

Задача 10-3 Установление равновесия.

Математическое введение.

Пусть скорость изменения некоторой физической величины, описываемой функцией $X(t)$, пропорциональна самой величине, то есть подчиняется уравнению

$$\frac{\Delta X}{\Delta t} = -aX, \quad (M1)$$

где a - некоторая постоянная величина.

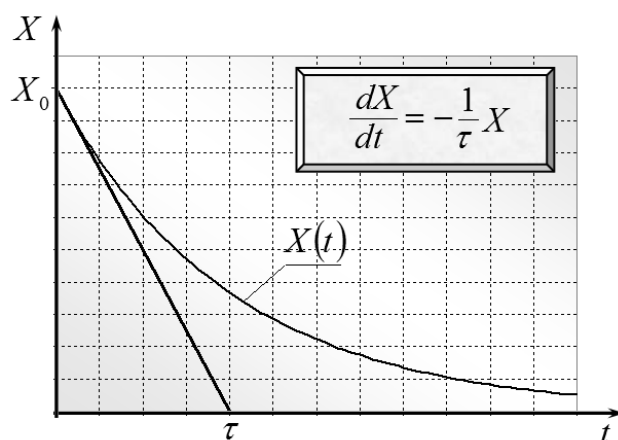
Для однозначного определения функции $X(t)$ уравнение (1) необходимо дополнить начальным условием: значением функции X_0 (для определенности будем считать, что $X_0 > 0$) в момент времени $t_0 = 0$.

Качественно решение этого уравнения описывается следующим образом (см рис):

при $t = 0$ значение функции задается начальным условием X_0 , затем функция начинает убывать, причем сначала скорость убывания равна

$$\left(\frac{\Delta X}{\Delta t} \right)_{t=0} = -aX_0, \text{ по мере уменьшения}$$

значения функции X скорость ее убывания падает. Поэтому графиком этой функции будет монотонно убывающая кривая. Характерное время убывания функции оценивается как время, за которое функция стала бы равной нулю, если скорость ее убывания оставалась такой же, как в начальный момент времени



$$\tau = \frac{X_0}{\left| \left(\frac{\Delta X}{\Delta t} \right)_{t=0} \right|} = \frac{1}{a}. \quad (M2)$$

Отметим также, что строгим решением уравнения (1) является функция

$$X = X_0 e^{-at} \quad (M3)$$

Часть 1. Лодка.

При движении моторной лодки массы m на нее действует тормозящая сила, пропорциональная скорости

$$\vec{F} = -\beta \vec{v}, \quad (1)$$

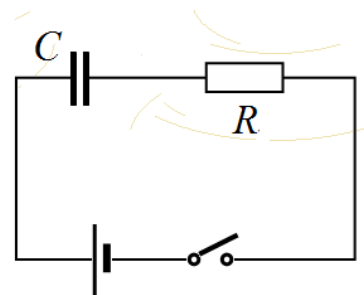
Где β - известный параметр.

1.1 Лодка двигалась с постоянной скоростью v_0 . Мотор лодки выключают. Нарисуйте примерный график зависимости скорости лодки от времени. Найдите характерное время торможения. Определите. Какой путь пройдет лодка до остановки.

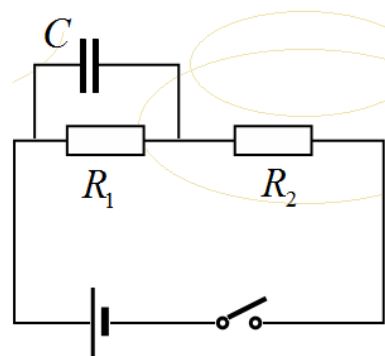
1.2 Лодка покоилась, после чего запускают мотор. Считая, что вращение винта приводит к действию постоянной силы F_0 , постройте примерный график зависимости скорости лодки от времени. Найдите характерное время разгона лодки.

Часть 2 Конденсатор.

2.1 Конденсатор включен в цепь, показанную на рисунке. Источник создает в цепи постоянное напряжение U_0 . Постройте примерные графики зависимости напряжения на конденсаторе и силы тока через резистор от времени при замыкании цепи. Найдите характерное время зарядки конденсатора.



2.2 Цепь изменили, добавив еще один резистор. Первоначально конденсатор не заряжен. Постройте примерные графики зависимостей напряжений на резисторах от времени при замыкании цепи. Найдите характерное время установления тока в этой цепи.



2.3 После полной зарядки конденсатора ключ размыкают. Найдите характерное время разрядки конденсатора в этом случае.