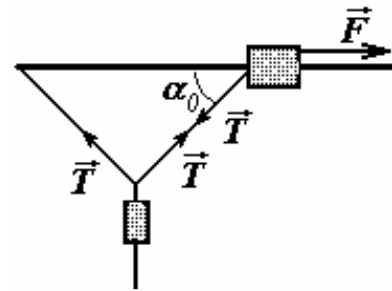


Задача 2. «Муфта»

А) В положении равновесия выполняются уравнения

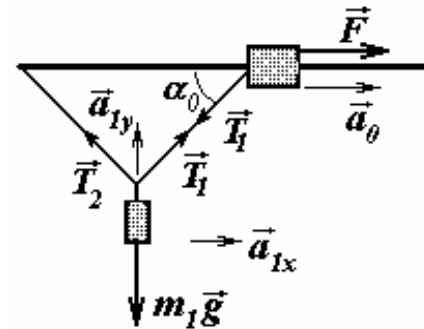
$$\begin{aligned} m_1 g &= 2T \sin \alpha_0, \\ F &= T \cos \alpha_0, \end{aligned}$$

из которых следует $F = \frac{m_1 g \cos \alpha_0}{2 \sin \alpha_0} \approx 10 \text{ Н}$.



Б) В начале движения распределение сил будет таким, как показано на рисунке. Заметим, что груз начнет смещаться как по горизонтали, так и по вертикали. Уравнения второго закона Ньютона для муфты и груза будут иметь вид

$$\begin{aligned} m_0 a_0 &= F - T_1 \cos \alpha_0 \\ m_1 a_{1x} &= (T_1 - T_2) \cos \alpha_0 \\ m_1 a_{1y} &= (T_1 + T_2) \sin \alpha_0 - m_1 g \end{aligned} \quad (1)$$



Легко заметить, что горизонтальная составляющая

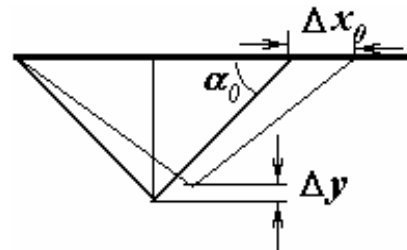
ускорения груза в два раза меньше ускорения муфты $a_{1x} = \frac{a_0}{2}$.

Для поиска связи между ускорением муфты и вертикальной составляющей ускорения

груза рассмотрим малые смещения из положения равновесия муфты $\Delta x_0 = \frac{a_0 \tau^2}{2}$ и груза

$\Delta y = \frac{a_{1y} \tau^2}{2}$ за малый промежуток времени τ . Учитывая неизменность длины нити, запишем на основании теоремы Пифагора

$$\left(\frac{2l \cos \alpha_0 + \frac{a_0 \tau^2}{2}}{2} \right)^2 + \left(l \sin \alpha_0 - \frac{a_{1y} \tau^2}{2} \right)^2 = l^2,$$



где обозначено l - длина половинки нити.

Возводя в квадрат и пренебрегая малыми слагаемыми, пропорциональными τ^4 , получим

искоемое соотношение между ускорениями (с учетом $\alpha_0 = 45^\circ$) $a_{1y} = \frac{a_0 \cos \alpha_0}{2 \sin \alpha_0} = \frac{a_0}{2}$. Для

упрощения расчетов сразу подставим $\cos \alpha_0 = \sin \alpha_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ в уравнения (1)

$$\begin{aligned} m_0 a_0 &= F - T_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \\ m_1 \frac{a_0}{2} &= (T_1 - T_2) \frac{\sqrt{2}}{2} \\ m_1 \frac{a_0}{2} &= (T_1 + T_2) \frac{\sqrt{2}}{2} - m_1 g \end{aligned}$$

Для решения этой системы уравнений проще всего удвоить первое уравнение и сложить его со вторым и третьим, в результате чего получим

$$(2m_0 + m_1)a_0 = 2F - m_1g \Rightarrow a_0 = \frac{2F - m_1g}{2m_0 + m_1} = 20 \frac{м}{с^2}.$$

В) Для определения скорости муфты воспользуемся законом сохранения энергии

$$Fx_0 = \frac{m_0 V_0^2}{2} + \frac{m_1 V_{1x}^2}{2} + \frac{m_1 V_{1y}^2}{2} + m_1 g y_1, \quad (2)$$

где $x_0 = L \cos \alpha_1 - L \cos \alpha_0$ - смещение муфты, $y_1 = \frac{L}{2} (\sin \alpha_0 - \sin \alpha_1)$ - высота подъема груза. Горизонтальная составляющая скорости груза в два раза меньше скорости муфты $V_{1x} = \frac{V_0}{2}$. Связь между скоростью муфты и вертикальной составляющей скорости груза можно установить способом, аналогичным поиску соотношения между ускорениями,

$$\left(\frac{2l \cos \alpha_1 + V_0 \tau}{2} \right)^2 + (l \sin \alpha_1 - V_{1y} \tau)^2 = l^2.$$

Из этого уравнения следует $V_{1y} = \frac{V_0 \cos \alpha_1}{2 \sin \alpha_1}$.

Подставляя полученные соотношения в уравнение (2) получим

$$F \frac{L}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0) = \frac{m_0 V_0^2}{2} + \frac{m_1 V_0^2}{8} + \frac{m_1 V_0^2}{8} \left(\frac{\cos \alpha_1}{\sin \alpha_1} \right)^2 + m_1 g \frac{L}{2} (\sin \alpha_0 - \sin \alpha_1).$$

Из этого уравнения можно найти скорость муфты

$$V_0 = \sqrt{\frac{FL(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0) - m_1 g L(\sin \alpha_0 - \sin \alpha_1)}{m_0 + \frac{m_1}{4 \sin^2 \alpha_1}}} \approx 2,8 \frac{м}{с}.$$

Задача 3. Электростатический генератор.

1.Т.к. толщиной стержня можно пренебречь, то площадь пластин конденсатора равна:

$$S = \frac{\pi R^2}{4} \quad (1).$$

Тогда искомые ёмкости выражаются следующим образом:

$$C_1 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0}{d} \cdot \frac{\pi R^2}{4} \quad (2),$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0}{d} \cdot \frac{\pi R^2}{4} \quad (3).$$

2. Т.к. конденсатор заряжается очень быстро, то

$$q_1 = C_1 U_1 \quad (4).$$

3. Следует заметить, что при соприкосновении с конденсатором большой ёмкости, между пластинами больше нет диэлектрика, поэтому ёмкость, рассматриваемого конденсатора равна C_2 . При параллельном соединении конденсаторов, заряды распределятся таким образом, что разность потенциалов между их обкладками будет одна и та же. Пусть после соприкосновения на конденсаторе остался заряд q'_1 , а на конденсаторе большой ёмкости заряд Q_1 . Тогда:

$$\frac{q'_1}{C_2} = \frac{Q_1}{C_B} \quad (5),$$

Из закона сохранения электрического заряда следует, что: