

Задача 10.1 Смотри решение первой и второй частей задачи 11.1

Задача 10.2. На грани...

На грани. Решение

1.1 Сопротивление элемента равно сопротивлению двух последовательно соединенных проводников. Один (жидкий) имеет сопротивление:

$$R_{\text{ж}} = 2R_0 \frac{x}{l} \quad (1),$$

другой (твердый):

$$R_T = R_0 \frac{l-x}{l} \quad (2).$$

Таким образом, сопротивление элемента равно:

$$R = R_0 \left(1 + \frac{x}{l} \right) \quad (3).$$

1.2 Напряжение меняется медленно, поэтому в любой момент времени мощность тепловых потерь равна мощности тепловыделения вследствие протекания тока. Т. к. в течение плавления температура элемента не изменяется, то не изменяется и мощность тепловых потерь, а значит, выполняется условие:

$$\frac{U^2}{R} = \text{const} = \frac{U_0^2}{R_0} \quad (4).$$

В расплавленном состоянии сопротивление элемента равно $2R_0$, следовательно, напряжение на элементе равно:

$$U = U_0 \sqrt{2} \quad (5).$$

1.3 При напряжении меньшем U_0 (твердое состояние) сопротивление равно R_0 . При напряжении большем $U_0 \sqrt{2}$ материал элемента полностью расплавлен и сопротивление равно $2R_0$. Между этими значениями, исходя из (4), зависимость сопротивления элемента от напряжения имеет вид:

$$R = R_0 \frac{U^2}{U_0^2} \quad (6).$$

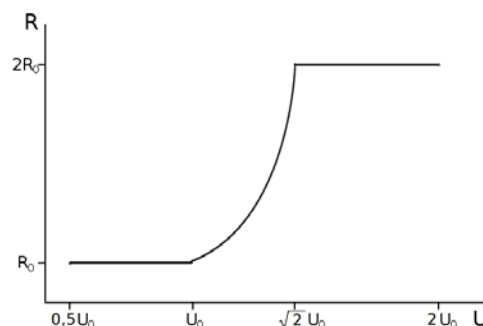
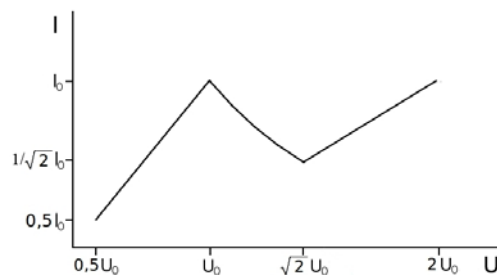


График зависимости представлен на рисунке.

1.4 При напряжении меньшем U_0 и большем $U_0 \sqrt{2}$ ВАХ элемента — прямая линия с наклоном R_0 и $2R_0$ соответственно. На участке плавления зависимость тока от напряжения имеет вид:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0^2}{R_0 U} = \frac{U_0 I_0}{U} \quad (7),$$



где $I_0 = U_0 / R_0$. ВАХ элемента изображена на рисунке.

2.1 Плавление начнется, когда напряжение на элементе достигнет значения U_0 . Т. к. до этого материал элемента находился в твердом состоянии с сопротивлением R_0 , то плавление начнется, когда напряжение на всей цепи будет в два раза больше.

Предположим, что напряжение на всей цепи достаточно высокое, чтобы материал элемента находился в расплавленном состоянии (сопротивление $2R_0$). Начнем постепенно уменьшать напряжение. Кристаллизация начинается при напряжении на элементе $U_0\sqrt{2}$. Тогда напряжение на всей цепи равно $\frac{3}{\sqrt{2}}U_0$. Таким образом материал элемента будет частично расплавлен при:

$$U \in \left(2U_0; \frac{3}{\sqrt{2}}U_0 \right) \quad (8).$$

2.2 Сила тока в цепи в крайних случаях очевидно равна $I_0 = U_0 / R_0$ и $I_0\sqrt{2}$. Когда элемент находится в промежуточном состоянии, сила тока определяется решением уравнения:

$$IR_0 + \frac{I_0U_0}{I} = U \quad (9),$$

где IR_0 — напряжение на резисторе;

$\frac{I_0U_0}{I}$ — напряжение на элементе.

Решение этого уравнения имеет вид:

$$I = \frac{U \pm \sqrt{U^2 - 4R_0I_0U_0}}{2R_0} = \frac{U \pm \sqrt{U^2 - 4U_0^2}}{2R_0} = \frac{U_0}{R_0} \left(\frac{\frac{U}{U_0} \pm \sqrt{\frac{U^2}{U_0^2} - 4}}{2} \right) \quad (10).$$

Подставляя значение $U = U_0 \left(\frac{2 + 3/\sqrt{2}}{2} \right)$, получим два решения:

$$I = 1,28 \frac{U_0}{R_0} \quad (11)$$

$$I = 0,782 \frac{U_0}{R_0} \quad (12).$$

Очевидно, что решение (11) не имеет смысла, т. к. при таком токе материал элемента полностью расплавлен. Поэтому верным является решение (12).

2.3 Вначале определим, при каком напряжении элемент начинает плавиться, а при каком кристаллизоваться. Рассуждая аналогично п.2.1, получим: $U_{MIN} = 3U_0$ и $U_{MAX} = 2\sqrt{2}U_0 = 2.82U_0$, что выглядит довольно противоречиво. Попробуем решить задачу с помощью ВАХ элемента. Для определения тока необходимо решить уравнение:

$$U_{эл} + U_{PEZ} = U \quad (13),$$

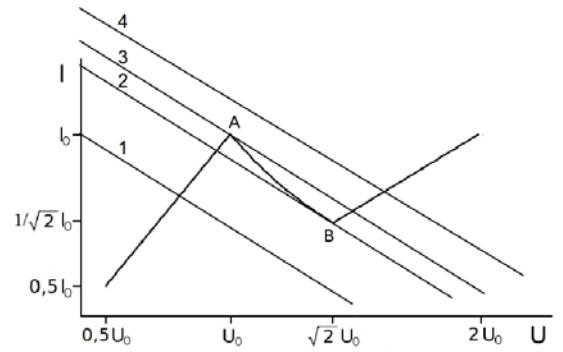
или в другой форме:

$$U_{эл} = U - 2R_0I \quad (14).$$

Точка пересечения ВАХ элемента с прямой $U - 2R_0I$ даст решение уравнения.

На графике изображены четыре прямых, соответствующих различным напряжениям.

Видим, что при некоторых напряжениях (прямые 2 и 3), одновременно существуют два решения. Одно — при сопротивлении элемента R_0 , другое — при $2R_0$. Прямые, проходящие между 2 и 3, пересекают ВАХ три раза. Однако заметим, что для того, чтобы «перепрыгнуть» с прямолинейного участка ВАХ в точку В или в точку, лежащую на гиперболическом участке, материал элемента должен начать плавиться. А этого не произойдет



до тех пор, пока напряжение на нем не достигнет U_0 (точка А). Поэтому, вплоть до напряжения на всей цепи $U_{MIN} = 3U_0$, ток будет линейно увеличиваться от значения

$$\frac{2U_0}{3R_0} = \frac{2}{3}I_0 = 0,67I_0 \text{ до } \frac{3U_0}{3R_0} = I_0.$$

При дальнейшем увеличении напряжения сразу произойдет переход на второй прямолинейный участок ВАХ. Физически это означает, что как только начинается плавление и сопротивление элемента возрастает, мощность, выделяемая в проводнике, становится больше рассеиваемой мощности. Поэтому устойчивые состояния с частично расплавленным материалом не реализуются. Таким образом, ток в цепи достаточно быстро (за время, необходимое для плавления материала)

$$\text{уменьшится до значения } \frac{3U_0}{4R_0} = \frac{3}{4}I_0 = 0,75I_0.$$

Затем ток будет линейно увеличиваться до значения

$$\frac{4U_0}{4R_0} = I_0.$$

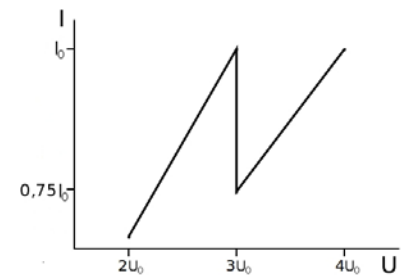


График зависимости тока в цепи от напряжения представлен на рисунке.

Заметим, что при уменьшении напряжения зависимость тока от напряжения несколько изменится, т. к. переход из жидкого состояния в твердое начнется при достижении точки В, т. е. при напряжении $U_{MAX} = 2\sqrt{2}U_0 = 2.82U_0$.