

$$mh = a - bm, \quad (2)$$

где a, b - некоторые постоянные величины, которые легко выразить через заданные в условии данные

$$\begin{cases} m_0 h_0 = a - b m_0; \\ m_1 h_1 = a - b m_1; \end{cases} \Rightarrow a = \frac{m_1 m_0}{m_1 - m_0} (h_0 - h_1); \quad b = \frac{m_0 h_0 - m_1 h_1}{m_1 - m_0}.$$

Поршень достигнет жидкости (весь газ растворится в воде), при массе поршня

$$m = \frac{a}{b} = \frac{m_1 m_0 (h_0 - h_1)}{m_0 h_0 - m_1 h_1}. \quad (3)$$

3. Представим сигнал в виде суммы трех гармонических составляющих

$$\begin{aligned} E &= E_0 \cos \omega_0 t (1 + a \cos \omega_1 t) = \\ &= E_0 \cos \omega_0 t + \frac{a E_0}{2} \cos(\omega_0 - \omega_1) t + \frac{a E_0}{2} \cos(\omega_0 + \omega_1) t. \end{aligned} \quad (1)$$

Распространение монохроматической волны в пространстве вдоль оси x описывается функцией

$$E(t, x) = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right) = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c} x\right), \quad (2)$$

где c - скорость распространения волны с частотой ω . Применим эту формулу к сигналу (1), учитывая формулу для скорости распространения волн

$$\begin{aligned} E(t, x) &= E_0 \cos\left(\omega_0 t - \frac{\omega_0}{c_0} x\right) \omega_0 t + \\ &+ \frac{a E_0}{2} \cos\left((\omega_0 - \omega_1) t - \frac{(\omega_0 - \omega_1) x}{c_0 + \gamma \omega_1}\right) + \frac{a E_0}{2} \cos\left((\omega_0 + \omega_1) t - \frac{(\omega_0 + \omega_1) x}{c_0 - \gamma \omega_1}\right) \end{aligned}$$

Далее упростим это выражение, используя малость величин $\frac{\omega_1}{\omega_0}, \frac{\gamma \omega_1}{c_0} \ll 1$. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{(\omega_0 - \omega_1) x}{c_0 + \gamma \omega_1} &= \frac{x \omega_0}{c_0} \cdot \frac{1 - \frac{\omega_1}{\omega_0}}{1 + \gamma \frac{\omega_1}{c_0}} \approx \frac{x \omega_0}{c_0} \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_0} - \gamma \frac{\omega_1}{c_0}\right); \\ \frac{(\omega_0 + \omega_1) x}{c_0 - \gamma \omega_1} &\approx \frac{x \omega_0}{c_0} \left(1 + \frac{\omega_1}{\omega_0} + \gamma \frac{\omega_1}{c_0}\right); \end{aligned}$$

Воспользуемся теперь обратным преобразованием от суммы косинусов к их произведению

$$E(t, x) = E_0 \cos\left(\omega_0 t - \frac{\omega_0}{c_0} x\right) \left(1 + a \cos\left(\omega_1 t - \frac{\omega_0}{c_0} x \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} + \gamma \frac{\omega_1}{c_0}\right)\right)\right).$$

Скорость распространения сигнала можно найти из условия постоянства фазы (полагая ее равной, например, нулю). Окончательно получаем, что искомая скорость распространения огибающей (полезного сигнала)

$$c = \frac{x}{t} = \frac{\omega_1}{\frac{\omega_0}{c_0} \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} + \gamma \frac{\omega_1}{c_0}\right)} = \frac{c_0}{1 + \gamma \frac{\omega_0}{c_0}} \approx c_0 \left(1 - \gamma \frac{\omega_0}{c_0}\right).$$

11.4 Тема этой задачи предложена студентом I курса физического факультета БГУ Юрием Дежко.

4.1. Записывая уравнение динамики для движения электрона (все обозначения стандартные)

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (1)$$

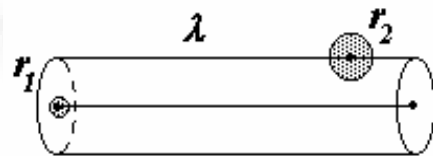
и правило квантования $mr v = n\hbar$, находим радиусы боровских орбит

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} n^2 = r_1 n^2. \quad (2)$$

где $r_1 \approx 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ м}$ - радиус первой боровской орбиты. В первом возбужденном состоянии $r_2 \approx 2,1 \cdot 10^{-10} \text{ м}$, для $n = 1000$ $r \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$, то есть порядка $0,05 \text{ мм}$.

4.2 Оценку длины свободного пробега Λ можно получить путем следующих рассуждений: в цилиндре длиной Λ и радиусом $(r_1 + r_0)$ (где r_1, r_0 - радиусы атомов водорода и гелия), в среднем должен находиться один атом гелия, поэтому

$$\pi(r_1 + r_0)^2 \Lambda \gamma = 1,$$



где γ - концентрация атомов гелия. Из этого соотношения находим

$$\Lambda \approx \frac{1}{\pi(r_1 + r_0)^2 \gamma}. \quad (3)$$

Концентрацию молекул гелия найдем из уравнения состояния идеального газа

$$p = \gamma k T,$$

k - постоянная Больцмана. Таким образом, получаем окончательную формулу для оценки длины свободного пробега