

Задача 3 «Вода и пар»

1.1 Зависимость давления насыщенного пара от температуры является также зависимостью температуры кипения от внешнего давления. Поэтому для решения данного пункта задачи можно воспользоваться приведенной таблицей. Из таблицы следует, что искомая температура лежит в интервале от 100 до 110 градусов. Считая, что в этом интервале представленная зависимость линейна, находим

$$t_x = 100^\circ + \frac{10^\circ}{P_{110} - P_{100}} (P_x - P_{100}) \approx 106,8^\circ\text{C} \approx 107^\circ\text{C}. \quad (1)$$

1.2 Воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона

$$PV = \frac{m}{M} RT,$$

из которого найдем (давление пара определим по таблице)

$$m = \frac{MPV}{RT} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 31,16 \cdot 10^3 \cdot 10}{8,31 \cdot (273,15 + 70)} \approx 2,0 \text{ кг} \quad (2)$$

1.3 Столб воды разорвется, если давление в его верхней части станет равным давлению насыщенных паров при заданной температуре (при этом вода закипит).

Отсюда следует

$$P_0 - \rho gh = P_{\text{нас}} \Rightarrow h = \frac{P_0 - P_{\text{нас}}}{\rho g} = \frac{1,0 \cdot 10^5 - 0,47 \cdot 10^5}{1,0 \cdot 10^3 \cdot 9,8} \approx 5,4 \text{ м}. \quad (3)$$

Заметим, что максимальная высота подъема холодной воды с помощью поршневого насоса примерно равна 10 м. Поэтому для подъема воды на большую высоту используют много ступенчатые насосные системы.

1.4 Отношение теплоемкостей равно

$$\frac{c_1}{c_0} = \frac{3R}{Mc_0} = \frac{3 \cdot 8,31}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 4,2 \cdot 10^3} \approx 0,33. \quad (4)$$

Теплоемкость пара всего в три раза меньше теплоемкости жидкой воды!

1.5 Искомая доля рассчитывается по хорошо известным формулам

$$\eta = \frac{c_0 m \Delta t}{c_0 m \Delta t + Lm} = \frac{1}{1 + \frac{L}{c_0 \Delta t}} \approx 0,13. \quad (5)$$

Столь малая доля объясняется чрезвычайно высокой удельной теплотой испарения воды.

1.6 В сосуде начнется конденсация пара, выделяющаяся при этом теплота пойдет на нагревание холодной воды. Главная проблема данной задачи заключается в том, что неизвестны ни конечная температура, ни масса сконденсировавшегося пара. Кроме того, зависимость давления насыщенного пара от температуры задана графически, что и заставляет искать графический способ решения задачи.

Запишем уравнение теплового баланса

$$L\Delta m + c_0\Delta m(t_0 - t) = c_0m_1(t - t_1), \quad (6)$$

здесь Δm - масса сконденсировавшегося пара, t - искомая конечная температура.

Запишем также уравнение состояния для пара в начальном и конечном состоянии

$$\begin{aligned} P_0V &= \frac{m}{M}RT_0 \\ PV &= \frac{m - \Delta m}{M}RT \end{aligned} \quad (7)$$

Наконец, третьим уравнением является заданная графически зависимость давления (насыщенного пара) от температуры $P(T)$.

Из уравнений (7) получим

$$\begin{aligned} P_0V &= \frac{m}{M}RT_0 \Rightarrow m = \frac{MP_0V}{RT_0} \\ \frac{P}{P_0} &= \frac{m - \Delta m}{m} \frac{T}{T_0} = \frac{T}{T_0} - \frac{\Delta m}{m} \frac{T}{T_0} = \frac{T}{T_0} - \frac{\Delta m RT}{MP_0V} \Rightarrow P = P_0 \frac{T}{T_0} - \frac{RT}{MV} \Delta m \end{aligned}$$

Массу сконденсировавшегося пара выразим из уравнения (6), в котором можно пренебречь теплотой, выделившейся при остывании сконденсировавшейся воды

$$\Delta m = \frac{c_0m_1(T - T_1)}{L}.$$

Подставляя это выражение в формулу для конечного давления, получим

$$P = P_0 \frac{T}{T_0} - \frac{RT}{MV} \frac{c_0m_1(T - T_1)}{L} = \frac{P_0}{T_0} T - \frac{c_0m_1R}{MVL} T(T - T_1). \quad (8)$$

Это уравнение допускает графическое решение – слева стоит функция, заданная графиком, справа - квадратичная функция от искомой температуры (правда в абсолютной шкале). График функции, стоящей справа следует построить на графике зависимости давления насыщенных паров от температуры.

Подставляя численные значения (давление измеряем в кПа), получаем довольно простую функцию, график которой построить не сложно.

$$P = 0,875 \cdot T - 8,43 \cdot 10^{-3} \cdot T \cdot (T - T_1) \quad (9)$$

Результат построения показан на рисунке. Точка пересечения (конечная температура)

$t = 90^\circ\text{C}$

