

Задача 9-2. Велокомпьютер



Современный велокомпьютер позволяет в процессе движения измерять практически все кинематические параметры велосипедиста: дальность поездки S , её время t , мгновенную скорость $v(t)$ и среднюю скорость $v_{\text{ср}}$ за все время движения, максимальную мгновенную скорость v_{max} за всю прогулку, полный пробег вашего велосипеда и т.д. Предположим, что велосипедист начал движение по прямому шоссе (в одну сторону), предварительно сбросив показания счетчика дальности на нуль ($S = 0,0$ км).

Часть 1. «Эволюция» средней скорости

1.1 Пусть за время t велосипедист проехал расстояние S , тогда его средняя скорость равна $v_{\text{ср}}(t) = S/t$. Затем за промежуток времени Δt он проехал расстояние ΔS . Чему равна средняя скорость $v_{\text{ср}}(t + \Delta t)$ велосипедиста за время $t + \Delta t$? Найдите изменение $\Delta v_{\text{ср}} = v_{\text{ср}}(t + \Delta t) - v_{\text{ср}}(t)$ средней скорости велосипедиста за промежуток времени Δt . При малом Δt ($\Delta t \ll t$) изменение $\Delta v_{\text{ср}}$ средней скорости можно представить в виде $\Delta v_{\text{ср}} = A \cdot \Delta S + B \cdot \Delta t$. Установите размерности полученных коэффициентов A и B и найдите их явные выражения через величины S и t .

1.2 Рассчитайте $\Delta v_{\text{ср}}$ для значений $S = 15$ км, $\Delta S = 0,10$ км, $t = 30$ мин, $\Delta t = 30$ с.

1.3 Получите соотношение между величинами $S, t, \Delta S$ и Δt , при котором значение средней скорости $v_{\text{ср}}$ не изменится после прохождения велосипедистом малого участка дистанции ΔS .

Часть 2. «Странная» гонка

Рассмотрим движение велосипедиста, при котором он половину пути ($S/2$) разгонялся с некоторым постоянным ускорением a , а затем половину пути ($S/2$) тормозил с таким же по модулю ускорением.

2.1 Найдите зависимость скорости $v(t)$ велосипедиста от времени и на выданном бланке постройте график полученной зависимости. Определите максимальное значение скорости v_{max} велосипедиста при таком движении и расстояние S_1 от места старта, на котором оно будет зафиксировано велокомпьютером.

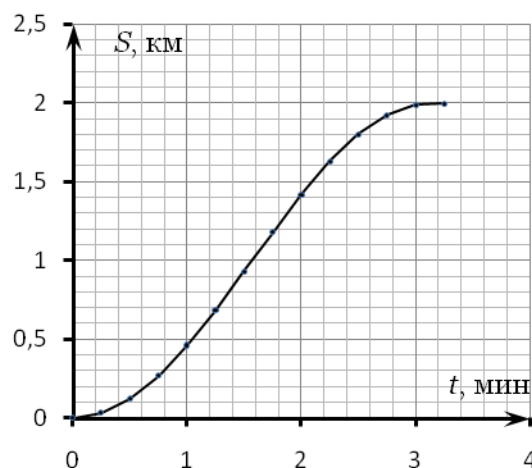
2.2 Найдите зависимость средней скорости $v_{\text{ср}}(t)$ велосипедиста от времени и на этом же бланке постройте график полученной зависимости.

2.3 Найдите максимальное значение $v_{\text{ср}}^{\text{max}}$ средней скорости велосипедиста при таком движении, а также расстояние S_2 от места старта, на котором оно будет зафиксировано велокомпьютером.

2.4 Вычислите v_{max} , S_1 , $v_{\text{ср}}^{\text{max}}$, S_2 для значений $S = 1,0$ км, $a = 0,50$ м/с².

Часть 3. Произвольный закон движения

3.1 Зависимость $S(t)$ пути от времени (закон движения) велосипедиста представлен на графике. Используя график, найдите максимальную среднюю скорость $v_{\text{ср}}^{\text{max}}$



велосипедиста на всей дистанции и расстояние S_3 , на котором она была зафиксирована велокомпьютером.

Примечание: при малых x ($x \rightarrow 0$) справедливо равенство $\frac{1}{1+x} \approx 1 - x$.