

## Задание 2. «Гальваномагнитные явления»

В предложенной задаче вам предстоит разобраться с двумя явлениями, связанными с действием магнитного поля на электрические свойства проводников: эффект Холла и магнетосопротивление.

Эффект Холла - возникновение в проводнике с током, помещённом в магнитное поле, электрического поля в направлении, перпендикулярном и вектору плотности тока и вектору индукции магнитного поля.

Магнетосопротивление - изменение удельной проводимости проводника во внешнем магнитном поле.

Как известно, в металлах носителями тока являются свободные электроны (заряд  $e$ , масса  $m$ ). В отсутствие каких либо направленных сил, действующих на электроны, все направления движения последних равновероятны. Т.е. электроны находятся в беспорядочном движении подобно молекулам газа. Соответственно для свободных электронов можно ввести понятие средней длины свободного пробега, средней скорости хаотического движения и среднего времени свободного пробега  $\tau$ .

Под действием направленной силы на беспорядочное движение электронов накладывается систематическое (дрейфовое) движение. В классическом рассмотрении предполагается, что при наличии внешней силы электрон ускоряется в направлении действия силы в течение времени  $\tau$ , а затем, испытав соударение (рассеяние), совершенно «забывает» о своей направленной скорости. Это приводит к тому, что электрон медленно двигается в направлении действующей силы с некоторой средней скоростью дрейфа  $v$ .

*Примечание. Для упрощения рассуждений будем считать, что электрон обладает положительным зарядом.*

1. Пусть внутри проводника создано постоянное электрическое поле  $E_x$ . Определите среднюю скорость дрейфа электронов  $v_x$ .

При рассмотрении электрических токов в проводниках удобно пользоваться понятием подвижности. Под действием силы  $F$  электрон начинает двигаться со скоростью  $v = \mu \cdot \frac{F}{e}$ . Коэффициент  $\mu$  называется подвижностью.

2. Выразите  $\mu$  через заряд, массу электрона ( $e$  и  $m$ ) и время свободного пробега  $\tau$ .

3. Считая, что концентрация электронов в металле равна  $n$ , определите связь между удельной проводимостью  $\sigma_0$  и подвижностью электронов  $\mu$ .

Перейдём к непосредственному изучению гальваномагнитных явлений. Пусть в проводнике создано поле  $E_x$ . При помещении его в магнитное поле  $B_z$  электроны уже не будут двигаться строго в направлении оси ОХ. Мы рассмотрим лишь случай **слабого поля**, когда это отклонение невелико. Движение зарядов в направлении оси ОУ приведёт к тому, что на границе проводника будут собираться электроны, что в свою очередь вызовет появление поля  $E_y$  (эффект Холла) (см. рис. 1. Электроны считаются положительными). Т.к. магнитное поле слабое, то и напряжённость поля  $E_y$  также будет небольшой по сравнению с полем  $E_x$ .

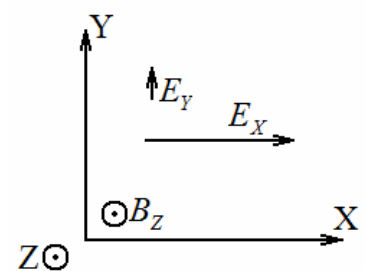


Рис.1

4. Пусть  $v_x$  и  $v_y$  - проекции дрейфовой скорости электрона на оси ОХ и ОУ. Выразите эти проекции через подвижность  $\mu$  и составляющие полей  $E_x$ ,  $E_y$  и  $B_z$ .

Предположим, что каким-либо образом удаётся избежать накопления зарядов на границах образца (например, образец бесконечен вдоль оси ОУ, либо вдоль этой оси

приложено внешнее поле, полностью компенсирующее поле  $E_y$ ). В этом случае удельная проводимость образца уменьшится. Это и есть магнетосопротивление, которое принято характеризовать относительным изменением удельной проводимости  $\frac{\sigma_0 - \sigma}{\sigma_0} = \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0}$ .

5. В нашей модели проводника магнетосопротивление приводит к относительному уменьшению удельной проводимости  $\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \approx (\mu B_z)^\gamma$ . Определите  $\gamma$ .

*Примечание. В дальнейшем следует пренебрегать величиной  $(\mu B_z)$  в степени большей чем  $\gamma$ .*

6. Под каким углом  $\alpha$  к оси ОХ будет направлена дрейфовая скорость электронов?

Если позволить зарядам накапливаться на границах образца, то очень быстро установится равновесное значение поля  $E_y$ , при котором прекратится ток вдоль оси ОУ. Будем, для простоты, характеризовать эффект Холла безразмерной постоянной  $H$ , которая определяется из соотношения:

$$E_y = H \mu B_z E_x.$$

7. Определите постоянную  $H$  в данной модели проводника.

8. Покажите, что возникающее в результате эффекта Холла поле  $E_y$  полностью «уничтожает» магнетосопротивление.

Таким образом, при анализе простейшей модели проводника магнетосопротивление наблюдается только при определённых (искусственных) условиях. Если не компенсировать поле  $E_y$ , то эффект Холла приводит к исчезновению магнетосопротивления.

Однако в реальных проводниках, помещённых в магнитное поле, эти два эффекта существуют одновременно. Для более точного расчета необходимо учитывать распределение электронов по скоростям. Скорость беспорядочного движения не одинакова у всех электронов, т.е. не одинаково время свободного пробега, а значит и различна подвижность.

Подробное описание этих явлений крайне проблематично осуществить ученику 11 класса. Однако в самом простейшем случае различие в подвижностях можно учесть следующим образом. Пусть в проводнике существует два типа электронов. Их концентрация одинакова ( $n_1 = n_2 = n$ ), а подвижность одних в два раза больше подвижности других ( $\mu_1 = \mu$ ,  $\mu_2 = 2\mu$ ).

9. Определите удельную проводимость  $\sigma_0$  в такой модели в отсутствие магнитного поля.

В проводнике создается поле  $E_x$ . Проводник помещается в магнитное поле  $B_z$ .

10. Определите возникающую в результате эффекта Холла напряженность  $E_y$ . Определите также постоянную  $H$ .

11. Покажите, что в такой модели магнетосопротивление присутствует и  $\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \approx \delta \cdot (\mu B_z)^\gamma$ , где  $\gamma$  имеет значение, уже полученное вами в пункте 5. Определите значение постоянной  $\delta$ .

12. Качественно опишите, как будут двигаться электроны каждого сорта в проводнике. Под какими углами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  к оси ОХ будут направлены их дрейфовые скорости?