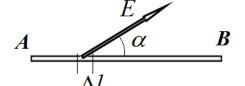
## Задача 11-2. Когда отрезок можно считать точкой?

Начнем с реализации подсказки. Разобьем равномерно заряженный стержень на малые участки длиной  $\Delta l$  . Проекция силы, действующей этот элемент, на ось стержня равна



$$\Delta F = \lambda \Delta l E \cos \alpha . \tag{1}$$

Чтобы найти суммарную силу, следует просуммировать по всем отрезкам стрежня

$$F_{l} = \sum_{i} \lambda E_{i} \Delta l_{i} \cos \alpha_{i} = \lambda \sum_{i} E_{i} \Delta l_{i} \cos \alpha_{i} . \tag{2}$$

Но стоящая здесь сумма есть разность потенциалов между концами стержня, поэтому эту силу можно представить в виде

$$F_l = \lambda (\varphi_A - \varphi_B). \tag{3}$$

1.1 Используя формулу (3), запишем точное выражение для силы взаимодействия

$$F = \lambda k q_1 \left( \frac{1}{a - l} - \frac{1}{a + l} \right) = \lambda k q_1 \frac{2l}{a^2 - l^2} = k \frac{q_1 q_2}{a^2 - l^2}$$
 (4)

1.2 Приближение точечного заряда. Выражение для силы имеет вид

$$F = k \frac{q_1 q_2}{a^2} \tag{5}$$

1.3 Приближение двух точечного заряда Выражение для силы в этом приближении

ы в этом приолижении

$$F = \frac{k}{2} \frac{q_1 q_2}{(a-l)^2} + \frac{k}{2} \frac{q_1 q_2}{(a+l)^2} = k q_1 q_2 \frac{a^2 + l^2}{\left(a^2 - l^2\right)^2}$$
 (6)

1.4 Упростим формулы, считая отношение  $\frac{l}{a}$  малым

Для формулы (4) (точной):

$$F = k \frac{q_1 q_2}{a^2 - l^2} = k \frac{q_1 q_2}{a^2} \frac{1}{1 - \left(\frac{l}{a}\right)^2} \approx k \frac{q_1 q_2}{a^2} (1 + z^2).$$
 (4a)

Для формулы (6)

$$F = kq_1q_2 \frac{a^2 + l^2}{\left(a^2 - l^2\right)^2} = k \frac{q_1q_2}{a^2} \frac{1 + z^2}{\left(1 - z^2\right)^2} \approx k \frac{q_1q_2}{a^2} \left(1 + z^2\right) \left(1 + 2z^2\right) \approx k \frac{q_1q_2}{a^2} \left(1 + 3z^2\right)$$
 (6a)

Сравнивая эти формулы, видим, что относительная погрешность приближения точечного заряда

$$\varepsilon_1 = -z^2 \tag{7}$$

погрешность двухточечного приближения

$$\varepsilon_2 = 2z^2 \tag{8}$$

Неожиданно, но приближение точечного заряда точнее!

1.5 Из выражения (7) получаем

$$\left(\frac{l}{a}\right)^2 \approx 0.01 \implies a \approx 10l$$

Таким образом, «во много раз больше» оказалось всего лишь в десять!