

## Задание 2. Электрические качели.

В этой задаче мы предлагаем Вам рассмотреть колебания в LC-контуре с переменной емкостью. При непрерывном изменении емкости конденсатора, описание колебаний в контуре – очень большая проблема.

Поэтому в данной задаче емкость будет изменяться только в определенные моменты времени и на определенную величину, что существенно облегчит изучение такой системы.

Колебательный контур состоит из конденсатора, емкость которого можно изменять, увеличивая или уменьшая расстояние между пластинами, и катушки с индуктивностью  $L$ , сопротивлением которой можно пренебречь (рис. 1).

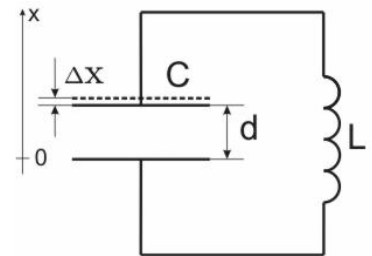


Рис.1

### Часть первая. Толчок.

В начальный момент времени емкость конденсатора равна  $C_0$ , а расстояние между пластинами равно  $d$ . В контуре возбуждают колебания. В момент времени, когда напряжение на конденсаторе достигает максимального значения, расстояние между пластинами мгновенно увеличивают на некоторую малую величину  $\Delta x$ . Обозначим относительное увеличение расстояния между пластинами  $\delta = \frac{\Delta x}{d}$ .

**1.1** Покажите, что при таком изменении расстояния емкость конденсатора уменьшается на ту же относительную величину, т.е. что  $\frac{\Delta C}{C} = -\delta$ .

**1.2** Определите относительное изменение напряжения на пластинах  $U$ , полной энергии колебательного контура  $W$  и периода колебаний  $T$  при таком перемещении.

Если изменения некоторых двух величин ( $\Delta x$  и  $\Delta y$ ) и их абсолютные значения ( $x$  и  $y$ ) удовлетворяют уравнению  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = k \frac{y}{x}$ , то из этого можно сделать вывод, что  $y \sim x^k$ .

**1.3** Покажите, что отношение максимального напряжения на конденсаторе к полной энергии контура остается постоянным при увеличении расстояния между пластинами.

**1.4** Покажите, что произведение квадрата периода колебаний на полную энергию также не изменяется в таком процессе.

### Часть 2. Раскачка.

В этой части задачи расстояние между пластинами будем изменять неоднократно. По-прежнему будем увеличивать расстояние между пластинами на  $\Delta x$  ( $\delta = \frac{\Delta x}{d}$ ) в моменты времени, когда напряжение на конденсаторе достигает максимального значения, но в моменты, когда напряжение на конденсаторе становится равным нулю, пластины снова сдвигают так, что расстояние между ними становится прежним.

**2.1** Пусть  $\delta = 0,01$ . Определите, сколько времени понадобится для увеличения полной энергии в контуре в 10 раз. Выразите это время в полных периодах колебаний  $T_0$ .

**2.2** Предположим, что индуктивность обладает небольшим сопротивлением  $R$ . Оцените, каким должно быть значение  $\delta$ , чтобы колебания в контуре не затухали.

### **Часть 3. Сбой по согласованию.**

Предположим, что операция, производимая во второй части задачи, осуществляется с частотой немного меньшей, чем удвоенная частота колебаний контура, т.е. промежуток времени между двумя последовательными увеличениями (или уменьшениями) расстояния между пластинами  $\tau = \frac{T_0}{2} + \Delta t$ . Причем  $\Delta t \ll T_0$ . Качественно опишите зависимость максимального напряжения на конденсаторе от времени и определите промежуток времени между двумя последовательными максимумами напряжения. Сопротивление катушки равно нулю.