Резонансные состояния в нанооптике

Лекция 2

- Введение
- **Оптические матрицы переноса и рассеяния для решения уравнений Максвелла в слоистых диэлектрических структурах. Падение света по нормали**
- **Брэгговские зеркало и микрорезонатор, экситонный плазмон-поляритон в брэгговском микрорезонаторе с квантовой ямой в активной области. Полюсное разложение для матрицы рассеяния брэгговского микрорезонатора**
- Оптические матрицы переноса и рассеяния для решения уравнений Максвелла в слоистых диэлектрических структурах. Наклонное падение света
- Угловая дисперсия резонансных мод микрорезонатора. Нижняя и верхняя поляритонные ветви
- Поверхностный плазмон-поляритон. Резонансы Ми
- Планарные диэлектрические волноводы
- Диэлектрические фотонные кристаллы, фотонные запрещенные зоны
- Фотонно-кристаллические слои, метаматериалы и метаповерхности
- Поляритонные кристаллы на примере плазмон-волноводного резонанса в структуре решетка металлических нанонитей на планарном диэлектрическом волноводе
- Метод Фурье-разложения по плоским волнам для решения уравнений Максвелла в структурах, содержащих фотонно-кристаллические слои. Оптические матрицы переноса и рассеяния для фотонно-кристаллических слоев и метаповерхностей
- Метаматериалы для создания сред Веселаго. Метаматериалы и метаповерхности. Трансформационная оптика
- Фотонно-кристаллические и плазмонные структуры для микрорезонаторов, световодов, нанолитографии
- Плазмонные наноантенны для оптического диапазона
- Эффективный электромагнитный отклик тонких слоев метаматериалов
- Поляризационные фильтры и компактные источники циркулярно-поляризованного света на основе хиральных фотонно-кристаллических слоев и метаповерхостей
- Оптические нелинейности на примере экситон-поляритона в брэгговском микрорезонаторе с квантовой ямой в активной области

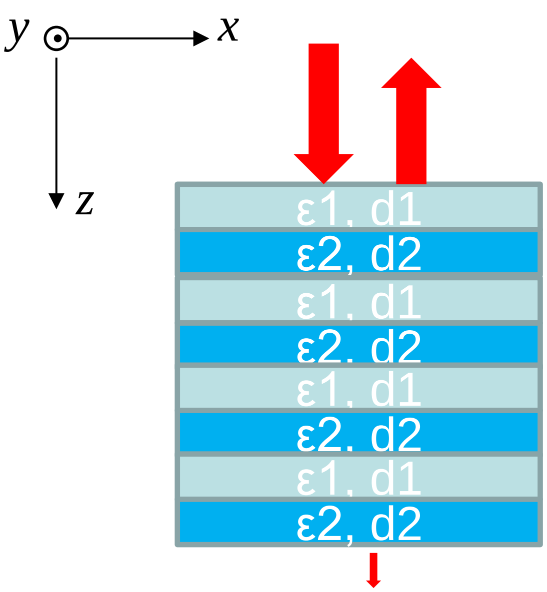
План лекции

1. Уравнения Максвелла
2. Матрицы переноса для описания прохождения и отражения света от слоистой диэлектрической структуры
3. Пример 1. Диэлектрическое брэгговское зеркало
4. Пример 2. Брэгговский микрорезонатор
5. Пример 3. Брэгговский микрорезонатор и квантовой ямой в активной области
6. Матрица переноса для квантовых гетероструктур
7. Матрица рассеяния
8. Общие свойства матрицы рассеяния систем без потерь: унитарность и взаимность.
9. Резонансное приближение для матрицы рассеяния
10. Резонансы Фано в простейшем случае прозрачной системы минимальной размерности

Уравнения Максвелла для слоя, однородного по z:

$$-\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{E} \qquad \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{H}$$

$$-\Delta \mathbf{E} + \operatorname{grad}\operatorname{div}\ \mathbf{E} = \frac{\omega^2}{c^2}\mathbf{D}$$



$$-\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) E_x + \frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial z} = \frac{\omega^2}{c^2} D_x\,,$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y \partial x} - \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) E_y + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y \partial z} = \frac{\omega^2}{c^2} D_y\,,$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z \partial x} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z \partial y} - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) E_z = \frac{\omega^2}{c^2} D_z\,.$$

План лекции

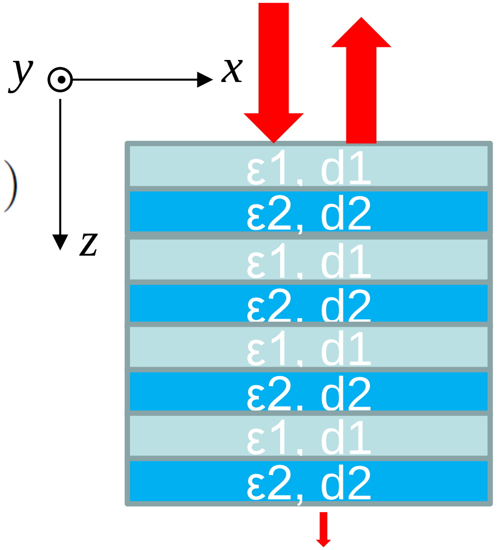
1. Уравнения Максвелла
2. Матрицы переноса для описания прохождения и отражения света от слоистой диэлектрической структуры
3. Пример 1. Диэлектрическое брэгговское зеркало
4. Пример 2. Брэгговский микрорезонатор
5. Пример 3. Брэгговский микрорезонатор и квантовой ямой в активной области
6. Матрица переноса для квантовых гетероструктур
7. Матрица рассеяния
8. Резонансное приближение для матрицы рассеяния
9. Общие свойства матрицы рассеяния систем без потерь: унитарность и взаимность.
10. Резонансы Фано в простейшем случае прозрачной системы минимальной размерности

Брэгговское диэлектрическое зеркало

Рассмотрим так называемое брэгговское зеркало, состоящее из некоторого количества повторяющихся пар диэлектрических слоев толщин d1 и d2 (специально выбранных, см. ниже) , с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon 1$ и $\varepsilon 2$, соответственно. Проиллюстрируем метод матриц переноса для такой структуры сначала для **нормального** падения на нее плоской электромагнитной волны.

Плоская линейно-поляризованная волна является общий видом решения уравнений Максвелла в однородной среде с диэл. проницаемостью ε:

$$\mathbf{E} = (E_x, 0, 0)\exp(-i\omega t + ikz)$$



$$\mathbf{H} = (0, H_y, 0)\exp(-i\omega t + ikz)$$

Тогда решение для k^2

$$k^2 = k_0^2 \varepsilon \qquad k_0 = \frac{\omega}{c}$$

Показатель преломления равен:

$$n = \sqrt{\varepsilon}$$

Есть 2 решения k:

$$k = \pm n k_0$$

При падении на брэгговское зеркало по нормали к нему плоской линейно-поляризованной электромагнитной волны решение в каждом слое будет иметь вид:

$$E_x = A^+ \exp(-i\omega t + ikz) + A^- \exp(-i\omega t - ikz)$$

$$H_y = nA^+ \exp(-i\omega t + ikz) - nA^- \exp(-i\omega t - ikz)$$

Для построения решения уравнений Максвелла для многослойной структуры методом матрицы переноса, определим вектор амплитуд линейно-независимых решений

$$A = \begin{pmatrix} A^+ \\ A^- \end{pmatrix}$$

и убедимся, что матрица

$$T_d = \begin{pmatrix} \exp(ikd) & 0 \\ 0 & \exp(-ikd) \end{pmatrix}$$

обладает свойством $A(z+d) = T_d A(z)$,

т.е. является **матрицей переноса** через однородный слой толщины d.

Чтобы найти матрицу переноса через интерфейс между двумя разными слоями (интерфейсную матрицу), заметим, что приведенные выше решения уравнений Максвелла в каждом слое могут быть записаны как

$$\begin{pmatrix} E_x \\ H_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ n & -n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^+ \\ A^- \end{pmatrix} \equiv F \begin{pmatrix} A^+ \\ A^- \end{pmatrix}$$

где матрица *F* называется “материальной”. Обратное матричное соотношение имеет вид

$$\begin{pmatrix} A^+ \\ A^- \end{pmatrix} = F^{-1} \begin{pmatrix} E_x \\ H_y \end{pmatrix}, \quad F^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{n} \\ 1 & -\frac{1}{n} \end{pmatrix}$$

Поэтому для планарного интерфейса можно написать, что

$$\begin{pmatrix} A_2^+ \\ A_2^- \end{pmatrix} = F_2^{-1} \begin{pmatrix} E_{x,2} \\ H_{y,2} \end{pmatrix} = F_2^{-1} \begin{pmatrix} E_{x,1} \\ H_{y,1} \end{pmatrix} = F_2^{-1} F_1 \begin{pmatrix} A_1^+ \\ A_1^- \end{pmatrix}$$

Красными линиями обведено условие непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей (Максвелловские граничные условия)

Таким образом, интерфейсная матрица имеет вид

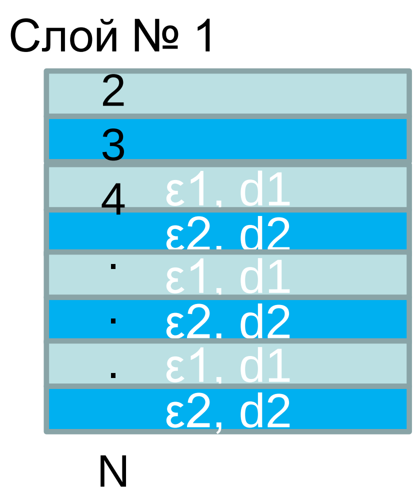
$$T_{21} = F_2^{-1} F_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+M & 1-M \\ 1-M & 1+M \end{pmatrix}$$

$$M = \frac{n_1}{n_2}$$

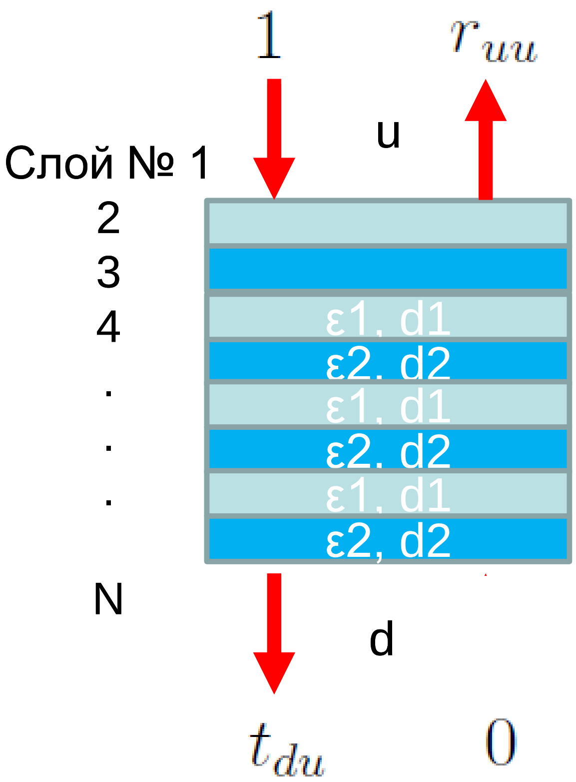
Полная матрица переноса через всю систему (от верхнего края верхней до нижнего края нижней полубесконечной среды):

$$A_f = T_{\mathrm{tot}} A_i$$

$$T_{\mathrm{tot}} = \ldots T_{32} T_{d2} T_{21}$$



$$T_{\text{tot}} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} t_{du} \\ 0 \end{pmatrix} = T_{\text{tot}} \begin{pmatrix} 1 \\ r_{uu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ r_{uu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} + T_{12} r_{uu} \\ T_{21} + T_{22} r_{uu} \end{pmatrix}$$

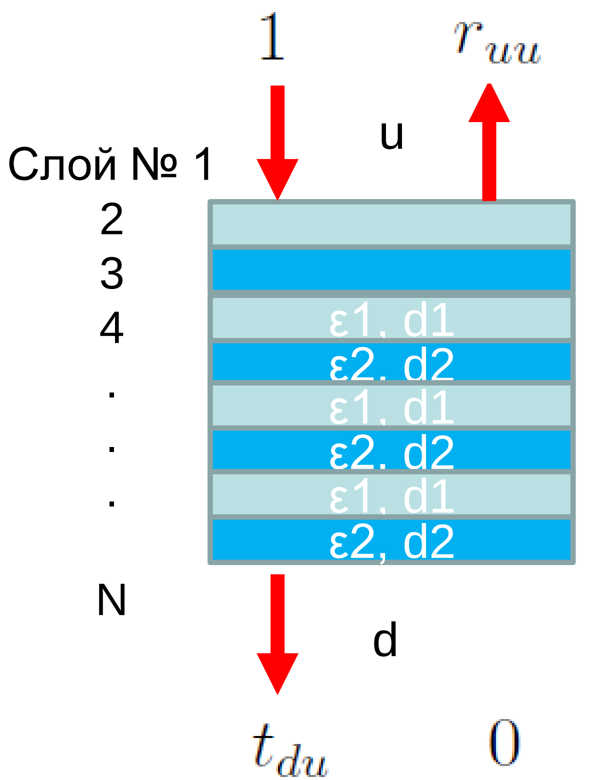
$$\begin{pmatrix} t_{du} \\ 0 \end{pmatrix} = T_{\text{tot}} \begin{pmatrix} 1 \\ r_{uu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ r_{uu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} + T_{12} r_{uu} \\ T_{21} + T_{22} r_{uu} \end{pmatrix}$$

$$0 = T_{21} + T_{22} r_{uu}$$

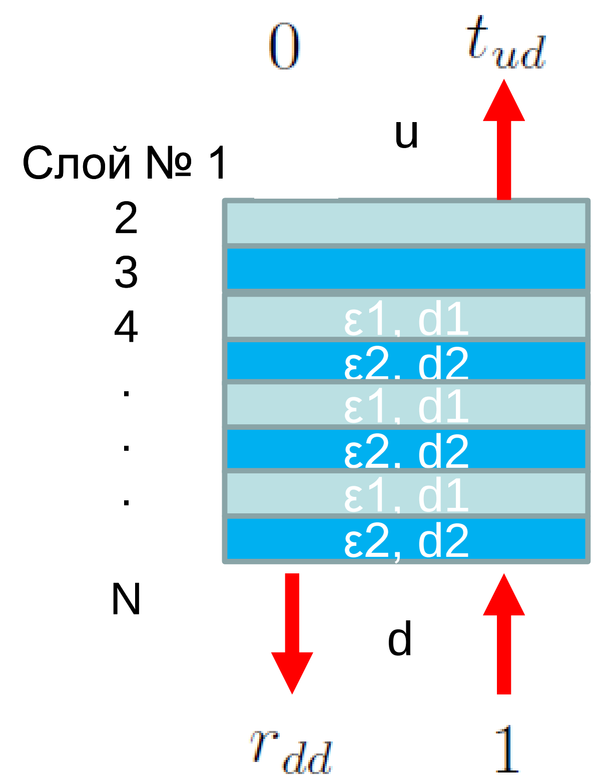
$$\boxed{r_{uu} = -\frac{T_{21}}{T_{22}}}$$

$$t_{du} = T_{11} + T_{12} r_{uu} = T_{11} - T_{12} \frac{T_{21}}{T_{22}}$$

$$\boxed{t_{du} = \frac{\det T_{\text{tot}}}{T_{22}}}$$



$$T_{\rm tot} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} r_{dd} \\ 1 \end{pmatrix} = T_{\rm tot} \begin{pmatrix} 0 \\ t_{ud} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ t_{ud} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{12} t_{ud} \\ T_{22} t_{ud} \end{pmatrix}$$

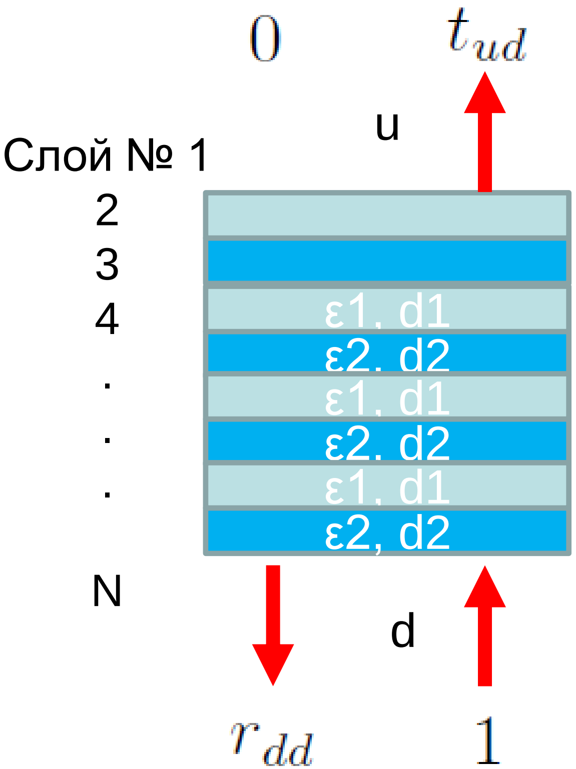
$$\begin{pmatrix} r_{dd} \\ 1 \end{pmatrix} = T_{\text{tot}} \begin{pmatrix} 0 \\ t_{ud} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ t_{ud} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{12} t_{ud} \\ T_{22} t_{ud} \end{pmatrix}$$

$$1 = T_{22} t_{ud}$$

$$\boxed{t_{ud} = \frac{1}{T_{22}}}$$

$$r_{dd} = T_{12} t_{ud} = T_{12} \frac{1}{T_{22}}$$

$$\boxed{r_{dd} = \frac{T_{12}}{T_{22}}}$$



$$\boxed{r_{uu} = -\frac{T_{21}}{T_{22}}}$$

$$\boxed{t_{du} = \frac{\det\, T_{\mathrm{tot}}}{T_{22}}}$$

$$\boxed{t_{ud} = \frac{1}{T_{22}}}$$

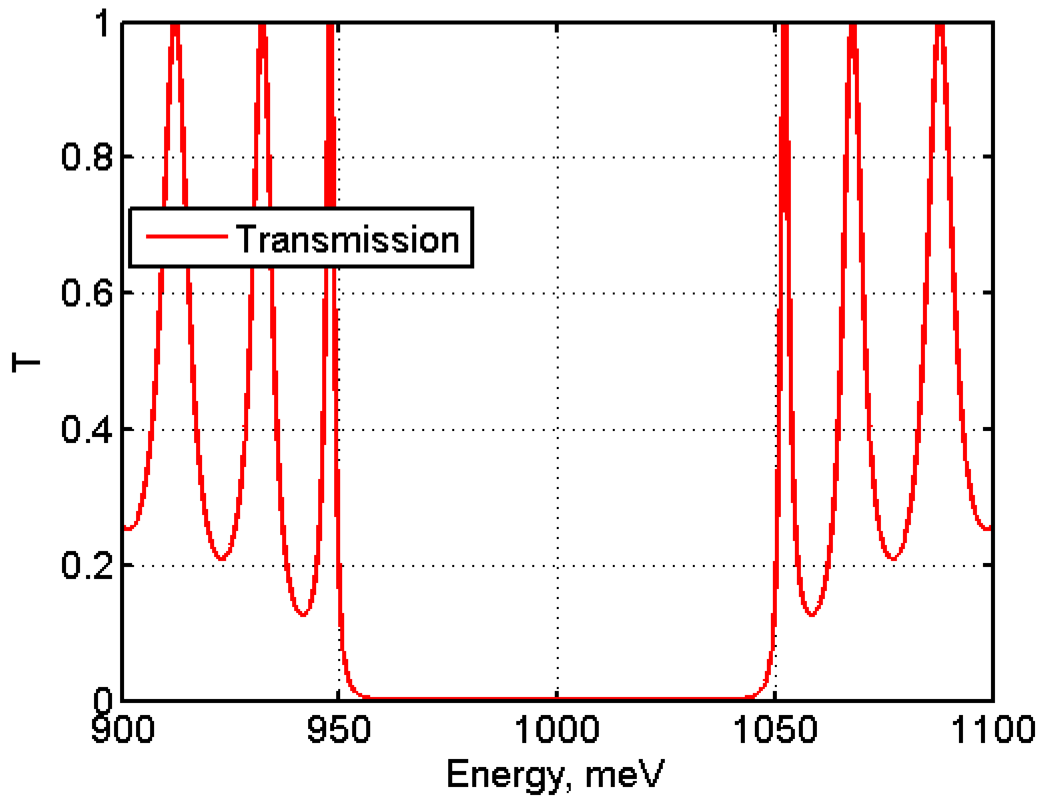
$$\boxed{r_{dd} = \frac{T_{12}}{T_{22}}}$$

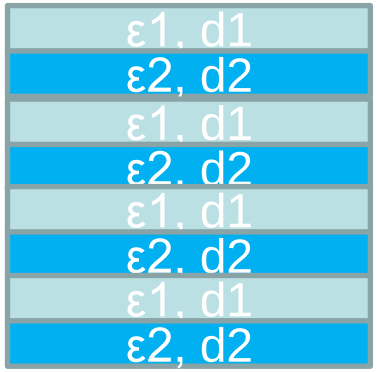
План лекции

1. Уравнения Максвелла
2. Матрицы переноса для описания прохождения и отражения света от слоистой диэлектрической структуры
3. Пример 1. Диэлектрическое брэгговское зеркало
4. Пример 2. Брэгговский микрорезонатор
5. Пример 3. Брэгговский микрорезонатор и квантовой ямой в активной области
6. Матрица переноса для квантовых гетероструктур
7. Матрица рассеяния
8. Резонансное приближение для матрицы рассеяния
9. Общие свойства матрицы рассеяния систем без потерь: унитарность и взаимность.
10. Резонансы Фано в простейшем случае прозрачной системы минимальной размерности

Пример 1. Слой 1D фотонного кристалла с периодом из двух слоев материалов с разными диэлектрическими проницаемостями толщины $\lambda/4$ (Брэгговское зеркало).

Параметры (см. схему справа) $\varepsilon_1 = 9$, $\varepsilon_2 = 12$, $d_1 = \lambda_0/(4n_1)$, $d_2 = \lambda_0/(4n_2)$, энергия центра стоп-зоны взята равной $\hbar\omega = E = 1$ eV, что соответствует длине волны света в вакууме $\lambda_0 = 2\pi/k_0 = 1.24\mu$m. Спектр пропускания рассчитан для 40 брэгговских пар

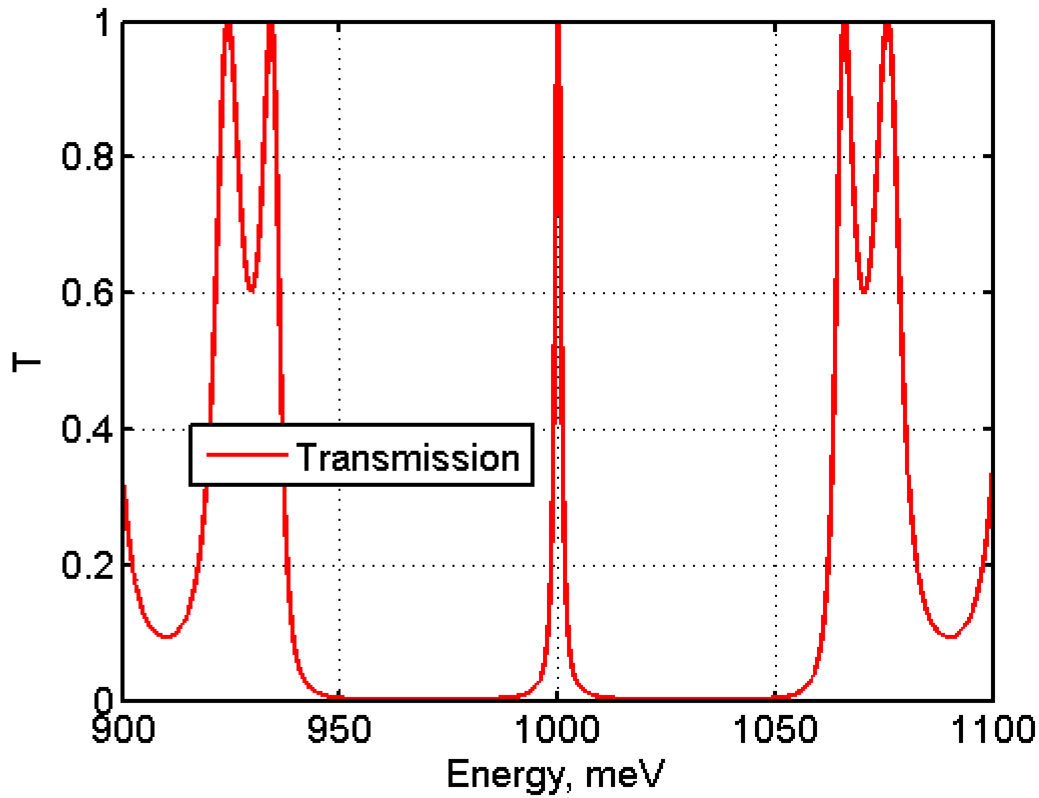




План лекции

1. Уравнения Максвелла
2. Матрицы переноса для описания прохождения и отражения света от слоистой диэлектрической структуры
3. Пример 1. Диэлектрическое брэгговское зеркало
4. Пример 2. Брэгговский микрорезонатор
5. Пример 3. Брэгговский микрорезонатор и квантовой ямой в активной области
6. Матрица переноса для квантовых гетероструктур
7. Матрица рассеяния
8. Резонансное приближение для матрицы рассеяния
9. Общие свойства матрицы рассеяния систем без потерь: унитарность и взаимность.
10. Резонансы Фано в простейшем случае прозрачной системы минимальной размерности

Пример 2. Брэгговский микрорезонатор (МР) состоит из 2 брэгговских зеркал, разделенных резонаторным слоем толщины $d_1 = m\lambda_0/(2n_1)$, m =1,2,… Спектр рассчитан для m =2 (λ-резонатор), в каждом из зеркал по 20 брэгговских пар

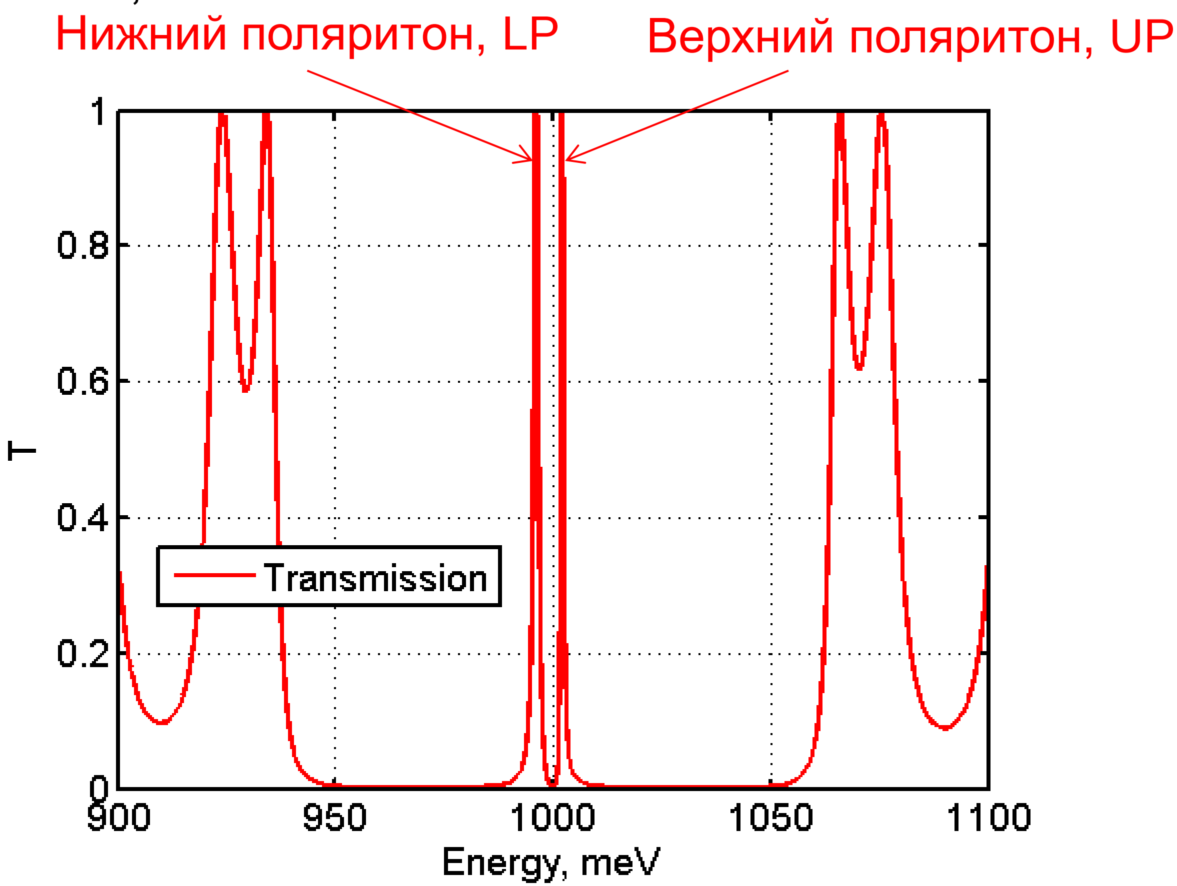


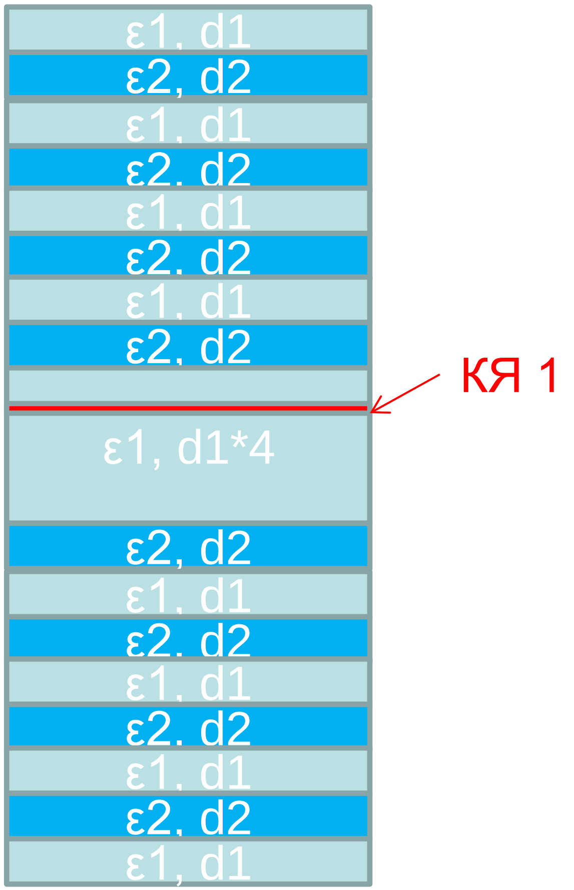
В данном случае λ-слой имеет диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_1 = 9$, меньшую из пары ε_1 и ε_2.

План лекции

1. Уравнения Максвелла
2. Матрицы переноса для описания прохождения и отражения света от слоистой диэлектрической структуры
3. Пример 1. Диэлектрическое брэгговское зеркало
4. Пример 2. Брэгговский микрорезонатор
5. Пример 3. Брэгговский микрорезонатор с квантовой ямой в активной области
6. Матрица переноса для квантовых гетероструктур
7. Матрица рассеяния
8. Резонансное приближение для матрицы рассеяния
9. Общие свойства матрицы рассеяния систем без потерь: унитарность и взаимность.
10. Резонансы Фано в простейшем случае прозрачной системы минимальной размерности

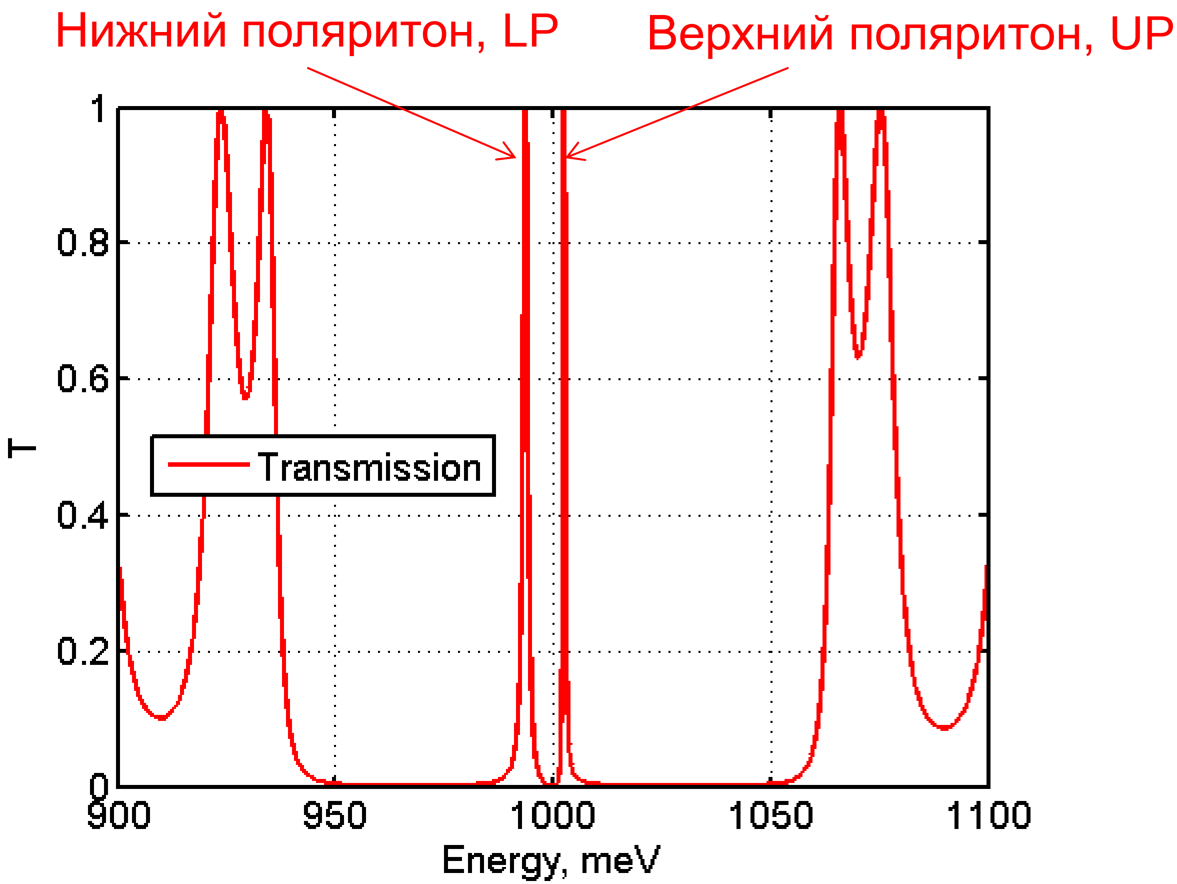
Пример 3а. Брэгговский микрорезонатор с одной квантовой ямой (КЯ 1).
КЯ расположена на ¼ толщины λ-слоя, в данном случае с меньшей диэлектрической проницаемостью; в каждом из зеркал по 20 брэгговских пар. Дэлектрическая проницаемость квантовой ямы имеет экситонный резонанс,





$\varepsilon(E)=\varepsilon_0[1+2E_0\Delta/(E_0^2-E^2-iE\Gamma)]$, $E=\hbar\omega$ - частота света, E_0 - экситонный резонанс, Δ - экситонное продольно-поперечное расщепление, Γ – ширина экситонного резонанса. Расчеты проведены с $[\varepsilon_0, E_0, \Delta, \Gamma]$=[12, 1 eV, 1 meV, 0 meV]. Толщина КЯ 10 нм

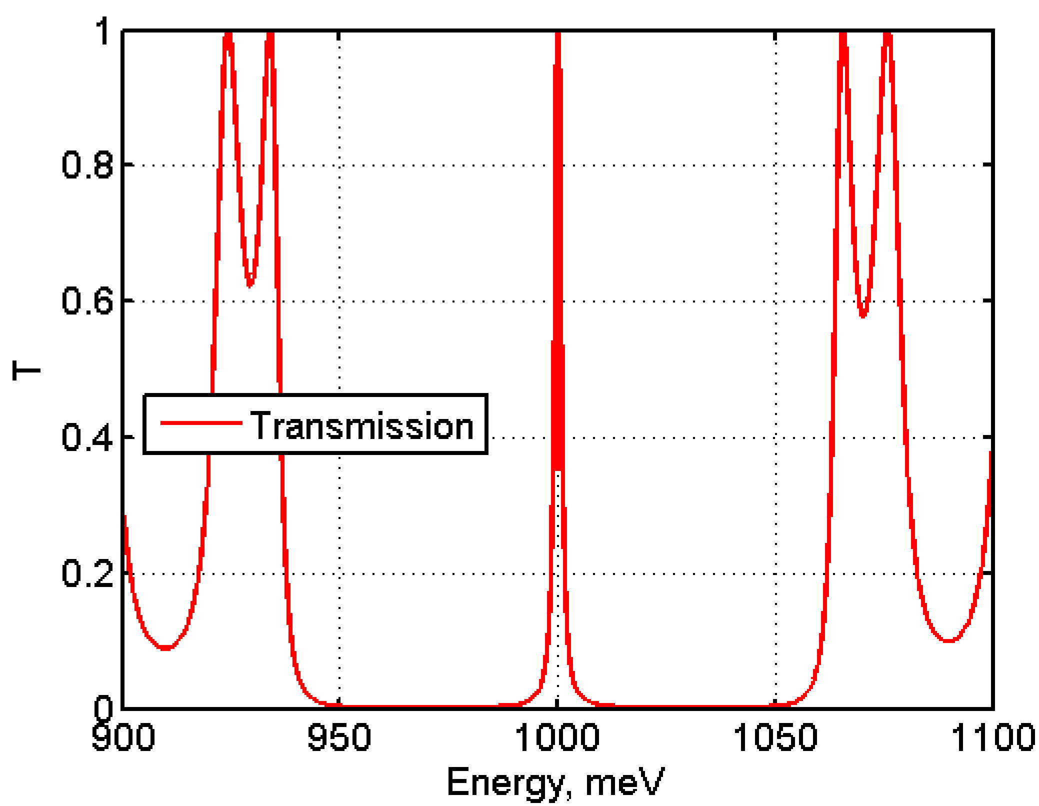
Пример 3б. Брэгговский микрорезонатор с двумя квантовыми ямами (КЯ 1 и КЯ 2). КЯ 2 расположена на ¾ толщины λ-слоя, в данном случае с большей диэлектрической проницаемостью; в каждом из зеркал по 20 брэгговских пар.

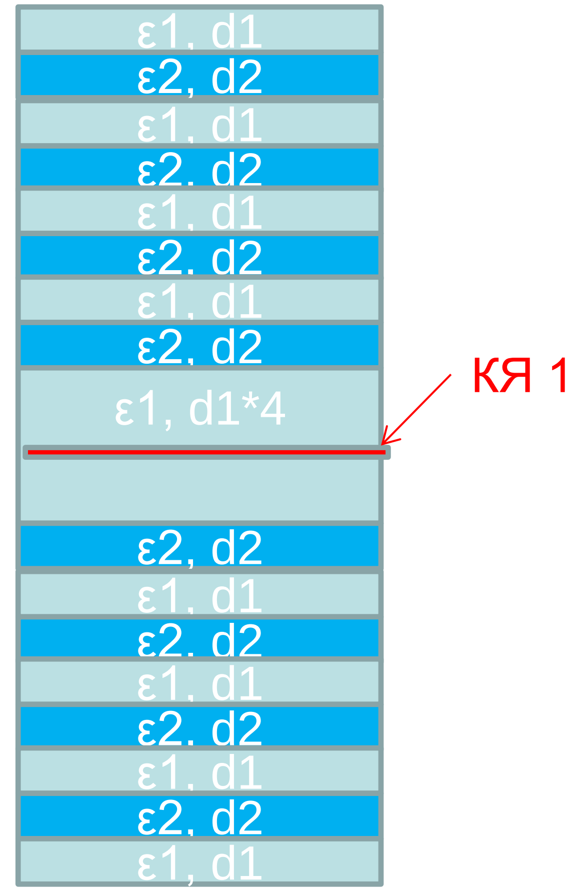


Обратите внимание на увеличение расщепления между верхним и нижним поляритоном. Задача 20.1*: во сколько раз увеличивается это расщепление?

Пример 3в. Брэгговский микрорезонатор с одной квантовой ямой (КЯ 1) в середине λ-слоя.

Нет поляритонного расщепления





Обратите внимание: поляритонное расщепление отсутствует! Это означает, что в данном случае посередине λ-слоя – узел электрического поля.

Задачи

2.22.1. Брэгговское зеркало. Рассчитать спектры отражения и пропускания брэгговского зеркала, состоящего из N пар $\lambda/4$ слоев GaAs/AlAs. Пусть диэлектрическая проницаемость GaAs (AlAs) равна 12 (9), а центральная частота стоп-зоны соответствует энергии фотона 1 эВ. Как велико должно быть число брэгговских пар N, чтобы коэффициент отражения в центре стоп-зоны превосходил R=0.9999?

2.22.2. Брэгговский микрорезонатор. Рассчитать спектры отражения и пропускания брэгговского микрорезонатора, состоящего из двух зеркал с N парами $\lambda/4$ слоев GaAs/AlAs и резонаторного GaAs или AlAs λ-слоя. Пусть резонансная частота соответствует энергии фотона 1 эВ. Как велико должно быть число брэгговских пар N, чтобы добротность микрорезонатора была Q=10000?

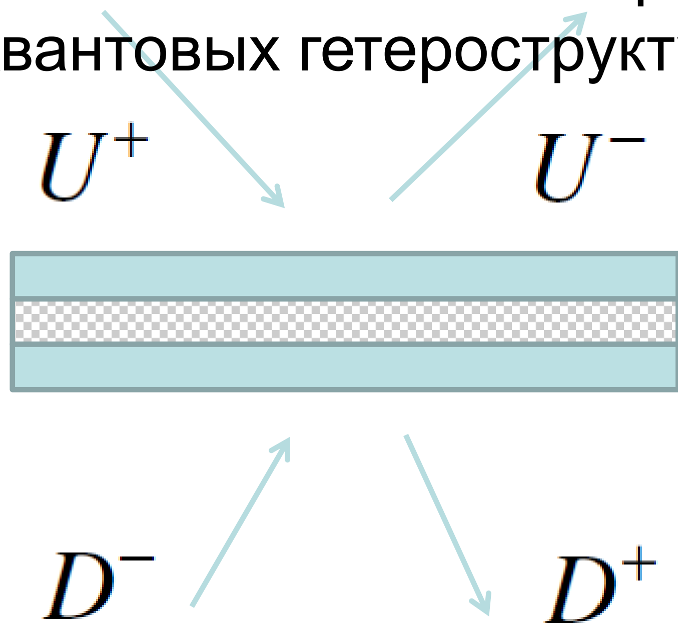
2.22.3. Брэгговский микрорезонатор с экситон-поляритоном. Рассчитать спектры отражения и пропускания брэгговского микрорезонатора, состоящего из двух зеркал с N парами $\lambda/4$ слоев GaAs/AlAs, резонаторного GaAs λ-слоя с 10-nm квантовой ямой InGaAs посередине l-слоя. Диэлектрическая проницаемость квантовой ямы имеет экситонный резонанс, $\varepsilon(E)=\varepsilon_0[1+2E_0\Delta/(E_0^2-E^2-iE\Gamma)]$, $E=\hbar\omega$ - частота света, E_0 - экситонный резонанс, Δ - экситонное продольно-поперечное расщепление, Γ – ширина экситонного резонанса. Расчеты провести, например, с $[\varepsilon_0, E_0, \Delta, \Gamma]$=[12, 1 eV, 1 meV, 0] и [12, 1 eV, 1 meV, 0.1 meV] и сравнить то, что получилось.

2.22.4. Брэгговский микрорезонатор с экситон-поляритоном. Рассчитать спектры отражения и пропускания брэгговского микрорезонатора, состоящего из двух зеркал с N парами $\lambda/4$ слоев GaAs/AlAs, резонаторного AlAs λ-слоя с 10-nm квантовой ямой GaAs посередине λ-слоя. Куда нужно поместить квантовую яму для того, чтобы получить ненулевое экситон-поляритонное расщепление? Как усилить это расщепление?

План лекции

1. Уравнения Максвелла
2. Матрицы переноса для описания прохождения и отражения света от слоистой диэлектрической структуры
3. Пример 1. Диэлектрическое брэгговское зеркало
4. Пример 2. Брэгговский микрорезонатор
5. Пример 3. Брэгговский микрорезонатор с квантовой ямой в активной области
6. Матрица переноса для квантовых гетероструктур
7. Матрица рассеяния
8. Резонансное приближение для матрицы рассеяния
9. Общие свойства матрицы рассеяния систем без потерь: унитарность и взаимность.
10. Резонансы Фано в простейшем случае прозрачной системы минимальной размерности

Матричные методы применимы к решению всех слоистых линейных проблем, например, в теории квантовых гетероструктур



В этом случае вместо уравнений Максвелла надо решать уравнение Шредингера

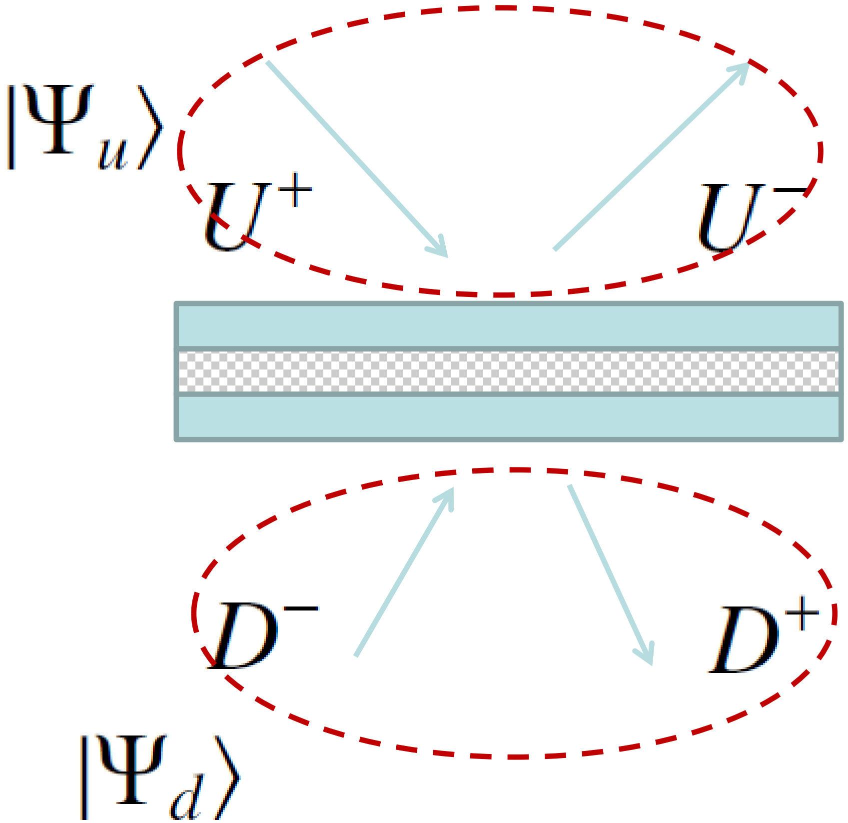
$$\hat{H}\Psi(\mathbf{r}_{||}, z) = \hbar\omega\Psi(\mathbf{r}_{||}, z)$$

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(-i\vec{\nabla}\right)^2 + V$$

$$\Psi_u(\mathbf{r}_{||}, z) = U^+ \exp\left(ik_u z + i\mathbf{k}_{||}\mathbf{r}_{||}\right) + U^- \exp\left(-ik_u z + i\mathbf{k}_{||}\mathbf{r}_{||}\right)$$

$$\Psi_d(\mathbf{r}_{||}, z) = D^+ \exp\left(ik_d z + i\mathbf{k}_{||}\mathbf{r}_{||}\right) + D^- \exp\left(-ik_d z + i\mathbf{k}_{||}\mathbf{r}_{||}\right)$$

$$k_{u,d} = k_{u,d}(\omega, \mathbf{k}_{||})$$



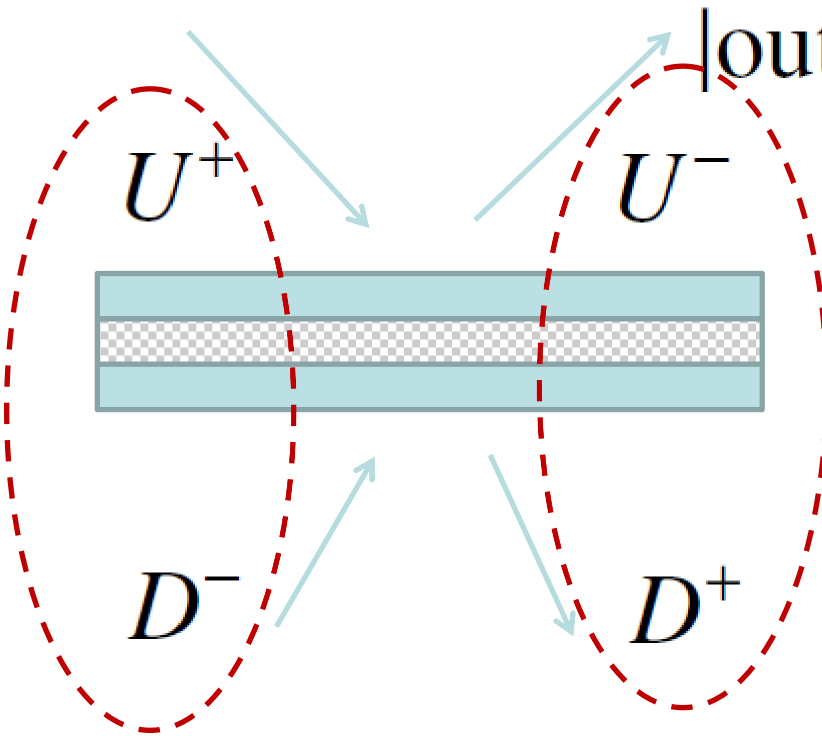
$$|\Psi_u\rangle = \begin{pmatrix} U^+ \\ U^- \end{pmatrix}, \quad |\Psi_d\rangle = \begin{pmatrix} D^+ \\ D^- \end{pmatrix}$$

$$\boxed{|\Psi_d\rangle = T(\omega, \mathbf{k}_{||})|\Psi_u\rangle}$$

$T(\omega, \mathbf{k}_{||})$ - ***Матрица переноса***

План лекции

1. Уравнения Максвелла
2. Матрицы переноса для описания прохождения и отражения света от слоистой диэлектрической структуры
3. Пример 1. Диэлектрическое брэгговское зеркало
4. Пример 2. Брэгговский микрорезонатор
5. Пример 3. Брэгговский микрорезонатор с квантовой ямой в активной области
6. Матрица переноса для квантовых гетероструктур
7. Матрица рассеяния
8. Резонансное приближение для матрицы рассеяния
9. Общие свойства матрицы рассеяния систем без потерь: унитарность и взаимность.
10. Резонансы Фано в простейшем случае прозрачной системы минимальной размерности



$$|\mathrm{in}(\mathbf{k}_{\|})\rangle = \begin{pmatrix} U^+ \\ D^- \end{pmatrix}, \quad |\mathrm{out}(\mathbf{k}_{\|})\rangle = \begin{pmatrix} U^- \\ D^+ \end{pmatrix}$$

$$\boxed{|\mathrm{out}(\mathbf{k}_{\|})\rangle = S_u(\omega, \mathbf{k}_{\|})\,|\mathrm{in}(\mathbf{k}_{\|})\rangle}$$

$S_u(\omega, \mathbf{k}_{\|})$ - ***Матрица рассеяния, S-матрица***

от T к S

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned} U^- &= S_{11}U^+ + S_{12}D^- \\ D^+ &= S_{21}U^+ + S_{22}D^- \end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} D^+ &= T_{11}U^+ + T_{12}U^- \\ D^- &= T_{21}U^+ + T_{22}U^- \end{aligned}}$$

$$U^- = -T_{22}^{-1}T_{21}U^+ + T_{22}^{-1}D^-$$

$$D^+ = (T_{11} - T_{12}T_{22}^{-1}T_{21})U^+ + T_{12}T_{22}^{-1}D^-$$

$$\boxed{S = \begin{pmatrix} -T_{22}^{-1}T_{21} & T_{22}^{-1} \\ T_{11} - T_{12}T_{22}^{-1}T_{21} & T_{12}T_{22}^{-1} \end{pmatrix}}$$

Задачи

2.29.1: вывести соотношения между компонентами матриц переноса и рассеяния, считая их прямоугольными матрицами произвольного размера

2.29.2: Предположим, что система состоит из двух подсистем с матрицами переноса T1 (сверху в суммарной системе), T2 (снизу) и матрицами рассеяния S1 и S2. Вывести формулы для матриц переноса и рассеяния всей системы.

2.29.3: Как модифицировать написанные до этого момента формулы для оптических коэффициентов структуры на полубесконечной подложке с диэлектрической проницаемостью, отличающейся от диэлектрической проницаемости?

2.29.4: Исследовать оптические спектры всех рассмотренных структур при добавлении потерь (мнимых добавок к диэлектрическим проницаемостям материалов). Также использовать расчет спектра поглощения для проверки правильности своих вычислений в случае структур без потерь (с действительными диэлектрическими проницаемостями).

2.29.5: Исследовать оптические спектры микрорезонатора без горизонтальной плоскости зеркальной симметрии.

$$\boxed{r_{uu} = -\frac{T_{21}}{T_{22}}} \qquad \boxed{t_{ud} = \frac{1}{T_{22}}}$$

$$\boxed{t_{du} = \frac{\det\ T_{\mathrm{tot}}}{T_{22}}} \qquad \boxed{r_{dd} = \frac{T_{12}}{T_{22}}}$$

$$\boxed{S = \begin{pmatrix} -T_{22}^{-1}T_{21} & T_{22}^{-1} \\ T_{11} - T_{12}T_{22}^{-1}T_{21} & T_{12}T_{22}^{-1} \end{pmatrix}}$$

План лекции

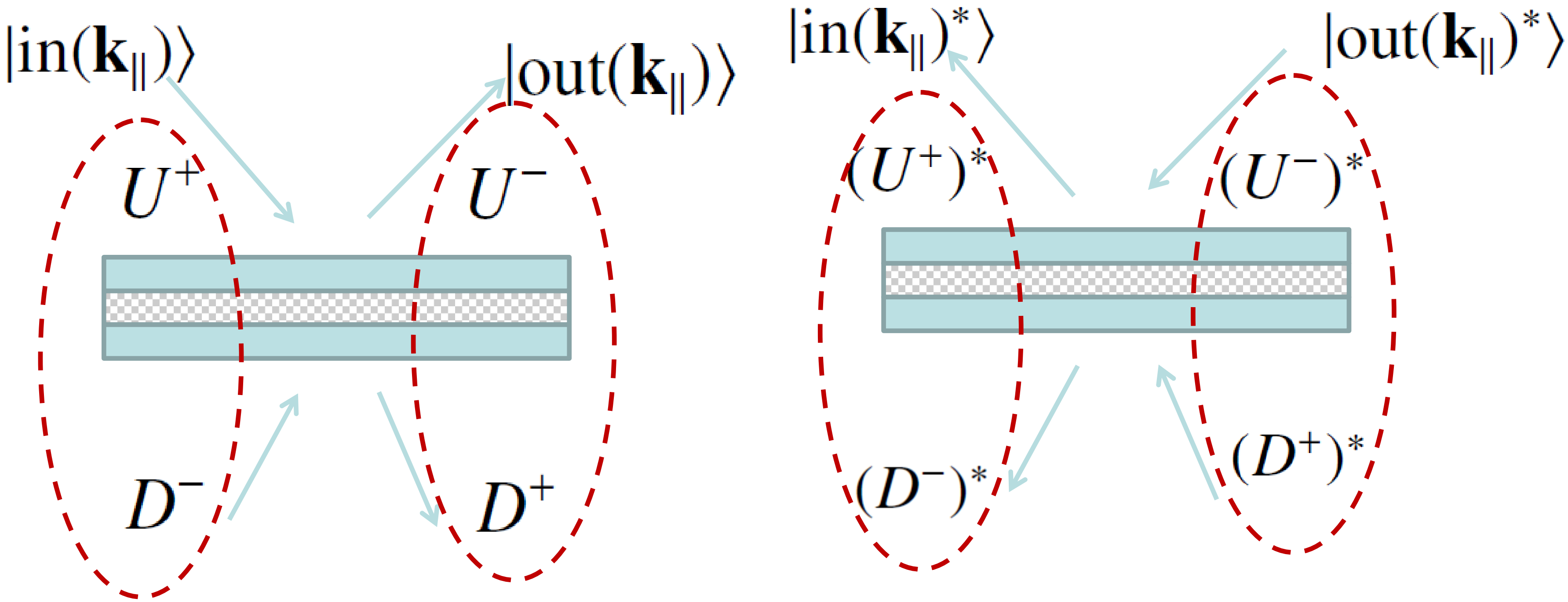
1. Уравнения Максвелла
2. Матрицы переноса для описания прохождения и отражения света от слоистой диэлектрической структуры
3. Пример 1. Диэлектрическое брэгговское зеркало
4. Пример 2. Брэгговский микрорезонатор
5. Пример 3. Брэгговский микрорезонатор и квантовой ямой в активной области
6. Матрица переноса для квантовых гетероструктур
7. Матрица рассеяния
8. Общие свойства матрицы рассеяния систем без потерь: унитарность и взаимность.
9. Резонансное приближение для матрицы рассеяния
10. Резонансы Фано в простейшем случае прозрачной системы минимальной размерности

$$\boxed{S_u^\dagger S_u = S_u S_u^\dagger = 1}$$

S-матрица ***унитарна*** (если нет потерь)

$$\langle\psi| = |\psi\rangle^\dagger \equiv |\psi^*\rangle^{\mathsf{T}}$$

стандартное определение эрмитово-сопряженного вектора



Взаимность, следствие инвариантности при обращении времени

$$\boxed{|\mathrm{in}\rangle \equiv |\mathrm{in}(\omega, \mathbf{k}_{||})\rangle = |\mathrm{out}(\omega, -\mathbf{k}_{||})^{*}\rangle \equiv |\widetilde{\mathrm{out}}\rangle}$$

$$\boxed{|\mathrm{out}(\mathbf{k}_{||})\rangle = S_u(\omega, \mathbf{k}_{||})\,|\mathrm{in}(\mathbf{k}_{||})\rangle}$$

$$|\mathrm{out}(\mathbf{k}_{||})^*\rangle = S_u^*(\mathbf{k}_{||})\,|\mathrm{in}(\mathbf{k}_{||})^*\rangle$$

$$\Downarrow$$

взаимность

$$|\mathrm{in}(-\mathbf{k}_{||})\rangle = S_u^*(\mathbf{k}_{||})\,|\mathrm{out}(-\mathbf{k}_{||})\rangle$$

$$|\mathrm{out}(-\mathbf{k}_{||})\rangle = S_u^*(\mathbf{k}_{||})^{-1}|\mathrm{in}(-\mathbf{k}_{||})\rangle$$

унитарность

$$\boxed{S_u^*(\mathbf{k}_{||})^{-1} = S_u(-\mathbf{k}_{||})} \quad + \quad \boxed{S_u^{-1} = (S_u^*)^{\mathsf{T}}}$$

$$\Downarrow$$

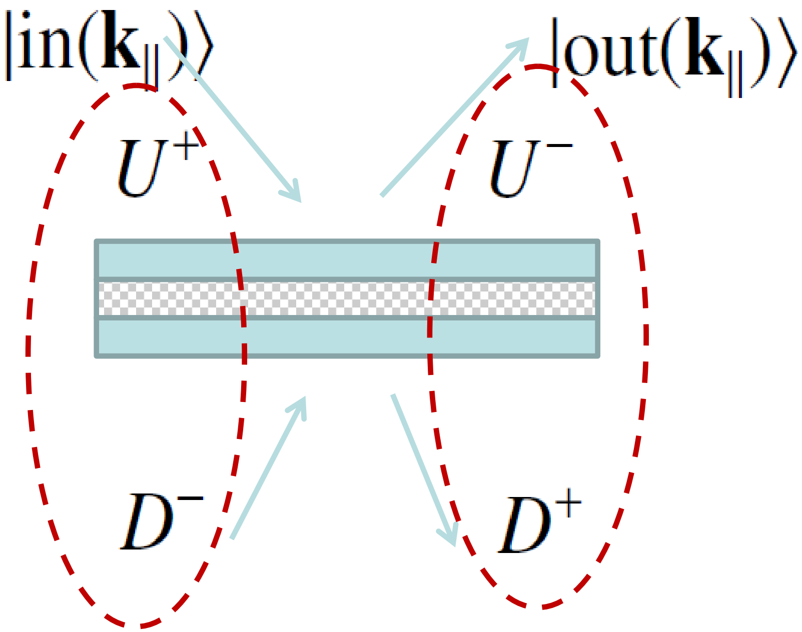
$$\boxed{S_u(\omega, \mathbf{k}_{||}) = S_u^{\mathsf{T}}(\omega, -\mathbf{k}_{||})}$$

$$S = \begin{pmatrix} r_{uu} & t_{ud} \\ t_{du} & r_{dd} \end{pmatrix}$$

$+$

$$S_u(\omega, \mathbf{k}_{||}) = S_u^{\top}(\omega, -\mathbf{k}_{||})$$

$\Downarrow$

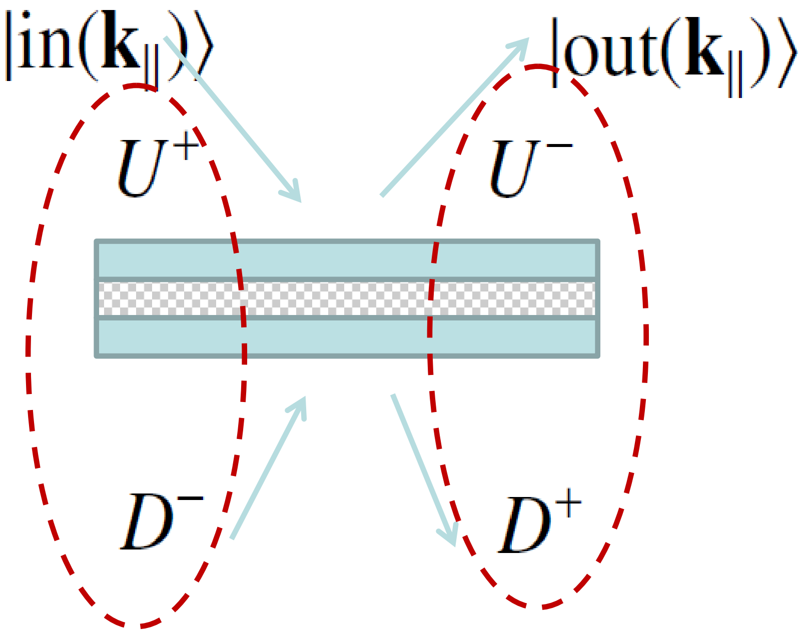


$$r_{uu}(\mathbf{k}_{||}) = r_{uu}(-\mathbf{k}_{||})$$

$$r_{dd}(\mathbf{k}_{||}) = r_{dd}(-\mathbf{k}_{||})$$

$$t_{du}(\mathbf{k}_{||}) = t_{ud}(-\mathbf{k}_{||})$$

Т.о. из взаимности следует, что отражение слева и справа одинаковы; пропускание в прямом направлении совпадает с пропусканием в обратном направлении (даже если система не имеет плоскостей зеркальной симметрии!)



$$r_{uu}(\mathbf{k}_{\|}) = r_{uu}(-\mathbf{k}_{\|})$$

$$r_{dd}(\mathbf{k}_{\|}) = r_{dd}(-\mathbf{k}_{\|})$$

$$t_{du}(\mathbf{k}_{\|}) = t_{ud}(-\mathbf{k}_{\|})$$

План лекции

1. Уравнения Максвелла
2. Матрицы переноса для описания прохождения и отражения света от слоистой диэлектрической структуры
3. Пример 1. Диэлектрическое брэгговское зеркало
4. Пример 2. Брэгговский микрорезонатор
5. Пример 3. Брэгговский микрорезонатор и квантовой ямой в активной области
6. Матрица переноса для квантовых гетероструктур
7. Матрица рассеяния
8. Общие свойства матрицы рассеяния систем без потерь: унитарность и взаимность.
9. Резонансное приближение для матрицы рассеяния
10. Резонансы Фано в простейшем случае прозрачной системы минимальной размерности

Резонансное приближение для матрицы рассеяния

$$|\mathrm{out}\rangle = S\,|\mathrm{in}\rangle$$

Собственное состояние в кв. мех.: ненулевое решение свободного ур. Шредингера (отсутствие возбуждения извне). В постановке задачи о рассеянии это надо понимать так:

$$|\mathrm{in}\rangle = 0, \;\; |\mathrm{out}\rangle \neq 0$$

Однородное уравнение, которое нужно решить:

$$S^{-1}|\mathrm{out}\rangle \equiv R\,|\mathrm{out}\rangle = 0$$

Это уравнение на поиск собственной энергии $\omega_0 = \Omega_0 - i\Gamma_0$ и собственной функции в представлении рассеяния $|\mathrm{o}_1\rangle$:

$$\boxed{R(\omega_0)\,|\mathrm{o}_1\rangle = 0}$$

$$\boxed{R(\omega_0)\,|\mathrm{o}_1\rangle = 0}$$

Многомерный метод линеаризации (Ньютона)

$$\omega_0 = \omega + \Delta$$

$$0 = R(\omega_0)\,|\mathrm{o}_1\rangle = R(\omega)\,|\mathrm{o}_1\rangle + \Delta \quad R'(\omega)|\mathrm{o}_1\rangle$$

$$R(\omega)\,|\mathrm{o}_1\rangle = -\Delta R'(\omega)|\mathrm{o}_1\rangle$$

$$\boxed{A\,|\mathrm{o}_1\rangle = \Delta|\mathrm{o}_1\rangle} \qquad A \equiv -\left[R'(\omega)\right]^{-1} R(\omega)$$

$$\boxed{A\,|o_1\rangle = \Delta|o_1\rangle}$$

задача становится линейной

$$A\,V = V\,D \qquad V^{-1}AV = D$$

метод диагонализации

$$V = (|o_1\rangle, |o_2\rangle) \qquad D = \begin{pmatrix} \Delta_1 & 0 \\ 0 & \Delta_2 \end{pmatrix}, \; |\Delta_1| < |\Delta_2|$$

$$\omega \Rightarrow \omega + \Delta_1$$

Стартуем с произвольного значения энергии и получаем значение, которое должно быть ближе к решению. Итерации повторяются до тех пор, пока расстояние до полюса не станет малымl:

$$|\Delta_1| \to 0 \quad (|\Delta_1| < \varepsilon)\,, \;\; \omega \to \omega_0$$

Выше было показано (из унитарности S и симметрии при обращении времени), что

$$S_u(\omega, \mathbf{k}_\parallel) = S_u^{\mathsf{T}}(\omega, -\mathbf{k}_\parallel)$$

Самый общий вид разложения по базисным (собственным) функциям:

$$S_u = \sum_{j=1}^{2N} \mathrm{e}^{i\beta_j} |\mathrm{out}_j\rangle\langle \mathrm{in}_j| = \sum_{j=1}^{2N} \mathrm{e}^{i\beta_j} |\mathrm{out}_j\rangle\langle \widetilde{\mathrm{out}_j}|$$

где фазы рассеяния $\beta_j,\ j = 1, \ldots, 2N$ - функции $(\omega, \mathbf{k}_\parallel)$

$$\beta_j(\omega, \mathbf{k}_\parallel) = \beta_j(\omega, -\mathbf{k}_\parallel)$$

План лекции

1. Уравнения Максвелла
2. Матрицы переноса для описания прохождения и отражения света от слоистой диэлектрической структуры
3. Пример 1. Диэлектрическое брэгговское зеркало
4. Пример 2. Брэгговский микрорезонатор
5. Пример 3. Брэгговский микрорезонатор и квантовой ямой в активной области
6. Матрица переноса для квантовых гетероструктур
7. Матрица рассеяния
8. Общие свойства матрицы рассеяния систем без потерь: унитарность и взаимность.
9. Резонансное приближение для матрицы рассеяния
10. Резонансы Фано в простейшем случае прозрачной системы минимальной размерности

Резонансное приближение для матрицы рассеяния

$$S^{-1}(\omega) \approx \left.\frac{\partial S^{-1}(\omega)}{\partial \omega}\right|_{\omega_0} X(\omega - \omega_0 - \Delta) X^{-1}$$

$$\mathrm{X} = \left(\; |O_1\rangle \, , \quad |O_2\rangle \, , \quad \ldots \; \right) , \qquad \mathrm{Y} = \left(\left.\frac{\partial \mathrm{S}^{-1}}{\partial \omega}\right|_{\omega_0} \mathrm{X} \right)^{-1} = \begin{pmatrix} \langle I_1| \\ \langle I_2| \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Обобщенная формула Брайта-Вигнера:

$$\mathrm{S} \approx \mathrm{X}[(\omega - \omega_0)\mathbb{I} - \Delta]^{-1}\mathrm{Y} = \tilde{\mathrm{S}} + \sum_{n=1}^{N} |O_n\rangle \frac{1}{\omega - \omega_n} \langle I_n|$$

N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev, and T. Ishihara, Phys. Rev. B **72**, 45138 (2005).

Если S-матрица имеет размерность (2x2), ситуация упрощается:

$$|o_1\rangle = \begin{pmatrix} \sin\xi \\ \cos\xi \end{pmatrix}, \qquad |o_2\rangle = \begin{pmatrix} \cos\xi \\ -\sin\xi \end{pmatrix}$$

$$S_u(\omega, \mathbf{k}_{\|}) = \begin{pmatrix} \cos\xi \\ -\sin\xi \end{pmatrix} (\cos\tilde{\xi}, -\sin\tilde{\xi}) e^{i\beta} + \begin{pmatrix} \sin\xi \\ \cos\xi \end{pmatrix} (\sin\tilde{\xi}, \cos\tilde{\xi})\, \eta(\omega, \mathbf{k}_{\|})$$

где резонансная фаза рассеяния:

$$\eta(\omega, \mathbf{k}_{\|}) \equiv e^{i\beta_1} = -\frac{\omega - \omega_0^*(\mathbf{k}_{\|})}{\omega - \omega_0(\mathbf{k}_{\|})} = \frac{2i\gamma_0(\mathbf{k}_{\|})}{\omega - \omega_0(\mathbf{k}_{\|})} - 1$$

$$r(\omega,\mathbf{k}_{\parallel}) = e^{i\beta}\cos\xi\cos\tilde{\xi} + \eta(\omega,\mathbf{k}_{\parallel})\sin\xi\sin\tilde{\xi}$$

$$t(\omega,\mathbf{k}_{\parallel}) = -\,e^{i\beta}\sin\xi\cos\tilde{\xi} + \eta(\omega,\mathbf{k}_{\parallel})\cos\xi\sin\tilde{\xi}$$

Для нормального падения в любой взаимной системе и в системе с вертикальной плоскостью зеркальной симметрии

$$r(\omega,\mathbf{k}_{\parallel}) = e^{i\beta}\cos^2\xi + \eta(\omega,\mathbf{k}_{\parallel})\sin^2\xi$$

$$t(\omega,\mathbf{k}_{\parallel}) = [\,\eta(\omega,\mathbf{k}_{\parallel}) - e^{i\beta}]\cos\xi\sin\xi$$

$$t(\omega,\mathbf{k}_{\|}) = [\,\eta(\omega,\mathbf{k}_{\|}) - e^{i\beta}]\cos\xi\sin\xi$$

Следствия: $$\eta(\omega,\mathbf{k}_{\|}) = -\frac{\omega-\overset{*}{\omega_0}(\mathbf{k}_{\|})}{\omega-\omega_0(\mathbf{k}_{\|})}$$

1. Полное пропускание, t|=1, возможно только если одновременно $\eta(\omega) = -e^{i\beta}$ и $\xi = \pi/4$ Последнее означает симметрию между рассеянием сверху и снизу (если имеется горизонтальная плоскость зерк. симм.).
2. Полное пропускание |t|=1 имеет место точно на резонансе, если $\beta = \pi$ и $\xi = \pi/4$. Такое случается, например, в симметричной квантовой яме между барьерами, или в симм. Брэгговском микрорезонаторе (в оптике)
3. Минимальное пропускание t=0 (или полное отражение |r|=1) может иметь место возле резонанса, где η изменяется от -1 ниже резонанса через 1 на резонансе назад к -1 выше резонанса

Резонансные состояния в нанооптике

Лекция 3

- Введение
- Оптические матрицы переноса и рассеяния для решения уравнений Максвелла в слоистых диэлектрических структурах. Падение света по нормали
- Брэгговские зеркало и микрорезонатор, экситонный плазмон-поляритон в брэгговском микрорезонаторе с квантовой ямой в активной области. Полюсное разложение для матрицы рассеяния брэгговского микрорезонатора
- **Оптические матрицы переноса и рассеяния для решения уравнений Максвелла в слоистых диэлектрических структурах. Наклонное падение света**
- Угловая дисперсия резонансных мод микрорезонатора. Нижняя и верхняя поляритонные ветви
- Поверхностный плазмон-поляритон. Резонансы Ми
- Планарные диэлектрические волноводы
- Диэлектрические фотонные кристаллы, фотонные запрещенные зоны
- Фотонно-кристаллические слои, метаматериалы и метаповерхности
- Поляритонные кристаллы на примере плазмон-волноводного резонанса в структуре решетка металлических нанонитей на планарном диэлектрическом волноводе
- Метод Фурье-разложения по плоским волнам для решения уравнений Максвелла в структурах, содержащих фотонно-кристаллические слои. Оптические матрицы переноса и рассеяния для фотонно-кристаллических слоев и метаповерхностей
- Метаматериалы для создания сред Веселаго. Метаматериалы и метаповерхности. Трансформационная оптика
- Фотонно-кристаллические и плазмонные структуры для микрорезонаторов, световодов, нанолитографии
- Плазмонные наноантенны для оптического диапазона
- Эффективный электромагнитный отклик тонких слоев метаматериалов
- Поляризационные фильтры и компактные источники циркулярно-поляризованного света на основе хиральных фотонно-кристаллических слоев и метаповерхостей
- Оптические нелинейности на примере экситон-поляритона в брэгговском микрорезонаторе с квантовой ямой в активной области