

Республиканская физическая олимпиада (III этап)

2006 год

Теоретический тур

11 класс.

Сверхпроводящая резина

XXI век – век новых технологий и новых материалов! В некоторой секретной лаборатории разработали и синтезировали новый полимерный материал, обладающий уникальными свойствами: легкий, упругий, проводящий электрический ток и, главное, переходящий в сверхпроводящее состояние при незначительном понижении температуры! Из этого полимера наладили производство тонких⁴ пленок и изготовленных из них длинных тонкостенных цилиндрических трубок радиуса $r_0 = 1,00$ см. Но, зачем они нужны? Наша задача – изучить физические свойства этого материала и найти его практические применения.

Часть 1. Плотность.

Свойства тонких пленок удобно характеризовать поверхностными характеристиками, так поверхностная плотность⁵ пленки равна отношению ее массы

к площади $\rho = \frac{m}{S}$.



Рис. 1

1. От трубки отрезали кусок длиной $l_0 = 20,0$ см (Рис. 1) и измерили его массу, которая оказалась равной $m = 1,50$ г. Определите поверхностную плотность материала трубки ρ .

Часть 2. Упругость, прочность и деформации.

Для описания растяжения пленки (Рис. 2) удобно использовать следующие характеристики:

Относительное удлинение $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ - отношение удлинения Δl

прямоугольного куска пленки к ее первоначальной длине l_0 ;

линейное напряжение $f = \frac{F}{a}$ - отношение силы F , равномерно приложенной к торцу

прямоугольного куска пленки к ее ширине a . Аналогичная величина характеризует и возникающие при деформации силы упругости: отношение суммарной силы упругости к ширине полоски.

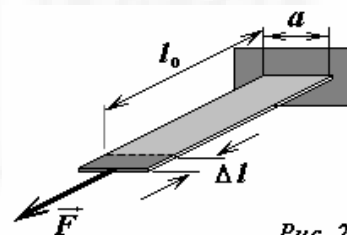


Рис. 2

⁴ Толщина стенок пренебрежимо мала по сравнению с радиусом трубки.

⁵ Не путать с обычной, «объемной» плотностью!

Для изучения упругих свойств полимера, отрезанный кусок трубки длиной $l_0 = 20,0$ см закрепили в вертикальном подвесе и к нижнему концу трубки стали подвешивать грузы известной массы m , измеряя при этом удлинение трубки Δl (Рис. 3). Результаты измерений представлены в **Таблице 1**.

При массе груза $m_{\max} = 600$ г удлинение трубки достигло максимального значения $\Delta l_{\max} = 8,0$ см, и трубка разорвалась.

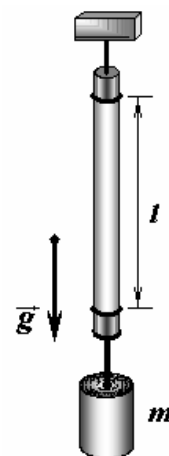


Рис. 3

2.1 Постройте график зависимости относительного удлинения трубки ε от линейного напряжения f ее стенок.

При малых деформациях справедлив закон Гука, который утверждает, что силы упругости пропорциональны деформации. В данном случае его представим в виде: линейное напряжение сил упругости пропорционально относительному удлинению

$$f_{\text{упр.}} = \gamma \varepsilon, \quad (1)$$

где коэффициент пропорциональности γ называется модулем растяжения.

2.2 На основе экспериментальных данных обоснуйте справедливость закона Гука, определите модуль растяжения γ для исследуемой пленки. Оцените, при каких относительных деформациях погрешность приближенной формулы не превышает 5%.

Таблица 1. Зависимость удлинения трубки от массы подвешенного к ней груза.

$m, \text{ г}$	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550
$\Delta l, \text{ мм}$	9,5	20,0	29,5	40,5	49,5	57,0	64,5	71,0	73,5	77,0	78,5

$$\text{Ускорение свободного падения равно } g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Часть 3. Давление.

В данной части задачи необходимо изучить деформации имеющихся трубок ($r_0 = 1,00$ см) при повышении давления газа внутри них. Обозначим ΔP - разность между давлением газа внутри трубки и снаружи (далее эту величину будем называть избыточное давление). Будем считать, что длина трубки достаточно велика, так что ее деформация сводится только к увеличению радиуса трубки, то есть деформированная трубка остается цилиндрической.

3.1 Покажите⁶, что избыточное давление внутри трубки ΔP , связано с линейным напряжением f стенок деформированной трубки уравнением

$$f = r \Delta P, \quad (2)$$

где r - радиус деформированной трубки.

3.2 Используя данные **Части 2**, определите при каком избыточном давлении ΔP_{\max} трубка разорвется.

3.3 Постройте график зависимости радиуса трубки r от избыточного давления газа в ней ΔP во всем диапазоне возможных значений этого давления.

3.4. Предположим, что закон Гука (1) выполняется при любых деформациях полимера (с найденным ранее значением модуля растяжения γ).

⁶ Если не сможете вывести это уравнение, то никто не запрещает вам пользоваться им в дальнейшем!

3.4.1 В рамках этого приближения найдите функциональную зависимость⁷ $r(\Delta P)$ радиуса трубки от избыточного давления внутри нее.

3.4.2 Укажите, при каких избыточных давлениях внутри можно пользоваться законом Гука.

3.4.3 Определите максимальное избыточное давление газа внутри трубки в приближении справедливости закона Гука.

3.5 При малых избыточных давлениях можно считать, что увеличение радиуса трубки пропорционально избыточному давлению газа внутри нее

$$\Delta r = C \Delta P, \quad (3)$$

где C – постоянный коэффициент.

3.5.1 Докажите справедливость формулы (3).

3.5.2 Найдите значение коэффициента C в формуле (3).

3.5.3 Укажите, при каких значениях избыточного давления ΔP , погрешность формулы (3) не превышает $\eta = 5\%$.

Часть 4. Электрические свойства.

При протекании электрического тока параллельно одной из сторон (Рис. 4) прямоугольного куска пленки длиной l_0 (ширину куска обозначим a), ее электрическое сопротивление представим в виде

$$R = \frac{1}{\lambda} \frac{l_0}{a}, \quad (4)$$

где λ – удельная линейная проводимость⁸ пленки.

Ток в пленке характеризуется поверхностной плотностью⁹ i , равной отношению силы тока к ширине полоски по которой он протекает, в данном случае $i = \frac{I}{a}$.

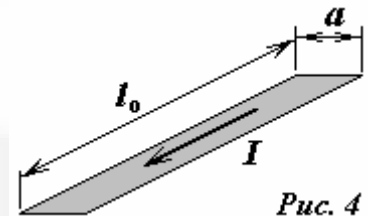


Рис. 4

4.1 При пропускании электрического тока по изучаемой трубке (параллельно ее оси) оказалось, что при силе тока $I_0 = 2,00 \text{ A}$ напряжение между концами отрезка трубки длиной $l_0 = 20,0 \text{ см}$ равно $U_0 = 2,50 \cdot 10^{-3} \text{ В}$. Определите по этим данным удельную линейную проводимость материала трубки.

4.2. Так как пленка оказалась гибкой и проводящей, то возникла идея использовать ее в качестве обкладки конденсатора, емкость которого зависит от напряжения. Идея этого «изобретения»: деформация пленки внутри конденсатора зависит от приложенного напряжения, при деформации изменяется зазор между обкладками, что приводит к изменению его емкости. Для реализации идеи изготовлен цилиндрический конденсатор (Рис. 5), внутренней обкладкой которого служит исследуемая полимерная трубка, а внешней – металлическая трубка, зазор между обкладками конденсатора при недеформированной полимерной трубке равен $h_0 = 1,00 \text{ мм}$ (можно считать значительно меньшим радиусов обкладок). Обкладки конденсатора подключают к источнику постоянного напряжения U_0 . Длина конденсатора достаточно велика, поэтому краевыми эффектами можно пренебречь. Электрическая постоянная равна $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$.

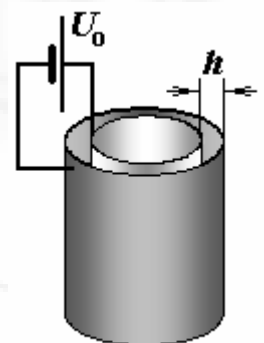


Рис. 5

⁷ Получите формулу!

⁸ Не путать с обычной объемной проводимостью!

⁹ Сравните: плотность тока – сила тока пересекающего площадку единичной площади, здесь поверхностная плотность тока – сила тока, пересекающего отрезок единичной длины.

4.2.1 Найдите относительное увеличение радиуса полимерной трубки¹⁰ $x = \frac{\Delta r}{r_0}$, при

напряжении источника $U_0 = 1,0 \text{ кВ}$.

4.2.2 Найдите, максимальное напряжение которое, можно подавать на этот конденсатор, до его выхода из строя.

Часть 5. Магнитное воздействие.

Провалившаяся идея с конденсатором изменяющейся емкости, стимулировала дальнейшие поиски применения нового материала. Исследуемую трубку стали использовать в качестве внешней оболочки соленоида (Рис.6). Однослойная обмотка соленоида сделана из тонкого изолированного провода, располагается на непроводящем ферромагнитном сердечнике радиуса $a = 0,90 \text{ см}$ с магнитной проницаемостью $\mu = 1,00 \cdot 10^3$ (явлениями магнитного гистерезиса в нем при заданных значениях токов следует пренебречь), плотность намотки (число витков на единицу длины) равна $n = 100 \text{ см}^{-1}$, ее длина $l = 20,0 \text{ см}$ (что, можно считать значительно больше радиуса соленоида). Внешняя трубка из исследуемого материала насаженная на обмотку при отсутствии тока в нем не деформирована. Соленоид подключен к источнику переменного электрического тока, частота которого равна $\nu = 50 \text{ Гц}$, амплитудное значение ЭДС $U_0 = 36 \text{ В}$, внутренним сопротивлением источника и активным сопротивлением обмотки можно пренебречь.

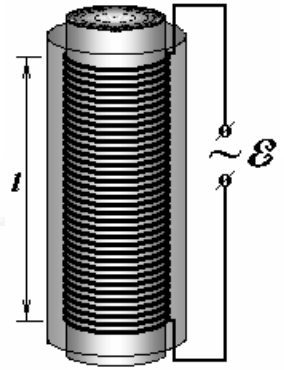


Рис. 6

5.1 Получите систему уравнений, описывающих законы изменения токов в обмотке соленоида I и линейную плотность тока в оболочке.

5.2 Найдите амплитудные значения силы тока в обмотке соленоида и линейной плотности тока в оболочке.

5.3 При протекании тока в обмотке оболочка нагревается. Найдите среднюю мощность теплоты, выделяющейся в оболочке, и среднюю мощность, потребляемую от источника.

5.4 Пренебрегая массой оболочки, оцените максимальное увеличение радиуса оболочки.

5.5 При протекании тока в соленоиде оболочка начинает вибрировать и издавать звук. При какой частоте тока в обмотке громкость этого звука будет максимальной (при неизменной амплитуде ЭДС источника тока)?

Часть 6. Сверхпроводимость.

Соленоид с исследуемой трубкой в качестве оболочки подключили к источнику постоянного тока. После того, как сила тока в обмотке соленоида достигла постоянного значения I_0 , оболочку охладили и перевели в сверхпроводящее состояние (считайте, что при этом ее упругие свойства не изменились). Затем, не отключая источника тока, соленоид осторожно вынули из трубки.

6.2 При каком начальном значении тока в обмотке соленоида I_0 в описанном эксперименте трубка разорвется после извлечения соленоида?

6.1 Найдите радиус трубки после того, как соленоид полностью достали из нее при силе тока в обмотке соленоида равной $I_0 = 0,10 \text{ А}$.

¹⁰ Мы обозначили здесь его x , чтобы не путать с электрической постоянной.