$$(2m_0+m_1)a_0 = 2F - m_1 g \quad \Rightarrow \quad a_0 = \frac{2F - m_1 g}{2m_0 + m_1} = 20\frac{м}{с^2}.$$

В) Для определения скорости муфты воспользуемся законом сохранения энергии

$$Fx_0 = \frac{m_0 V_0^2}{2} + \frac{m_1 V_{1x}^2}{2} + \frac{m_1 V_{1y}^2}{2} + m_1 g y_1, \qquad (2)$$

где $x_0 = L\cos\alpha_1 - L\cos\alpha_0$ - смещение муфты, $y_1 = \frac{L}{2}(\sin\alpha_0 - \sin\alpha_1)$ - высота подъема груза. Горизонтальная составляющая скорости груза в два раза меньше скорости муфты $V_{1x} = \frac{V_0}{2}$. Связь между скоростью муфты и вертикальной составляющей скорости груза можно установить способом, аналогичным поиску соотношения между ускорениями,

$$\left(\frac{2l\cos\alpha_1 + V_0\tau}{2}\right)^2 + (l\sin\alpha_1 - V_{1y}\tau)^2 = l^2.$$

Из этого уравнения следует $V_{1y} = \frac{V_0\cos\alpha_1}{2\sin\alpha_1}$.

Подставляя полученные соотношения в уравнение (2) получим

$$F\frac{L}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_0) = \frac{m_0 V_0^2}{2} + \frac{m_1 V_0^2}{8} + \frac{m_1 V_0^2}{8}\left(\frac{\cos\alpha_1}{\sin\alpha_1}\right)^2 + m_1 g\frac{L}{2}(\sin\alpha_0 - \sin\alpha_1).$$

Из этого уравнения можно найти скорость муфты

$$V_0 = \sqrt{\frac{FL(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_0) - m_1 g L(\sin\alpha_0 - \sin\alpha_1)}{m_0 + \frac{m_1}{4\sin^2\alpha_1}}} \approx 2{,}8\frac{м}{с}.$$

Задача 3. Электростатический генератор.

1.Т.к. толщиной стержня можно пренебречь, то площадь пластин конденсатора равна:

$$S = \frac{\pi R^2}{4} \qquad (1).$$

Тогда искомые ёмкости выражаются следующим образом:

$$C_1 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{d}\cdot\frac{\pi R^2}{4} \qquad (2),$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0}{d}\cdot\frac{\pi R^2}{4} \qquad (3).$$

2. Т.к. конденсатор заряжается очень быстро, то

$$q_1 = C_1 U_1 \qquad (4).$$

3. Следует заметить, что при соприкосновении с конденсатором большой ёмкости, между пластинами больше нет диэлектрика, поэтому ёмкость, рассматриваемого конденсатора равна C_2. При параллельном соединении конденсаторов, заряды распределятся таким образом, что разность потенциалов между их обкладками будет одна и та же. Пусть после соприкосновения на конденсаторе остался заряд q_1', а на конденсаторе большой ёмкости заряд Q_1. Тогда:

$$\frac{q_1'}{C_2} = \frac{Q_1}{C_B} \qquad (5),$$

Из закона сохранения электрического заряда следует, что:

$$q_1' + Q_1 = q_1 \quad (6).$$

Решая уравнения (5) и (6), получим:

$$Q_1 = q_1 \frac{C_B}{C_B + C_2} \quad (7).$$

Тогда напряжение на высоковольтном конденсаторе:

$$U_B = \frac{Q_1}{C_B} = \frac{q_1}{C_B + C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_B + C_2} \quad (8).$$

4. Преобразуем выражение (7) к виду:

$$Q_1 = q_1 \cdot \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_B}} \approx q_1 \left(1 - \frac{C_2}{C_B}\right) \quad (9).$$

Видим, что при $C_B >> C_2$ $Q_1 = q_1$.

5. При соприкосновении с источником напряжения разность потенциалов между пластинами очень быстро становится равной U_1 и остаётся постоянной до тех пор, пока пластины соединены с источником, т.е. до момента $T/4$. Затем ёмкость конденсатора начинает линейно уменьшаться, заряд не изменяется, т.е. напряжение возрастает. Напряжение обратно пропорционально ёмкости. Поэтому напряжение будет возрастать по гиперболе до значения:

$$U_2 = U_1 \frac{C_1}{C_2} = U_1 \varepsilon \quad (10).$$

После соприкосновения с конденсатором напряжение практически мгновенно опускается до значения $U_3 = U_B$. Затем разность потенциалов не изменяется вплоть до следующего соприкосновения с источником напряжения.

График зависимости разности потенциалов между пластинами от времени представлен на рисунке 1.

Немного другая ситуация с зарядом. При соприкосновении с источником напряжения, на пластинах практически сразу появляется заряд

$$q_0 = C_2 U_1 \quad (11).$$

Затем, т.к. ёмкость линейно увеличивается, заряд линейно возрастает до значения

$$q_1 = C_1 U_1 = q_0 \varepsilon \quad (12).$$

После отсоединения от источника, в течение следующей четверти периода заряд остаётся постоянным, а затем, после соединения с высоковольтным конденсатором резко уменьшается до значения q_1' (см. пункт 3.) Для определения q_1' воспользуемся результатом пункта 3. Подставляя значение (7) в уравнение (6), получим:

$$q_1' = q_1 \left(1 - \frac{C_B}{C_B + C_2}\right) = q_1 \frac{C_2}{C_B + C_2} \quad (13).$$

График зависимости величины заряда на одной из пластин от времени представлен на рисунке 2.

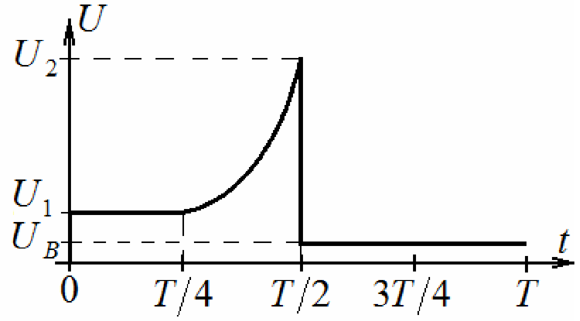

Рис.1

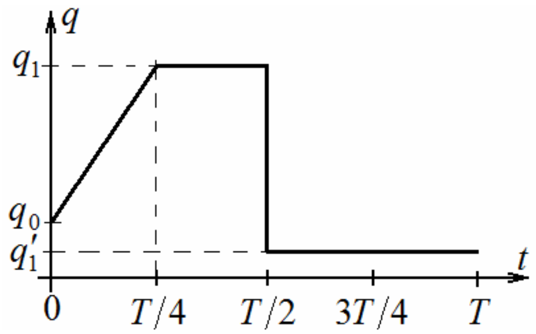

Рис.2

6. Чтобы построить график зависимости мощности двигателя от времени, полезно проследить, как изменяется энергия накопленная в конденсаторе. Сразу после соприкосновения с источником, энергия достигает значения

$$E_0 = \frac{C_2 U_1^2}{2} \tag{14}$$

Эта энергия поступает из источника постоянного напряжения и двигатель в этом процессе не участвует. Затем ёмкость конденсатора начинает линейно возрастать. В конце первой четверти периода, энергия станет равной:

$$E_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} = \varepsilon E_0 \tag{15}$$

Затем, при неизменном заряде, емкость будет уменьшаться. Энергия конденсатора будет возрастать по гиперболическому закону до значения

$$E_2 = \frac{q_1^2}{2C_2} = \varepsilon^2 E_0 \tag{16}$$

График зависимости энергии от времени приведён на рисунке 3.

7. Т.к. в первой четверти периода энергия возрастает линейно, то мощность, развиваемая двигателем постоянна и равна:

$$P_{1/4} = \frac{E_1 - E_0}{T/4} \tag{17}$$

Во второй четверти энергия возрастает нелинейно. Мощность также нелинейно будет возрастать до некоторого значения $P_{\max}$, величина которой определяется в следующем пункте.

График зависимости мощности от времени приведён на рисунке 4.

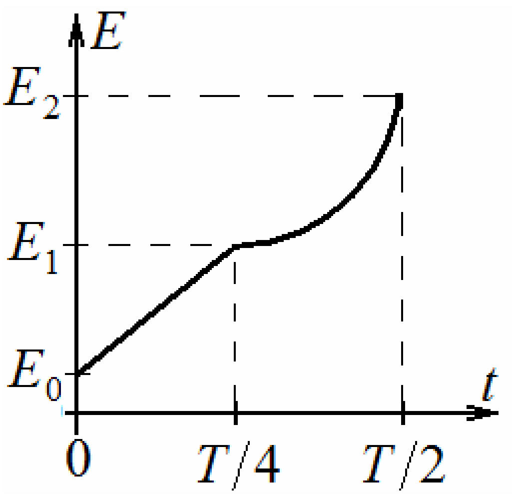

Рис.3

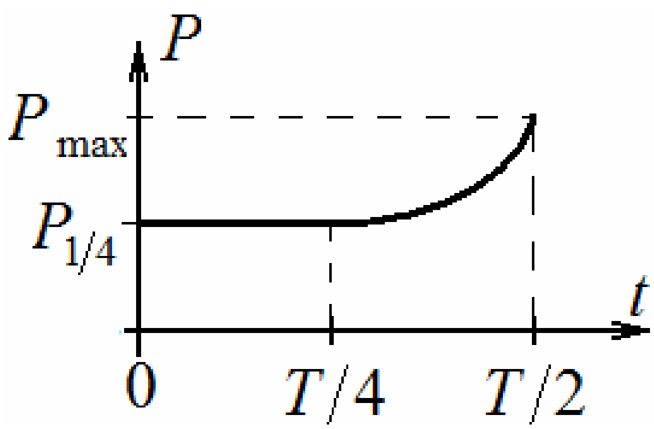

Рис.4

8.Для простоты рассуждений, в этом пункте время начнём отсчитывать с момента, когда конденсатор полностью заполнен диэлектриком, т.е. рассмотрим исключительно вторую четверть полупериода (от $T/4$ до $T/2$). Емкость за это время линейно уменьшается от значения C_1 до C_2, т.е. зависимость ёмкости от времени можно представить в виде:

$$C = C_1 - \xi \cdot t \tag{18}$$

Значение постоянной ξ определим позже.

Тогда энергия, накопленная в конденсаторе, выразится следующим образом:

$$E = \frac{q_1^2}{2C} = \frac{q_1^2}{2(C_1 - \xi \cdot t)} \tag{19}$$

Величина заряда q_1 определена уравнением (4) и остаётся постоянной на рассматриваемом временном промежутке.

Мощность равна первой производной энергии (19) по времени:

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{q_1^2}{2} \cdot \frac{\xi}{(C_1 - \xi \cdot t)^2} \tag{20}$$

Видим, что мощность постепенно возрастает и максимальное значение принимает в конце рассматриваемого нами промежутка времени ($t = T/4$).

Для определения ξ используем тот факт, что при $t = T/4$, ёмкость становится равной C_2:

$$C_2 = C_1 - \xi \cdot T/4 \quad \Rightarrow \quad \xi = \frac{4}{T}(C_1 - C_2) \tag{21}$$

Подставляя в уравнение (20) значение ξ и $t = T/4$, получим значение максимальной мощности:

$$P_{\max} = \frac{q_1^2}{2} \cdot \frac{\frac{4}{T}(C_1 - C_2)}{\left(C_1 - \frac{4}{T}(C_1 - C_2) \cdot \frac{T}{4}\right)^2} = \frac{2q_1^2}{T} \frac{C_1 - C_2}{C_2^2} \tag{22}$$

Для определения отношения $P_{\max}/P_{1/4}$, подставим в уравнение для $P_{1/4}$ выражения $E_0 = \frac{C_2 U_1^2}{2}$ и $E_1 = \varepsilon E_0$, полученные в пункте 6, а в (21) значение заряда $q_1 = C_1 U_1$.

Вспомним также про то, что $C_1 = \varepsilon C_2$. Тогда для искомого отношения получим:

$$\frac{P_{\max}}{P_{1/4}} = \varepsilon^2 \tag{23}$$

9.После первой половины периода, разность потенциалов между пластинами всегда будет равна $U_2 = U_1 \varepsilon$ (формула 10). Поэтому очевидно, что конденсатор C_B можно зарядить дл напряжения

$$U_{\max 1} = U_1 \varepsilon \tag{24}$$

10. Легко заметить, что в такой системе при синхронном вращении пластины первого элемента перестают касаться пластин второго элемента в тот момент, когда между последними находится диэлектрик. Т.е. пластины второго элемента в этот момент образуют конденсатор, ёмкость которого в ε раз больше емкости конденсатора, образованного пластинами первого элемента. Поэтому, как и в случае с конденсатором большой емкости, заряды будут переноситься на пластины второго элемента.

Подробное рассмотрение циклов - непростая задача. Однако для определения $U_{\max N}$ достаточно заметить, что пластины первого конденсатора являются «своеобразным» источником напряжения, аналогичного рассмотренному ранее. Только напряжение на его клеммах в ε раз больше ($U_1 \varepsilon$).

Проводя аналогичные рассуждения для остальных элементов, заключаем, что конденсатор C_B, соединённый с последним элементом, возможно зарядить до напряжения

$$U_{\max N} = \varepsilon^N U_1 \qquad (25).$$