

6. Рассмотренное явление может дать ценную информацию о верхних слоях атмосферы. Сферический зонд с массой  $m = 100 \text{ кг}$  и площадью поперечного сечения  $S = 1,00 \text{ м}^2$  выводят на орбиту на высоте  $h = 208 \text{ км}$ . Не составляет большого труда измерять изменение скорости спутника. На рисунке 1 приведён график зависимости скорости спутника от времени наблюдения.

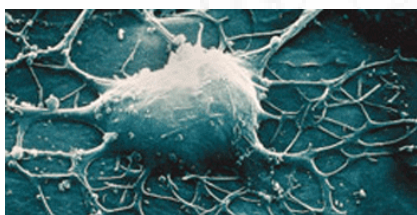
Известно, что плотность атмосферы экспоненциально уменьшается с высотой, т.е.

$\rho \sim e^{-\beta h}$ . Используя приведенный график, определите постоянную  $\beta$ .

Некоторые постоянные:

Радиус Земли  $R_z = 6,40 \cdot 10^6 \text{ м}$ .

Масса Земли  $M = 6,00 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ .

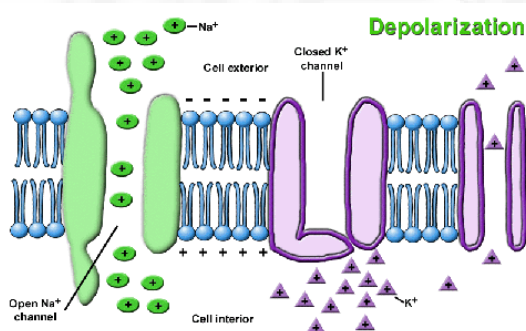


### Задание 3. «Нервное возбуждение»

А. Ходжкин и Э. Хаксли получили Нобелевскую премию по физиологии и медицине 1963 г. «за открытия, касающиеся ионных механизмов, участвующих в возбуждении и торможении в периферическом и центральном участках мембраны нервной клетки».

Основой жизнедеятельности живых организмов, во многом, являются процессы, протекающие в мембранах клеток. В данной задаче вам необходимо рассмотреть некоторые подходы к описанию процесса возбуждения нервных клеток в рамках примитивной модели.

Основная идея теории возбуждения клетки заключается описании процессов



переноса ионов через мембрану. Проницаемость мембраны различна для различных ионов, кроме того в мембрану встроены большие белковые молекулы, играющие роль насосов, способных переносить ионы определенного типа с одной стороны мембраны на другую (затрачивая на это энергию). Благодаря наличию этих насосов – каналов, концентрации ионов различны с разных сторон от мембраны, и как следствие появляется разность электрических потенциалов между противоположными стенками мембраны.

Еще более упростим модель. Будем считать, что мембрана является плоскопараллельной пластинкой толщиной  $a$ . Снаружи клетки находится слой жидкости (воды) толщиной  $h_0$ , а внутриклеточное пространство моделируется слоем жидкости толщиной  $h_1$ . Диэлектрические проницаемости всех сред будем считать равными единице. Концентрации частиц вне клетки будем обозначать  $C_0$ , а внутри -  $C_1$  (при необходимости будем добавлять индексы, указывающие тип частиц).



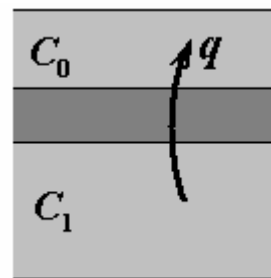
### 1. Диффузия.

Рассмотрим движение незаряженных молекул через мембрану без «насосов» (считаем, что электрических зарядов в природе не существует). Плотность диффузионного потока частиц  $q$  (число частиц пересекающих единицу площади мембраны в единицу времени) пропорциональна разности концентраций этих частиц с противоположных сторон мембраны

$$q = g\Delta C \quad (1)$$

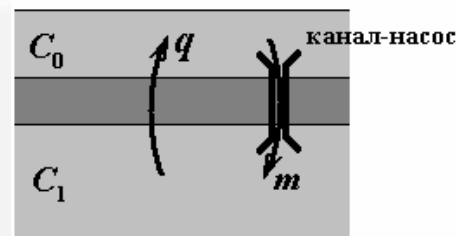
где  $g$  - коэффициент пропорциональности, который назовем проницаемостью мембраны для данных частиц.

Пусть в начальный момент времени концентрации рассматриваемых частиц с разных сторон мембраны различны. Оцените время, в течение которого концентрации частиц выровняются.



### 2. Вынужденный перенос и диффузия.

Рассмотрим теперь мембраны в которую встроены каналы-насосы принудительно переносящие рассматриваемые молекулы внутрь клетки. Пусть эти каналы равномерно распределены по поверхности мембраны, причем на единицу площади приходится  $n$  каналов, каждый из которых переносит в единицу времени  $m$  молекул из внеклеточного пространства внутрь клетки.



Определите установившуюся разность концентраций  $\Delta \bar{C} = C_0 - C_1$  между разными сторонами мембраны.

### 3. Электрическое поле.

Далее будем считать, что рассматриваемые частицы являются ионами калия  $K^+$ . Пусть концентрация ионов вне клетки равна  $C_0$ , а внутри нее  $C_1$ . Найдите разность потенциалов <sup>3</sup> между стенками мембраны  $\Delta \varphi$ , пренебрегая наличием ионов внутри мембраны.

### 4. Перенос ионов.

При наличии электрического поля помимо потока ионов через мембрану, обусловленного разностью концентрации, появляется поток ионов, обусловленный наличием электрического поля. В этом случае суммарная плотность потока ионов через мембрану определяется формулой

$$q = g\Delta C + bC_i\Delta \varphi, \quad (2)$$

где  $\Delta \varphi$  - разность потенциалом между стенками мембраны,  $C_i$  - концентрация ионов с той стороны мембраны, от которой начинается движение ионов через мембрану под действием электрического поля (для положительных ионов со стороны большего потенциала).

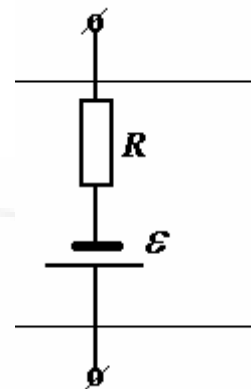
Найдите установившуюся разность потенциалов между стенками мембраны.

<sup>3</sup> В реальности внутри и вне клетки присутствуют ионы и других типов, которые также вносят свой вклад в создание поля. Однако их концентрации практически не изменяются поэтому основную роль играют потенциалы изменяющихся полей, создаваемых теми ионами, концентрации которых изменяются. Поэтому здесь и в дальнейшем принимаем во внимание только их и поля создаваемые ими.

Используйте все характеристики мембраны, введенные в предыдущих пунктах. При равенстве концентраций с разных сторон от мембраны, эти концентрации равны  $C_e$ .

### 5. Эквивалентная схема.

Процессы протекания тока через мембрану могут быть описаны с помощью эквивалентной электрической схемы. Свяжите параметры этой схемы ЭДС источника и сопротивление цепи с параметрами реальной мембраны и характеристиками ионных потоков.



6. Как показали *А. Ходжкин* и *Э. Хаксли* для объяснения возникновения нервных импульсов необходимо принимать во внимание, как минимум два типа ионов. Вторым основным типом ионов являются ионы натрия  $Na^+$ . В мембране также присутствуют натриевые каналы – насосы, принудительно переносящие ионы натрия из клетки наружу. Будем считать, что для обоих типов ионов известны параметры эквивалентных схем  $R_K, \varepsilon_K$  и  $R_{Na}, \varepsilon_{Na}$  ( $\varepsilon_{Na} > \varepsilon_K$ ). Пусть изначально все натриевые каналы закрыты, а затем в некоторый момент времени открываются на небольшой промежуток времени  $\tau$ . Опишите, как будет изменяться разность потенциалов между стенками мембраны с течением времени. Постройте примерный график этой зависимости.

***Если вы все решили правильно, то полученный график и будет моделировать временной ход нервного импульса!***