

## Задача 4 «Подземная река»

Обозначим проекции искомой силы давления  $\vec{F}$  жидкости на горизонтальную ось –  $F_x$ , на вертикальную –  $F_y$  (рис. 2). Тогда из соответствующего прямоугольного треугольника сил имеем

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{F_y}{F_x}. \quad (1)$$

Сила горизонтального давления  $F_x$  на половинку  $BC$  купола равна по модулю (и противоположна по направлению) силе давления на вертикальное сечение  $OB$  системы. Это следует из условия равновесия каждой из половинок купола. Атмосферное давление можно не учитывать, т.к. оно оказывает действие с обеих сторон купола.

Поскольку гидростатическое давление с глубиной возрастает линейно, а элементарные площадки имеют одинаковую длину  $L$ , то среднее давление для этого сечения (см. рис. 2)

$$p_{cp} = \frac{\rho g h}{2} = \frac{\rho g R}{2}.$$

Учитывая, что площадь всего прямоугольного сечения  $S_{BO} = LR$ , окончательно получим

$$F_x = \frac{\rho g R}{2} \cdot LR = \frac{\rho g LR^2}{2}. \quad (2)$$

Для нахождения  $F_y$  воспользуемся гидростатическим парадоксом. Сила вертикального давления на дно (сечение  $OC$ ) с одной стороны может быть найдена по определению как произведение постоянного давления  $p = \rho g R$  на площадь дна  $S_{OC}$

$$F_{OC} = p \cdot S_{OC} = \rho g R \cdot LR = \rho g LR^2, \quad (3)$$

а с другой — как сумма силы тяжести воды на рис. 2 и  $F_y$ . Действительно, по III закону Ньютона, бетонный купол «прижимает» воду ко дну тоже с силой  $F_y$ . Таким образом,

$$\rho g LR^2 = F_y + \rho g \frac{\pi R^2}{4} L \quad (4)$$

Из (4) находим

$$F_y = \frac{4 - \pi}{4} \rho g LR^2 \quad (5)$$

Окончательно, с учетом (1), (2) и (5) получаем

$$F = \frac{\rho g LR^2}{4} \sqrt{4 + (4 - \pi)^2} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Н} = 0,21 \text{ МН} \quad (6)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4 - \pi}{2} = 0,43 \Rightarrow \alpha = 23^\circ. \quad (7)$$

Как видим из (6), сила давления воды достаточно велика — крепления половинок русла должны быть надежными! Кроме того, из (7) следует, что значение угла  $\alpha$  на рис. 1 преувеличено примерно в 2 раза, т.е. вода значительно больше «толкает» половинку, чем «приподнимает».

