

Рассмотрим шарик, изготовленный из эластичной пленки. Пусть при недеформированной пленке радиус шарика равен r_0 . Тогда на длину

«экватора» приходится $n = \frac{2\pi r_0}{a}$ упругих

пружинок, натяжения которых будут уравнивать силы давления воздуха. При радиусе шарика r суммарная сила давления воздуха на полусферу

$$F = P\pi r^2 \quad (2)$$

будет уравновешена силами упругости

$$nk\Delta x = \frac{2\pi r_0}{a} k\left(\frac{r}{r_0}a - a\right) = 2\pi k(r - r_0), \quad (3)$$

где учтено, что удлинение каждой пружинки может быть найдено из подобия $\Delta x = \frac{r}{r_0}a - a$.

Приравнявая эти силы, находим равновесное значение давления газа

$$P = 2k \frac{r - r_0}{r^2}. \quad (4)$$

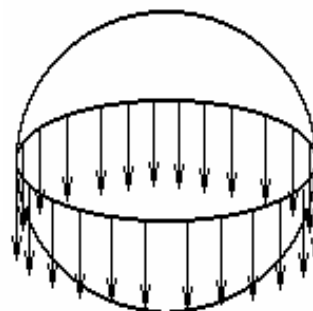
Возможен и другой подход к вычислению давления. При увеличении радиуса шара на малую величину Δr , газ совершит работу

$$A = P\Delta V = P4\pi r^2 \Delta r. \quad (5)$$

Эта работа пойдет на увеличение потенциальной энергии пленки $\Delta U = U(r + \Delta r) - U(r)$. Воспользуемся формулой (1) для вычисления этой величины

$$\Delta U = k \cdot 4\pi \cdot 2(r - r_0)\Delta r, \quad (6)$$

при выводе которой учтено, что площадь поверхности сферы $S = 4\pi r^2$. Приравняв выражения (5) и (6), получаем прежний результат (4).



10.5 Так как в процессе движения капли на нее действует сила вязкого трения, а масса капли мала, то можно считать движение капли равномерным. Скорость такого движения v_0 можно определить из условия равенства модулей силы тяжести и силы сопротивления

$$mg = \beta v_0, \quad (1)$$

где β - некоторый постоянный для данной капли коэффициент.

При движении капли вверх справедливо соотношение

$$q \frac{U_0}{h} - mg = \beta v_l. \quad (2)$$

Исключая из этих уравнений неизвестный коэффициент β , получаем формулу для определения заряда капли

$$q = \frac{mgh}{U_0} \cdot \left(1 + \frac{v_l}{v_0}\right), \quad (3)$$

где $m = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$ - масса капли.

Для удобства дальнейших расчетов, подставим численные значения постоянных величин, причем запишем $r = r_0 \cdot 10^{-6}$, где r_0 - значение радиуса капли в микронах; $U_0 = u_0 \cdot 10^3$, где u_0 - значение напряжения в киловольтах. Так как в формулу (3) входит отношение скоростей, то нет необходимости переводить их размерности в систему единиц СИ. Таким образом получим расчетную формулу

$$q = 0,747 \cdot 10^{-19} \cdot r_0^3 \left(1 + \frac{v_l}{v_0}\right). \quad (4)$$

Результаты расчетов представим в Таблице 2, дополнив ее необходимыми столбцами.

Таблица 2.

№	$r, \text{мкм}$	$v_0, \frac{\text{мм}}{\text{с}}$	$U_0, \text{кВ}$	$v_l, \frac{\text{мм}}{\text{с}}$	$q, 10^{-19} \text{ Кл}$	n	$e, 10^{-19} \text{ Кл}$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1,3	0,19	5,0	0,18	3,20	2	1,60
2	1,7	0,32	5,0	0,51	9,52	6	1,59
3	1,7	0,32	5,0	0,24	6,42	4	1,61
4	1,2	0,16	5,0	0,23	3,15	2	1,57
5	1,4	0,22	5,0	0,29	4,75	3	1,58
6	2,0	0,44	5,0	0,39	11,27	7	1,61
7	1,6	0,28	5,0	0,46	8,09	5	1,62
8	1,5	0,25	5,0	0,38	6,35	4	1,59
9	2,2	0,53	5,0	0,22	11,26	7	1,61
10	1,4	0,22	5,0	0,63	7,92	5	1,58

Можно заметить, что рассчитанные значения зарядов, приведенные в столбце 6, приблизительно кратны величине $1,6$. Разделим величины зарядов на $1,6$ и округлим полученное значение до целого числа n , равного числу избыточных электронов на капле (столбец 7). Затем разделим величину заряда капли на количество избыточных электронов и получим значение заряда электрона

(столбец 8). Далее необходимо традиционным образом провести усреднение полученных значений и оценку погрешности.

$$\bar{e} = \frac{\sum_k e_k}{n} \approx 1,60, \quad \Delta e = 2\sqrt{\frac{\sum_k (e_k - \bar{e})^2}{n(n-1)}} \approx 0,01.$$

Таким образом, полученное значение заряда электрона

$$e = (1,60 \pm 0,01) \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

Заметим, что в своих опытах Р.Милликен получен несколько заниженное значение величины заряда электрона.