

Вычисляя с помощью (12) скорости $u_1 = 19,9 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ и $u_2 = 28,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ и подставляя полученные значения в (14), окончательно найдем

$$H_2 = 1,6 \cdot 10^2 \text{ м}. \quad (14)$$

Из сравнения (14) и (6) видим, что численное значение для высоты башни стало меньше в случае «равноускоренно-равномерного» движения. Это несколько не удивительно, т.к. сила сопротивления воздуха создает «парашютный эффект», увеличивая время падения капли с данной высоты (средняя скорость падения уменьшается). Таким образом, капля успевает кристаллизироваться и при падении с меньшей высоты, чем в случае только равноускоренного движения.

В заключение заметим, что выражение (10) не имеет смысла при больших значениях u , поскольку при этом высота башни H получается отрицательной. Это имеет очевидный физический смысл — в нашей модели высота башни изначально предполагалась достаточной для того, чтобы капля «успела» разогнаться до постоянной скорости u . В противном случае будет отсутствовать участок равномерного движения капли. Сформулируем критерий достаточности количественно

$$H \geq H^* = S_1. \quad (15)$$

Задание 3. «Храбрый Мюнхгаузен»

После начала действия внешней силы правый груз m (следовательно и вся система) некоторое время t_1 будет оставаться в покое, поскольку сила трения покоя между плоскостью и грузом сможет компенсировать внешнюю движущую силу $F(t)$.

Соответственно этот этап «покоя» (участок 1–2 на рис.22) прекратится, когда внешняя сила достигнет максимального значения силы трения покоя $F_0 = \mu mg$ (явлением застоя пренебрежем)

$$\alpha t_1 = \mu mg = F_0 \Rightarrow t_1 = \frac{F_0}{\alpha} = 20 \text{ с}. \quad (1)$$

Таким образом, спустя время t_1 после начала действия силы правый груз начнет медленно скользить по плоскости, растягивая при этом правую (первую) пружину.

Будем считать, что при подобном «медленном» скольжении груз в любой момент времени находится в равновесии под действием постоянной силы трения скольжения F_0 и переменной силы упругости первой пружины $F_{y1}(t) = k \Delta l_1(t)$

$$\alpha t = F_0 + k \Delta l_1(t) \Rightarrow \Delta l_1(t) = \frac{\alpha t - F_0}{k}. \quad (2)$$

Поскольку (2) представляет собой уравнение прямой, то на этом этапе (участок 2–3 на рис.21) абсолютная деформация системы $\Delta l(t) = \Delta l_1(t)$ будет линейно увеличиваться со временем. Этот этап продолжится до момента времени t_2 , когда в движение придет средний груз, т.е. когда сила упругости правой пружины превысит величину F_0

$$k \Delta l_1(t_2) = F_0 \Rightarrow (2) \Rightarrow \alpha t_2 - F_0 = F_0 \Rightarrow t_2 = \frac{2F_0}{\alpha} = 39 \text{ с} \quad (3)$$

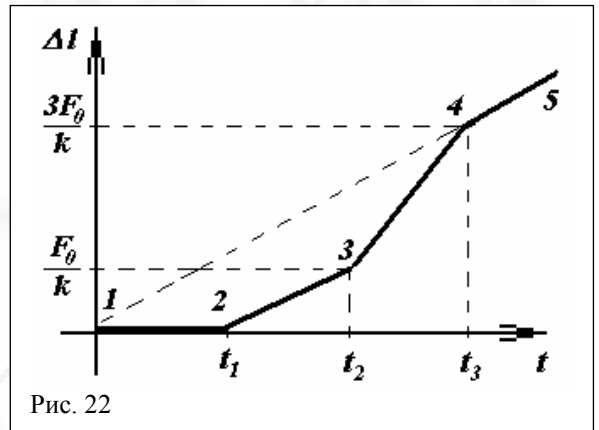


Рис. 22

Далее понятно, что после начала движения центрального груза начнет деформироваться и левая (вторая) пружина. Если ее абсолютная деформация $\Delta l_2(t)$, то из условия равновесия центрального груза получим (не будем забывать, что на центральный груз также действует постоянная сила трения скольжения F_0)

$$k \Delta l_2(t) + F_0 = k \Delta l_1(t) \Rightarrow \Delta l_2(t) = \Delta l_1(t) - \frac{F_0}{k} = \frac{\alpha t - 2F_0}{k}. \quad (4)$$

Теперь уже абсолютная деформация системы будет равна сумме абсолютных деформаций каждой из пружин

$$\Delta l(t) = \Delta l_1(t) + \Delta l_2(t) = \{(3), (4)\} = \frac{2\alpha t - 3F_0}{k}. \quad (5)$$

Заметим, что (5) также представляет собой линейную зависимость (участок 3–4 на рис.21), правда с иным (удвоенным) угловым коэффициентом.

Наконец в момент времени t_3 , когда сила упругости левой (второй) пружины также превысит значение F_0 , в движение придет и левый груз

$$k \Delta l_2(t_3) = F_0 \Rightarrow t_3 = \frac{3F_0}{\alpha} = 59 \text{ с}. \quad (6)$$

Подчеркнем, что выражение (6) имеет очевидный физический смысл — в момент времени t_3 внешняя движущая сила станет равной максимальной силе трения покоя в системе. Таким образом, последний (левый) груз сдвинется с места через время

$$t^* = 59 \text{ с}.$$

Согласно построенному графику деформация системы в этот момент

$$\Delta l^* = \frac{3F_0}{k} = 5,9 \text{ см}.$$

Далее система будет двигаться как единое целое (т.е. ускорения всех грузов будут одинаковыми), и можно показать, что в этом случае ее деформация будет увеличиваться с течением времени по линейному закону (участок 4–5 на рис.21)

$$\Delta l(t) = \Delta l_1(t) + \Delta l_2(t) = \frac{\alpha t}{k}. \quad (7)$$

Задание 4. «Находчивый Мюнхгаузен»

Человек, прыгнув в лодку, сообщит ей некоторую начальную скорость v_0 , которую можно найти из закона сохранения импульса

$$m v_{min} = (M + m) v_0 \Rightarrow v_0 = \frac{m v_{min}}{(M + m)}. \quad (1)$$

Далее лодка с человеком будет скользить по инерции, постепенно замедляя свое движение под действием силы сопротивления воды. Пусть в некоторый момент времени скорость лодки $v(t)$. Согласно II закону Ньютона для движения лодки (в проекции на горизонтальное направление) с учетом определений ускорения и скорости в этом случае можем записать

$$(M + m) a = (M + m) \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\alpha v(t) = -\alpha \frac{\Delta x}{\Delta t}. \quad (2)$$

Умножая обе части равенства (2) на Δt , получим связь между приращением скорости Δv за некоторый малый промежуток времени Δt и приращением Δx ее координаты