

Брест 1993 г. (Решения)

9-1. Рассмотрим движение точки A . Пусть она переходит в точку A_1 , D — новая точка касания выреза. При таком повороте колеса на угол θ его центр сместится на угол φ относительно центра выреза. Так как качение происходит без проскальзывания, то длины дуг AD и A_1D равны, то есть

$$R\theta = 2R\varphi$$

или

$$\theta = 2\varphi.$$

Запишем координаты точки A_1

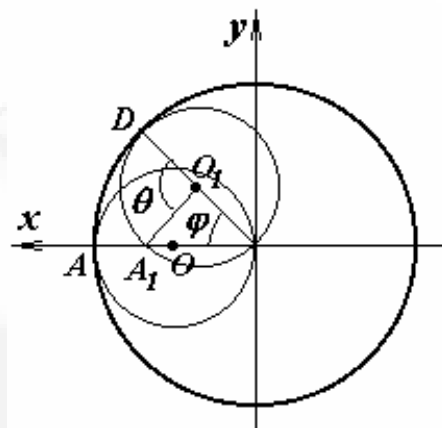
$$x = R \cos \varphi + R \cos(\theta - \varphi),$$

$$y = R \sin \varphi - R \sin(\theta - \varphi).$$

С учетом связи между углами θ и φ , получим

$$\begin{cases} x = 2r \cos \theta, \\ y = 0. \end{cases}$$

Таким образом, при изменении угла φ от 0 до 2π , x изменяется от $2R$ до $-2R$, а y при этом остается равным нулю. Иными словами траектория точки есть диаметр выреза, проходящий через точку. Аналогично можно показать, что траектории точек B и C также являются отрезками прямых (диаметрами). Какими, подумайте самостоятельно.



9-2. При движении шарика в сосуде сила сопротивления зависит от его скорости. Следовательно, шарик будет двигаться с постоянной скоростью, поэтому суммарная сила, действующая со стороны жидкости на шарик, равна силе тяжести mg . Тогда по третьему закону Ньютона с такой же силой шарик действует на жидкость. Так как центр масс жидкости перемещается без ускорения, то сумма всех сил, действующих на жидкость равна нулю. Таким образом, сила, действующая на жидкость со стороны шарика, должна быть скомпенсирована дополнительной силой со стороны дна и стенок сосуда, которая также равна mg .

9-3. Искомую работу можно рассчитать по формуле

$$A = Q = cm(T_K - T_H),$$

для чего необходимо привести все единицы измерения к одной системе (например, СИ), в итоге $A = 33,6 \text{ кДж}$.

9-4. Для решения этой задачи воспользуемся принципом суперпозиции токов и симметрией схемы. Допустим, что через подводящий контакт к точке A идет ток I . Тогда в отсутствии вывода

B токи в ближайших звеньях будут равны $\frac{I}{3}$, а в следующих $\frac{I}{6}$. При подключении к точке B источника с силой тока $-I$, распределение токов будет аналогичным. Таким образом, при одновременном подключении к точкам A и B , ток в двух звеньях, соединяющих эти точки

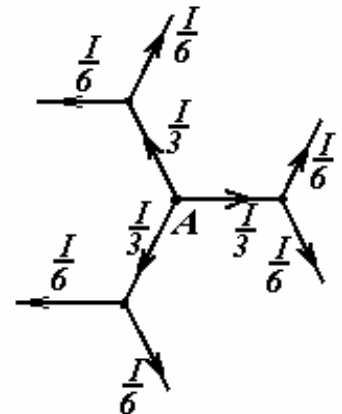
$$I_1 = \frac{I}{3} + \frac{I}{6} = \frac{I}{2},$$

а падение напряжения между ними

$$U = I_1 2R = IR.$$

Следовательно, сопротивление всей цепи

$$R_{об} = \frac{U}{I} = R.$$



10-1. Траектория шарика будет представлять набор дуг в четверть окружности, радиусы которых уменьшаются на длину ребра кубика a .

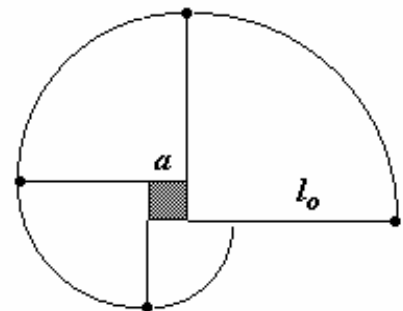
Число этих дуг $N = \frac{l_0}{a} + 1$. Следовательно,

длина траектории

$$S = \sum_{k=0}^N (l_0 - ka) \frac{\pi}{2}.$$

Используя формулу для суммы членов арифметической прогрессии, получим

$$S = \frac{1}{4} \pi l_0 \left(\frac{l_0}{a} + 1 \right).$$



Из закона сохранения энергии следует, что скорость шарика постоянна, поэтому время движения