

Задание 2. «У природы нет плохой погоды»

Достоверные прогнозы погоды до сих пор остаются проблемой для синоптиков – слишком уж много факторов на нее может повлиять. Но мы с вами не будем пытаться предсказать погоду на завтра – в этой задаче вам предстоит исследовать наиболее характерные закономерности климата планеты.

2.1. «Средняя температура»

Рассмотрим некую планету (условимся называть её Землёй), радиусом $R_3 = 6370 \text{ км}$, вращающуюся по круговой орбите радиусом $L = 150 \text{ млн. км}$ вокруг звезды (условно Солнца) радиусом $R_c = 696 \text{ тыс. км}$ и температурой поверхности $T_c = 5800 \text{ К}$.

Определите поток излучения Солнца (солнечную постоянную) Φ_0 (т.е. энергию, проходящую за единицу времени через площадку единичной площади, перпендикулярную световым лучам) вблизи поверхности Земли.

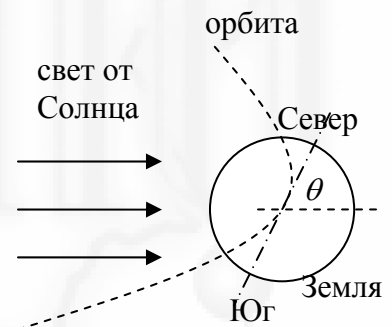
Земля представляет собой твердый шар с очень большой теплопроводностью. Определите среднюю температуру Земли T_3 .

И Солнце, и Землю считайте абсолютно черными телами.

По закону Стефана-Больцмана, энергия, излучаемая с единицы площади абсолютно черного тела за единицу времени равна σT^4 , где постоянная Стефана-Больцмана $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \text{ К}^4$.

2.2. «Весна, лето, осень, зима и снова весна»

На Земле наблюдается смена времен года. Для объяснения этого явления рассмотрим другую модель Земли: будем считать (как это есть на самом деле), что земной шар не успевает ни прогреться, ни промерзнуть из-за низкой теплопроводности. Поэтому его теплоемкость определяется только тем слоем, температура которого успевает измениться при смене времен года. Для оценки теплоемкости считайте, что вода прогревается однородно до глубины $h = 5,00 \text{ м}$, а более глубокие слои не греются. Ось вращения Земли наклонена к плоскости её орбиты под углом $\theta = 66,5^\circ$. Воображаемая линия «экватор» делит Землю на северное и южное полушарие. Переносом тепла через экватор можно пренебречь.



Среднесуточная мощность солнечного излучения, падающая на северное полушарие зависит от времени года (если отсчет вести от самого длинного дня), приблизительно как $P = 2\pi R_3^2 (A + B \cos \Omega t)$, где $2\pi R_3^2$ – площадь северного полушария.

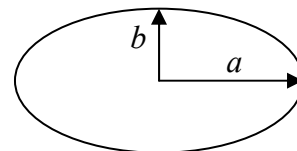
2.2.1 Определите постоянную Ω . Оцените постоянные A и B .

2.2.2 Найдите зависимость среднесуточной температуры T северного полушария от времени года t .

2.2.4 Найдите задержку во времени τ между самым длинным и самым теплым днем года. Плотность воды равна $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, удельная теплоемкость $c = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$. Считайте, что вода полностью поглощает все излучение, падающее на неё. Период движения Земли вокруг Солнца равен $t_3 = 365,25 \text{ суток}$.

Примечания.

- 1) Площадь круга равна πR^2 . Площадь поверхности сферы равна $4\pi R^2$.
- 2) Если смотреть на круг сбоку, то он виден как эллипс.
- 3) Площадь эллипса равна πab , где a и b – большая и малая полуоси эллипса.
- 4) Справедливы следующие тождества
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$
- 5) При $|\xi| < 0,1$ справедливо выражение $(1 + \xi)^n \approx 1 + n\xi$.
- 6) $2 + 2 \approx 4$.



2.3. «Парниковый эффект»

Согласно формуле Планка, интенсивность излучения абсолютно черного тела, приходящаяся на интервал длин волн от $\lambda - \Delta\lambda/2$ до $\lambda + \Delta\lambda/2$ равна

$$\Delta I = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1} \Delta\lambda,$$

где e – экспонента ($e \approx 2,7183$), $c = 3,00 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана, T – температура абсолютно черного тела.

В данном пункте вернемся к модели Земли, как шара с очень большой теплопроводностью. Кроме того, у Земли есть газовая атмосфера, полностью поглощающая излучение с длиной волны от $\lambda_{\min} = 8,0$ мкм до $\lambda_{\max} = 12,0$ мкм. Считайте, что теплообмен между поверхностью Земли и ее атмосферой осуществляется только посредством излучения. Температуру атмосферы считайте постоянной, не зависящей от ее высоты.

Из-за того, что температуры Солнца и Земли различны, их спектры излучения лежат в разных диапазонах длин волн, и атмосфера поглощает излучение Солнца и Земли по-разному.

2.3.1 Оцените суммарный коэффициент поглощения атмосферой излучения Солнца A_0 и излучения Земли A_1 .

2.3.2 Определите среднюю температуру земной поверхности T_3 в рамках данного приближения.

2.4. «Ядерная зима или почему вымерли динозавры»

В результате извержения крупного вулкана атмосфера Земли наполнилась дымом (мелкими частицами пыли и сажи) и стала частично непрозрачна для любого излучения (степень зачернённости атмосферы $\eta = 0,6$), помимо полного поглощения излучения с длинами волн от $\lambda_{\min} = 8,0$ мкм до $\lambda_{\max} = 12,0$ мкм.

2.4.1 Определите среднюю температуру земной поверхности в этом случае.