Задача 2. Потенциал Леннард-Джонса

Для жидкостей, состоящих из неполярных молекул, потенциальная энергия взаимодействия (по модулю) двух молекул приближенно выражается следующим образом:

$$E_0(r) = 4\varepsilon \left(\left(\frac{\alpha}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\alpha}{r}\right)^6\right),$$

где r — расстояние между центрами молекул, а ε и α — известные коэффициенты, определяемые строением молекул. Эта зависимость была предложена Джоном Эдвардом Леннард-Джонсом и достаточно хорошо описывает взаимодействие неполярных молекул.

В данной задаче мы предлагаем Вам рассчитать некоторые свойства жидкости (плотность, удельную теплоту парообразования и коэффициент поверхностного натяжения), основываясь на достаточно простых представлениях о ее строении.

Часть 1. Две молекулы

- 1.1 Определите, при каком расстоянии потенциальная энергия взаимодействия минимальна и чему она равна. При каком r энергия взаимодействия равна нулю?
 - 1.2 Качественно изобразите график зависимости $E_0(r)$.

Часть 2. Структура жидкости

Будем, для простоты, считать, что молекулы жидкости располагаются в узлах кубической решетки с периодом a, т. е. в вершинах кубов со стороной a. При вычислении потенциальной энергии молекулы Вам предстоит учесть взаимодействие со всеми соседями. Разделим соседние молекулы на три группы: «близкие соседи» — молекулы, находящиеся на расстоянии a, «средние соседи» — молекулы, находящиеся на расстоянии малой диагонали куба ($a\sqrt{2}$), и «дальние соседи» — молекулы, находящиеся на расстоянии большой диагонали куба ($a\sqrt{3}$).

- 2.1 Сколько соседей каждой группы имеет молекула находящаяся внутри жидкости?
- 2.2 Сколько соседей каждой группы имеет молекула находящаяся на плоской поверхности жидкости?
- 2.3 Учитывая взаимодействия со всеми соседями, определите при каком значении периода a энергия взаимодействия молекулы, находящейся внутри жидкости, со своими соседями будет минимальна и чему она равна?

Часть 3. Свойства жидкости

- 3.1 Пусть молярная масса жидкости равна M. Определите плотность жидкости ρ .
- $3.2~{\rm C}$ читая, что парообразование происходит с поверхности, определите удельную теплоту парообразования жидкости L .
 - 3.3 Определите коэффициент поверхностного натяжения жидкости σ .

Часть 4. Вычислительная

4.1 Для молекул азота: $M=0.028\kappa\varepsilon$ / моль, $\varepsilon=1.26\cdot 10^{-21}$ Дж, $\alpha=3.70\cdot 10^{-10}$ м. Приведите численные значения для плотности, удельной теплоты парообразования и коэффициента поверхностного натяжения жидкого азота. Постоянная Авогадро равна $N_A=6.02\cdot 10^{23}$ моль $^{-1}$.