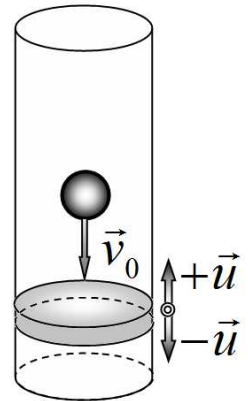


## Задача 2. Резонанс

Внизу очень высокого цилиндра колеблется тяжелая платформа. Платформа движется вверх и вниз с постоянной по модулю скоростью  $\pm u$  и с некоторым периодом  $T$ . Время торможения и разгона платформы пренебрежимо малы, т. е. можно считать, что, достигая нижнего или верхнего положения, платформа мгновенно изменяет скорость на противоположную.

На платформу с некоторой высоты  $h$  падает маленький шарик. Непосредственно перед столкновением с платформой шарик движется вниз с некоторой скоростью  $v$ , а сам поршень находится в крайнем нижнем положении и движется вверх (см. рис.).



Возможна ситуация, при которой шарик в процессе движения всегда ударяется о платформу, находящуюся в одном и том же (описанном выше) положении, и при этом всегда приобретает дополнительную скорость.

1. Покажите, что при заданной скорости  $u$  такая ситуация возможна, только если период колебаний платформы и скорость, с которой шарик подлетает к платформе, удовлетворяют следующим условиям:

$$T = A/m \text{ и } v = B \frac{n}{m}, \text{ где } n, m \in N.$$

Пусть  $u = 0.5 \text{ м/с}$ , а  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

2. Найдите численные значения  $A$  и  $B$ .

В задаче рассматривается только случай, когда скорость шарика гораздо больше скорости платформы  $v \gg u$  ( $v \geq 10u$ ) и высота, на которую поднимается шарик, намного больше амплитуды колебаний платформы. Последнее условие сформулируем следующим образом:  $uT \ll h$  ( $uT \leq h/10$ ).

3. Как должны быть связаны числа  $n$  и  $m$ , чтобы эти условия выполнялись?

4. Определите значение наименьшей «резонансной» скорости  $v_0$ , которой может обладать подлетающий к платформе шарик, а также интервал  $\Delta v$  между двумя резонансными скоростями для  $m=1$ ,  $m=2$  и  $m=10$ .

Рассмотрим более подробно поведение шарика, подлетающего к платформе с резонансной скоростью  $v_0$  при  $m=1$ .

5. Определите моменты времени  $i$ -го касания шарика и платформы, а также максимальную высоту подъема шарика после  $i$ -го касания.

6. Изобразите схематически зависимость координаты шарика от времени (обозначьте характерные точки: моменты удара, максимальные высоты).

Пусть скорость  $v$  шарика отличается от резонансной на величину  $\delta v$  ( $v = v_0 + \delta v$ )

Рассмотрите только случай, когда  $v_0 < v < v_0 + \frac{\Delta v}{2}$ .

7. Через какое количество ударов процесс увеличения высоты подъема сменится уменьшением? Выразите это время через отношение  $\delta v / \Delta v$ .

8. Какое время будет продолжаться разгон и на какую максимальную высоту  $h\left(\frac{\delta v}{\Delta v}\right)$  сможет подняться этот шарик?

9. Нарисуйте качественный график зависимости  $h\left(\frac{\delta v}{\Delta v}\right)$ .

10. Полученное в п. 8 значение высоты является несколько заниженным, т.к. сама платформа находится в различных положениях при каждом следующем ударе. Оцените ошибку  $\Delta h\left(\frac{\delta v}{\Delta v}\right)$  определения максимальной высоты подъема.



### Задача 1. «Railgun»

*Программа СОИ США сосредоточила публичное внимание на электромагнитных пушках...  
М. Леффлер*

Электромагнитные пушки давно заполнили компьютерные игры, боевики ... и даже являются объектами серьезных научных и инженерных исследований. Нам не кажется, что за отведенное Вам время, Вы сможете предложить принципиально новые принципы создания такого оружия. Но, Вы обязаны продемонстрировать свои знания и способности в объяснении и описании основных принципов устройства такого оружия.

Основная идея разгона снарядов заключается во взаимодействии снаряда с магнитным полем, создаваемым системой катушек, по которым пропускаются сильные импульсы электрического тока.

Вам предстоит рассмотреть простейший вариант – система катушек заменяется на одну, которая, в свою очередь, рассматривается как круговой виток радиуса  $R$  с током, силу которого будем обозначать  $I_0$ . Для производства выстрела кольцо подключают к батарее конденсаторов суммарной емкостью  $C$ , заряженной до напряжения  $U_0$ . Электрическое сопротивление кольца обозначим  $Y$  (чтобы не путать с его радиусом), индуктивностью кольца можно пренебречь.

Излучением электромагнитных волн во всех случаях следует пренебрегать.

