

Задача 10.2 Электронный газ и неоднородный проводник

В классической электронной теории металлов предполагается, что движение электронов подчиняется законам классической теории. В этой теории электроны проводимости рассматривают как идеальный газ, такой же как идеальный атомарный газ в молекулярной физике, и подчиняющийся тому же уравнению состояния идеального газа.

В учебных пособиях утверждается, что такая модель хорошо качественно описывает законы постоянного тока.

В данной задаче Вам предлагается получить некоторые из известных законов постоянного тока в рамках модели идеального электронного газа и оценить количественно величины, используемые в этой модели. В качестве исследуемого металла выберем медный провод постоянного сечения.

Часть 1. Общие характеристики

Большинство электронов в атоме крепко привязаны к ядру. Однако в металлах один или два внешних электрона могут свободно странствовать по всему веществу, в то время как тяжелые ионы остаются около фиксированных мест в кристаллической решетке. В меди в среднем на один атом приходится один свободный электрон.

1.1. Определите концентрацию n_0 свободных электронов в медном проводнике.

1.2. Предположим, что электроны находятся в тепловом равновесии с ионами решетки.

Определите среднюю квадратичную скорость $\langle v_{\text{кв.}} \rangle$ хаотического движения электронов при температуре $T = 300 \text{ К}$.

1.3. В действительности, из-за квантовых ограничений средняя скорость движения свободных электронов составляет $\langle v \rangle = 2,0 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, т.е. тепловое равновесие свободных электронов с ионами решетки является плохим приближением. Независимо от значения, которое Вы получили в п. 1.2, примите $\langle v_{\text{кв.}} \rangle = 2,0 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ и определите, какой температуре T_e она соответствует.

1.4. Определите давление P электронного газа при этой температуре.

Часть 2. Электрический ток.

Рассмотрим медный прямолинейный проводник постоянного сечения $S = 1,0 \text{ мм}^2$, через сечение которого течет ток силой $I = 1,0 \text{ А}$.

2.1 Определите среднюю скорость направленного движения (скорость дрейфа $\langle v_{\text{др.}} \rangle$) электронов в проводнике.

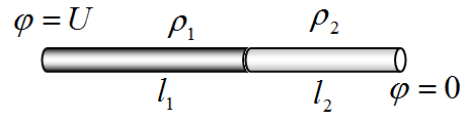
2.2. Постоянная разность потенциалов U между концами проводника обеспечивает существование стационарного электрического поля внутри проводника. Определите модуль напряженности E этого поля для проводника длиной $L = 1,0 \text{ м}$ при напряжении между его концами $U = 1,0 \text{ В}$.

2.3. Существование стационарного электрического поля означает, что на электроны внутри проводника действует постоянная сила, под действием которой электроны должны двигаться равноускоренно. Однако скорость их дрейфа постоянна. Обычно это объясняют тем, что электроны испытывают многократные столкновения с ионами решетки, теряя при этом скорость до нуля, снова разгоняются, сталкиваются, теряют скорость и т.д. В рамках этой модели получите закон Ома для участка цепи и определите среднее время τ между двумя

последовательными столкновениями, считая известным удельное сопротивление меди.

Часть 3. Неоднородный проводник

3.1. Участок цепи состоит из двух проводников одинаковых сечений из разных металлов. Проводники соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения $U = 220 \text{ В}$.



Первый проводник длиной l_1 изготовлен из меди, второй проводник длиной l_2 – из константана (сплав 60% меди и 40% никеля). Не нарушая общности решения, будем считать потенциал отрицательного полюса равным нулю, а потенциал положительного $\varphi_0 = U$.

Определите потенциал φ в месте соединения проводников в случае $l_1 = l_2 = \frac{L}{2}$.

3.2. Найдите зависимости потенциала φ и модуля напряженности E стационарного электрического поля внутри проводника от расстояния от начала медного проводника в случае $l_1 = l_2 = \frac{L}{2}$.

3.3. Рассмотрите проводник длиной L , удельное сопротивление материала которого линейно возрастает по длине проводника от ρ_1 на положительном конце до ρ_2 на отрицательном. Как изменяется модуль напряженности электрического поля в проводнике в зависимости от расстояния от положительного конца проводника? Найдите распределение потенциала φ по длине проводника. Постройте график этого распределения.

Справочные данные

Постоянная Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$; постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$;

элементарный заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$; масса электрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$;

плотность меди $D = 8,9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; удельное сопротивление меди $\rho_1 = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$;

удельное сопротивление константана $\rho_2 = 5,1 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$;

молярная масса меди $M = 6,4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.