

2. Полный путь до остановки оставит **33,6 м** за время **12,9 с**.

Задание 10.3

Поскольку кольцо и стержень имеют заряды противоположных знаков, то в положении равновесия стержень расположится симметрично относительно центра кольца. Рассмотрим малое смещение x ($x \ll R$) стержня из положения равновесия например вверх (рис. 2). Поскольку при этом над кольцом окажется большая часть стержня, то результирующая сила со стороны кольца будет стремиться вернуть стержень в положение равновесия.

Для расчета этой силы заметим, что в данном случае «нескомпенсированной» остается только сила притяжения к кольцу малого участка стержня длиной $2x$ (незаштрихованная на рис.), имеющая заряд

$$\Delta q = \lambda 2x = \frac{q}{l} 2x = \frac{q}{R} x. \quad (1)$$

Поскольку напряженность электростатического поля на оси кольца на расстоянии h от его центра вычисляется по формуле

$$E(h) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{h}{(h^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (2)$$

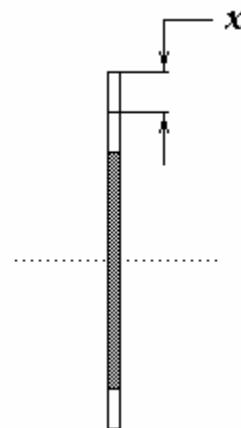
то для нашего случая ($h = R$) получаем

$$E(R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{R}{(2R^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{q}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0 R^2}. \quad (3)$$

Таким образом, уравнение движения (второй закон Ньютона) для стержня примет вид

$$ma = mx''(t) = -\Delta q \cdot E(R) = -\frac{q}{R} \cdot \frac{q}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0 R^2} \cdot x = -\frac{q^2}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0 R^3} \cdot x. \quad (4)$$

Уравнение (4) можно переписать в виде стандартного уравнения гармонических колебаний



$$x''(t) + \omega_0^2 x(t) = 0, \text{ где } \omega_0 = \sqrt{\frac{q^2}{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0 m R^3}} = \frac{q}{2R} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 m R}}. \quad (5)$$

Соответственно период данных колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{4\pi R}{q} \sqrt{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 m R}. \quad (6)$$

Задание 10.4

а) Рассмотрим процесс возникновения магнитного поля при вращении цилиндров.

Индукция B однородного магнитного поля внутри достаточно длинного соленоида с однослойной плотностью намотки $n = \frac{N}{l}$ и силой тока I может быть найдена по формуле

$$B = \mu_0 i = \left\{ i = \frac{I_{\Sigma}}{l} = \frac{IN}{l} = In \right\} = \mu_0 I n. \quad (1)$$

Подчеркнем, что вне бесконечного соленоида поля нет. В реальном случае магнитное поле выходит через торцы соленоида (область т.н. «краевых эффектов»), следовательно, оно отлично от нуля и вне соленоида. Поскольку цилиндры, согласно условию, достаточно длинные, то указанными эффектами пренебрежем.

В рассматриваемом случае ток, в буквальном смысле слова, через цилиндры не течет, однако его заменяет направленное движение статических зарядов на поверхностях цилиндров при вращении. За один оборот весь заряд $q = \sigma 2\pi R l$ цилиндра пройдет через некоторое фиксированное поперечное сечение его боковой поверхности длиной l . Следовательно, сила тока, «протекающего» по поверхности цилиндра радиуса R при его вращении с угловой скоростью ω

$$I = \frac{q}{t} = \frac{\sigma 2\pi R l}{2\pi / \omega} = \sigma \omega R l. \quad (2)$$

Соответственно для линейной плотности тока в этом случае получаем выражение

$$i = \frac{I}{l} = \sigma \omega R. \quad (3)$$

С помощью (1) - (3) и найдем индукцию B однородного магнитного поля внутри достаточно длинного вращающегося цилиндра

$$B = \mu_0 \sigma \omega R. \quad (4)$$

Направление вектора \vec{B} магнитной индукции внутри цилиндра можно найти при помощи правила буравчика. При этом следует направление тока заменить направлением вращения цилиндра (при положительной плотности поверхностного заряда σ).

Таким образом, при вращении цилиндров в одном направлении, искомая зависимость имеет вид

$$B(r) = \begin{cases} \mu_0 (\sigma_1 \omega_1 R_1 + \sigma_2 \omega_2 R_2) & \text{при } r < R_1 \\ \mu_0 \sigma_2 \omega_2 R_2 & \text{при } R_1 < r < R_2. \\ 0 & \text{при } r > R_2 \end{cases} \quad (5)$$

При вращении цилиндров в различных направлениях в представленной зависимости, в соответствие с правилом буравчика следует взять знак «-».

б) Для вычисления давления, создаваемого магнитным полем вращающегося цилиндра на его же боковую поверхность цилиндра следует учесть, что на выделенный элемент с током ΔS_i боковой поверхности цилиндра не может действовать магнитное поле,