

$$I = \frac{U}{R} = \frac{2I_0}{I \pm \sqrt{I^2 - \frac{v_0^2}{v_{max}^2}}}.$$

Два рассчитанных по этой формуле значения силы тока равны  $600\text{ А}$  и  $32\text{ А}$ . Для выбора одного из значений рассчитаем по формуле (4) максимальную мощность, достигаемую при данных значениях сопротивления и напряжения в цепи. Получаем  $99\text{ кВт}$  при напряжении  $660\text{ В}$  и токе  $600\text{ А}$  и  $5,3\text{ кВт}$  при  $660\text{ В}$  и токе  $32\text{ А}$ . Очевидно, что реальным является первое значение мощности трамвая, а следовательно, и первое значение силы тока, т.е.  $600\text{ А}$ .

Ответ :  $I = 600\text{ А}$

2. Рассмотрим внешние силы, действующие на пластинку номер  $k$ , расположенную на расстоянии  $x_k$  от оси вращения. Помимо силы тяжести  $mg$ , на нее действует со стороны магнитного поля сила Ампера  $F = IBl$ . Условие равновесия обоймы сводится к равенству суммарных моментов сил тяжести и сил Ампера

$$\sum_k mgx_k \sin \alpha = \sum_k I_k B l x_k \cos \alpha. \quad (1)$$

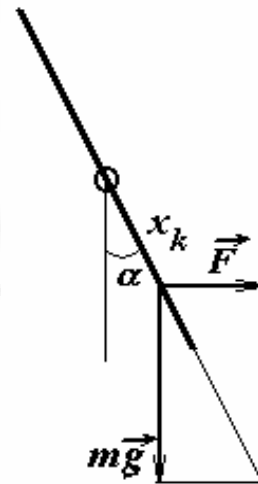
Так как пластинки одинаковы и соединены параллельно, а внутреннее сопротивление источника значительно превышает сопротивление пластинок, то сила тока через каждую пластинку может быть найдена по формуле

$$I_k = \frac{\varepsilon}{nr}, \quad (2)$$

где  $n$  - общее число вложенных пластинок.

Из уравнений (1)-(2) находим положение равновесия

$$\boxed{\operatorname{tg} \alpha = \frac{\varepsilon B l}{n r m g}}. \quad (3)$$



3. Вычислим силу взаимодействия между двумя атомами как функцию расстояния между ними

$$f = -U' = \frac{12a}{r^{13}} - \frac{6b}{r^7}. \quad (1)$$

Положению равновесия соответствует нулевая сила взаимодействия (или, что равносильно, минимум потенциальной энергии). Поэтому

равновесное расстояние между атомами (период решетки) найдем из условия  $f = 0$ , из которого следует

$$r_0 = \left( \frac{2a}{b} \right)^{\frac{1}{6}}. \quad (2)$$

На один атом в кубической кристаллической решетке приходится объем  $r_0^3$ , следовательно плотность кристалла рассчитывается по формуле

$$\rho = \frac{m}{r_0^3} = m \sqrt{\frac{b}{2a}}. \quad (3)$$

Вычислим энергию связи, приходящуюся на один атом. Так как атом взаимодействует с  $n = 6$  ближайшими соседями, то его потенциальная энергия

$$u = \frac{n}{2} U(r_0) = -\frac{3b^2}{4a}, \quad (4)$$

где учтено, что функция  $U(r)$  описывает энергию взаимодействия двух атомов. Для перехода из кристаллического в газообразное состояние нужно сообщить кристаллу энергию, необходимую для разрыва всех связей, иными словами, удельная теплота сублимации рассчитывается по формуле

$$\lambda = -\frac{u}{m} = \frac{3b^2}{4am}. \quad (5)$$

При отклонении атомов от положения равновесия возникает сила, стремящаяся вернуть атомы в исходное положение. При малых деформациях эта сила пропорциональна деформации. Для ее вычисления преобразуем формулу (1) при условии  $r = r_0 + x$ , где  $x$  - малое отклонение от положения равновесия. В ходе преобразований необходимо использовать приближенную формулу, приведенную в условии задачи с учетом членов первого порядка малости

$$f = \frac{12a}{(r_0 + x)^{13}} - \frac{6b}{(r_0 + x)^7} = \frac{12a}{r_0^{13}} \left(1 + \frac{x}{r_0}\right)^{-13} - \frac{6b}{r_0^7} \left(1 + \frac{x}{r_0}\right)^{-7} \approx -\frac{36b}{r_0^7} \cdot \frac{x}{r_0}. \quad (6)$$

В поперечном сечении кристалла на один атом приходится площадь  $r_0^2$ , следовательно, механическое напряжение в кристалле определяется формулой

$$\sigma = \frac{f}{r_0^2} = \frac{36b}{r_0^9} \cdot \frac{x}{r_0} = \frac{18}{\sqrt{2}} b \left( \frac{b}{a} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{x}{r_0}. \quad (7)$$

Сравнивая с законом Гука  $\sigma = E\varepsilon$  (где  $\varepsilon = \frac{x}{r_0}$  - относительная деформация), получим выражение для модуля Юнга

$$E = \frac{18}{\sqrt{2}} b \left( \frac{b}{a} \right)^{\frac{3}{2}} \approx 12,8 b \left( \frac{b}{a} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (8)$$

Сила взаимодействия между атомами принимает максимальное значение при некотором расстоянии  $r_l$ . Если расстояние между атомами превысит  $r_l$ , то сила взаимодействия (притяжения) начнет уменьшаться и, следовательно, при постоянной внешней силе кристалл разрушится. Найдем значение  $r_l$  из условия  $f' = 0$ :

$$f' = -\frac{12 \cdot 13a}{r^{14}} + \frac{6 \cdot 7b}{r^8} = 0. \quad (9)$$

Из уравнения (9) находим расстояние  $r_l$ , при котором сила притяжения максимальна

$$r_l = \left( \frac{26a}{7b} \right)^{\frac{1}{6}}. \quad (10)$$

Таким образом, максимальное относительное удлинение кристалла до разрушения определяется соотношением

$$\varepsilon_{\max} = \frac{r_l - r_0}{r_0} = \left( \frac{13}{7} \right)^{\frac{1}{6}} - 1 \approx 0,11. \quad (11)$$

При таком удлинении сила взаимодействия и соответствующее механическое напряжение (которое и является предельной прочностью) определяются формулой

$$\sigma_{\max} = \frac{U'(r_l)}{r_0^2} = \frac{18}{\sqrt{2}} \left( \frac{13}{7} \right)^{\frac{7}{6}} b \left( \frac{b}{a} \right)^{\frac{3}{2}} \approx 26,2b \left( \frac{b}{a} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (12)$$

Термическое расширение твердых тел связано с увеличением кинетической энергии колеблющихся атомов. С ростом температуры увеличивается диапазон изменения расстояний между атомами. Существенным фактором является несимметричность потенциальной кривой - максимальное отклонение от положения равновесия в большую сторону превышает отклонение в меньшую сторону. Обозначим максимальное и минимальное расстояния между атомами в ходе колебаний  $r_l$  и  $r_2$ , соответственно. Тогда среднее расстояние между атомами может быть оценено как среднее арифметическое между этими величинами. Расстояния  $r_l$  и  $r_2$  являются корнями уравнения

$$U(r) = U(r_0) + kT, \quad (13)$$

где  $kT$  - средняя энергия одномерного колебательного движения атомов в кристаллической решетке ( $k$  - постоянная Больцмана,  $T$  - абсолютная температура). Если обозначить  $x = r^{-6}$  и принять во внимание формулу (20), то уравнение (13) примет вид

$$ax^2 - bx + \frac{b^2}{4a} - kT = 0, \quad (14)$$

корни которого находятся по формуле

$$x_{1,2} = \frac{b}{2a} \left( l \pm \sqrt{\frac{4akT}{b^2}} \right). \quad (15)$$

Теперь можно найти значения  $r_1$  и  $r_2$ :

$$r_{1,2} = r_0 (l \pm \delta)^{\frac{1}{6}} \approx r_0 \left( l \mp \frac{\delta}{6} + \frac{7}{72} \delta^2 \right), \quad (16)$$

где обозначено  $\delta = \sqrt{\frac{4akT}{b^2}}$  и использовано разложение степенной функции с учетом членом второго порядка малости. Среднее расстояние между атомами найдем, усредняя  $r_1$  и  $r_2$ :

$$\bar{r} = \frac{r_1 + r_2}{2} = r_0 \left( l + \frac{7}{72} \delta^2 \right) = r_0 \left( l + \frac{7akT}{18b^2} \right). \quad (17)$$

Сравнивая выражение (17) с формулой термического расширения  $l = l_0(1 + \alpha \Delta T)$ , находим линейный коэффициент термического расширения

$$\alpha = \frac{7ak}{18b^2}. \quad (18)$$

4. Степень почернения фотопластинки пропорциональна экспозиции - произведению интенсивности света на время засветки. Если интенсивность света изменяется в течении времени фотографирования, то для вычисления степени почернения необходимо просуммировать экспозиции по тем промежуткам в течении которых интенсивность света постоянна. В разных точках трека световые импульсы перекрываются по разному (либо не перекрываются вовсе). В момент перекрытия импульсов интенсивность возбуждения возрастает в 2 раза, следовательно, интенсивность люминесценции возрастает в 4 раза. Этим объясняется наличие области большего почернения на фотографии трека. Заметим, что в случае обычной люминесценции или рассеяние «след» импульса имел бы постоянную засветку.

Построим графики законов движения передних и задних фронтов первого, распространяющегося вправо, и второго, распространяющегося влево, импульсов:

1) передний фронт первого импульса  $x_1 = ct$  ;