

$$\Delta v = - \frac{\alpha}{M + m} \Delta x . \quad (3)$$

Суммируя (3) по всем малым промежуткам, получим

$$\sum_i \Delta v_i = (0 - v_0) = - \frac{\alpha}{M + m} \sum_j \Delta x_j = - \frac{\alpha}{M + m} (x - x_0) \Rightarrow x - x_0 = s = \frac{(M + m) v_0}{\alpha} . \quad (4)$$

Лодка коснется противоположного берега в результате скольжения, только в том случае, если пройдет путь

$$s = x - x_0 = L - l \Rightarrow v_0 = \frac{\alpha}{M + m} (L - l) . \quad (5)$$

С учетом выражения (1) из (5) окончательно получаем

$$v_{min} = \frac{\alpha (L - l)}{m} = 4,9 \frac{m}{c} . \quad (6)$$

Интересно, что в окончательное выражение (6) не вошла масса лодки  $M$ , хотя на первый взгляд кажется, что она является существенным параметром в данной задаче. Данный факт можно объяснить так: тяжелая лодка легче скользит по воде, но ее тяжелее разогнать, тогда как легкую лодку можно лучше разогнать, но она быстро теряет свою скорость в воде.

Следовательно, с практической точки зрения для успешного путешествия без весел важно «запастись» как можно больший импульс еще при разгоне по берегу.

### Задание 5. «Мультиметр Мюнхгаузена»

**5.1 «Амперметр – амперметр»** Для измерения силы тока амперметр следует подключать в цепь *последовательно*. Минимальное  $R_{min}$  и максимальное  $R_{max}$  сопротивления цепи (т.е. суммарное сопротивление резистора и амперметра) должны соответствовать максимальному  $I_{max}$  и минимальному  $\delta I$  значениям силы тока

$$R_{min} = \frac{U}{I_{max}} = 18 \text{ Ом} , \quad R_{max} = \frac{U}{\delta I} = 0,36 \text{ кОм} . \quad (1)$$

Соответственно пределы изменения сопротивления цепи в этом случае  $R_{min} \leq R \leq R_{max}$ .

До включения амперметра сила тока на участке цепи, подлежащая измерению, была  $I_x = \frac{U}{R}$ , где  $U$  — напряжение источника,  $R$  — сопротивление участка цепи. После включения в цепь амперметра сопротивлением  $R_A$  сила тока несколько уменьшится до значения

$$I = \frac{U}{R + R_A} . \quad (2)$$

Изменение силы тока  $\Delta I$  по отношению к начальному значению тока в цепи и есть *абсолютная погрешность* измерения силы тока

$$\Delta I = I_x - I = \frac{U}{R} - \frac{U}{R + R_A} = \frac{R_A}{R(R + R_A)} U . \quad (3)$$

Для расчета по формуле (5) из возможного диапазона сопротивлений выберем  $R_{min}$ , поскольку в этом случае погрешность максимальна

$$\Delta I = 0,011 = 1,1\% . \quad (4)$$

Для «модификации» амперметра с целью измерения токов, превышающих  $I_{max}$ , следует пустить часть тока «в обход» амперметра, т.е. присоединить параллельно ему резистор (шунт) с известным электрическим сопротивлением  $R_{III}$ .

Тогда суммарную тока в цепи  $I$  найдем как

$$I = I_0 + I_{III}, \quad (5)$$

где  $I_{III}$  — сила тока через шунт.

С силу параллельного включения падение напряжения на амперметре  $U_A = I_0 R_A$  и шунте  $U_{III} = I_{III} R_{III}$  должны быть одинаковы. Из этого условия с учетом (1) получаем

$$I = n I_0 = I_0 + I_{III} = I_0 \left( 1 + \frac{R_A}{R_{III}} \right) \Rightarrow R_{III} = \frac{R_A}{n - 1}. \quad (6)$$

В рассматриваемом случае

$$R_{III} = 0,25 \text{ Ом}. \quad (7)$$

**5.2 «Амперметр – вольтметр»** В случае использования источника тока, дающего фиксированное значение силы тока  $I_0$  независимо от сопротивления цепи, традиционное (последовательное) включение амперметра не даст желаемого результата — он будет показывать всегда одно и то же значение силы тока —  $I_0$ . Это можно понять, если учесть, что внутренне сопротивление источника тока равно бесконечности  $r = \infty$ . Следовательно для измерения напряжения на резисторе ничего не остается, как очень аккуратно подключить амперметр *параллельно* резистору, хотя это и строжайше запрещено.

При таком подключении измеряемое напряжение  $U$  на резисторе совпадает с напряжением на амперметре

$$U = I_A R_A. \quad (8)$$

С учетом правила деления тока  $I_0$  на резисторах

$$I_A = \frac{R}{R + R_A} I_0; \quad I_R = \frac{R_A}{R + R_A} I_0 \quad (9)$$

выражение (8) можем переписать в виде

$$U = I_A R_A = \frac{R R_A}{R + R_A} I_0. \quad (10)$$

Подставляя в (9) для  $I_A$  последовательно значения  $I_{max}$  и  $\delta I$ , найдем диапазон изменения сопротивления резистора  $R_{min} \leq R \leq R_{max}$  для случая источника тока

$$R = \frac{I_A R_A}{I_0 - I_A}. \quad (11)$$

Соответственно

$$R_{min} = R(I_A = \delta I) = 0,11 \text{ Ом} \quad (12)$$

$$R_{max} = R(I_A = I_{max}) = 0,25 \text{ Ом}. \quad (13)$$

**5.3 «Амперметр – омметр»** Для измерения сопротивления  $R$  неизвестного резистора соединим последовательно батарейку, резистор и амперметр. Показания амперметра в этом случае (в соответствии с законом Ома)

$$I = I_A = \frac{U_0}{R + R_A}. \quad (14)$$

Из (14) выразим неизвестное сопротивление

$$R = \frac{U_0}{I_A} - R_A. \quad (15)$$

Для вычисления диапазона  $R_{min} \leq R \leq R_{max}$  измеряемых сопротивлений в данном случае традиционно используем нижний  $\delta I$  и верхний  $I_{max}$  пределы шкалы амперметра.

$$R_{min} = R(I_A = I_{max}) = 1,3 \text{ Ом} \quad (16)$$

$$R_{max} = R(I_A = \delta I) = 44 \text{ Ом}. \quad (17)$$

Следует заметить, что в данном случае категорически запрещено подключение амперметра параллельно резистору, т.к. ток через него составит  $I = \frac{U}{R_A} = 45 \text{ А}$ , что выведет прибор из строя.