

найдем зависимость величины зарядов шариков от их координат. Понятно, что шарики будут двигаться симметрично, а их заряды будут равны по модулю и противоположны по знаку.

Заряды шариков найдем из условия равенства их потенциалов

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} - Ex = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} + Ex. \quad (1)$$

В этом соотношении учтено, что радиусы шариков малы, поэтому взаимновлияние зарядов шариков друг на друга пренебрежимо мало.

Из соотношения (1) следует, что

$$q = 4\pi\epsilon_0 a Ex. \quad (2)$$

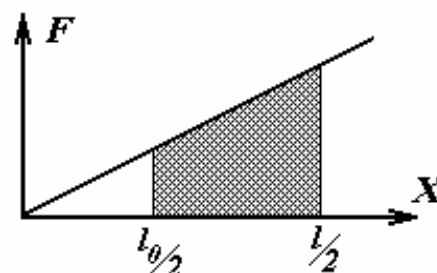
Сила, действующая на каждый шарик, пропорциональна их координате и равна

$$F = qE = 4\pi\epsilon_0 a E^2 x. \quad (3)$$

Из полученного соотношения следует, что скорости шариков будут максимальны, когда они разъедутся на максимальное расстояние. Работа силы, действующей на шарик, равна его кинетической энергии:

$$A = \frac{mv^2}{2}. \quad \text{Ее можно подсчитать}$$

графически, как площадь под графиком зависимости силы от координаты шарика.



Простой подсчет приводит к следующему результату

$$v = \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 a E^2 (l^2 - l_0^2)}{m}}.$$

10.4 Вращение заряженного цилиндра эквивалентно существованию кругового электрического тока. Как известно, индукция магнитного поля внутри соленоида рассчитывается по формуле

$$B = \mu_0 n I, \quad (1)$$

где n - плотность намотки, I - сила тока через обмотку. Произведение nI можно рассматривать как поверхностную плотность тока - заряд, протекающий в единицу времени через единицу длины боковой поверхности цилиндра. При вращении равномерно заряженного цилиндра поверхностная плотность тока может быть представлена в виде $\sigma v = \sigma R \omega$, где ω - угловая скорость вращения цилиндра.

Следовательно, в соответствии с формулой (1) индукция магнитного поля внутри вращающегося заряженного цилиндра определяется выражением

$$B = \mu_0 \sigma R \omega . \quad (2)$$

При изменении скорости вращения (что неизбежно во время раскручивания) изменяется величина индукции поля, что в следствие явления электромагнитной индукции приводит к возникновению вихревого электрического поля. По закону Фарадея скорость изменения магнитного потока равна ЭДС индукции возникающего в контуре. Принимая во внимание осевую симметрию задачи и считая магнитное поле однородным, этот закон можно выразить в виде уравнения

$$2\pi r E = -\pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} = -\pi r^2 \mu_0 \sigma R \frac{\Delta \omega}{\Delta t} , \quad (3)$$

из которого следует выражение для напряженности вихревого электрического поля

$$E = -\pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} = -\frac{r \mu_0 \sigma R}{2} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} . \quad (4)$$

Это поле действует на заря кольца, приводя к появлению момента сил, раскручивающего кольца. Корректное рассмотрение сил, действующих на отдельные малые элементы кольца, приводит к следующему выражению для изменения его угловой скорости

$$mr \frac{\Delta \omega_1}{\Delta t} = qE . \quad (5)$$

Подставим выражение для напряженности вихревого поля (4) в уравнение (5), получим

$$\frac{\Delta \omega_1}{\Delta t} = -\frac{\mu_0 \sigma R q}{2m} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} . \quad (6)$$

Как следует из этого уравнения угловые ускорения цилиндра и кольца пропорциональны, следовательно (с учетом нулевых начальных условий), пропорциональны и угловые скорости вращения цилиндра и кольца, то есть

$$\omega_1 = -\frac{\mu_0 \sigma R q}{2m} \omega_0 . \quad (7)$$

Знак минус в полученном выражении указывает, что при одноименных зарядах кольца и цилиндра, кольцо будет вращаться в сторону, противоположную вращению цилиндра, в полном соответствии с правилом Ленца.

10.5 Возникновение силы, действующей на тела со стороны волны, обусловлено разностью давлений с противоположных сторон тела.