_0 Q_1 = 4,6 \cdot 10^{-8} \frac{\text{руб}}{\text{Дж}} \cdot 8,2 \cdot 10^8 \text{ Дж} = 38 \text{ руб}. \quad (10)$$

Время разогрева можно оценить по формуле

$$\tau = \frac{Q_1}{P_0} = \frac{8,2 \cdot 10^8 \text{ Дж}}{10 \cdot 10^3 \text{ Вт}} = 8,2 \cdot 10^4 \text{ с} = 23 \text{ часа}. \quad (11)$$

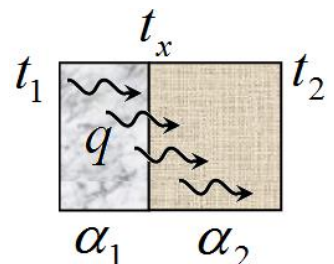
3.1 Сравнивая формулы (1) и (3), находим, что $\lambda_1 = 1,2 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{K}}$

$$\alpha_1 = \frac{\lambda_1}{h_1} = \frac{1,2 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{K}}}{0,20 \text{ м}} = 6,0 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{K}}. \quad (12)$$

3.2 Обозначим температуру стыка слоев t_x . Тогда плотности потоков теплоты через разные слои описываются формулами

$$\begin{aligned} q_1 &= \alpha_1 (t_1 - t_x) \\ q_2 &= \alpha_2 (t_x - t_2) \end{aligned} \quad (13)$$

В установившемся режиме $q_1 = q_2$. Из этого условия находим температуру места соединения слоев



$$\alpha_1(t_1 - t_x) = \alpha_2(t_x - t_2) \Rightarrow t_x = \frac{\alpha_1 t_1 + \alpha_2 t_2}{\alpha_1 + \alpha_2}. \quad (14)$$

Плотность потока теплоты можно выразить через температуры границ составного слоя, как

$$q = q_2 = q_1 = \alpha_1(t_1 - t_x) = \alpha_1 \left(t_1 - \frac{\alpha_1 t_1 + \alpha_2 t_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \right) = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} (t_1 - t_2). \quad (15)$$

Тем самым доказана формула (4) условия задачи. Видно, что проводимость составного слоя равна¹

$$\alpha = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}. \quad (16)$$

3.3 -3.4 Рассчитаем тепловую проводимость слоя изоляции

$$\alpha_2 = \frac{\lambda_2}{h_2} = \frac{6,0 \cdot 10^{-2} \frac{Bm}{m \cdot K}}{0,10m} = 6,0 \cdot 10^{-1} \frac{Bm}{m^2 \cdot K}. \quad (17)$$

Тепловая проводимость стены с изоляцией в соответствии с формулой (16) оказывается равной

$$\alpha = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} = \frac{6,0 \cdot 0,60}{6,6} \frac{Bm}{m^2 \cdot K} = 0,55 \frac{Bm}{m^2 \cdot K}. \quad (18)$$

В этом случае условие стационарности температуры будет иметь вид

$$P = 2aH \cdot \alpha(t_1 - t_0). \quad (19)$$

Подставляя численные значения, находим требуемую тепловую мощность

$$P_1 = 2aH \cdot \alpha(t_1 - t_0) = 2 \cdot 6,0 \cdot 2,5 \cdot 0,55 \cdot 20 = 660 Bm, \quad (20)$$

Что в $\frac{P_0}{P_1} = \frac{7200}{660} = 11$ раз меньше, чем мощность обогрева дома без утеплителя.

3.5 По формуле (14) рассчитаем температуру внешней стороны бетонной стенки

$$t_x = \frac{\alpha_1 t_1 + \alpha_2 t_2}{\alpha_1 + \alpha_2} = \frac{6,0 \cdot 20}{6,6} = 18^\circ. \quad (21)$$

Фактически всю бетонную коробку необходимо нагреть на 20° . Поэтому количество теплоты, требуемое на это равно

Следовательно, на нагревание стен требуется количество теплоты, равное

$$Q_2 = C_1 t_1 = 5,8 \cdot 10^7 \frac{Дж}{K} \cdot 20K = 11,6 \cdot 10^8 Дж, \quad (22)$$

Стоимость этой теплоты $S_2 = c_0 Q_2 = 4,6 \cdot 10^{-8} \frac{руб}{Дж} \cdot 1 \cdot 10^8 Дж = 53 руб$, что больше, чем при

нагреве стен без утеплителя.

Время разогрева утепленного дома

$$\tau_2 \approx \frac{Q_2}{P_0} = 1,2 \cdot 10^5 c = 32 часа.$$

¹ Не сложно доказать, что в общем случае произвольного числа слоев

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3} + \dots$$

3.6 На поддержание комнатной температуры утепленного дома в течение суток потребуется количество теплоты $Q = P_1 \tau = 660 \cdot 24 \cdot 3600 = 5,7 \cdot 10^7 \text{ Дж}$, стоимость которой $S = 2,6 \text{ руб.}$. Следовательно на поддержание постоянной температуры в течение 7 дней надо затратить 18 руб, что значительно меньше чем стоимость разогрева. Следовательно, поддерживать постоянную температуру выгоднее, чем каждую субботу разогревать дом, тем более, что в этом случае не придется сидеть в холодном доме всю субботу!