

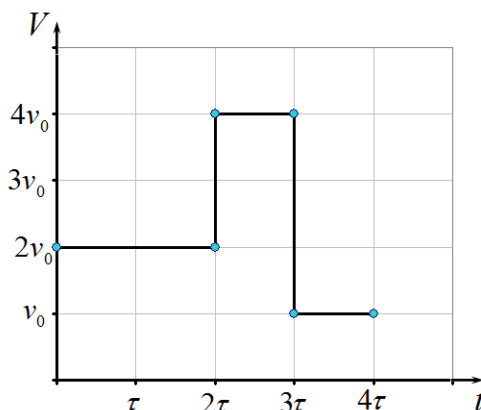
Задание 1. Поговорим о средних... (решение)

Задача 1.1 Средняя скорость.

1.1.1 Расчет средней скорости в данном случае проводится традиционно. Пройденный путь численно равен площади под графиком зависимости $v(t)$:

$$S = \sum_k v_k \Delta t_k = 2v_0 \cdot 2\tau + 4v_0\tau + v_0\tau = 9v_0\tau. \quad (1)$$

Следовательно, средняя скорость за все время движения будет равна

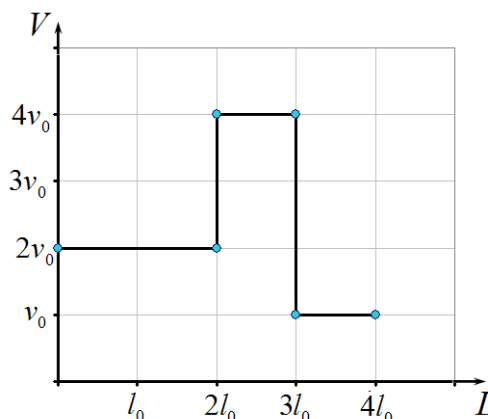


$$\langle v \rangle = \frac{S}{\Delta t} = \frac{9v_0\tau}{4\tau} = \frac{9}{4}v_0. \quad (2)$$

1.1.2 В данном случае пройденный путь известен, необходимо рассчитать время движения, что также делается элементарно

$$\Delta t = \sum_k \frac{l_k}{v_k} = \frac{2l_0}{2v_0} + \frac{l_0}{4v_0} + \frac{l_0}{v_0} = \frac{9}{4} \frac{l_0}{v_0} \quad (3)$$

Средняя скорость равна



$$\langle v \rangle = \frac{S}{\Delta t} = \frac{4l_0}{\frac{9}{4} \frac{l_0}{v_0}} = \frac{16}{9}v_0. \quad (4)$$

Задача 1.2 Средняя сила.

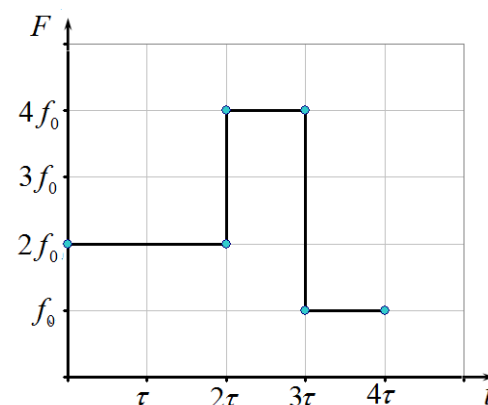
1.2.1 Согласно второму закону Ньютона изменение импульса тела равно импульсу действующей силы

$$\Delta p = F\Delta t. \quad (1)$$

Данное в условии задачи определение «средней импульсной» силы может быть записано в виде соотношения

$$\langle F \rangle_p \cdot 4\tau = 2f_0 \cdot 2\tau + 4f_0\tau + f_0\tau = 9f_0\tau \quad (2)$$

Откуда следует, что «средняя импульсная» сила в данном случае равна



$$\langle F \rangle_p = \frac{9}{4}f_0 \quad (3)$$

1.2.2 Работа, совершенная постоянной силой, рассчитывается по формуле

Теоретический тур. Вариант 2.

9 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

$$\Delta A = F \Delta S. \quad (4)$$

Из определения «средней энергетической» силы следует соотношение

$$(F)_E \cdot (S_1 + S_2 + S_3) = F_1 S_1 + F_2 S_2 + F_3 S_3 \quad (5)$$

где S_i - путь, пройденный телом на i - том участке.

Для расчета этих путей следует воспользоваться законами равноускоренного движения:

- изменение скорости

$$\Delta v = a \Delta t; \quad (6)$$

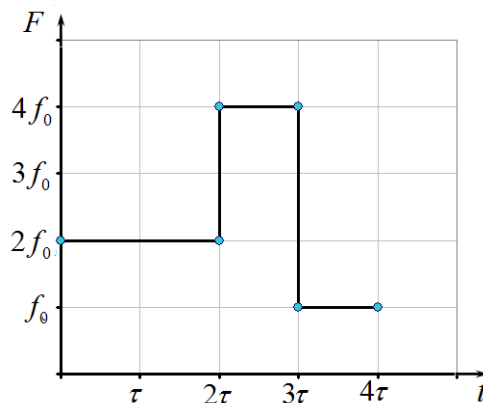
- пройденный путь

$$\Delta S = v_0 \tau + \frac{1}{2} a \tau^2 = \frac{v_0 + v}{2} \tau, \quad (7)$$

где v, v_0 - скорости в начале и конце рассматриваемого временного интервала, a - постоянное ускорение на данном интервале. Обозначим

$$a_0 = \frac{f_0}{m}. \quad (8)$$

Тогда ускорение на первом временном интервале будет равно $2a_0$, на втором - $4a_0$, на третьем - a_0



Для удобства представим все расчеты таблице. В последней строке суммарный пройденный путь и суммарная совершенная работа

Таблица расчетов.

| интервал времени | ускорение | начальная скорость | конечная скорость | Пройденный путь | Работа на участке |
|---------------------------|-----------|--------------------|--|------------------------------------|--|
| $0 \rightarrow 2\tau$ | $2a_0$ | v_0 | $v_0 + 4a_0\tau$ | $2v_0\tau + 4a_0\tau^2$ | $2f_0(2v_0\tau + 4a_0\tau^2)$ |
| $2\tau \rightarrow 3\tau$ | $4a_0$ | $v_0 + 4a_0\tau$ | $v_0 + 4a_0\tau + 4a_0\tau = v_0 + 8a_0\tau$ | $v_0\tau + 6a_0\tau^2$ | $4f_0(v_0\tau + 6a_0\tau^2)$ |
| $3\tau \rightarrow 4\tau$ | a_0 | $v_0 + 8a_0\tau$ | $v_0 + 8a_0\tau + a_0\tau = v_0 + 9a_0\tau$ | $v_0\tau + \frac{17}{2}a_0\tau^2$ | $f_0\left(v_0\tau + \frac{17}{2}a_0\tau^2\right)$ |
| $0 \rightarrow 3\tau$ | | | | $4v_0\tau + \frac{37}{2}a_0\tau^2$ | $f_0\left(9v_0\tau + \frac{81}{2}a_0\tau^2\right)$ |

В итоге с помощью формулы (5) получаем, что «средняя энергетическая» сила равна

$$\langle F \rangle_E = f_0 \frac{\left(9v_0 + \frac{81}{2}a_0\tau\right)}{\left(4v_0 + \frac{37}{2}a_0\tau\right)}. \quad (9)$$

1.2.3 При $v_0 = 0$ из формулы (9) получаем

$$\langle F \rangle_E = \frac{81}{37} f_0, \quad (10)$$

что отличается от «средней импульсной» силы.

Теоретический тур. Вариант 2.

9 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

Задача 1.3 Средняя сила тока.

В условии задачи задана зависимость напряжения от времени $U(t)$. Зависимость силы тока от напряжения будет аналогичной. Обозначим

$$I_0 = \frac{U_0}{R} \quad (1)$$

- значение силы тока через резистор, при напряжении U_0 .

Так как сила тока изменяется по периодическому закону, то достаточно рассчитать средние значения по одному периоду изменения тока. В условии задачи

1.3.1 Заряд, протекающий через резистор при постоянной силе тока I за промежуток времени Δt определяется по формуле

$$q = I\Delta t. \quad (2)$$

Поэтому по определению средней зарядовой силы тока можно записать формулу для расчета этой средней силы

$$\langle I \rangle_q \cdot 3\tau = I_1\tau + I_2 \cdot 2\tau. \quad (3)$$

Используя приведенный в условии график зависимости $U(t)$, находим «среднее зарядовое» значение силы тока

$$\langle I \rangle_q = \frac{I_1 \cdot \tau + I_2 \cdot 2\tau}{3\tau} = \frac{\frac{2U_0}{R} \cdot \tau - \frac{U_0}{R} \cdot 2\tau}{3\tau} = 0 \quad (4)$$

1.3.2 Количество теплоты, выделяющейся в проводнике при протекании постоянного тока, определяется законом Джоуля – Ленца

$$Q = \frac{U^2}{R} \Delta t. \quad (5)$$

Поэтому для «средней тепловой» силы тока следует записать

$$\frac{(\langle I \rangle_Q)^2}{R} \cdot 3\tau = \frac{(2U_0)^2}{R} \cdot \tau + \frac{(-U_0)^2}{R} \cdot 2\tau = 6 \frac{U_0^2}{R} \tau \quad (6)$$

Из последней формула находим «среднее тепловое» значение силы тока

$$\langle I \rangle_Q = \sqrt{\frac{6U_0^2\tau}{3R\tau}} = \sqrt{2}I_0 \quad (7)$$

Заметим, что «среднее тепловое» называется «действующим» значением силы тока и широко используется в электротехнике.