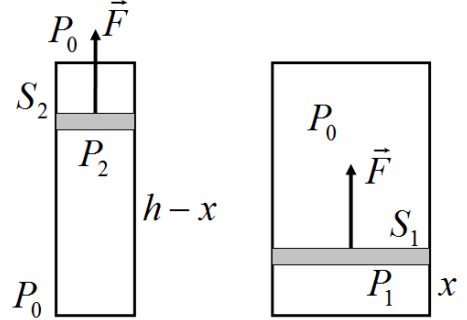


Задача 10-3 «Пароатмосферная машина Ньюкомена»

Обозначим давление пара в рабочем цилиндре P_1 , а давление воды на поршень цилиндра насоса P_2 . Так как поршни движутся равномерно, то сумма сил, действующих на них равна нулю. Кроме того, так как коромысло уравновешено, силы натяжений тросов, прикрепленных к поршням равны. Если поршень рабочего цилиндра находится на высоте x , то поршень насоса находится на высоте $h-x$. Выразим эти условия в уравнениях



$$\begin{cases} F = (P_0 - P_2)S_2 \\ F = (P_0 - P_1)S_1 \end{cases} \Rightarrow P_1 = P_0 - (P_0 - P_2) \frac{S_2}{S_1}. \quad (1)$$

Очевидно, что

$$P_0 - P_2 = \rho g(h-x) \quad (2)$$

При опускании поршня насоса, и

$$P_0 - P_2 = \rho g(H+h-x) \quad (3)$$

При его подъеме.

Таким образом, зависимости давления от положения поршня рабочего насоса имеют вид:

- при подъеме поршня рабочего цилиндра

$$P_1 = P_0 - \rho g(h-x) \frac{S_2}{S_1} \Rightarrow \frac{P_1}{P_0} = 1 - \frac{\rho g h S_2}{P_0 S_1} \left(1 - \frac{x}{h}\right); \quad (4)$$

- при его опускании

$$P_1 = P_0 - \rho g(H+h-x) \frac{S_2}{S_1} \Rightarrow \frac{P_1}{P_0} = 1 - \frac{\rho g h S_2}{P_0 S_1} \left(1 + \frac{H}{h} - \frac{x}{h}\right). \quad (5)$$

Обозначим параметр системы (и вычислим его численное значение):

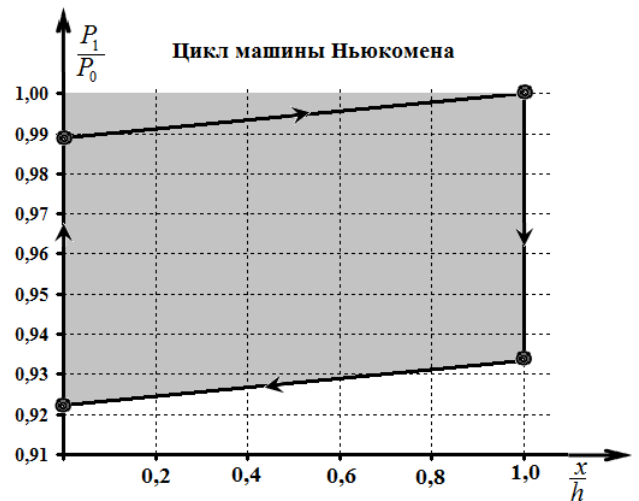
$$b = \frac{\rho g h S_2}{P_0 S_1} = \frac{1,0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1}{1,0 \cdot 10^5} \left(\frac{20}{60}\right)^2 = 1,11 \cdot 10^{-2}. \quad (6)$$

Таким образом, в «безразмерных параметрах» зависимости давления пара от высоты подъема имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{P_1}{P_0} = (1-b) + b \frac{x}{h} \\ \frac{P_1}{P_0} = \left(1 - b \left(1 + \frac{H}{h}\right)\right) + b \frac{x}{h} \end{cases}. \quad (7)$$

Теперь не представляет труда построить диаграмму циклического процесса.

Из рассмотрения процесса следует, что максимальная температура пара в цикле равна $t_{\max} = 100^\circ\text{C}$. Минимальная температура равна температуре кипения при минимальном давлении в цикле, т.е. при



$$P_{\min} = P_0 \left(1 - b \left(1 + \frac{H}{h}\right)\right) = 0,92 \cdot 10^5 \text{ Па}. \quad (7)$$

Для определения соответствующей температуры необходимо воспользоваться предлагаемой в условии линеаризацией зависимости температуры кипения от давления.

Так изменение температуры при единичном изменении давления равен

$$\frac{\Delta t}{\Delta P} = \frac{110 - 100}{(1,4 - 1,0) \cdot 10^5} = 25 \cdot 10^{-5} \frac{K}{Pa}. \quad (8)$$

Следовательно, искомая температура будет равна

$$t_{\min} = t_0 - \left(\frac{\Delta t}{\Delta P} \right) (P_0 - P_{\min}) = 100^\circ C - 25 \cdot 10^{-5} \cdot 0,08 \cdot 10^5 = 98^\circ C. \quad (9)$$

Полезную работу, фактически, совершает атмосферное давление! Работа, совершенная за цикл, отмечена на диаграмме заливкой. Численное значение этой работы

$$A = P_0 \cdot (1 - 0,93) \cdot \pi \frac{d_1^2}{4} h = 2,0 \cdot 10^3 \text{ Дж}. \quad (10)$$

Теплота от нагревателя поступает на испарение воды (практически при атмосферном давлении), для заполнения котла. Максимальная масса пара в рабочем цилиндре находится из уравнения состояния

$$PV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow m = \frac{MPV}{RT} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot 0,3^2 \cdot 1}{8,31 \cdot 373} \approx 1,6 \cdot 10^{-1} \text{ кг}. \quad (11)$$

Количество теплоты, требуемое на испарение,

$$Q = Lm = 3,7 \cdot 10^5 \text{ Дж}. \quad (12)$$

Теперь можно рассчитать КПД машины

$$\eta = \frac{A}{Q} = 5,4 \cdot 10^{-3}. \quad (13)$$

На нагревание котла требуется количество теплоты

$$Q_1 = c_1 m_1 \Delta t = 0,46 \cdot 10^3 \cdot 200 \cdot 2 = 1,8 \cdot 10^5 \text{ Дж}. \quad (14)$$

Следовательно, с учетом теплоемкости котла, КПД понижается до

$$\eta' = \frac{A}{Q + Q_1} = 3,6 \cdot 10^{-3}. \quad (15)$$

Наконец, КПД машины, работающей по циклу Карно в том же диапазоне температур, равен

$$\eta_0 = \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{2}{373} \approx 5,4 \cdot 10^{-3}. \quad (16)$$

что, как это не удивительно, совпадает с ранее полученным результатом.