

**11-3.** На поршни действуют:

а) сила давления газа, которое можно вычислить по закону Бойля-Мариотта

$$P = \frac{P_0 V_0}{V} = P_0 \frac{d_0}{d}, \quad (1)$$

«направленная наружу».

б) сила электрического «давления» (с учетом  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ )

$$P_{эл} = \sigma E' = \frac{\sigma E}{2} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} = \frac{\epsilon_0 U^2}{2d^2}, \quad (2)$$

направленная «внутрь».

В положении равновесия  $P = P_{эл}$  или  $P_0 \frac{d_0}{d} = \frac{\epsilon_0 U^2}{2d^2}$ , откуда следует

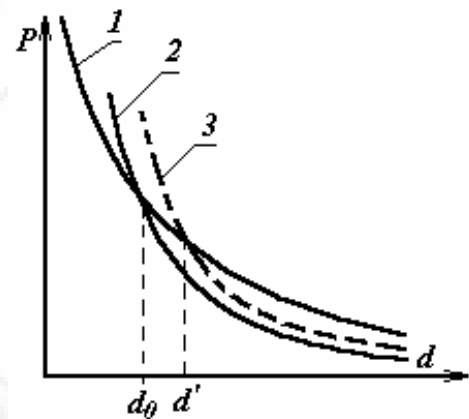
$$\frac{U^2}{d} = const = \frac{U_0^2}{d_0},$$

т.е.

$$d = d_0 \frac{U^2}{U_0^2}.$$

Из соотношения следует, что при увеличении напряжения в два раза, расстояние между поршнями должно увеличиться (!) в четыре раза, что явно противоречит здравому смыслу.

Разрешение парадокса заключается в том, что в данной системе положение равновесия не является устойчивым. На рисунке изображены зависимости давления газа (кривая 1, формула (1)) и давления электрического поля (кривая 2, формула(2)) от расстояния  $d$  между поршнями. Точка их пересечения соответствует положению равновесия  $d_0$ . При случайном отклонении поршней от этого положения возникает сила, еще дальше уводящая их от этого положения. Если расстояние случайно стало меньше  $d_0$ , то сила электрического притяжения начинает превышать силу давления газа. При увеличении напряжения положение равновесия смещается в сторону больших значений  $d$  (на рисунке кривая 3 соответствует большему напряжению, точка  $d'$  - новое положение равновесия - и тоже неустойчивое), однако, поршни не стремятся к этому новому положению равновесия, а, наоборот уходят от него.



Таким образом, ответ задачи: поршни «схлопнутся», т.е.  $d=0$ ! Более подробное доказательство неустойчивости положения равновесия приведено в журнале «Фокус» №3 за 1995 год.

**11-4.** Найдем скорость, которую приобретет каждая перемычка в ходе быстрого включения поля.

При изменении магнитного поля возникает эдс индукции

$$E_{\text{инд}} = al_0 \frac{\Delta B}{\Delta t},$$

где  $a$  – расстояние между рельсами,  $l_0$  – начальное расстояние между перемычками. (Так как поле изменяется быстро, что смещением перемычек за время «включения» пренебрегаем.)

В контуре возникнет электрический ток силой

$$I = \frac{E_{\text{инд}}}{R} = \frac{al_0}{R} \frac{\Delta B}{\Delta t},$$

( $R$  – общее сопротивление перемычек).

Сила, действующая на перемычку (внутрь)

$$F = IBa = \frac{a^2 l_0}{R} B \frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

Импульс, приобретенный перемычкой

$$mv = \sum F \Delta t = \frac{a^2 l_0}{R} \sum B \Delta B = \frac{a^2 l_0}{R} \frac{B_0^2}{2},$$

где  $B_0$  – индукция включенного поля.

Отсюда скорость, которую преобретут перемычки равна  $v_0 = \frac{a^2 l_0}{2Rm} B_0^2$ .

Дальше перемычки движутся в постоянном поле  $B_0$ . При этом в контуре также возникает эдс индукции

$$E_{\text{инд}} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = B_0 a \frac{\Delta l}{\Delta t} = 2B_0 a v,$$

$v$  – текущее значение скорости. (коэффициент 2 появился из-за того, что движутся две перемычки.)

Тормозящая сила, действующая на одну из перемычек равна

$$F = IBa = \frac{E_{\text{инд}}}{R} B_0 a = 2 \frac{B_0^2 a^2}{R} v.$$

Запишем уравнение второго закона Ньютона:

$$m \frac{\Delta v}{\Delta t} = -2 \frac{B_0^2 a^2}{R} v,$$

учитывая, что  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ , получим