

Задание 1. Что изучает физика?

1.1 Ботаника – раздел физики!

1.1.1 Приравнявая лапласовское давление к гидростатическому давлению, создаваемому столбом жидкости в капилляре, получим уравнение

$$\frac{4\sigma}{d} = \rho gh. \quad (1)$$

Из этого уравнения следует, что высота поднятия жидкости равна

$$h = \frac{4\sigma}{d\rho g} = \frac{4 \cdot 7,3 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^{-5} \cdot 1,0 \cdot 10^3 \cdot 9,8} = 3,0 \text{ м}. \quad (2)$$

Также из уравнения (1) следует, что вода поднимается на искомую высоту при диаметре капилляра равном

$$d = \frac{4\sigma}{\rho gh} = \frac{4 \cdot 7,3 \cdot 10^{-2}}{1,0 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 100} = 3,0 \cdot 10^{-7} \text{ м}. \quad (3)$$

Из полученных оценок следует, что секвойи не могут себя обеспечить питанием с помощью капиллярных сил.

1.1.2 Оболочка корней растений служит полупроницаемой мембраной. Оцените, на какую высоту может подняться вода под действием осмотического давления. Считайте, что в почве вода является чистой, внутри растения создается раствор поваренной соли (NaCl) с содержанием 1 г соли на 1 л воды.

$$\text{Молярная масса натрия } M_{\text{Na}} = 23 \frac{\text{г}}{\text{моль}}, \text{ хлора } M_{\text{Cl}} = 35,5 \frac{\text{г}}{\text{моль}}.$$

1.1.2 Для расчета осмотического давления найдем концентрацию ионов в растворе поваренной соли при заданном ее содержании в растворе:

$$n = 2 \frac{m}{V(M_{\text{Na}} + M_{\text{Cl}})} N_A \quad (4)$$

Следовательно, осмотическое давление равно

$$p = nkT = 2 \frac{m}{V(M_{\text{Na}} + M_{\text{Cl}})} N_A kT = 2 \frac{m}{V(M_{\text{Na}} + M_{\text{Cl}})} RT. \quad (5)$$

Приравнявая его к гидростатическому давлению столба воды ρgh , получим

$$h = 2 \frac{m}{V(M_{\text{Na}} + M_{\text{Cl}})\rho g} RT = 2 \frac{20}{(23 + 35,5) \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8} 8,31 \cdot 300 = 87 \text{ м}. \quad (6)$$

Отметим, что помимо поваренной соли в жидкой среде клеток растений содержатся и другие компоненты, которые еще больше могут повысить осмотическое давление.

1.2 Метеорология – раздел физики!

При охлаждении влажного воздуха возможно образование тумана. Днем температура воздуха равнялась 25°C , а влажность $\eta = 80\%$. Вечером температура воздуха понизилась до 18°C . Оцените, какое количество теплоты выделится при образовании тумана на территории Минска. Оцените также, стоимость этой энергии, если по нынешним расценкам 1 Гигакалория (10^9 кал) тепловой энергии стоит 80 тыс. бел. руб.

Считайте, что форма города есть круг. Длина Минской окружной дороги $l = 56 \text{ км}$. Высоту слоя тумана примите равной $h = 100 \text{ м}$.

Плотность водяных паров можно выразить из уравнения состояния идеального газа:

$$pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT}. \quad (1)$$

Выразим плотности водяного пара до начала образования тумана (при влажности η) и после его образования (при 100% влажности):

$$\rho_0 = \frac{\eta p_{25} M}{RT_{25}}, \quad \rho_1 = \frac{p_{18} M}{RT_{18}}. \quad (2)$$

Разность этих плотностей дает массу воды, сконденсировавшейся в единице объема воздуха. Вычислим объем воздушной среды, в которой выпал туман. Записывая выражения для площади круга и длины окружности, получим:

$$l = 2\pi R, \quad S = \pi R^2 = \frac{l^2}{4\pi}. \quad (3)$$

С учетом полученного, находим массу выпавшего тумана

$$m = V\Delta\rho = \frac{l^2 h}{4\pi} \frac{M}{R} \left(\frac{\eta p_{25}}{T_{25}} - \frac{p_{18}}{T_{18}} \right). \quad (4)$$

И количество выделившейся при этом теплоты

$$\begin{aligned} Q = Lm &= L \frac{l^2 h}{4\pi} \frac{M}{R} \left(\frac{\eta p_{25}}{T_{25}} - \frac{p_{18}}{T_{18}} \right) = \\ &= 2,3 \cdot 10^6 \frac{(56 \cdot 10^3)^2 \cdot 100 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 8,31} \left(\frac{0,8 \cdot 3,17 \cdot 10^3}{273 + 25} - \frac{2,07 \cdot 10^3}{273 + 18} \right) = \\ &= 1,7 \cdot 10^{14} \text{ Дж} \approx 4 \cdot 10^4 \text{ ГКал} \end{aligned} \quad (4)$$

Что в «рублевом исчислении составляет $БР = 4 \cdot 10^4 \cdot 80 \cdot 10^3 = 3,2 \text{ млрд. руб.}$