

Задание 3. «Осторожней на поворотах»

В этой задаче мы предлагаем вам рассмотреть поведение автомобиля при повороте на большой скорости. Для этого необходимо познакомимся с таким явлением, как «увод» шины и выяснить, какие силы заставляют автомобиль поворачивать.

Поставим автомобильное колесо на движущуюся ленту транспортёра под некоторым маленьким углом φ к направлению движения ленты и приложим к нему вертикальную нагрузку N (рис. 1 и 2). Вначале колесо будет скользить и раскручиваться. Когда скольжение прекратится, исчезнет сила трения направленная вдоль плоскости колеса, однако останется некоторая сила, действующая в перпендикулярном направлении, стремящаяся увести колесо в сторону. Эта сила по своей сути является силой трения покоя. Причина её возникновения – деформация шины вблизи пятна контакта. Присутствие этой силы и заставляет автомобиль поворачивать, т.е. сумма сил увода, действующих на каждое колесо автомобиля, является центростремительной силой. Таким образом, при поворотах плоскость колеса всегда немного повернута относительно вектора скорости движения центра колеса (колёса едут не туда куда «смотрят»).

Экспериментально установлено, что для малых углов φ сила F линейно растёт с увеличением φ , т.е. $F = k \cdot \varphi \cdot N$, где k – коэффициент сопротивления боковому уводу, который зависит от типа шины, а N – величина нагрузки. Когда φ превышает некоторое значение $\varphi_{кр}$ (в реальных условиях $\varphi_{кр}$ меньше десяти градусов), то начинается скольжение и сила трения резко падает до значения $F = \mu N$, где μ – обычный коэффициент трения скольжения, т.е. $k\varphi_{кр}N > \mu N$. График зависимости силы трения, действующей на колесо, от угла φ между плоскостью колеса и направлением движения его центра представлен на рисунке 3..

Рассмотрим автомобиль со следующими характеристиками: масса – M , длина базы (расстояние между осями) – L , ширина (расстояние между колёсами одной оси) – d , расстояния от центра тяжести C до передней и задней оси равны соответственно a и b ($a + b = L$), высота центра тяжести – h . Схематическое изображение автомобиля приведено на рисунке 4.

Углом поворота называется угол, под которым видна база автомобиля из центра кривизны поворота, т.е. отношение L к R (рис. 5). На этом рисунке

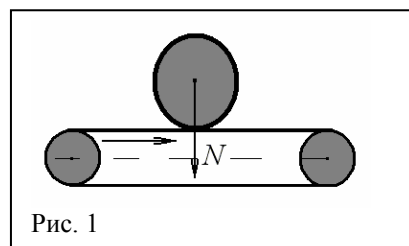


Рис. 1

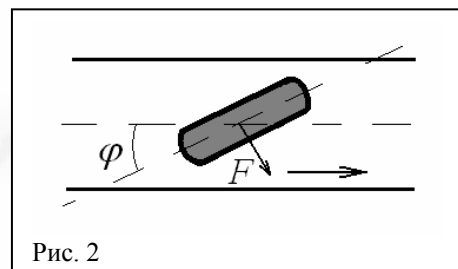


Рис. 2

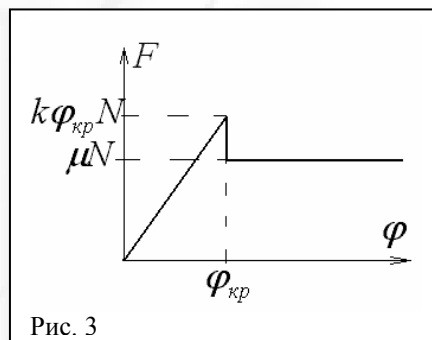


Рис. 3

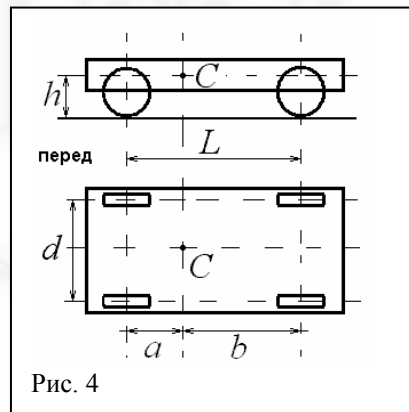


Рис. 4

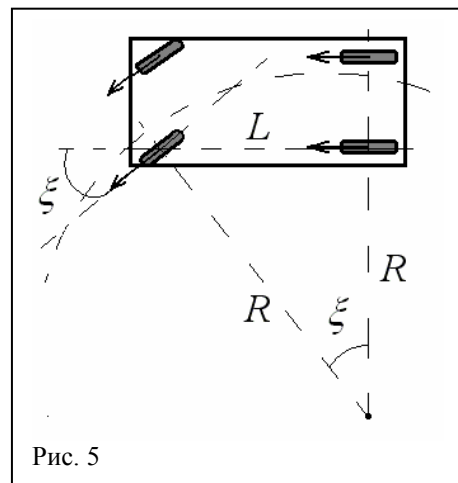
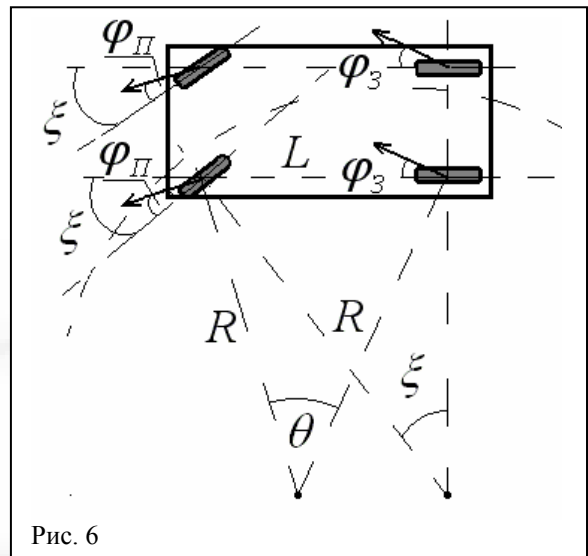


Рис. 5

схематически изображён поворот автомобиля на очень маленькой скорости. При этом угол увода практически равен нулю (центростремительная сила очень маленькая) и векторы скоростей движения центров колёс лежат в их плоскостях. Т.е. при повороте передних колёс на угол ξ относительно продольной оси корпуса, автомобиль также поворачивает под углом ξ . В задаче рассматриваются повороты достаточно большого радиуса (угол ξ очень маленький), поэтому можно пренебречь различиями в траектории левых и правых колёс автомобиля.



При поворотах на большой скорости ситуация изменяется. Для того чтобы реализовать большую центростремительную силу, углы увода у колёс должны быть отличными от нуля. В итоге автомобиль поворачивает не под углом ξ , а под некоторым углом θ . Ситуация быстрого поворота изображена на рисунке 6 (углы сильно преувеличены). Углы увода передних и задних колёс обозначены φ_{Π} и φ_3 соответственно.

Приступим к анализу явления:

1. Выразите угол θ через ξ , φ_{Π} и φ_3 .
2. Автомобиль входит в левый поворот большого радиуса R на скорости v . Определите величину нагрузки на каждое колесо: $N_{\Pi\text{Л}}, N_{\Pi\text{П}}, N_{3\text{Л}}, N_{3\text{П}}$ (первый индекс: Π – переднее, 3 – заднее; второй индекс: Л – левое, П – правое). Поворот проходит без скольжения.

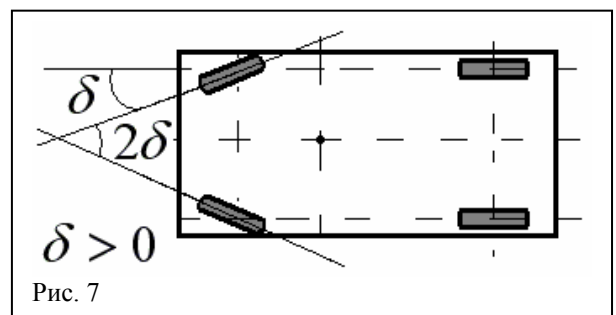
Для описания поведения автомобиля при поворотах используют термин «поворачиваемость». Поворачиваемость бывает нейтральная, избыточная или недостаточная. Т.е. при повороте передних колёс на некоторый угол ξ , автомобиль может поворачивать под этим же углом, под углом большим или меньшим ξ : $\theta = \xi$, $\theta > \xi$ или $\theta < \xi$ соответственно.

3. Покажите, что при одинаковых коэффициентах увода k передних и задних шин автомобиль будет иметь нейтральную поворачиваемость. Имейте в виду, что углы очень маленькие, поэтому можно считать, что силы трения, действующие на колёса, направлены вдоль оси, соединяющей центр тяжести автомобиля и центр кривизны поворота, т.е. сонаправлены с центростремительным ускорением.

4. Определите максимальную безопасную (автомобиль не скользит) скорость v_{max} движения в повороте радиуса R . Критический угол увода равен $\varphi_{\text{кр}}$.

Далее шины также будем считать одинаковыми.

Для изменения поведения автомобиля на дороге меняют угол схождения передних



или задних колёс. Угол схождения положительный, если колёса «смотрят» вовнутрь и отрицательный, если наружу. Мы рассмотрим только случай изменения схождения передних колёс. На рисунке 7 изображена ситуация положительного схождения передних колёс. Угол для наглядности сильно преувеличен, в реальности его величина составляет единицы градусов.

5. Определите, при каких δ автомобиль обладает избыточной, а при каких недостаточной поворачиваемостью.

6. Покажите, что при избыточной поворачиваемости существует максимальная скорость v_{crit} устойчивого прямолинейного движения автомобиля. Определите эту скорость.

7. Определите максимальную безопасную скорость v'_{max} движения в повороте радиуса R при избыточной поворачиваемости. Критический угол увода равен $\varphi_{кр}$.