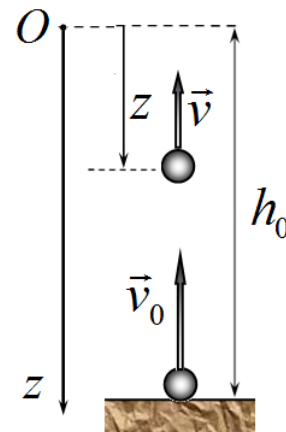


## Задание 2. Вытекание

### Часть 1. Бросок

В данной части вам необходимо описать движение тела, брошенного вертикально вверх, в не совсем обычной системе координат. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Небольшой шарик брошен вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$ . Обозначим максимальную высоту подъема шарика  $h_0$ . Введем ось координат  $z$ , направленную вертикально вниз, начало отсчета которой совпадает с максимальной высотой подъема. Далее под скоростью  $v_z$  и ускорением  $a_z$  подразумеваются проекции скорости и ускорения шарика на ось  $z$ .



**1.1** Выразите максимальную высоту подъема шарика  $h_0$  через начальную скорость  $v_0$  и ускорение свободного падения  $g$ .

**1.2** Чему равны проекции ускорения и начальной скорости шарика на ось  $z$  -  $a_z$ ,  $v_{0z}$ ?

**1.3** Найдите зависимость скорости шарика  $v_z$  от координаты  $z$  -  $v_z(z)$ .

**1.4** Найдите зависимость координаты шарика  $z$  от времени  $z(t)$ . В качестве параметров этой функции используйте только начальную скорость  $v_0$  и ускорение свободного падения  $g$ .

**1.5** Постройте схематический график зависимости  $z(t)$ . Укажите характерные точки этого графика.

Обозначим  $\tau_{0,5}$  («время полуподъема») - время, за которое шарик поднимается на высоту  $\frac{h_0}{2}$ , равную половине максимальной высоты. Это время  $\tau_{0,5}$  может быть выражено через максимальную высоту подъема  $h_0$  и ускорение свободного падения следующим образом:

$$\tau_{0,5} = Ch_0^\alpha g^\beta, \quad (1)$$

где  $C$  - некоторый безразмерный численный коэффициент,  $\alpha, \beta$  - постоянные показатели степеней.

**1.6** Найдите значения показателей степеней  $\alpha, \beta$  в формуле (1).

**1.7** Рассчитайте численное значение коэффициента  $C$  в формуле (1).

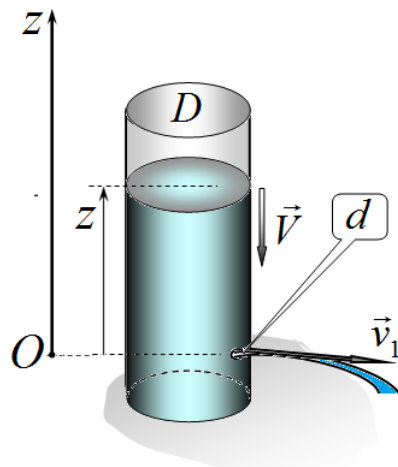
## Часть 2. Дырявый сосуд

В данной части задачи вам необходимо описать процесс вытекания жидкости из сосуда, в стенке которого имеется небольшое отверстие.

В боковой стенке вертикального цилиндрического сосуда с диаметром поперечного сечения  $D$  проделали малое круглое отверстие диаметра  $d$  вблизи дна сосуда.

Обозначим отношение этих диаметров  $\eta = \frac{d}{D} \ll 1$

В сосуд наливают воду. Уровень воды  $z$  в сосуде отсчитывается от середины отверстия. Ось  $z$  направлена вертикально вверх. Считайте, что диаметр отверстия значительно меньше высоты уровня воды в сосуде  $d \ll z$ . Обозначим скорость вытекания воды из отверстия  $\vec{v}_1$ , скорость опускания уровня воды в сосуде  $\vec{V}$ . Вязкостью воды следует пренебречь, в этом приближении сохраняется механическая энергия воды, т.е. тепловых потерь нет.



**2.1** Найдите зависимость скорости вытекания воды из отверстия  $v_1$  от высоты уровня воды в сосуде  $v_1(z)$ .

**2.2** Найдите зависимость проекции на ось  $z$  скорости опускания  $V_z$  от высоты уровня  $z$ . В качестве параметров этой функции используйте только ускорение свободного падения  $g$  и отношение диаметров  $\eta$ .

**2.3** Чему равно ускорение, с которым опускается уровень воды в сосуде  $a_z$ ?

**2.4** Найдите зависимость высоты уровня воды в сосуде от времени  $z(t)$ . При  $t = 0$  высота уровня воды в сосуде равна  $h_0$ . В качестве параметров функции используйте величины  $g, h_0, \eta$ .

**2.5** Найдите через, какое время  $\tau_{0,5}$  уровень воды в сосуде уменьшится в два раза.

**2.6** Рассчитайте численное значение времени «полувывтекания»  $\tau_{0,5}$ , если  $h_0 = 20$  см,  $\eta = \frac{1}{20}$ ,  
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .