

$F_e(z_0)$ на расстоянии z_0 к силе упругости пружины, растянутой до диска
 kz_0 : $\gamma = \frac{F_e(z_0)}{kz_0}$.

Шарику сообщили такой электрический заряд q , что введенный параметр оказался равным $\gamma = 1,0 \cdot 10^{-2}$. После зарядки шарика, сместилось его положения равновесия, и изменилась частота его колебаний.

2.4. Чему равно относительное смещение положения равновесия шарика

$$\xi = \frac{x}{z_0} ?$$

2.5. Чему равно относительно изменение частоты колебаний шарика

$$\frac{\Delta \nu}{\nu_0} ?$$

2.6. Оцените, за сколько периодов колебаний заряженного шарика их амплитуда уменьшится $\eta = 1,0\%$. Трением, сопротивлением воздуха, изменением заряда шарика, электромагнитным излучением пренебречь.

2.7. Оцените, при каком удельном электрическом сопротивлении материала диска затухание колебаний шарика будет максимальным.

2.8. Качественно опишите, какие именно свойства индуцированных зарядов (и их изменения) обеспечивают появление сил, действующих на шарик, приводящих к

- а) смещению положения равновесия;**
- б) изменению частоты колебаний;**
- в) затуханию колебаний.**

При решении задачи можно широко использовать приближенную формулу

$$(1 + \xi)^\alpha \approx 1 + \alpha \xi,$$

справедливую при малых ξ и любых α .

$$\text{Электрическая постоянная } \varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}.$$

Задача 10.3 «На автопилоте»

В данной задаче вам предстоит проанализировать различные аспекты управления автомобилем.

В качестве типичных взяты¹ характеристики автомобиля «ВАЗ-21063»
 - масса снаряженного автомобиля
 $m = 1,1 \text{ т}$;

¹ Эти данные любезно предоставлены Л.Г. Марковичем, за что



- максимальная мощность двигателя $P_{\max} = 65 \text{ л.с.}$;
- максимальная скорость по горизонтальной асфальтированной дороге

$$v_{\max} = 100 \frac{\text{км}}{\text{час}}.$$

Для справки: $1 \text{ л.с.} \approx 0,74 \text{ кВт}$; $1 \text{ час} = 3600 \text{ с}$; $1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$; $1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$.

Будем считать, что во время движения на автомобиль действуют

- сила сопротивления воздуха, которая пропорциональна квадрату скорости автомобиля

$$F_{\text{сопр.}} = \beta v^2; \quad (1)$$

- постоянная сила трения (которая включает в себя не только силу трения качения об асфальт, но силы трения внутренних деталей автомобиля) - F_0 .

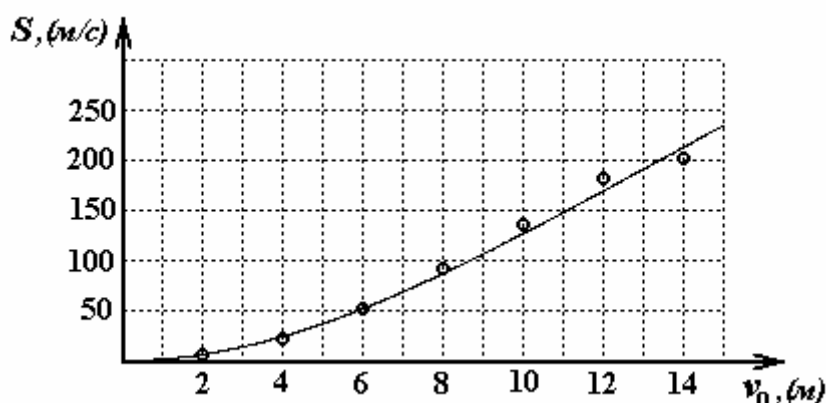
Водитель по своему усмотрению может регулировать мощность двигателя P в пределах от нуля до максимального значения («полный газ»).

Часть I. «Ручное управление»

3.1. Запишите уравнения, описывающие ускорение автомобиля $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ и скорость изменения его кинетической энергии $\frac{\Delta E}{\Delta t}$.

3.2. Для изучения характеристик автомобиля был поставлен следующий эксперимент: автомобиль разгонялся до скорости v_0 , после чего отключался двигатель и измерялся путь S автомобиля до полной остановки (без включения тормоза за отсутствием такового). Результаты эксперимента представлены в таблице и на графике, где нанесены как экспериментальные точки, так и аппроксимирующая кривая.

$v_0, \frac{м}{с}$	$S, м$
2,0	6,3
4,0	21,8
6,0	52,8
8,0	92,0
10,0	136,7
12,0	182,8
14,0	202,9



Используя приведенные данные, определите характеристики сил сопротивления: постоянную силу F_0 и коэффициент сопротивления β .
Рассчитайте отношение силы сопротивления воздуха при максимальной скорости автомобиля к силе постоянного трения $\gamma = \frac{\beta v_{\max}^2}{F_0}$.

Независимо от полученного вами значения в дальнейших расчетах считайте, что $\gamma = 3,5$

3.3. Если двигатель работает с постоянной скоростью, то по прошествии некоторого времени автомобиль движется с постоянной скоростью, которую далее мы будем называть *установившейся* скоростью.

Постройте график зависимости установившейся скорости автомобиля при движении по горизонтальной дороге от мощности двигателя. По осям координат отложите относительные величины: отношение скорости автомобиля к его максимальной скорости $\eta = \frac{v}{v_{\max}}$ и отношение мощности двигателя к его максимальной мощности $\kappa = \frac{P}{P_{\max}}$.

3.4. Используя полученный график, найдите скорость установившегося движения при постоянной мощности $P = 0,75P_{\max}$, когда автомобиль поднимается по склону, образующему угол $\alpha = 5,0^\circ$ с горизонтом.

Определите также скорость установившегося движения автомобиля по горизонтальной дороге, если на его крыше помещен багажник, который увеличивает силу сопротивления воздуха на 20%.

3.5. Рассмотрим старт автомобиля. Пусть водитель, нажимая на педаль газа, равномерно увеличивает мощность автомобиля от нуля до максимального значения за время τ .

С каким ускорением начинает двигаться автомобиль?

Рассчитайте численные значения этого ускорения для $\tau = 10$ с и $\tau = 1,0$ с.

3.6. Пусть автомобиль движется по горизонтальной дороге с постоянной скоростью $v = \eta v_{\max}$, затем водитель «дает полный газ».

Оцените характерное время разгона автомобиля до максимальной скорости.

Рассчитайте численное значение этого времени для $\eta = 0,75$.

Часть II. «Автоматическое управление»

Для поддержания постоянной скорости автомобиля u (конечно, меньшей максимальной) в автомобиле установлен «автопилот», регулирующий скорость изменения мощности двигателя в зависимости от требуемой скорости u и текущей скорости v . «Закон управления» мощностью предельно прост:

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = C(u - v). \quad (2)$$

3.7. Покажите, что при таком управлении скорость автомобиля будет стремиться к требуемой скорости u , как при случайном изменении скорости автомобиля, так и при изменении его характеристик – силы постоянного трения, коэффициента сопротивления воздуха, движении по наклонной дороге и т.д. При каких значениях постоянного параметра управления C такое управление возможно? По каким критериям следует выбирать оптимальное значение этого параметра?

3.8. Пусть автомобиль движется с постоянной скоростью u , а затем его скорость резко уменьшилась (мощность двигателя за время изменения скорости измениться не успела). Постройте схематические графики изменения мощности двигателя и скорости автомобиля от времени после скачкообразного изменения скорости. Рассмотрите несколько различных случаев, отличающихся значением параметра управления C .