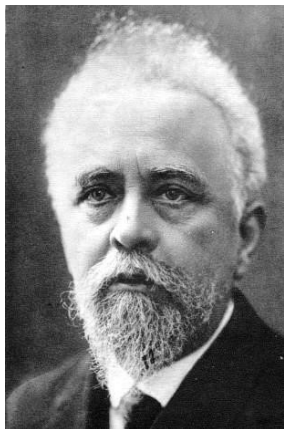


Задача 10.3 Опыты Жана Перрена.



Броуновское движение было открыто английским ботаником Р. Броуном в 1827 году, когда он проводил исследования пыльцы растений. В 1905 году Альбертом Эйнштейном была создана молекулярно-кинетическая теория для количественного описания броуновского движения. Формула Эйнштейна была подтверждена опытами Жана Перрена и его студентов в 1908-1909 гг. В качестве броуновских частиц они использовали зёрнышки смолы мастикового дерева и гуммигута — густого млечного сока деревьев рода гарциния.

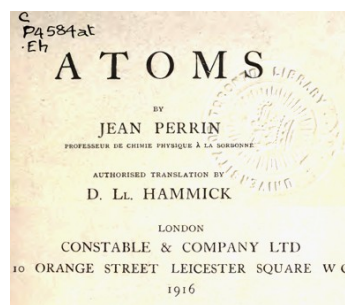
В 1926 г. Ж. Перрен получил Нобелевскую премию по физике.

В данной задаче вам предстоит разобраться в сущности одного из экспериментов, проведенных Ж. Перреном

Задача написана на основе книги Ж. Перрена «Атомы» г. Все численные данные взяты из этой книги. В качестве иллюстраций использованы выдержки из указанного издания. Информация, содержащаяся в этих вырезках, полностью содержится в тексте задачи, поэтому переводить тексты из указанной книги нет необходимости.

Справка для любопытных:

gamboge [gæm'bɔɪdʒ] - гуммигут (млечный сок некоторых тропических растений)



1916

Часть 1. Получение однородной эмульсии².

Для получения эмульсии Ж. Перрен растирал гуммигут пальцами под водой. При этом образовывалась краска ярко желтого цвета. Однако, образовавшиеся шарики гуммигута имели различные размеры, а для проведения измерений требовалась эмульсия, частички которой одинаковы. Для разделения частиц Ж. Перрен использовал центрифугу — быстровращающийся цилиндрический сосуд, в котором содержалась исходная эмульсия.

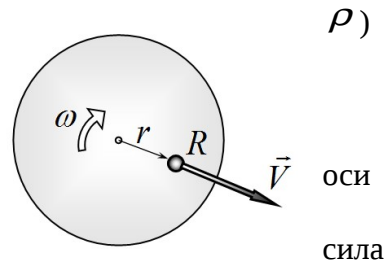
I treated 1 kilogramme of gamboge and obtained after several months a fraction containing a few decigrammes of grains having diameters approximately equal to the diameter I wished to obtain.

1.1 Сферическая частица радиуса R (из материала плотности находится в жидкости (плотности ρ_0) на расстоянии r от оси вертикального сосуда, вращающегося вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω . Найдите зависимость скорости радиального движения частицы V от расстояния до вращения.

На частицу сферической формы в жидкости действует вязкого трения, определяемая формулой Стокса

$$F = 6\pi\eta RV, \quad (1)$$

где η - так называемый, коэффициент вязкости жидкости (считайте эту величину известной).



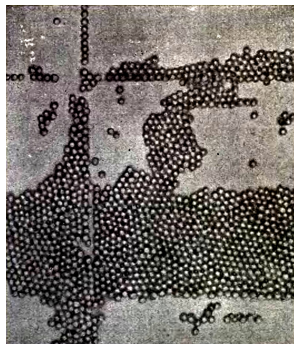
² Эмульсия - в данном случае, жидкая среда, в которой находятся шарики смолы.

1.2 Во сколько раз изменится скорость частицы, если ее радиус уменьшится в два раза?

1.3 (Опыты Перрена) Рассчитайте значение скорости движения частицы гуммигута радиуса $R = 0,212 \text{ мкм} = 0,212 \cdot 10^{-6} \text{ м}$, находящейся на расстоянии $r = 15,0 \text{ см}$ от оси вращения центрифуги. Центрифуга совершает 2500 оборотов в минуту, в сосуде находится водная эмульсия. Численные значения характеристик воды и гуммигута приведены в Справочных данных.

1.4 Оцените время, за которая частица (в условия, описанных в п. 1.2) сместится на расстояние $l = 5,0 \text{ см}$.

Часть 2. Определение размеров частиц.

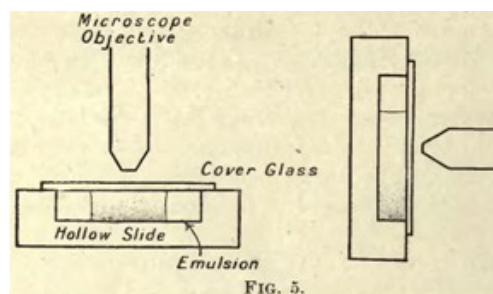


Для измерения размеров частиц Ж. Перрен использовал три различных метода. В одном из них он измерял скорости падения частиц в жидкости. Для этого в вертикальный сосуд с жидкостью вливался тонкий слой эмульсии, содержащей гранулы примерно одного размера (после центрифугирования). Этот слой медленно опускался в воде. Из-за броуновского движения происходило медленное расплывание самого слоя, но оно составляло не более $1/50$ от того расстояния, на которое частицы опускались.

The edge of the cloud of grains as it sinks will not be very sharply defined, for as a result of the fortuitous fluctuations due to the molecular agitation, the grains will not all fall from the same height; however, by taking the "middle" of the zone, it is possible to evaluate to within nearly $\frac{1}{50}$ the mean value of the distance fallen (it is of the order of a few millimetres per day) and the mean velocity of fall can consequently be obtained.

2.1 Пренебрегая броуновским движением, найдите скорость опускания сферической частицы гуммигута радиуса $R = 0,212 \text{ мкм}$ в воде.

2.2 Найдите время, за которое слой частиц опустится на расстояние $l = 5,0 \text{ см}$.



Часть 3. Распределение частиц по высоте.

В первой основной серии экспериментов Ж. Перрен изучал распределение частиц по высоте с помощью микроскопа. Оказалось, что концентрация частиц убывает с высотой, также как уменьшается концентрация молекул газа в поле тяжести Земли. Теоретический анализ, проведенный А. Эйнштейном, показал, что поведение частиц в эмульсии полностью аналогично поведению молекул газа. Иными словами, части можно рассматривать как очень большие молекулы.

Рассмотрим изменение концентрации молекул кислорода в земной атмосфере. Будем считать, что температура воздуха одинакова на всех высотах и равна $t^\circ = 20^\circ\text{C}$

3.1 Рассчитайте, на какой высоте концентрация молекул кислорода уменьшается на 1,0%.

3.2 Покажите, что концентрация молекул кислорода уменьшается в 2 раза на высоте, которая рассчитывается по формуле:

$$h_{1/2} = 0,01N \cdot \frac{RT}{Mg} = 0,69 \frac{R_G T}{Mg}, \quad (2)$$

где R_G - универсальная газовая постоянная, M - молярная масса газа.

3.3 (Опыты Перрена) В одной из серий экспериментов Ж. Перрен использовал водную эмульсию, содержащую частицы радиуса $R = 0,212 \text{ мкм}$. В результате подсчета в общей сложности 13000 частиц, Ж. Перрен выяснил, что на высотах

5; 35; 65; 95;

микрон, концентрации частиц

пропорциональны числам

100; 47; 22,6; 12.

Температура, при которой проводились измерения, равнялась $t^\circ = 20^\circ\text{C}$.

По этим данным Ж. Перрен впервые в истории оценил (с точностью до одной значащей цифры) постоянную А. Авогадро. Сделайте это и Вы.

Универсальная газовая постоянная R_G измеряется достаточно простыми методами, и Ж. Перрену (как и Вам) была известна.

Справочные данные.

Плотность воды $\rho_0 = 0,998 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Плотность гуммигута $\rho_0 = 1,194 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Вязкость воды $\eta = 1,005 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$

Ускорение свободного падения $g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Универсальная газовая постоянная $R_G = 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

Молярная масса кислорода $M = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

A series of experiments was carried out with the greatest care, using gamboge grains of radius $\cdot 212\mu$ (using the reduced field of vision method). Cross readings were taken in a cell 100μ deep on four horizontal equidistant planes across the cell at the levels

$5\mu, 35\mu, 65\mu, 95\mu$.

The readings gave at these levels, from a count of 13,000 grains, concentrations proportional to the numbers

100, 47, 22.6, 12,