

### Задание 3. Нелинейные цепи

#### 1. Полупроводниковый диод

Пусть напряжение на всем участке цепи, который рассматриваем равно  $U$ , а сила тока, протекающего через него –  $I$ .

##### 1.1. Параллельное соединение

1.1.a. При параллельном соединении напряжение на каждом из двух диодов одинаковое и равно  $U$ . Пусть через диод  $\alpha_1$  протекает ток силой  $I_1$ , а через диод  $\alpha_2$  –  $I_2$  (рис. 1). Так как вместе они дают полный ток в цепи  $I$ , и для каждого диода выполняется указанное соотношение  $I = \alpha U^2$ , получаем:

$$I = I_1 + I_2 = \alpha_1 U^2 + \alpha_2 U^2 = (\alpha_1 + \alpha_2) U^2 \quad (1)$$

С другой стороны, если заменить два параллельно соединённых диода на один с эквивалентной постоянной, то для него справедливо соотношение:

$$I = \alpha_{\text{экв}} U^2 \quad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), получаем ответ:

$$\alpha_{\text{экв}} = \alpha_1 + \alpha_2 \quad (3)$$

То есть при параллельном соединении диодов их постоянные просто складываются.

1.1.b. В случае параллельного соединения четырёх диодов, согласно (3), все их постоянные будут просто складываться, и полная эквивалентная постоянная окажется равной:

$$\alpha_{\text{экв}} = \alpha + \alpha + \alpha + \alpha = 4\alpha \quad (4)$$

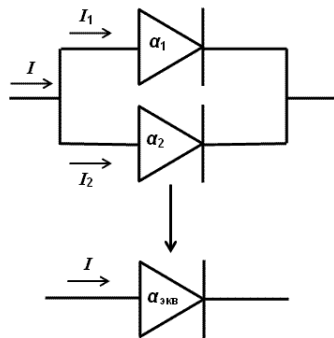


Рисунок 1

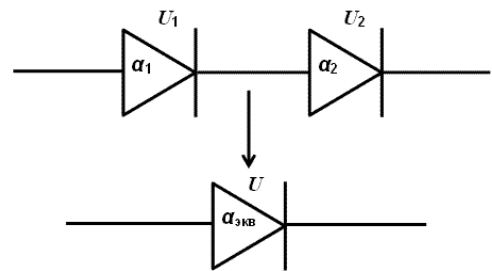


Рисунок 2

##### 1.2. Последовательное соединение

1.2.a. При последовательном соединении через оба диода протекает одинаковый ток  $I$ .

Напряжения на диодах  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  соответственно равны  $U_1$  и  $U_2$  (рис. 2). Так как их сумма равна полному напряжению на участке, и для каждого диода выполняется

соотношение  $I = \alpha U^2$ , а значит  $U = \sqrt{\frac{I}{\alpha}}$ , получаем:

$$U = U_1 + U_2 = \sqrt{\frac{I}{\alpha_1}} + \sqrt{\frac{I}{\alpha_2}} = \sqrt{I} \left( \frac{1}{\sqrt{\alpha_1}} + \frac{1}{\sqrt{\alpha_2}} \right) \quad (5)$$

С другой стороны, для одного диода с эквивалентной постоянной будет выполняться:

$$U = \sqrt{\frac{I}{\alpha_{\text{экв}}}} \quad (6)$$

Сравнивая (5) и (6), получаем закон последовательного соединения:

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha_{\text{экв}}}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1}} + \frac{1}{\sqrt{\alpha_2}} \quad (7)$$

Выражая отсюда  $\alpha_{\text{экв}}$ , можно преобразовать выражение к конечному виду:

$$\alpha_{\text{экв}} = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + 2\sqrt{\alpha_1 \alpha_2} + \alpha_2} \quad (8)$$

1.2.b. При последовательном соединении четырёх диодов с одинаковыми постоянными  $\alpha$ , рассуждая аналогично предыдущему пункту, получим выражение (5) в следующем виде:

$$U = \sqrt{I} \left( \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \right) = \sqrt{I} \left( \frac{4}{\sqrt{\alpha}} \right) \quad (9)$$

Сравнивая (6) и (9), получаем:

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha_{\text{ЭВ}}}} = \frac{4}{\sqrt{\alpha}} \quad (10)$$

Откуда следует ответ:

$$\alpha_{\text{ЭВ}} = \frac{\alpha}{16} \quad (11)$$

## 2. Туннельный диод

2.1. Напряжение  $U$ , подаваемое на клеммы будет равным сумме падений напряжений на резисторе и туннельном диоде (рис. 3):

$$U = U_R + U_\beta \quad (12)$$

Зная связь напряжения и силы тока на резисторе  $U_R = IR$  и на туннельном диоде  $U_\beta = \frac{\beta}{I}$ , получаем:

$$U = IR + \frac{\beta}{I} \quad (13)$$

Умножив обе стороны на силу тока  $I$ , получим квадратное уравнение относительно этой величины.

$$I^2 R - IU + \beta = 0 \quad (14)$$

Решаем данное уравнение. Дискриминант равен

$$D = U^2 - 4\beta R = (1,00 \text{ В})^2 - 4 \cdot 0,11 \cdot 10^{-3} \text{ ВТ} \cdot 1,0 \cdot 10^3 \text{ Ом} = 0,56 \text{ В}^2 \quad (15)$$

Корни уравнения, соответственно, равны

$$I_{1,2} = \frac{U \pm \sqrt{D}}{2R} = \frac{1,00 \text{ В} \pm 0,75 \text{ В}}{2 \cdot 1,0 \cdot 10^3 \text{ Ом}} \\ I_1 = 0,125 \text{ мА}, I_2 = 0,875 \text{ мА} \quad (16)$$

Вычислим также соответствующие этим значениям тока напряжения на туннельном диоде по формуле  $U_\beta = \frac{\beta}{I}$ . Получим  $U_{\beta 1} = 0,880 \text{ В}$  и  $U_{\beta 2} = 0,126 \text{ В}$ . Заметим, что значение  $U_{\beta 1}$  не попадает в диапазон  $0,10 \text{ В} - 0,30 \text{ В}$ , указанный в условии. Это означает, что величина напряжения  $U_{\beta 1}$  и соответствующая сила тока  $I_1$  оказываются за рамками тех напряжений и токов, для которых справедливы наши формулы. Поэтому данные значения мы не можем использовать в качестве результата.

Таким образом, остаётся одно значение силы тока в цепи  $I = I_2 = 0,875 \text{ мА}$ .

Однако и такая сила тока в цепи не установится, так как такой режим в цепи оказывается неустойчивым. Действительно, предположим, что значение тока в цепи равно  $I_2$  и в силу случайных причин произошло его малое колебание  $\Delta I$ , для определённости, в сторону увеличения. В силу связи  $U_\beta = \frac{\beta}{I}$  при увеличении тока напряжение  $U_\beta$  на диоде уменьшится. Но так как сумма напряжений  $U_R + U_\beta$  равна постоянному напряжению  $U$ , подаваемому на клеммы, уменьшение  $U_\beta$  повлечёт за собой увеличение  $U_R$ . Наконец, если напряжение  $U_R$  на резисторе растёт, то растёт и сила тока, проходящего через него, а, значит, и сила тока во всей цепи. Таким образом, мы пришли к результату, что малое случайное возрастание силы тока в цепи приводит к дополнительному возрастанию этой же силы тока, что, в свою очередь, повлечёт за собой дальнейшее возрастание и так далее. В итоге, после малейшего колебания значение силы тока будет всё дальше уходить от неустойчивого  $I_2$ , пока не выйдет из рассматриваемого диапазона величин.

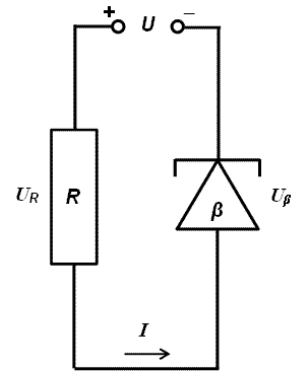


Рисунок 3

В итоге, ответ на данный пункт следующий: в диапазоне напряжений 0,10 В – 0,30 В на туннельном диоде не установится какого-либо значения силы тока.

Примечания:

1. Рассуждения об отсутствии устойчивого значения силы тока в цепи в пункте 2.1 можно было проводить, вообще говоря, и без расчетов значений  $I_1$  и  $I_2$ . Данные вычисления приведены в решении и оцениваются, так как они демонстрируют умение участника олимпиады рассчитать силу тока в цепи с нестандартными элементами, что, несомненно, должно быть отмечено.
2. На более широком диапазоне значений связь напряжения и силы тока для туннельного диода представлена графически на рис. 4.

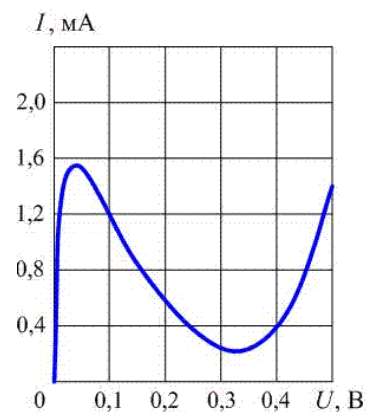


Рисунок 4