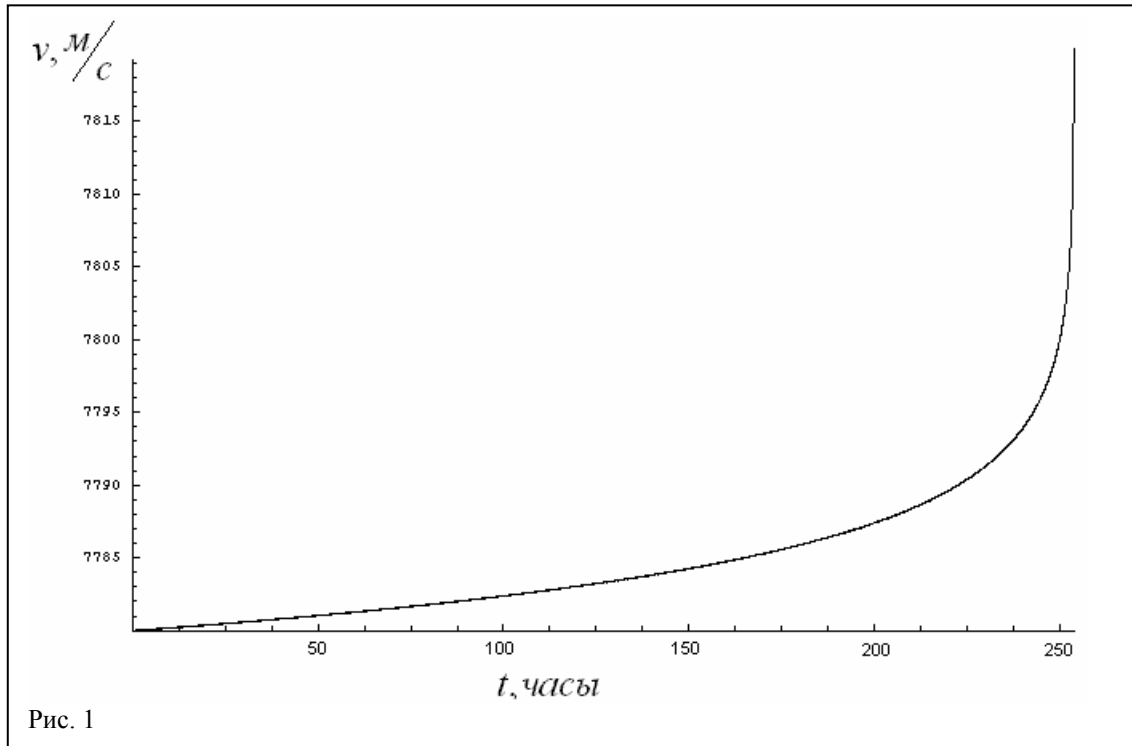


## Задание 2 «Торможение спутника»



Рассмотрим движение искусственного спутника Земли в верхних слоях атмосферы. Наличие атмосферного «хвоста» приводит к тому, что на спутник действует тормозящая сила, пропорциональная плотности газа, площади поперечного сечения спутника и квадрату его скорости:

$$F_C = C \cdot \rho \cdot S \cdot v^2.$$

Безразмерный коэффициент  $C$  в данной задаче можно принять равным единице.

Сила эта невелика, и спутник может годами вращаться вокруг Земли. Однако радиус его орбиты будет постепенно уменьшаться, соответственно будет изменяться и скорость движения спутника. Предлагаем рассмотреть динамику спутника подробнее:

1. Спутник с массой  $m$  и площадью поперечного сечения  $S$  находится на орбите радиуса  $R_0$ . Определите скорость его движения  $v_0$  и период обращения вокруг Земли  $T_0$ .
2. Чему равна полная механическая энергия спутника  $E_0$ ?
3. Теперь учтём силу сопротивления. Плотность атмосферы на данной высоте –  $\rho_0$ . За один «виток» радиус орбиты изменяется на относительно маленькую величину  $\Delta R$  ( $\Delta R \ll R_0$ ), поэтому силу сопротивления на этом «витке» можно считать постоянной величиной. Определите относительное изменение скорости спутника  $\frac{\Delta v}{v_0}$  и радиуса орбиты  $\frac{\Delta R}{R_0}$  за один оборот.
4. Определите тангенциальное  $a_\tau$  (по касательной к орбите) ускорение спутника на этой орбите.
5. С какой скоростью  $v_{n0}$  спутник приближается к центру Земли на этой высоте? Если бы плотность атмосферы изменялась по закону  $\rho = AR^\alpha$ , то при некотором значении  $\alpha$ , эта скорость оставалась бы постоянной величиной. Определите, чему равен этот показатель  $\alpha$ .

6. Рассмотренное явление может дать ценную информацию о верхних слоях атмосферы. Сферический зонд с массой  $m = 100 \text{ кг}$  и площадью поперечного сечения  $S = 1,00 \text{ м}^2$  выводят на орбиту на высоте  $h = 208 \text{ км}$ . Не составляет большого труда измерять изменение скорости спутника. На рисунке 1 приведён график зависимости скорости спутника от времени наблюдения.

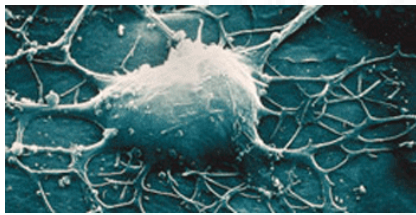
Известно, что плотность атмосферы экспоненциально уменьшается с высотой, т.е.

$\rho \sim e^{-\beta h}$ . Используя приведенный график, определите постоянную  $\beta$ .

Некоторые постоянные:

Радиус Земли  $R_z = 6,40 \cdot 10^6 \text{ м}$ .

Масса Земли  $M = 6,00 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ .

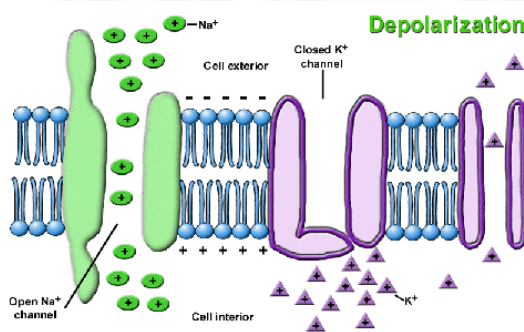


### Задание 3. «Нервное возбуждение»

А. Ходжкин и Э. Хаксли получили Нобелевскую премию по физиологии и медицине 1963 г. «за открытия, касающиеся ионных механизмов, участвующих в возбуждении и торможении в периферическом и центральном участках мембраны нервной клетки».

Основой жизнедеятельности живых организмов, во многом, являются процессы, протекающие в мембранах клеток. В данной задаче вам необходимо рассмотреть некоторые подходы к описанию процесса возбуждения нервных клеток в рамках примитивной модели.

Основная идея теории возбуждения клетки заключается описании процессов



переноса ионов через мембрану. Проницаемость мембраны различна для различных ионов, кроме того в мембрану встроены большие белковые молекулы, играющие роль насосов, способных переносить ионы определенного типа с одной стороны мембраны на другую (затрачивая на это энергию). Благодаря наличию этих насосов – каналов, концентрации ионов различны с разных сторон от мембраны, и как следствие появляется разность электрических потенциалов между противоположными стенками мембраны.

Еще более упростим модель. Будем считать, что мембрана является плоскопараллельной пластинкой толщиной  $a$ . Снаружи клетки находится слой жидкости (воды) толщиной  $h_0$ , а внутриклеточное пространство моделируется слоем жидкости толщиной  $h_1$ . Диэлектрические проницаемости всех сред будем считать равными единице. Концентрации частиц вне клетки будем обозначать  $C_0$ , а внутри –  $C_1$  (при необходимости будем добавлять индексы, указывающие тип частиц).

