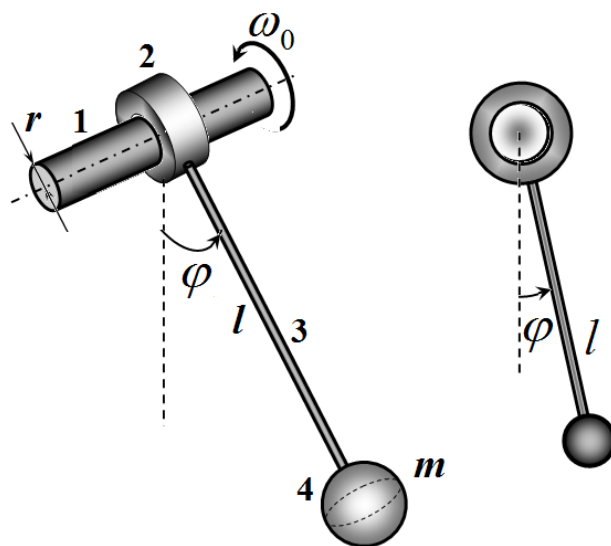


### Задача 11-3. Автоколебания

В данной задаче рассматривается поведение следующего механического устройства. На горизонтальный вал 1 радиуса  $r = 2,0 \text{ см}$  насажена муфта 2, к которой жестко прикреплен стержень 3, на конце которого закреплен массивный шарик 4. Шарик, стержень и муфту будем называть маятником. Масса шарика  $m$  значительно больше массы стержня и муфты. Расстояние от оси вала до центра шарика равно  $l = 8,0 \text{ см}$ . Шарик можно рассматривать как материальную точку. Между муфтой и валом существует небольшой зазор.



Вал может вращаться с постоянной угловой скоростью  $\omega_0$  вокруг своей оси.

Коэффициент трения покоя между муфтой и валом равен  $\mu_0 = 0,80$ , коэффициент трения скольжения  $\mu = 0,60$ . Ускорение свободного падения  $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .

Положение стержня будем задавать углом его отклонения от вертикали  $\varphi$ .

*В приближении малых колебаний применимы приближенные формулы*

$$\sin \varphi \approx \varphi, \quad \cos \varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}$$

#### Часть 1. Вал неподвижен, трения нет!

В данной части задачи рассмотрим поведение стержня на неподвижном валу, при условии, что трение пренебрежимо мало.

1.1 Чему равен период малых свободных колебаний стержня?

1.2 Стержень отклонили на угол  $\varphi_0 = 30^\circ$  от вертикали и отпустили. Запишите закон движения стержня, то есть зависимость угла отклонения от времени  $\varphi(t)$ . Запишите зависимость угловой скорости движения стержня от времени  $\omega(t)$ .

*Отклонение в  $30^\circ$  можно считать малым.*

1.3 Постройте схематически фазовую диаграмму движения стержня.

*Фазовой диаграммой называется кривая, описывающая зависимость угловой скорости от угла отклонения  $\omega(\varphi)$ .*

#### Часть 2. Вал неподвижен, трение есть!

В данной части задачи по-прежнему вал неподвижен, но учитываем силу трения, действующую между валом и муфтой. Можно считать, что модуль силы трения в процессе малых колебаний стержня остается постоянным.

- 2.1** Укажите максимальный угол отклонения стержня, при котором он еще может находиться в состоянии покоя.
- 2.2** Стержень отклонили на угол  $\varphi_0 = 30^\circ$  от вертикали и отпустили. Найдите угол отклонения стержня в момент следующей остановки.
- 2.3** Нарисуйте схематическую фазовую траекторию движения маятника в этом случае.

### **Часть 3. Вал вращается, трение есть!**

Рассмотрим поведение маятника на вращающемся валу с относительно небольшой скоростью

- 3.1** Определите на какой максимальный угол может отклониться маятник при вращении вала под действием силы трения покоя.
- 3.2** Определите положение равновесия маятника, при условии, что муфта проскальзывает по валу.
- 3.2** Качественно опишите процесс движения маятника. Покажите, что маятник будет колебаться. На каком этапе его движения он будет получать энергию, чтобы компенсировать потери на трение? Постройте схематически фазовую траекторию движения маятника в этом случае.