

2. Сила, действующая на подвешенную пластину, вычисляется с помощью «цепочки» формул

$$F = \frac{qE}{2} = \frac{S\sigma E}{2} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} S = \frac{\varepsilon_0 U^2 S}{2h^2}, \quad (1)$$

где q - электрический заряд одной пластины, σ - поверхностная плотность

заряда на пластине, $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ - напряженность поля, создаваемого одной

пластиной (естественно, напряженность поля внутри конденсатора $E_1 = \frac{U}{h}$ в

два раза больше).

Условие равновесия пластины имеет вид

$$mg + \frac{\varepsilon_0 U^2 S}{2h^2} = k(l - l_0 - h), \quad (2)$$

где $(l - l_0 - h)$ - сила упругости пружины,

l - расстояние от нижней неподвижной пластины до

точки подвеса, l_0 - длина недеформированной

пружины, h - расстояние между пластинами.

Если напряжение между пластинами отсутствует, то

$h = h_0$, тогда выполняется условие

$$mg = k(l - l_0 - h_0). \quad (3)$$

Из уравнений (2)-(3) следует

$$\frac{\varepsilon_0 U^2 S}{2h^2} = k(h_0 - h). \quad (4)$$

Пластины смогут находиться в положении равновесия, если уравнение (4) имеет корни, если в качестве неизвестной рассматривать величину h . Перепишем уравнение (4) в виде

$$\frac{\varepsilon_0 U^2 S}{2kh^2} + h = h_0 \quad (5)$$

и найдем минимум функции

$$f(h) = \frac{\varepsilon_0 U^2 S}{2kh^2} + h. \text{ Производная от этой}$$

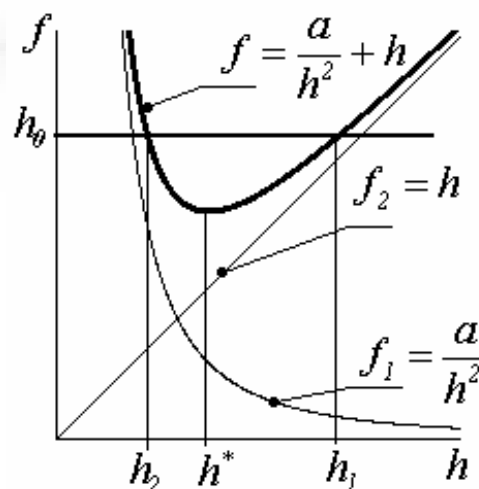
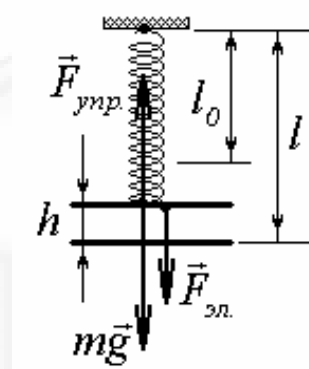
функции $f'(h) = -\frac{\varepsilon_0 U^2 S}{kh^3} + 1$ обращается в

ноль при $h = h^* = \sqrt[3]{\frac{\varepsilon_0 U^2 S}{k}}$. Поэтому

минимальное значение рассматриваемой функции определяется выражением

$$f_{\min} = f(h^*) = \frac{3}{2}h^*. \text{ Уравнение (4) и}$$

равносильное ему уравнение (5) будут иметь корни, если $f_{\min} < h_0$. Таким образом, условия существования положения равновесия имеет вид



$$\frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{\varepsilon_0 U^2 S}{k}} < h_0. \quad (6)$$

Из этого неравенства находим

$$U < \frac{8}{27} \frac{k h_0^3}{\varepsilon_0 S}. \quad (7)$$

Теперь необходимо убедиться, что хотя бы одно из решений уравнения (4) описывает устойчивое положение равновесия.

Для этого построим схематически графики зависимостей сил упругости пружины и силы электрического притяжения от расстояния между пластинами.

Легко показать, что большему корню h_1 соответствует положение устойчивого равновесия, а меньшему h_2 - положение неустойчивого равновесия.

Таким образом, при выполнении неравенства (7), пластины могут находиться на некотором расстоянии друг от друга.

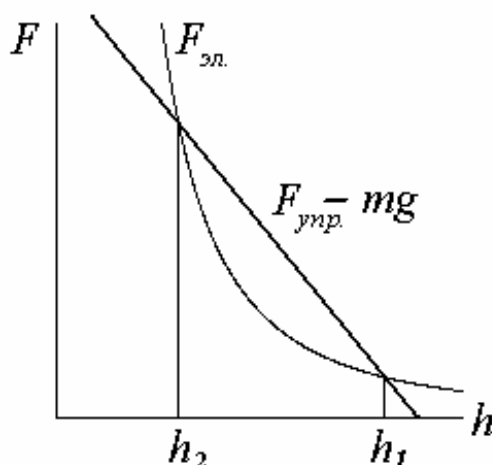


Схема оценивания.

Номер пункта	Содержание	баллы всего	в том числе за подпункты
1	Аналитическое условие равновесия (4)	5	
	- сила притяжения (1)		3
	- сила упругости		1
	- уравнение (4)		1
2	Условие существования корней	3	
	- анализ уравнения (4)		2
	- условие (7)		1
3	Доказательство устойчивости	2	
	итого	10	