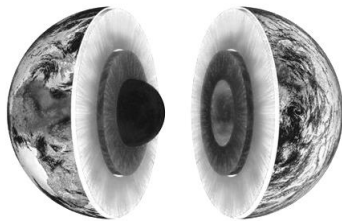


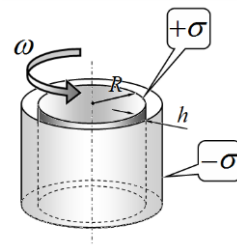
Задание 2. Магнитное динамо



Теория возникновения и существования магнитного поля Земли до настоящего времени окончательно не разработана. В данном задании вам предстоит проанализировать примитивную модель, на первый взгляд, позволяющую описать возникновение магнитного поля, благодаря эффекту магнитного динамо.

Не вызывает сомнений, что магнитное поле Земли существует благодаря, во-первых, наличию в ядре Земли хорошо проводящего слоя расплавленного железа, во-вторых, вращению Земли вокруг своей оси.

Рассмотрим следующую модель: тонкий цилиндрический слой проводящего вещества вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью ω . Обозначим внутренний радиус этого слоя R , а его толщину h , причем $h \ll R$, удельное электрическое сопротивление этого слоя равно ρ , диэлектрическими и магнитными свойствами слоя пренебрегаем $\varepsilon = \mu = 1$. Этот слой находится в непроводящей среде.



Основная идея генерации магнитного поля следующая. Пусть на внутренней поверхности слоя случайно возник электрический заряд, поверхностная плотность которого равна $+\sigma$, тогда на внешней поверхности появится равный по модулю электрический заряд с поверхностной плотностью $-\sigma$. При вращении слоя эти заряды создают магнитное поле, которое воздействует на электроны в проводящем слое, что может приводить к возникновению электрического тока между внутренней и внешней поверхностью рассматриваемого поля, что, в свою очередь, может приводить к увеличению плотности зарядов и как, следствие, к усилению самого магнитного поля.

Подсказки

Если на боковой поверхности цилиндра находится равномерно распределенный заряд с поверхностной плотностью σ , то эти заряды создают радиальное электрическое поле у поверхности цилиндра, напряженность которого равна

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \quad (1)$$

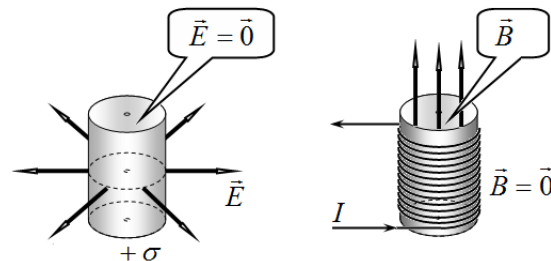
Внутри цилиндра электрическое поле отсутствует. В данном задании можно считать, что модуль напряженности электрического поля в рассматриваемом тонком слое постоянен и определяется формулой (1)

Если по обмотке цилиндрического соленоида протекает электрический ток силы I , то этот ток внутри цилиндра создает однородное магнитное поле, направленное вдоль оси цилиндра, модуль которого равен

$$B = \mu_0 n I, \quad (2)$$

где n - плотность намотки (число витков на единицу длины). Вне соленоида магнитное поле отсутствует.

Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$. Магнитная постоянная $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\Gamma_H}{\text{м}}$.



Часть 1. Поле в слое

Для описания рассматриваемого явления введем декартовую систему координат внутри слоя:

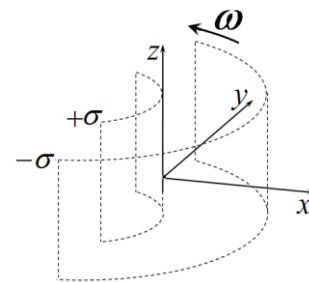
Ось x - радиально, перпендикулярно боковым поверхностям слоя;

Ось y - по касательной к внутренней поверхности слоя,

перпендикулярно его оси;

Ось z - параллельно оси слоя;

начало координат находится на внутренней поверхности слоя.



1.1 В листе ответов укажите направления векторов: напряженности электрического поля \vec{E} , индукции магнитного поля \vec{B} , скорости движения \vec{v} в точке, находящейся внутри слоя на оси x .

1.2 Выразите модуль индукции магнитного поля внутри слоя B через поверхностную плотность зарядов σ , угловую скорость вращения ω и радиус слоя R .

1.3 В листе ответов укажите направления сил, действующих на электрон внутри слоя: \vec{F}_E со стороны электрического поля, \vec{F}_B - со стороны магнитного поля.

1.4 Укажите, чему равны модули сил \vec{F}_E и \vec{F}_B .

Часть 2. Заряды и токи

В этой части массой электроном следует пренебречь.

2.1 Получите уравнение, описывающее изменение поверхностной плотности зарядов с течением времени $\frac{\Delta\sigma}{\Delta t}$, включающее только характеристики проводящего слоя и физические постоянные.

2.2 Определите «критическую» скорость движения слоя $V^* = \omega^* R$, при превышении которой магнитное поле внутри слоя может возрасти с течением времени. Рассчитайте ее численное значение.

Будем считать, что радиус слоя равен $R = 3,5 \cdot 10^6 \text{ м}$ (что равно радиусу ядра Земли), удельное электрическое сопротивление слоя $\rho = 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ (сопротивление расплавленного железа).

2.3 Рассчитайте длительность суток на Земле, если скорость движения рассматриваемого слоя достигнет критической величины V^* .

2.4 Пусть поверхностная плотность зарядов на поверхностях слоя в некоторый момент равна σ_0 . Оцените характерное время исчезновения этих зарядов, если угловая скорость вращения слоя равна угловой скорости вращения Земли.

Часть 3. Спасает ли модель масса электрона?

В этой части вам необходимо модифицировать рассматриваемую модель с учетом массы электрона $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ (заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$). Считайте, что рассматриваемый слой вращается с угловой скоростью равной угловой скорости вращения Земли.

3.1 Покажите, что при учете массы электрона, возможно существования стационарных зарядов на поверхностях слоя. Получите формулу для поверхностной плотности этих зарядов.

3.2 Рассчитайте индукцию магнитного поля внутри слоя в этом случае. Сравните полученное значение со средним значением индукции магнитного поля на поверхности земли $B_0 \approx 40 \text{ мкТл}$.

3.3 Сделайте вывод: описывает ли рассмотренная модель механизм возникновения магнитного поля Земли?