

Решения задач.

9 класс.

Задача 9.1 Отражение.

Часть 1. Механическая

Найдем зависимость скорости шарика от его координаты. Запишем уравнение второго закона Ньютона для движущегося шарика

$$ma = -\beta V, \quad (1)$$

и подставим в него выражения для мгновенных скорости и ускорения

$$m \frac{\Delta V}{\Delta t} = -\beta \frac{\Delta x}{\Delta t}. \quad (2)$$

После сокращения на Δt получим

$$m \Delta V = -\beta \Delta x. \quad (3)$$

Данное выражение справедливо не только для малых промежутков времени, но и для любых конечных интервалов (что доказывается простым суммированием по малым промежуткам), поэтому

$$V - V_0 = -\frac{\beta}{m}(x - x_0) \Rightarrow V = V_0 - \frac{\beta}{m}(x - x_0). \quad (4)$$

Таким образом, скорость линейно убывает с ростом пройденного пути. Очевидно, что формула (4) справедлива только для положительных значений модуля скорости. Подставим значение

$\beta = \frac{mV_0}{5a}$ и получим окончательный вид:

$$V = V_0 - \frac{V_0}{5a}(x - x_0) \quad (5)$$

При движении шарика от стенки, формула (5) определяет искомую функцию в виде

$$V = V_0 - \frac{V_0}{5a}(x - a), \quad (a < x < 6a) \quad (6)$$

Для построения графика удобно эту функцию представить в относительных единицах

$$\frac{V}{V_0} = 1 - \frac{1}{5} \left(\frac{x}{a} - 1 \right), \quad \left(1 < \frac{x}{a} < 6 \right) \quad (7)$$

График этой функции представляет отрезок прямой AB .

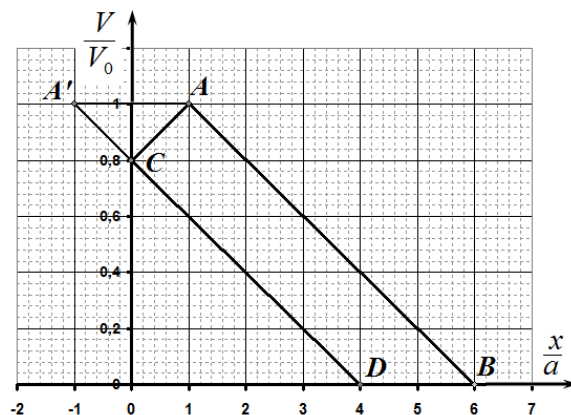
В том случае, когда начальная скорость шарика направлена к стенке, то до удара зависимость скорости от координаты определяется выражением

$$\frac{V}{V_0} = 1 + \frac{1}{5} \left(\frac{x}{a} - 1 \right), \quad \left(0 < \frac{x}{a} < 1 \right). \quad (8)$$

Этот участок на графике изображается отрезком AC . После отражения от стенки направление вектора скорости изменится на противоположное, поэтому вид функции изменится (отрезок CD на графике):

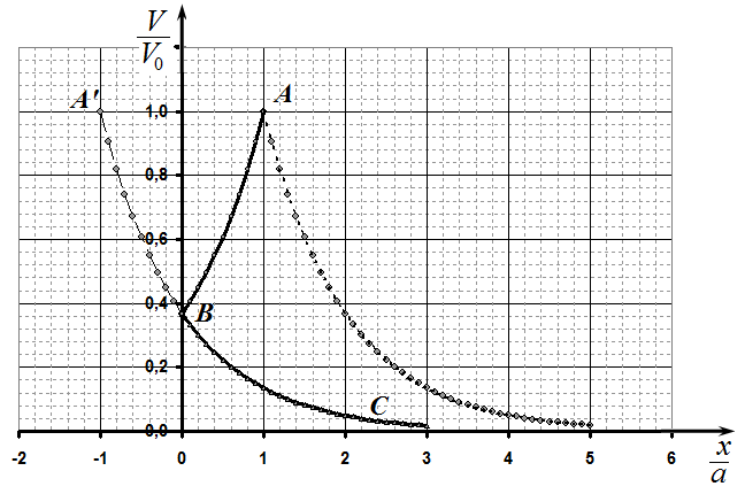
$$\frac{V}{V_0} = \frac{4}{5} - \frac{x}{5a}, \quad \left(0 < \frac{x}{a} < 4 \right). \quad (9)$$

График зависимости скорости шарика от координаты при отражении от стенки можно также



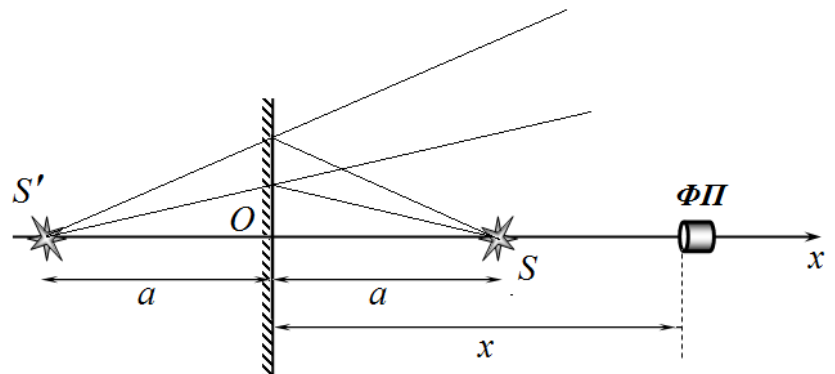
получить «отражением» графика движения в положительном направлении. Можно также «отразить» начальную точку A (ее «изображение» - A') и провести от нее исходный график – отрезок $A'CD$.

1.2 Для построения требуемого графика проще воспользоваться методом «отражения». До удара о стенку график зависимости является отражением исходного графика относительно прямой $x = a$ (участок AB), а после удара – графиком исходной зависимости, сдвинутым влево на величину $2a$. Можно также отразить начальную точку $A \rightarrow A'$



Часть 2. Оптическая

2.1 Построение хода лучей при отражении в плоском зеркале хорошо известно и комментариев не требует. Изображение будет находиться «зеркально симметрично» на расстоянии a за зеркалом.

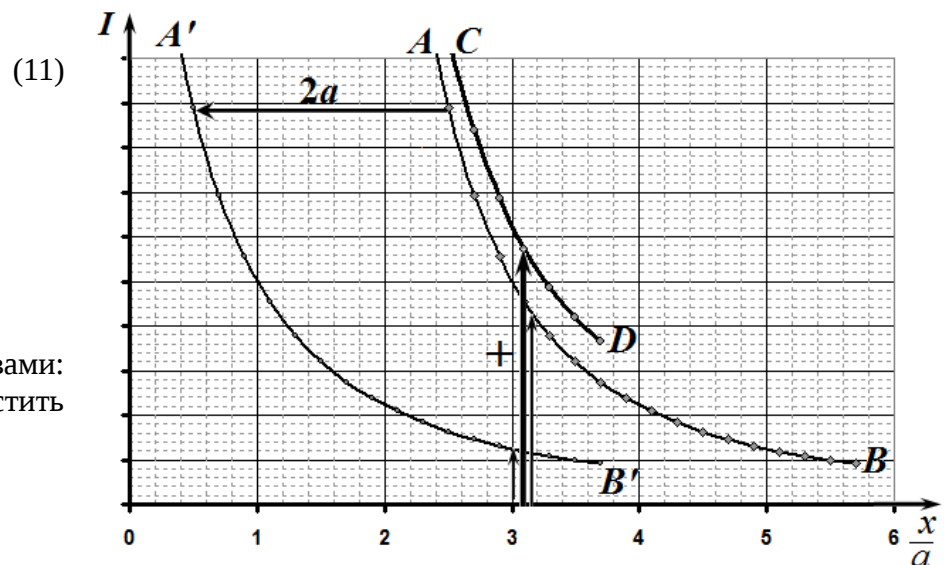


2.2 Фотоприемник будет воспринимать свет, исходящий как непосредственно от источника, так и отраженный от зеркала. Если зависимость интенсивности света от расстояния до источника r имеет вид $I_0(r)$, то при наличии зеркала суммарная интенсивность описывается функцией

$$I(x) = I_0(x - a) + I_0(x + a). \quad (10)$$

Или, аналогично, если исходная функция зависимости от координаты имеет вид $I_1(x)$ (представленный графически), то требуемая функция описывается выражением

$$I(x) = I_1(x) + I_1(x + 2a).$$



Иными
необходимо

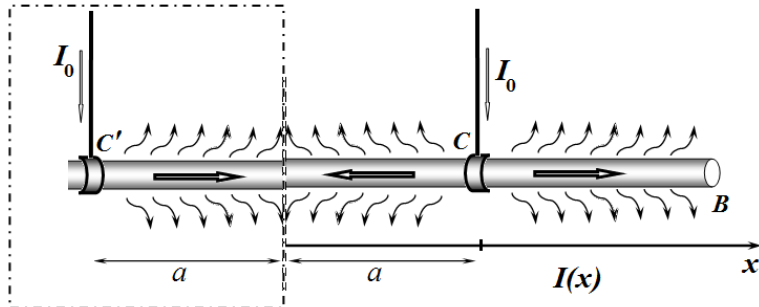
словами:
сместить

исходный график AB на $2a$ влево (кривая $A'B'$) и сложить их в области перекрытия (результат – кривая CD).

Часть 3. Электрическая.

Обрыв кабеля приводит к тому, что ток перестает течь через место обрыва.

Этому же условию можно удовлетворить, если симметрично относительно места обрыва расположить еще один такой же источник тока, тогда суммарная сила тока в месте обрыва будет равна нулю. построения графика зависимости силы тока от координаты необходимо исходный график



Для

ABC сместить влево на $2a$ ($A'B'C'$). Затем в области между источником и точкой обрыва вычесть токи, так как здесь они текут в противоположных направлениях (ED), а вне этой области их сложить (FG). Результат такого построения показан на рисунке.

