

1.3.1 Мысленно вырежем внутри этого диэлектрика сферическую полость. Полагая поляризацию диэлектрика однородной, выразите напряженность электрического поля внутри полости \vec{E}_A через известную напряженность внешнего поля и модуль вектора поляризации диэлектрика

1.3.2 Получите формулу, связывающую диэлектрическую проницаемость ε данного диэлектрика с поляризуемостью молекулы и их концентрацией в рамках рассматриваемой модели.

Подсказки:

1. При помещении одной молекулы данного вещества в электрическое поле \vec{E} , в ней индуцируется дипольный момент $\vec{p} = \beta \varepsilon_0 \vec{E}$, где β — поляризуемость молекулы.

2. Поле внутри равномерно поляризованного шара равно $\vec{E}_s = -\frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}$, где \vec{P} — вектор поляризации вещества (дипольный момент единицы объема). Поляризация связана с полем в веществе следующим соотношением $\vec{P} = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 \vec{E}$, где ε — относительная диэлектрическая проницаемость вещества.

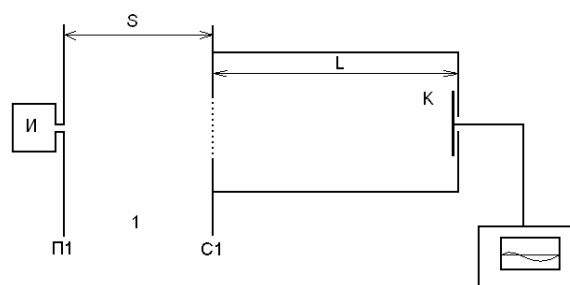
Задание¹ 2 “Масс-спектрометры”

Для определения масс ионов используют масс-спектрографы. В школьном курсе физики вы познакомились с приборами, в которых пространственное разделение ионов различных масс происходит в постоянном магнитном поле. Возможны и другие физические принципы разделения ионов. Так, в динамических масс-спектрографах селекция ионов происходит благодаря различию скоростей движения ионов в электрическом поле.

Часть 1. Постоянное поле.

Предлагаем рассмотреть простейший динамический масс-спектрометр, схема которого изображена на рисунке.

Однозарядные ионы вылетают из источника ионов **И** с пренебрежимо малой скоростью, затем попадают в область ускоряющего электрического поля **1**, ширина которой равна S . В этой области электрическое поле создается постоянным напряжением U , приложенным к пластине **П1**, расположенной непосредственно у источника, и сетке **С1**. Ускорившиеся ионы, свободно пролетают через сетку, и, пройдя эквипотенциальный промежуток длиной L , попадают на коллектор (устройство, собирающее ионы), подключенный к прибору, регистрирующему силу ионного тока в зависимости от времени. Источник и регистрирующее устройство включают в момент времени $t = 0$. Источник является импульсным, то есть ионы испускаются в течение малого промежутка времени τ , плотность потока ионов в этом временном промежутке можно считать постоянной.



¹ Условие этой задачи такое длинное, для того, чтобы ее было легче решать.

1.1 Пусть источник испускает одинаковые ионы массой m . Постройте график зависимости регистрируемого ионного тока от времени.

1.2 Пусть источник испускает ионы двух типов, массы которых отличаются незначительно и равны m и $m + \delta m$, причем $\delta m \ll m$. Присутствие ионов двух типов проявляется в виде двух импульсов на графике $I(t)$. Ионы различных типов называются разрешёнными, если соответствующие им импульсы ионного тока не перекрываются во времени. Покажите, что минимальная разность масс ионов, которые разрешаются рассматриваемым прибором, удовлетворяет условию $\delta m = \alpha \sqrt{m}$.

1.3 Получите формулу, связывающую коэффициент α с параметрами прибора. Рассчитайте численное значение этого коэффициента при $\tau = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ с}$, $S = 0,30 \text{ м}$, $L = 2,0 \text{ м}$, $U = 200 \text{ В}$ и для массы ионов, измеряемой в а.е.м. (атомных единицах массы).

1.4 Смогут ли масс-спектрометр с такими параметрами разрешить ионы $^{54}\text{Fe}^+$ и $^{56}\text{Fe}^+$?

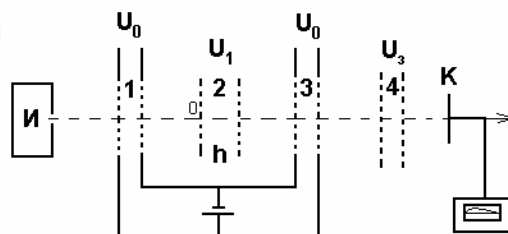
Заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, постоянная Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$

Часть 2. Высокочастотное поле.

Рассмотренный выше масс-спектрометр обладает рядом недостатков: во-первых, достаточно большие размеры, во-вторых, высокие требования к источнику ионов. Существуют более компактные масс-спектрометры, не требующие импульсных источников ионов.

Рассмотрим, так называемый, радиочастотный масс-спектрометр, схематически изображённый на рисунке.

Источник однозарядных ионов работает непрерывно и скорость ионов на его выходе практически равна нулю. Поток ионов проходит через ряд сеток, между которыми создаются электрические поля различных типов. После их прохождения ионы собираются коллектором K , соединённым с измерителем ионного тока. К сеткам, ограничивающим промежуток 1,



прикладывается постоянная разность потенциалов $U_0 = 1,0 \text{ кВ}$, создающая поле, ускоряющее ионы. Это же напряжение прикладывается к сеткам, ограничивающим промежуток 3, в котором оно создает постоянное тормозящее электрическое поле. В промежутке 2, ширина которого h , создается высокочастотное электрическое поле. К границам этого промежутка прикладывается переменное напряжение, циклическая частота которого ω может изменяться в пределах $(5 \div 15) \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$. Амплитудное значение этого напряжения равно $U_1 = 1,0 \text{ В}$. Наконец, к промежутку 4 прикладывается регулируемая задерживающая разность потенциалов U_3 , величина которой близка к амплитудному значению напряжения высокочастотного поля.

Прибор регистрирует значение ионного тока, усредненное по промежутку времени, значительно превышающему период изменения высокочастотного поля.

Ионы, ускорившиеся в промежутке 1, попадают в область высокочастотного поля в различные моменты времени. Изменение энергии ионов в области высокочастотного поля зависит от типа ионов и момента попадания в рассматриваемую область. При некоторых условиях приращение энергии этих ионов может быть достаточным для того, чтобы преодолеть области задерживающих полей 3 и 4. Эти ионы попадут на коллектор и

создадут регистрируемый ионный ток. Зависимость среднего ионного тока от частоты переменного поля в промежутке 2 может иметь ряд достаточно резких максимумов, положение которых зависит от масс исследуемых ионов. Тем самым существует возможность различать ионы различных типов. В данной части вам предлагается проанализировать работу этого прибора.

2.1 Определите скорость v_0 иона массы m после прохождения ускоряющего напряжения в промежутке 1 и максимальное ускорение a_0 этого иона в промежутке 2. Найдите численное значение v_0 для иона $^{56}\text{Fe}^+$.

2.2 Оцените по порядку величины ширину промежутка 2, при которой указанный ион, влетев в промежуток в удачный момент времени, максимально увеличит свою энергию в высокочастотном поле при его частоте $\omega = 10 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$.

Совместим начало отсчета оси координат Ox с началом области высокочастотного поля.

2.3 Пусть ион массы m , прошедший ускоряющий промежуток 1, попадает на левую сетку промежутка 2 в момент времени τ , при котором разность потенциалов в промежутке 2 $U = U_1 \sin \omega \tau$. Найдите зависимость ускорения, скорости и координаты иона от времени $a(t)$, $v(t)$, $x(t)$, где t отсчитывается от момента попадания иона в промежуток 2.

2.4 Из-за малости U_1 , изменение скорости иона в промежутке 2 незначительно, поэтому, при расчете времени пролета этого промежутка, изменением скорости иона можно пренебречь.

Определите время t_1 пролёта этого промежутка для иона массы m , используя это приближение. Оцените относительную погрешность полученного выражения.

2.5 При заданной ширине промежутка высокочастотного поля h , изменение энергии ΔE ионов массы m , при его пролёте, зависит от частоты переменного поля ω и момента времени прихода τ . Установите зависимость изменения энергии иона в этой области от указанных величин $\Delta E(\omega, \tau)$.

Воспользуйтесь формулой: $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$.

2.6 Так как источник ионов работает непрерывно, то ионы попадают в область высокочастотного поля в произвольные моменты времени τ . Некоторые из них, попадающие в эту область в оптимальные моменты времени (которые, возможно зависят от частоты поля), приобретают максимальную энергию (при заданном значении частоты поля ω) $\Delta E_{\max}(\omega)$. Для анализа зависимости изменения энергии от параметров установки

и типа ионов удобно представить зависимость ΔE_{\max} от безразмерного параметра $\varphi = \omega \frac{h}{v_0}$

- изменение фазы высокочастотного поля за время пролета иона. Постройте примерный график зависимости ΔE_{\max} от указанного параметра.

Полученная вами функция, скорее всего, имеет множество экстремумов в зависимости от φ , многие из которых пригодны для анализа состава потока ионов. Если частота переменного поля такова, что ионы определенной массы m , приобретают дополнительную энергию большую, чем ионы других близких масс, то, изменяя задерживающее напряжение, существует возможность выделить из всего потока ионов только ионы данной массы m . В этом случае только эти ионы будут создавать ионный ток. Ионы другой массы будут достигать коллектора при другой частоте переменного поля. Таким образом, в зависимости ионного тока от частоты поля будут наблюдаться максимумы, каждый из которых соответствует ионам определенной массы.

2.7 Укажите на графике значение параметра φ_0 , вблизи которого рассматриваемый прибор способен анализировать состав ионного потока наиболее эффективно.

Пусть источник испускает одинаковые ионы массы m . Ширина промежутка h .

2.8 Определите частоту поля ω_0 , при которой приращение энергии этих ионов будет максимально в указанной оптимальной области работы прибора. Найдите это максимальное приращение энергии ΔE_{\max} и значение времени прихода ионов τ_0 , при котором оно реализуется.

2.9 Пусть частота поля равна найденной частоте ω_0 . Чему должно быть равно максимальное значение запирающего напряжения U_{30} , при котором ионный ток становится равным нулю. Представьте это значение в виде $U_{30} = \alpha U_1$, рассчитайте численное значение коэффициента α с точностью до трех значащих цифр.

2.10 Для регистрации тока запирающее напряжение нужно немного уменьшить. Пусть $U_3 = U_{30}(1 - \eta)$, где $\eta \ll 1$. Найдите зависимость ионного тока от величины η . Сила тока, создаваемая рассматриваемыми ионами массы m , на выходе источника равна I_0 .

2.11 При заданной величине η можно регистрировать ток даже в том случае, если частота ω отличается от ω_0 на некоторую малую величину $\Delta\omega$. Найдите максимальное значение этой величины.

2.12 Пусть источник испускает ионы двух близких масс m и $m + \delta m$. При заданном η определите при каком минимальном отношении $\frac{\delta m}{m}$ эти ионы ещё могут быть разрешены.