

### Задание 10-2. Годограф

*Годографом* вектора называется кривая, представляющая собой множество концов переменного со временем вектора  $\vec{r}(t)$ , начало которого (Рис. 1) для всех  $t$  есть фиксированная точка  $O$  («Математический энциклопедический словарь»). Иными словами годограф вектора представляет собой множество точек, по которым «движется» конец данного вектора со временем, если положение его начала зафиксировать в некоторой точке  $O$ .

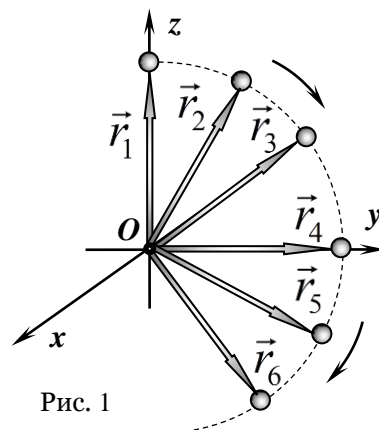


Рис. 1

Справедливости ради отметим, что школьники косвенно знакомы с данным понятием, поскольку годографом радиус-вектора  $\vec{r}_i(t)$  ( $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$ ) движущейся материальной точки является ... её траектория, отмеченная на рисунке 1 пунктирной линией. Годограф вектора наглядно представляет его эволюцию с течением времени, а также используется при различных расчетах.

#### Часть 1. Вычисление полного ускорения

**1.1** Небольшой массивный шарик, подвешенный на легкой нерастяжимой нити, отклонили так, что нить стала горизонтальна и аккуратно отпустили без натяжения нити (рис. 2). При движении шарик будет приобретать как центростремительное (нормальное) ускорение  $\vec{a}_n$ , направленное вдоль нити, так и касательное (тангенциальное)  $\vec{a}_\tau$  ускорение, направленное перпендикулярно нити (см. рис. 2). Сумма  $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$  называется *полным* ускорением тела. Найдите зависимости модулей ускорений  $\vec{a}_n$  и  $\vec{a}_\tau$  от угла  $\alpha$ , образованного нитью с вертикалью. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения  $\vec{g}$ .

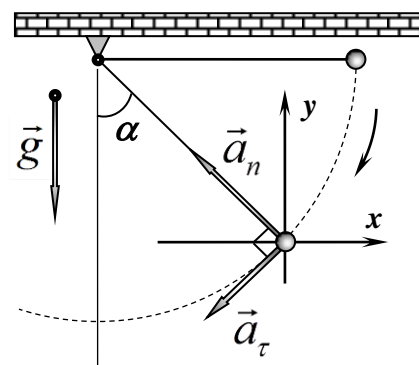


Рис. 2

**1.2** Найдите зависимость  $a(\alpha)$  модуля полного ускорения  $\vec{a}$  шарика от угла  $\alpha$  в процессе движения до нижней точки траектории.

**1.3** Поскольку вектор полного ускорения шарика поворачивается со временем, то в некоторый момент он будет горизонтален. Найдите полное ускорение шарика  $a_1$  и угол  $\alpha_1$  между нитью и вертикалью в этот момент времени.

#### Часть 2. Построение годографа полного ускорения шарика

**2.1** Найдите зависимости проекций  $a_x$  и  $a_y$  полного ускорения шарика от угла  $\alpha$  в стандартной (декартовой) системе координат. Выразите их в безразмерных единицах  $a_x^* = a_x / g$  и  $a_y^* = a_y / g$ .

**2.2** Чему равен модуль максимального горизонтального ускорения  $a_{x \max}$  шарика в процессе движения до низшей точки траектории? Максимального вертикального ускорения  $a_{y \max}$ ?

**2.3** Разбейте прямой угол  $\alpha$  на интервалы по  $\Delta\alpha = 5^\circ$  градусов и вычислите проекции ускорений  $a_x^*$  и  $a_y^*$  для точек в диапазоне  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ . Результаты вычислений занесите в Таблицу 1 (см. ниже).

**2.4** Пользуясь Таблицей 1, постройте на выданном бланке годограф полного ускорения шарика при его движении до нижней точки траектории.

**2.5** Проанализируйте построенный годограф, отметьте его существенные особенности и попытайтесь описать их математически (например, получить уравнение, описывающее полученную кривую).

### Лист ответов. Задание 10-2. Годограф

Таблица 1. Вычисление  $a_x^*$  и  $a_y^*$ .

Угол	$a_x^*$	$a_y^*$
$90^\circ$		
$85^\circ$		
$80^\circ$		
$75^\circ$		
$70^\circ$		
$65^\circ$		
$60^\circ$		
$55^\circ$		
$50^\circ$		
$45^\circ$		
$40^\circ$		
$35^\circ$		
$30^\circ$		
$25^\circ$		
$20^\circ$		
$15^\circ$		
$10^\circ$		
$5^\circ$		
$0^\circ$		

Бланк для построения годографа ускорения шарика по Таблице 1.

