

## Задача 1. «Системы единиц»

1. В атомной и ядерной физике используется система единиц, в основу которой положены такие фундаментальные постоянные как постоянная Планка ( $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ ) и скорость света ( $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ ). В данной системе эти постоянные приравняются к единице ( $\hbar = c = 1$ ). Легко заметить, что в этом случае размерности времени и расстояния становятся одинаковыми, то же самое происходит с размерностью массы, импульса и энергии.

Предлагает Вам разобраться с этими хитростями.

Если в системе СИ для килограмма, метра и секунды существуют свои эталоны, то в указанной системе единиц двумя эталонами являются постоянная Планка и скорость света. В качестве третьего эталона можно выбрать, например, метр.

Если размерность времени и расстояния одинаковы, то можно время выражать в метрах ( $1\text{с} = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м}$ ).

1.1 Массу в такой системе можно измерять в обратных метрах ( $1 \text{ кг} = \beta \text{ м}^{-1}$ ). Чему равен один килограмм?

1.2 Соответственно энергия также измеряется в обратных метрах ( $1 \text{ Дж} = \gamma \text{ м}^{-1}$ ). Чему равен один Джоуль?

В данной системе единиц энергию удобно выражать через электрон-вольты ( $1\text{эВ} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ ). Тогда представляется возможным выразить через электрон-вольты основные единицы СИ, т.е. килограмм, метр и секунду. Другими словами, выбрать в качестве третьего эталона электрон-вольт.

1.3 Сколько обратных электрон-вольт в одном метре?

1.4 Чему равна одна секунда в такой системе?

1.5 Сколько электрон-вольт в одном килограмме?

1.6 В модели атома водорода, электрон вращается вокруг протона по круговой орбите радиуса  $a_0 = 2,68 \cdot 10^{-4} \text{ эВ}^{-1}$ , под действием кулоновской силы  $F = 1,01 \cdot 10^5 \text{ эВ}^2$ . Определите кинетическую энергию электрона в атоме водорода.

2. Для удобства вычисления орбит искусственных спутников и проектирования межпланетных полётов, предлагаем ввести не менее удобную в этом случае систему единиц, в которой гравитационная постоянная ( $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$ ) и первая космическая скорость вблизи поверхности Земли ( $v_{1К} = 7,91 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ ) равны единице ( $G = v_{1К} = 1$ ).

Расстояние будем измерять в земных радиусах ( $zр$ ), ( $1zр = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$ ). Земной радиус, таким образом, будет третьим эталоном. При таком выборе килограмм, метр и секунда также могут быть выражены через земной радиус ( $1 \text{ м} = \alpha zр$ ,  $1 \text{ с} = \beta zр$ ,  $1 \text{ кг} = \gamma zр$ ).

2.1 Сколько земных радиусов в одном метре?

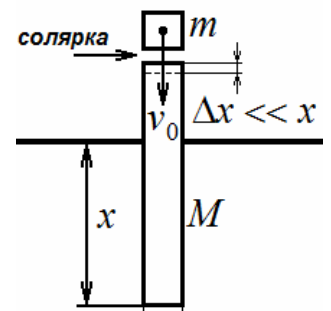
2.2 Сколько земных радиусов в одной секунде?

2.3 Чему равен один килограмм в такой системе?

2.4 Радиус Луны  $R_{\text{Л}} = 0,273zр$ , а масса Луны  $M_{\text{Л}} = 0,0123zр$ . Определите ускорение свободного падения  $g_{\text{Л}}$  и первую космическую скорость  $v_{\text{Л}}$  вблизи поверхности Луны.

## Задача 2. «Копёр»

Предлагаем Вам рассмотреть работу устройства для забивания свай в твёрдый грунт. Принцип работы копра очень простой. По вертикально установленной свае (масса сваи  $M$ ) ударяет молот (масса молота  $m$ ), часть механической энергии молота передаётся свае, которая постепенно забивается в землю. Для поддержания работы копра, в область соударения



молота и сваи подаётся некоторое количество солярки, которая при сжатии взрывается и выделяет определённое количество энергии.

Будем считать для простоты, что сила трения, действующая на сваю при её движении в грунте, прямо пропорциональна длине вбитой части ( $F_{TP} = kx$ ,  $k$  - известная постоянная).

*Удары молота о сваю будем считать абсолютно упругими. Также будем считать, что трение сваи о грунт настолько велико, что при одном ударе свая опускается на очень маленькое расстояние ( $\Delta x_0 \ll x_0$ ).*

### Часть 1. Горячее не подаётся.

1. Скорость молота в момент времени, предшествующий соударению равна  $v_0$ . После соударения свая получит определённую энергию  $E_1 = \varepsilon_1 \cdot \frac{mv_0^2}{2}$ , а модуль скорости молота уменьшится и станет равным  $v_1 = \xi \cdot v_0$ . Выразите постоянные  $\varepsilon_1$  и  $\xi$  через массы молота и сваи. Далее считайте эти постоянные известными.

2. Длина вбитой части сваи равна  $x_0$ . Определите  $\Delta x_0$  для удара, описанного в предыдущем пункте.

### Часть 2. Включают подачу горячего.

3. Количество солярки, подаваемой в место соударения, регулируют таким образом, чтобы модуль скорости молота после соударения со сваем не изменялся. Энергия, переданная свае, в этом случае также может быть выражена в виде  $E_2 = \varepsilon_2 \cdot \frac{mv_0^2}{2}$ , где  $v_0$  - скорость молота до (и после) соударения. Определите  $\varepsilon_2$ .

4. При такой подаче топлива, глубина погружения сваи после  $i$ -го удара ( $\Delta x_i$ ) может быть выражена через погружение после предыдущего удара ( $\Delta x_{i-1}$ ) и длину вбитой части сваи ( $x_i$ ) следующим образом:  $\Delta x_i \approx \Delta x_{i-1} \left( 1 + \frac{\lambda}{x_i} \right)$ . Определите коэффициент  $\lambda$ .

5. Начнём считать удары молота в тот момент, когда длина вбитой части сваи равна  $x_1$ . После предыдущего удара свая опустилась на  $\Delta x_0$ . Используя соотношение, приведённое в предыдущем пункте и, по-прежнему, считая, что  $\Delta x_i \ll x_i$ , оцените на сколько опустится свая после 10 ударов. Выразите ответ через  $x_1$ ,  $\Delta x_0$  и  $\lambda$ .

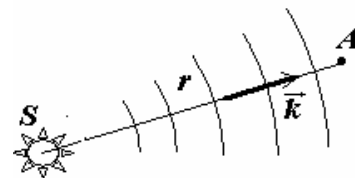
6. После погружения сваи на необходимую глубину, подачу горячего прекращают. Через какое время  $T$  после последнего удара с включённой подачей горячего удары молота прекратятся? До прекращения подачи топлива, скорость молота перед ударами равнялась  $v_0$ .

Примечание. Скорее всего, Вам пригодится приближенная формула:  $(1+x)^\alpha \approx 1+\alpha x$ .

### Задача 3. Интерференция.

*Уважаемые коллеги! Вам предлагается написать основные тезисы параграфа учебника<sup>1</sup> по теме «Интерференция света», излагая ее в обобщенной форме, с единой точки зрения.*

Свет представляет собой электромагнитную волну – колебание, распространяющееся в пространстве с течением времени. Напряженность



<sup>1</sup> Конечно, не для повышенного, а гораздо более низкого углубленного уровня.