

Задача 11-2. Когда отрезок можно считать точкой?

Приведем выдержку из возможного диалога на уроке физике:

Ученик: Что такое точечный заряд?

Учитель: Точечным зарядом называется заряженное тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь!

Ученик: А при каких условиях размерами тела можно пренебречь?

Учитель: Если размеры тела значительно меньше расстояний между телами!

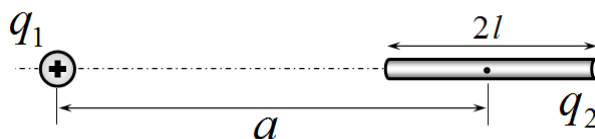
Ученик: Значительно больше – это во сколько раз?

Учитель: ...????

Поможем учителю и рассмотрим один конкретный пример взаимодействия не точечных тел.

Часть 1.

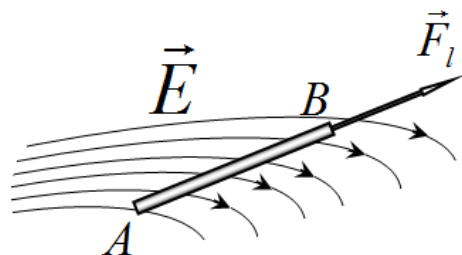
Тонкий стержень длиной $2l$ равномерно заряжен, его суммарный заряд равен q_2 . На оси стержня на расстоянии a от его середины ($a > l$) находится точечный заряд q_1 .



1.1 Получите точное выражение для силы, действующей на стержень со стороны точечного заряда.

Подсказка.

Покажите, что в произвольном электростатическом поле на равномерно заряженный стержень вдоль оси стержня³ действует сила \vec{F}_l , которая пропорциональна разности потенциалов на концах стержня



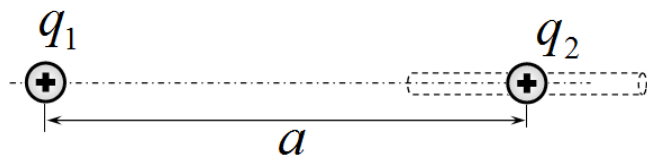
$$F_l = \gamma(\varphi_A - \varphi_B) \quad (1)$$

Найдите коэффициент пропорциональности γ в этой формуле.

1.2 Предположим, что стержень можно считать точечным зарядом, сосредоточенным в его середине.

Запишите формулу для силы, действующей на стержень в этом приближении.

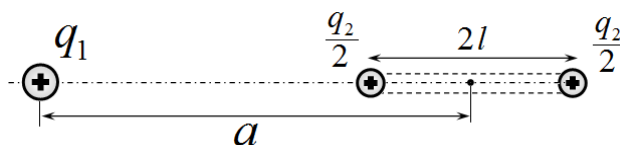
Назовем эту формулу Приближением точечного заряда.



1.3 Теперь предположим, что суммарный заряд стержня можно разделить поровну и расположить на его концах.

Запишите формулу для силы, действующей на стержень в этом приближении.

Назовем эту формулу Приближением двухточечного заряда.



³ Возможно существование и других компонент суммарной силы, действующей на стержень.

1.4 Обозначим отношение $\frac{l}{a} = z$ и будем считать его малой величиной ($z \ll 1$). Покажите, что относительные погрешности приближенных формул имеют второй порядок малости, т.е. их можно представить в виде $\varepsilon = Cz^2$, где C - некоторое число. Найдите значения этих постоянных для двух приближенных формул. Какая из приближенных формул точнее?

1.5 Оцените, при каком отношении $\frac{a}{l}$ стержень можно считать точечным зарядом, если допустимая погрешность расчетов силы взаимодействия составляет 1%

При оценке погрешностей можете пользоваться приближенной формулой, справедливой при малых x :

$$(1+x)^y \approx 1+yx.$$