

## Брест 2000г. (Решения)

### 9 класс.

#### 9-1. По определению средней скорости

$$v_{cp} = S/t, \quad (1)$$

где  $S$  - длина всего маршрута,  $t$  - время его прохождения. Обозначим скорость автобуса на последней трети пути через  $v_3$ . Тогда

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{S/3}{v_1} + \frac{S/3}{v_2} + \frac{S/3}{v_3}. \quad (2)$$

Подставляя выражение (2) в формулу (1), получаем

$$v_{cp} = \frac{S}{\frac{S/3}{v_1} + \frac{S/3}{v_2} + \frac{S/3}{v_3}}. \quad (3)$$

Отсюда можно выразить искомую скорость

$$v_{cp} = \frac{v_{cp} v_1 v_2}{3v_1 v_2 - v_{cp}(v_1 + v_2)}. \quad (4)$$

Подставив в выражение (4)  $v_{cp}^a = 70 \text{ км/ч}$ , получим ответ для первого пункта задачи

$$v_3^a = \frac{70 \cdot 50 \cdot 70}{3 \cdot 50 \cdot 70 - 70 \cdot (50 + 70)} \approx 117 (\text{км/ч})$$

Полученное значение для скорости движения автобуса достаточное большое и, конечно же, противоречит правилам дорожного движения, поэтому реальному водителю лучше не гнаться за указанным средним.

Подставляя в формулу (4)  $v_{cp}^b = 90 \text{ км/ч}$ , мы обнаруживаем, что

$$v_{cp}^b = \frac{90 \cdot 50 \cdot 70}{3 \cdot 50 \cdot 70 - 90(50 + 70)} = -1050 \text{ км/ч} < 0.$$

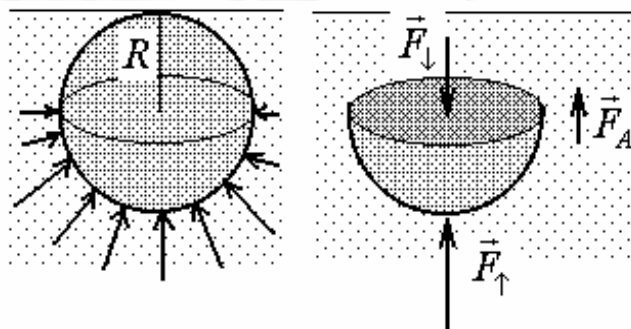
Результат явно противоречит здравому смыслу, так как автобус должен двигаться только вперед. Проанализируем выражение (4). Знаменатель обращается в нуль при

$$v_{cp}^* = \frac{3v_1 v_2}{v_1 + v_2} = 87,5 \text{ км/ч}$$

При этом  $v_3 \rightarrow \infty$ , т.е. это предельное значение средней скорости автобуса на всем маршруте, возможное при данных условиях движения. Даже мчась на последнем участке “со скоростью света”, водитель не сможет превысить значение  $v_{cp}^*$ . Таким образом, мы показали, что скорости движения автобуса на первых двух участках маршрута ограничивают максимальное значение его средней

скорости на всем пути. Поскольку  $v_{cp}^b > v_{cp}^*$ , то заданное в условии значение средней скорости не может быть достигнуто ни при каких значениях  $v_3$ . Этот результат полезно знать водителям-лихачам – кратковременные рывки с большой скоростью не помогут достичь высокой средней скорости, если в пути будут хотя бы кратковременные остановки. Лучше двигаться с меньшей скоростью, но без остановок (кстати, при этом не придется обгонять дважды одни и те же машины).

**9-2.** Непосредственно подсчитать силу давления жидкости для школьника задача практически нерешаемая, так как в каждой точке полушария меняется как направление силы давления, так и величина самого давления. Поэтому используем для решения стандартный прием мысленного рассечения шара на две половины: верхнюю и нижнюю. Сила Архимеда, действующая на нижнюю половину, с одной стороны равна по определению



$$F_A = \rho g V = \rho g \frac{2}{3} \pi R^3. \quad (1)$$

С другой стороны, сила Архимеда равна разности сил давления на нижнюю и верхнюю поверхности полушария.

$$F_A = F_{\uparrow} - F_{\downarrow}. \quad (2)$$

Сила давления  $F_{\downarrow}$  на верхнюю поверхность вычисляется просто

$$F_{\downarrow} = pS = \rho g R \pi R^2. \quad (3)$$

Поэтому, так же просто с помощью формул (1)-(3) мы найдем и силу давления на нижнюю поверхность

$$F_{\uparrow} = F_A + F_{\downarrow} = \frac{2}{3} \pi \rho g R^3 + \pi \rho g R^3 = \frac{5}{3} \pi \rho g R^3.$$

**9-3.** Пусть нормаль к зеркалу  $\vec{n}$  образует угол  $\alpha$  с направлением падающего света. Тогда отраженный пучок будет распространяться под углом  $\beta = 2\alpha$  к падающему световому пучку. Это означает, что если зеркало за время  $\Delta t$  повернется на некоторый угол,

