

$$p = \sum_i n \Delta S_i m_0 v \cos \theta_i, \quad (1)$$

где m_0 – масса одного осколка, v – его скорость, ΔS_i – площадь небольшого участка сферы, θ_i – соответствующий угол между осью бочки и \vec{p}_i . Но $\Delta S_i \cos \theta_i$ – величина проекции площади сегмента сферы на основание бочки, тогда сумму (1) легко вычислить:

$$p = nm_0 v \sum_i \Delta S_i \cos \theta_i = nm_0 v \pi R^2. \quad (2)$$

Далее:
$$n = \frac{N}{4\pi(R^2 + h^2)},$$

$$Nm_0 = m \Rightarrow \frac{Nm_0 v^2}{2} = E, \quad v = \sqrt{\frac{2E}{m}},$$

и (2) принимает вид:

$$p = \frac{N}{4\pi(R^2 + h^2)} m_0 \sqrt{\frac{2E}{m}} \pi R^2 = MV,$$

где V – скорость бочки после взрыва. Зная начальную скорость бочки, легко найти высоту ее подъема:

$$H = \frac{V^2}{2g} = \frac{p^2}{2M^2 g} = \frac{Em}{16M^2 \left(1 + \frac{h^2}{R^2}\right)^2 g}.$$

Заметим, что при решении мы не учитывали изменения импульсов осколков за время полета в поле силы тяжести ($mg\tau \ll mv$) и приняли, что все осколки достигают поверхности бочки одновременно. Кроме того, неявно предполагается, что $m \ll M$.

10-3. Для решения задачи сделаем следующие предположения:

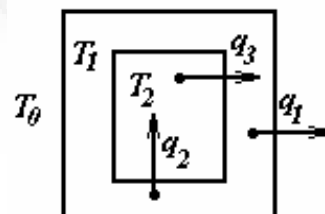
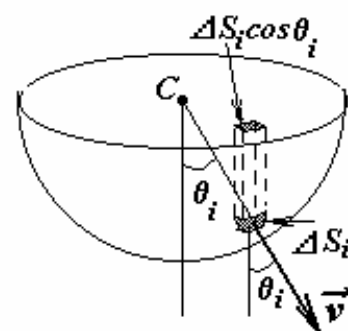
поток теплоты из комнаты на улицу:

$$\frac{Q_1}{t} = q_1 = k_1(T_1 - T_0) \quad (1)$$

из комнаты в морозилку:

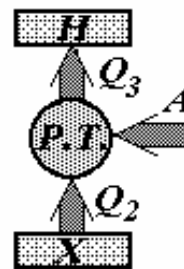
$$\frac{Q_2}{t} = q_2 = k_2(T_1 - T_2) \quad (2)$$

пропорциональны соответствующим разностям температур.



При установлении теплового равновесия поток теплоты q_2 должен «отсасываться» из морозилки. С учетом связей между Q_2 и Q_3 для идеальной тепловой машины, имеем (она работает по обратному циклу)

$$\begin{cases} Q_3 = Q_2 + A \\ \frac{Q_3 - Q_2}{Q_3} = \frac{T_1 - T_2}{T_2} \Rightarrow Q_3 = Q_2 \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow q_3 = q_2 \frac{T_1}{T_2}. \end{cases} \quad (3)$$



В установившемся режиме:

$$q_3 = q_1 + q_2. \quad (4)$$

Из (1) – (4) имеем:

$$k_2(T_1 - T_2)^2 = k_1 T_2(T_1 - T_0). \quad (5)$$

В случае работы двух холодильников:

$$2k_2(T_1^* - T_2)^2 = k_1 T_2(T_1^* - T_0). \quad (6)$$

Решая систему (5) – (6) получаем квадратное уравнение для искомой температуры

$$(T_1^*)^2 - 618T_1^* + 94354 = 0$$

$$T_1^* = 342,5 \text{ K} \text{ или } T_1^* = 275,4 \text{ K}.$$

Первый корень отбросим как несоответствующий здравому смыслу. Итак, в случае работы двух холодильников:

$$T_1^* = 275,4 \text{ K}.$$

10-4. Пусть поверхностная плотность заряда на обкладках конденсатора равна σ . Тогда на поверхности диэлектрика:

$$\sigma' = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \sigma. \quad (1)$$

Эту формулу легко получить, если учесть, что суммарное электрическое поле, создаваемое зарядами на обкладках и поляризационными зарядами, в ε раз меньше поля, создаваемого только свободными зарядами на обкладках, иными словами $(\sigma + \sigma') = \sigma / \varepsilon$.

Тогда сила, действующая на единицу площади диэлектрика:

$$P = \left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0} + \frac{\sigma'}{2\varepsilon_0} \right) \sigma' = \frac{\varepsilon^2 - 1}{2\varepsilon^2 \varepsilon_0} \sigma^2. \quad (2)$$

