

Таблица 1.

$v, \text{м/с}$	$h, \text{км}$	$\Delta v / \Delta t, \text{м/с}^2$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$\ln(\rho)$
7780	208	$6,6 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-11}$	-25
7790	192	$5,6 \cdot 10^{-5}$	$9,5 \cdot 10^{-11}$	-23
7800	175	$4,3 \cdot 10^{-4}$	$7,0 \cdot 10^{-10}$	-21
7810	158	$4 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-9}$	-19

Точно провести касательную – сложная задача, поэтому ускорение приведено с двумя (а в последнем случае – с одной) значащими цифрами.

Видим, что в пятидесятикилометровом интервале высоты плотность изменяется почти на три порядка. В таблице также вычислен натуральный логарифм от плотности, что необходимо для определения β . На рисунке 1 приведён график $\ln(\rho) = f(h)$. Можно с достаточной долей уверенности сказать, что плотность действительно будет убывать по экспоненциальному закону.

Из этого графика можно получить величину постоянной β :

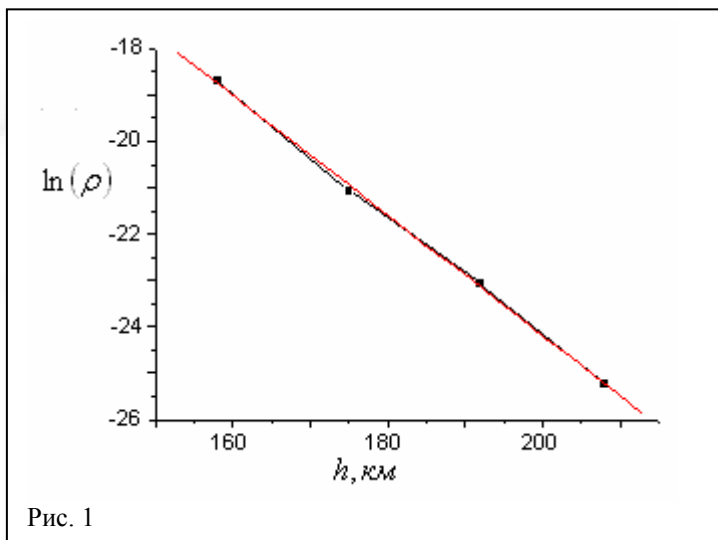


Рис. 1

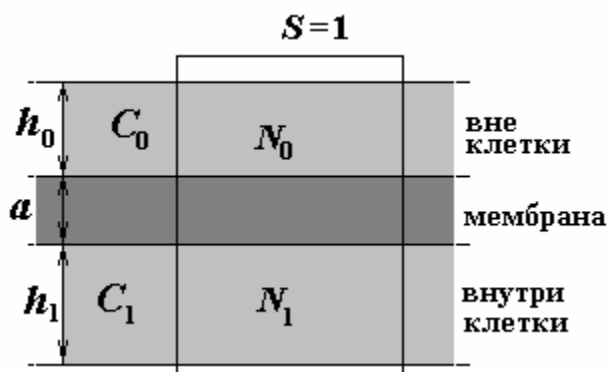
$$\beta = (1,3 \pm 0,2) \cdot 10^{-1} \text{ км}^{-1} = (1,3 \pm 0,2) \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-1} \quad (19).$$

Задание 3. «Нервное возбуждение»

1. Диффузия.

Выделим параллелепипед с единичной площадью основания, боковые стороны которого перпендикулярны плоскости мембраны. Изменение чисел части в вне клетки и внутри нее (в пределах выделенного параллелепипеда) описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{\Delta N_0}{\Delta t} &= -g(C_0 - C_1) \\ \frac{\Delta N_1}{\Delta t} &= -g(C_1 - C_0) \end{aligned} \quad (1)$$



Учитывая связь между числом частиц и соответствующей концентрацией $N_{0,1} = C_{0,1} h_{0,1}$, перепишем уравнения (1) в виде

$$h_0 \frac{\Delta C_0}{\Delta t} = -g(C_0 - C_1)$$

$$h_1 \frac{\Delta C_1}{\Delta t} = -g(C_1 - C_0),$$

из которых следует уравнение, описывающее изменение разности концентраций

$$\frac{\Delta(C_0 - C_1)}{\Delta t} = -g \left(\frac{1}{h_0} + \frac{1}{h_1} \right) (C_0 - C_1). \quad (2)$$

Из этого уравнения следует, что характерное время установления равновесия определяется формулой

$$\tau = \frac{1}{g \left(\frac{1}{h_0} + \frac{1}{h_1} \right)} = \frac{h_0 h_1}{g(h_0 + h_1)}. \quad (3)$$

2. Вынужденный перенос и диффузия.

При наличии вынужденного переноса в уравнениях (1) появятся дополнительные слагаемые

$$\frac{\Delta N_0}{\Delta t} = -g(C_0 - C_1) - nm$$

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta t} = -g(C_1 - C_0) + nm$$
(4)

Из этих уравнений следует, что в стационарном режиме (когда концентрации частиц не изменяются со временем) разность концентраций равна

$$\Delta \bar{C} = C_1 - C_0 = \frac{nm}{g}. \quad (5)$$

3. Электрическое поле.

Используя известные формулы для напряженностей полей, создаваемых плоским слоем, можно записать выражение для напряженности однородного поля внутри мембраны

$$E = \frac{e(C_1 h_1 - C_0 h_0)}{2\epsilon_0}. \quad (6)$$

где e - заряд электрона, положительное направление поля - из клетки наружу.

Тогда разность потенциалов равна

$$\Delta \varphi = Ea = \frac{ea(C_1 h_1 - C_0 h_0)}{2\epsilon_0}. \quad (7)$$

4. Перенос ионов.

Будем считать, что концентрация ионов внутри клетки превышает их концентрацию вне ее. В этом случае уравнения баланса числа частиц принимают вид

$$\frac{\Delta N_0}{\Delta t} = -g(C_0 - C_1) - nm + bC_1 \Delta \varphi$$

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta t} = -g(C_1 - C_0) + nm - bC_1 \Delta \varphi$$
(8)

В стационарном режиме эти уравнения равносильны, поэтому для определения стационарных концентраций, к ним необходимо добавить условие постоянства числа частиц

$$C_0 h_0 + C_1 h_1 = C_e (h_0 + h_1). \quad (9)$$

Теперь из уравнений (7)-(9) нам необходимо найти выражение для разности потенциалов $\Delta\varphi$. Для упрощения расчетов все концентрации, фигурирующие в этих уравнениях, выразим через искомую разность потенциалов. Для чего запишем

$$C_0 h_0 + C_1 h_1 = C_e (h_0 + h_1)$$

$$C_1 h_1 - C_0 h_0 = \frac{2\varepsilon_0}{ea} \Delta\varphi$$

Теперь складывая и вычитая эти выражения, получим

$$C_1 = C_e \frac{(h_0 + h_1)}{2h_1} + \frac{2\varepsilon_0}{eah_1} \Delta\varphi$$

$$C_0 = C_e \frac{(h_0 + h_1)}{2h_0} - \frac{2\varepsilon_0}{eah_0} \Delta\varphi$$

Подставим эти выражения в уравнения (8) в стационарном режиме, в результате получим квадратное уравнение для определения стационарной разности потенциалов

$$-g \left(C_e \frac{(h_0 + h_1)}{2h_0} - \frac{2\varepsilon_0}{eah_0} \Delta\varphi - C_e \frac{(h_0 + h_1)}{2h_1} - \frac{2\varepsilon_0}{eah_1} \Delta\varphi \right) - nm + b \left(C_e \frac{(h_0 + h_1)}{2h_1} + \frac{2\varepsilon_0}{eah_1} \Delta\varphi \right) \Delta\varphi = 0$$

Путем алгебраических преобразований преобразуем его к стандартному виду

$$\frac{2\varepsilon_0 b}{eah_1} (\Delta\varphi)^2 + \left(\frac{2\varepsilon_0 g (h_0 + h_1)}{eah_0 h_1} + b C_e \frac{(h_0 + h_1)}{2h_1} \right) \Delta\varphi - \left(nm + C_e g \frac{h_1^2 - h_0^2}{2h_0 h_1} \right) = 0 \quad (10)$$

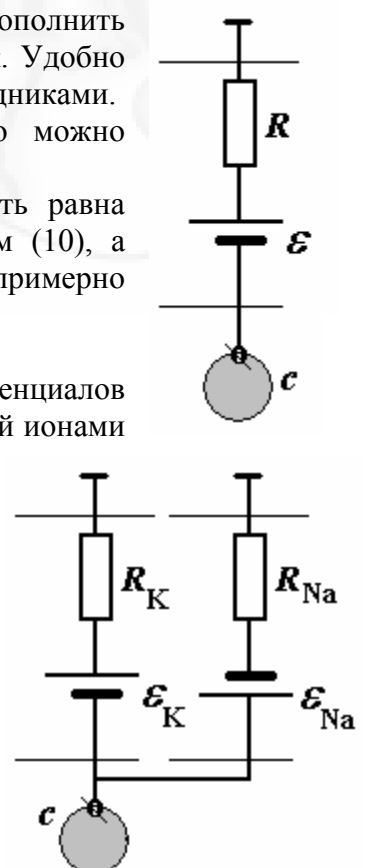
Положительный корень которого и даст искомую разность потенциалов.

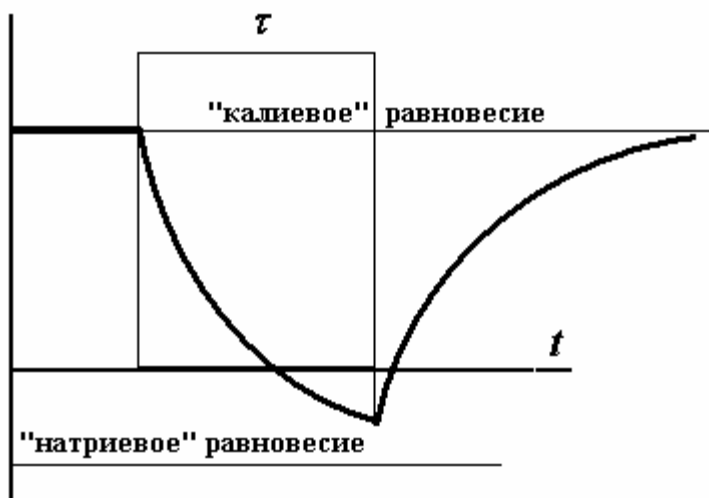
5. Эквивалентная схема.

Конечно, указанную эквивалентную схему следует дополнить электрическими емкостями слоев жидкости вне и внутри клеток. Удобно моделировать эти слои не конденсаторами, а уединенными проводниками. Если же принять потенциал вне клетки равным нулю, то можно «обойтись» и одним уединенным проводником.

В такой схеме очевидно, что эквивалентна ЭДС должна быть равна значению равновесного потенциала, определяемого уравнением (10), а величина RC соответствует времени установления равновесия, примерно определяемым формулой (3).

6. Когда натриевые каналы закрыты, то разность потенциалов определяется равновесной разностью потенциалов, обусловленной ионами калия (решением уравнения (10)). При открытии натриевых каналов В эквивалентную схему следует включить ЭДС, моделирующую натриевые насосы. В этом случае мембрана постепенно будет изменять свою поляризацию на противоположную, а разность потенциалов стремиться к равновесию, определяемому наличием двух ЭДС, то есть их разностью. Время перехода к этому равновесию будет меньше, так как сопротивление мембраны уменьшится. После закрывания натриевых каналов, мембрана система будет возвращаться к исходному состоянию с большим временем перехода. Схематически этот процесс показан на рисунке.





11 класс.

1.1 «Оптическая бистабильность»

В интерферометре Фабри-Перо коэффициент пропускания зависит от набег фазы

$$\psi = \frac{2\pi}{\lambda} nL \quad (1)$$

при однократном прохождении световой волной пространства между зеркалами. В сильных световых полях (на практике для этого годится излучение лазера) вещества начинают проявлять нелинейные свойства, например, показатель преломления начинает зависеть от интенсивности света. Поскольку величина показателя преломления определяет набег фазы ψ , это означает, что коэффициент пропускания интерферометра, заполненного нелинейным веществом, зависит от интенсивности падающего на него излучения. Ясно, что показатель преломления зависит от интенсивности (точнее, от квадрата модуля электрической напряженности) световой волны **внутри** интерферометра, но теоретический расчет показывает, что она пропорциональна интенсивности **выходящего** излучения, поэтому в условии сказано $n = n_0 + \gamma I_{\text{ввых}}$.

Итого, получается

$$I_{\text{ввых}} = \frac{I_{\text{вх}}}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} L(n_0 + \gamma I_{\text{ввых}})\right)}, \quad (2)$$

$$I_{\text{ввых}} \left[1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} L(n_0 + \gamma I_{\text{ввых}})\right) \right] = I_{\text{вх}}. \quad (3)$$

Решать уравнение (3) относительно $I_{\text{ввых}}$ достаточно непросто, но этого и не требуется – необходимо построить график зависимости $I_{\text{ввых}}$ от $I_{\text{вх}}$. Для этого можно просчитать обратную зависимость $I_{\text{вх}}$ от $I_{\text{ввых}}$ (что гораздо проще), а потом построить необходимый график.