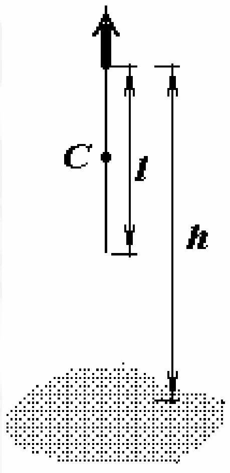
Отрицательный корень физического смысла не имеет, поэтому решение задачи имеет вид

$$h=\sqrt{(\frac{m}{\lambda})^2+\frac{mv_0^2}{\lambda g}}-\frac{m}{\lambda}\approx 10{,}7\,м. \qquad (4)$$

Таким образом при длине нити *15м* часть нити останется лежать на земле, следовательно, полученное решение является верным. При длине нити *5м* , полученная формула неприменима, так как вся нить поднимется в воздух. В этом случае закон сохранения энергии следует записать в виде

$$\frac{mv_0^2}{2}=mgh+\lambda lg(h-\frac{l}{2}). \qquad (5)$$



Из этого уравнения определим высоту подъема

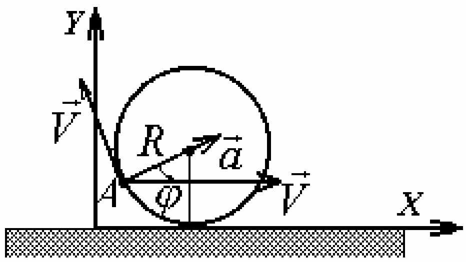
$$h=\frac{mv_0^2+\lambda gl^2}{2g(m+\lambda l)}\approx 10{,}9\,м. \qquad (6)$$

Высота подъема, как видно оказалась несколько больше, однако, эти два результата не различимы в рамках точности данных, приведенных в условии задачи. Поэтому правильный ответ: **в обоих случаях высота подъема стрелы $h\approx 11м$.**

Заметим, что высота подъема стрелы без нити $h_0=\frac{v_0^2}{2g}\approx 11{,}5м$ мало отличается от полученным нами результатов.

11.4

4.1 Пусть колесо повернулось на угол $\varphi=\omega t$, при этом его центр смечтился на расстояние $x_0=\omega Rt$.



Координаты точки A в этот момент будут определятся выражениями

$$\begin{cases} x=R(\omega t-\sin\omega t)\\ y=R(1-\cos\omega t)\end{cases}. \qquad (1)$$

Скорость точки A можно представить как сумму скоростей поступательного движения $V=\omega R$, направленной горизонтально, и вращательного движения $V=\omega R$, направленной по касательной к ободу колеса. Поэтому компоненты полной скорости точки A имеют вид

$$\begin{cases} V_x=\omega R(1-\cos\omega t)\\ V_y=R\omega\sin\omega t\end{cases}. \qquad (2)$$

Ускорение точки A является центростремительным, направленным к центру колеса. Модуль ускорения $a = R\omega^2$, а его проекции на оси координат

$$\begin{cases} a_x = R\omega^2 \sin\omega t \\ a_y = R\omega^2 \cos\omega t \end{cases}. \qquad (3)$$

Заметим, что уравнения (2), (3) могут быть получены простым дифференцированием функций (1).

Понятно, что средняя скорость точки A направлена вдоль оси X и равна

$$\langle V \rangle = \omega R. \qquad (4)$$

4.2 На основании второго закона Ньютона можно записать уравнения, описывающие ускорения точек

$$\begin{cases} a_1 = \dfrac{F_0}{m} \sin\omega t \\ a_2 = \dfrac{F_0}{m} \cos\omega t \end{cases}. \qquad (5)$$

Эти уравнения по форме совпадают с уравнениями (3), для большей наглядности перепишем их в виде

$$\begin{cases} a_1 = \dfrac{F_0}{m\omega^2} \omega^2 \sin\omega t \\ a_2 = \dfrac{F_0}{m\omega^2} \omega^2 \cos\omega t \end{cases}. \qquad (6)$$

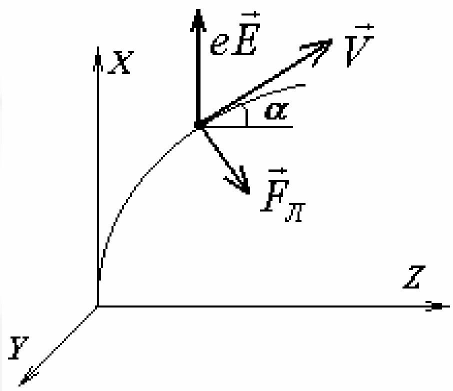
Есили обозначить $\dfrac{F_0}{m\omega^2} = R$, то получим полное совпадение. Причем, что немаловажно, совпадают и начальные условия - при $t = 0$ координаты и скорости точек равны нулю. Следовательно, выражения для скоростей и ускорений будут теми же, что и в предыдущем пункте, поэтому нам достаточно переписать функции (2), (1), заменив в них R на $\dfrac{F_0}{m\omega^2}$:

$$\begin{cases} V_1 = \dfrac{F_0}{m\omega}(1 - \cos\omega t) \\ V_2 = \dfrac{F_0}{m\omega} \sin\omega t \end{cases}, \qquad (7)$$

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{F}{m\omega^2}(\omega t - \sin\omega t) \\ x_2 = \dfrac{F}{m\omega^2}(1 - \cos\omega t) \end{cases}. \qquad (8)$$

Продолжая аналогию между двумя задачами, сразу найдем

$$\begin{cases} \langle V_1 \rangle = \dfrac{F_0}{m\omega}. \\ \langle V_2 \rangle = 0 \end{cases} \qquad (9)$$



4.3 На электрон в поле волны действуют

а) постоянная сила со стороны электрического поля $e\vec{E}$, направленная вдоль оси X;

б) со стороны магнитного поля сила Лоренца $\vec{F}_Л$, перпендикулярнаяиектору индукции магнитного поля, то есть параллельная плоскости XZ.

Если считать, что в начальный момент времени электрон находился в начале координат и покоился, то траектория его дальнейшего движения будет лежать в плоскости XZ. Учитывая, что модуль силы Лоренца равен $F_Л = eVB$, а направление этой силы перпендикулярно скорости, можно записать уравнения движения электрона на основании второго закона Ньютона

$$\begin{cases} ma_x = eE - eBV\cos\alpha = eE - eBV_z \\ ma_z = eBV\sin\alpha = eBV_x \end{cases}. \qquad (10)$$

Так как в поле электромагнитной волны сила Лоренца значительно слабее электрической силы, то в первом уравнении системы (10) можно пренебречь вторым слагаемым. Тогда это уравнение примет вид

$$a_x = \frac{eE_0}{m}\cos\omega t, \qquad (11)$$

решение которого мы уже дважды записывали по ходу решения задачи. Поэтому воспроизведем здесь без комментариев

$$\begin{aligned} V_x &= \frac{eE_0}{m\omega}\sin\omega t \\ x &= \frac{eE_0}{m\omega^2}(1 - \cos\omega t) \end{aligned}. \qquad (12)$$

Подставим найденное выражение для компоненты скорости электрона V_x во второе уравнение системы (10):

$$a_z = \frac{e}{m} B_0 \cos \omega t \frac{eE_0}{m\omega} \sin \omega t = \left(\frac{e}{m}\right)^2 \frac{E_0 B_0}{2\omega} \sin 2\omega t \,. \qquad (13)$$

Такое уравнение также решено нами ранее, поэтому

$$V_z = \left(\frac{e}{2m\omega}\right)^2 E_0 B_0 (1 - \cos 2\omega t) \,. \qquad (14)$$

Средняя скорость дрейфа электронов определяется по формуле

$$\langle V_z \rangle = \left(\frac{e}{2m\omega}\right)^2 E_0 B_0 \,. \qquad (15)$$