Mínimos cuadrados

Repositorio: https://github.com/BelenRaura/CorrecionPII

Prueba 02

Interpole los siguientes conjuntos de datos con la función correspondiente.

La ecuación de la línea es:

$ y(x) = a_1 x + a_0 $

Al realizar el proceso de mínimos cuadrados queda el siguiente sistema de ecuaciones:

$(\sum_i (y_i - a_1 x_i - a_0), \sum_i (y_i - a_1 x_i - a_0) x_i) = 0$

```
# Derivadas parciales para regresión lineal
# ##############################################################################
def der_parcial_1(xs: list, ys: list) -> tuple[float, float, float]:
    """Retorna los coeficientes de la ecuación de la derivada parcial con respecto al paráme
    c_1 * a_1 + c_0 * a_0 = c_ind


    ## Parameters

    ``xs``: lista de valores de x.

    ``ys``: lista de valores de y.

    ## Return

    ``c_1``: coeficiente del parámetro 1.

    ``c_0``: coeficiente del parámetro 0.
```

```
    ``c_ind``: coeficiente del término independiente.

    """

    # coeficiente del término independiente
    c_ind = sum(ys)

    # coeficiente del parámetro 1
    c_1 = sum(xs)

    # coeficiente del parámetro 0
    c_0 = len(xs)

    return (c_1, c_0, c_ind)


def der_parcial_0(xs: list, ys: list) -> tuple[float, float, float]:
    """Retorna los coeficientes de la ecuación de la derivada parcial con respecto al paráme
    c_1 * a_1 + c_0 * a_0 = c_ind


    ## Parameters

    ``xs``: lista de valores de x.

    ``ys``: lista de valores de y.

    ## Return

    ``c_1``: coeficiente del parámetro 1.

    ``c_0``: coeficiente del parámetro 0.

    ``c_ind``: coeficiente del término independiente.

    """
    c_1 = 0
    c_0 = 0
    c_ind = 0
    for xi, yi in zip(xs, ys):
        # coeficiente del término independiente
        c_ind += xi * yi
```

```
        # coeficiente del parámetro 1
        c_1 += xi * xi

        # coeficiente del parámetro 0
        c_0 += xi

    return (c_1, c_0, c_ind)
```

Conjunto de datos de ejemplo

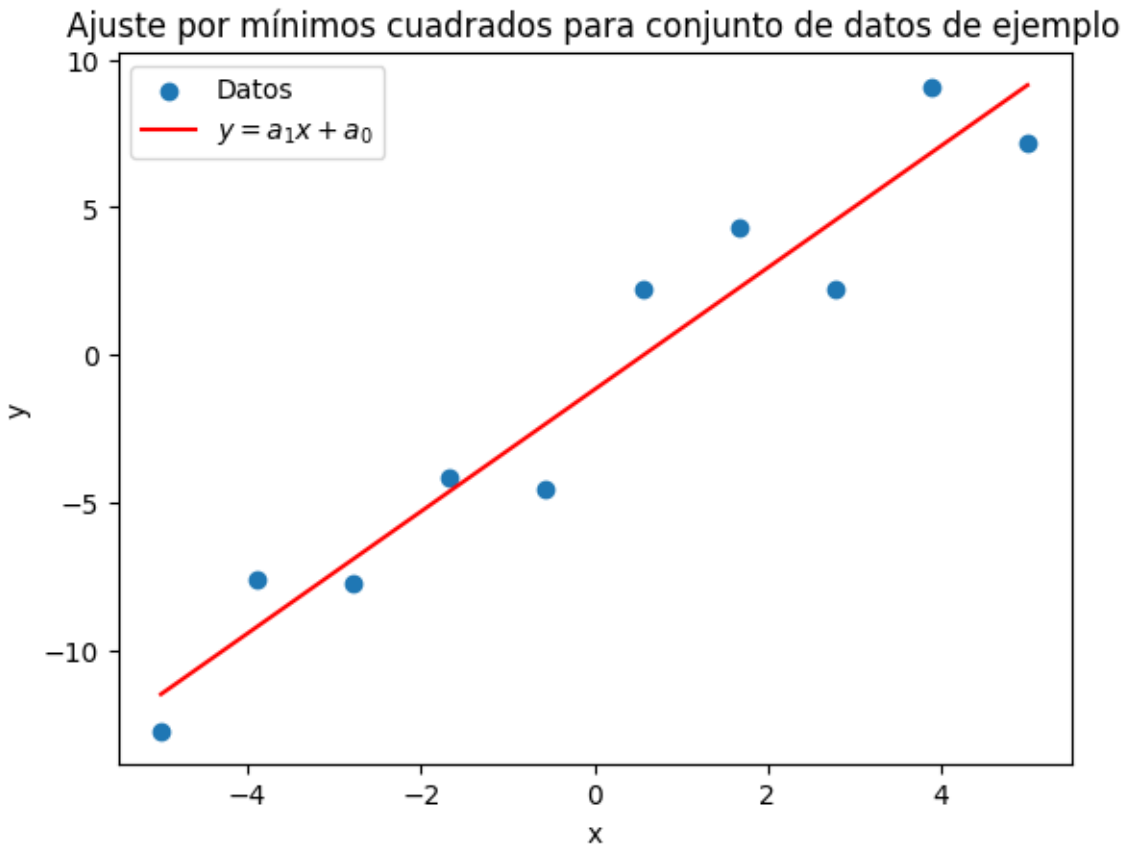
```
xs = [
    -5.0000,
    -3.8889,
    -2.7778,
    -1.6667,
    -0.5556,
    0.5556,
    1.6667,
    2.7778,
    3.8889,
    5.0000,
]
ys = [
    -12.7292,
    -7.5775,
    -7.7390,
    -4.1646,
    -4.5382,
    2.2048,
    4.3369,
    2.2227,
    9.0625,
    7.1860,
]
```

```
from src import ajustar_min_cuadrados  # no modificar esta función

pars = ajustar_min_cuadrados(xs, ys, gradiente=[der_parcial_0, der_parcial_1])
```

```
[01-11 11:46:53][INFO] 2025-01-11 11:46:53.918058
[01-11 11:46:53][INFO] 2025-01-11 11:46:53.921568
[01-11 11:46:53][INFO] Se ajustarán 2 parámetros.
[01-11 11:46:53][INFO]
[[101.8525926    0.         209.87476711]
 [  0.          10.         -11.7356    ]]
```

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

m, b = ajustar_min_cuadrados(xs, ys, gradiente=[der_parcial_0, der_parcial_1])

x = np.linspace(-5, 5, 100)

y = [m * xi + b for xi in x]

plt.scatter(xs, ys, label="Datos")
plt.plot(x, y, color="red", label=r"$ y = a_1 x + a_0 $")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y")
plt.title("Ajuste por mínimos cuadrados para conjunto de datos de ejemplo")
plt.legend()
plt.show()
```

```
[01-11 11:46:56][INFO] Se ajustarán 2 parámetros.
[01-11 11:46:56][INFO]
[[101.8525926    0.         209.87476711]
 [  0.          10.         -11.7356    ]]
```

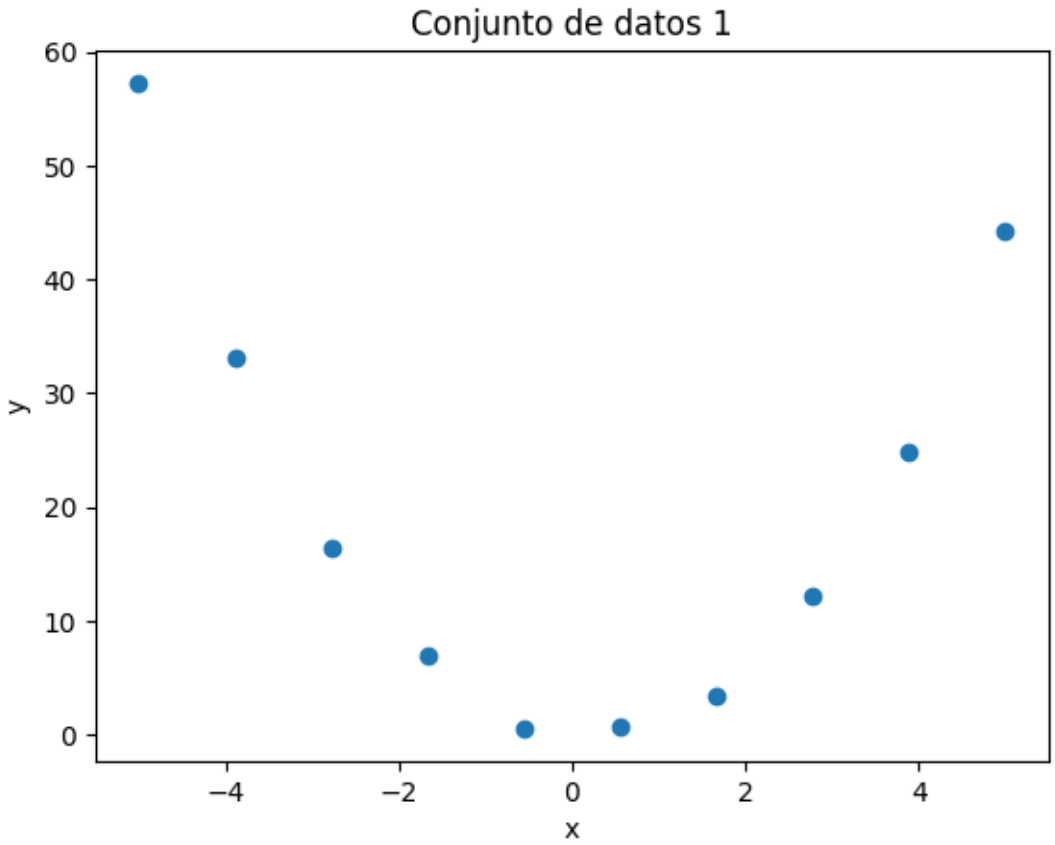


Conjunto de datos 1

```
xs1 = [
    -5.0000,
    -3.8889,
    -2.7778,
    -1.6667,
    -0.5556,
    0.5556,
    1.6667,
    2.7778,
    3.8889,
    5.0000,
]
ys1 = [
```

```
    57.2441,
    33.0303,
    16.4817,
    7.0299,
    0.5498,
    0.7117,
    3.4185,
    12.1767,
    24.9167,
    44.2495,
]
```

```
plt.scatter(xs1, ys1)
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y")
plt.title("Conjunto de datos 1")
plt.show()
```



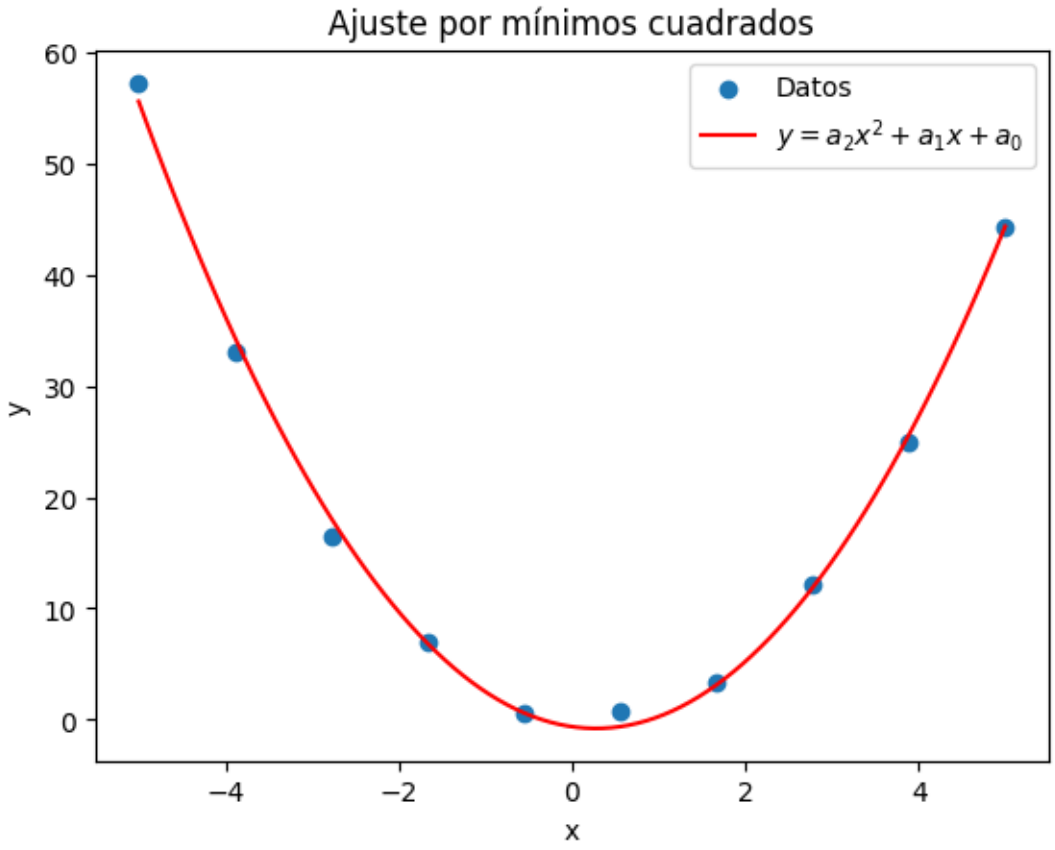
```python
def der_parcial_2(xs: list, ys: list) -> tuple[float, float, float, float]:
    """Retorna los coeficientes de la ecuación de la derivada parcial con respecto al paráme

    c_2 * a_2 + c_1 * a_1 + c_0 * a_0 = c_ind

    ## Parameters
    ``xs``: lista de valores de x.
    ``ys``: lista de valores de y.

    ## Return
    ``c_2``: coeficiente del parámetro 2.
    ``c_1``: coeficiente del parámetro 1.
    ``c_0``: coeficiente del parámetro 0.
    ``c_ind``: coeficiente del término independiente.
    """
    c_2 = sum(xi**4 for xi in xs)
    c_1 = sum(xi**3 for xi in xs)
    c_0 = sum(xi**2 for xi in xs)
    c_ind = sum(yi * xi**2 for yi, xi in zip(ys, xs))
    return (c_2, c_1, c_0, c_ind)

def der_parcial_1(xs: list, ys: list) -> tuple[float, float, float, float]:
    """Retorna los coeficientes de la ecuación de la derivada parcial con respecto al paráme

    c_2 * a_2 + c_1 * a_1 + c_0 * a_0 = c_ind

    ## Parameters
    ``xs``: lista de valores de x.
    ``ys``: lista de valores de y.

    ## Return
    ``c_2``: coeficiente del parámetro 2.
    ``c_1``: coeficiente del parámetro 1.
    ``c_0``: coeficiente del parámetro 0.
    ``c_ind``: coeficiente del término independiente.
    """
    c_2 = sum(xi**3 for xi in xs)
    c_1 = sum(xi**2 for xi in xs)
    c_0 = sum(xi for xi in xs)
    c_ind = sum(yi * xi for yi, xi in zip(ys, xs))
    return (c_2, c_1, c_0, c_ind)
```

```python
def der_parcial_0(xs: list, ys: list) -> tuple[float, float, float, float]:
    """Retorna los coeficientes de la ecuación de la derivada parcial con respecto al paráme

    c_2 * a_2 + c_1 * a_1 + c_0 * a_0 = c_ind

    ## Parameters
    ``xs``: lista de valores de x.
    ``ys``: lista de valores de y.

    ## Return
    ``c_2``: coeficiente del parámetro 2.
    ``c_1``: coeficiente del parámetro 1.
    ``c_0``: coeficiente del parámetro 0.
    ``c_ind``: coeficiente del término independiente.
    """
    c_2 = sum(xi**2 for xi in xs)
    c_1 = sum(xi for xi in xs)
    c_0 = len(xs)
    c_ind = sum(ys)
    return (c_2, c_1, c_0, c_ind)

def parabola(x: float, pars: tuple[float, float, float]) -> float:
    """Ecuación de la parábola y = a2 * x^2 + a1 * x + a0.

    ## Parameters
    ``x``: valor de x.
    ``pars``: parámetros de la parábola. Deben ser de la forma (a2, a1, a0).

    ## Return
    ``y``: valor de y.
    """
    a2, a1, a0 = pars
    return a2 * x**2 + a1 * x + a0

xs2 = [
    -5.0000,
    -3.8889,
    -2.7778,
    -1.6667,
    -0.5556,
    0.5556,
    1.6667,
```

```
    2.7778,
    3.8889,
    5.0000,
]
ys2 = [
    57.2441,
    33.0303,
    16.4817,
    7.0299,
    0.5498,
    0.7117,
    3.4185,
    12.1767,
    24.9167,
    44.2495,
]

from src import ajustar_min_cuadrados
pars2 = ajustar_min_cuadrados(xs2, ys2, gradiente=[der_parcial_2, der_parcial_1, der_parcial_
pars2 # parámetros de la curva ajustada

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

x = np.linspace(-5, 5, 100)
y = [parabola(xi, pars2) for xi in x]

plt.scatter(xs2, ys2, label="Datos")
plt.plot(x, y, color="red", label=r"$ y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0 $")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y")
plt.title("Ajuste por mínimos cuadrados")
plt.legend()
plt.show()
# Calcular el valor de los coeficientes
a2, a1, a0 = pars2
print(f"Coeficiente a2: {a2}")
print(f"Coeficiente a1: {a1}")
print(f"Coeficiente a0: {a0}")
```

```
[01-11 12:23:03][INFO] Se ajustarán 3 parámetros.
[01-11 12:23:03][INFO]
```

```
[[ 1.01852593e+02  0.00000000e+00  1.00000000e+01  1.99808900e+02]
 [ 0.00000000e+00  1.01852593e+02  0.00000000e+00 -1.14413577e+02]
 [-2.27373675e-13  0.00000000e+00 -7.90113041e+01  5.04294087e+01]]
[01-11 12:23:03][INFO]
[[ 1.01852593e+02  0.00000000e+00  1.00000000e+01  1.99808900e+02]
 [ 0.00000000e+00  1.01852593e+02  0.00000000e+00 -1.14413577e+02]
 [-2.27373675e-13  0.00000000e+00 -7.90113041e+01  5.04294087e+01]]
```




```
Coeficiente a2: 2.024410482925083
Coeficiente a1: -1.1233251295755429
Coeficiente a0: -0.6382556172537739
```

```python
import numpy as np

# Coeficientes conocidos
a2 = 2.024410482925083
```

```
a1 = -1.1233251295755429
a0 = -0.6382556172537739
# Evaluar la ecuación cuadrática para x = 2.25
x_val = 2.25
y_eval = a2 * x_val**2 + a1 * x_val + a0
print(f"El valor de y para x = {x_val} es: {y_eval}")
```

```
El valor de y para x = 2.25 es: 7.082840911009487
```

```
# Evaluar la ecuación cuadrática para x = 2.25
x_val = -2.25
y_eval = a2 * x_val**2 + a1 * x_val + a0
print(f"El valor de y para x = {x_val} es: {y_eval}")
```

```
El valor de y para x = -2.25 es: 12.13780399409943
```

```
import numpy as np

# Coeficientes conocidos
a2 = 2.024410482925083
a1 = -1.1233251295755429
a0 = -0.6382556172537739

# Valor de y
y_val = -2.25

# Resolver la ecuación cuadrática a2*x^2 + a1*x + (a0 - y_val) = 0
coefficients = [a2, a1, a0 - y_val]
roots = np.roots(coefficients)

# Mostrar las soluciones
roots
```

```
array([0.277445+0.84804434j, 0.277445-0.84804434j])
```

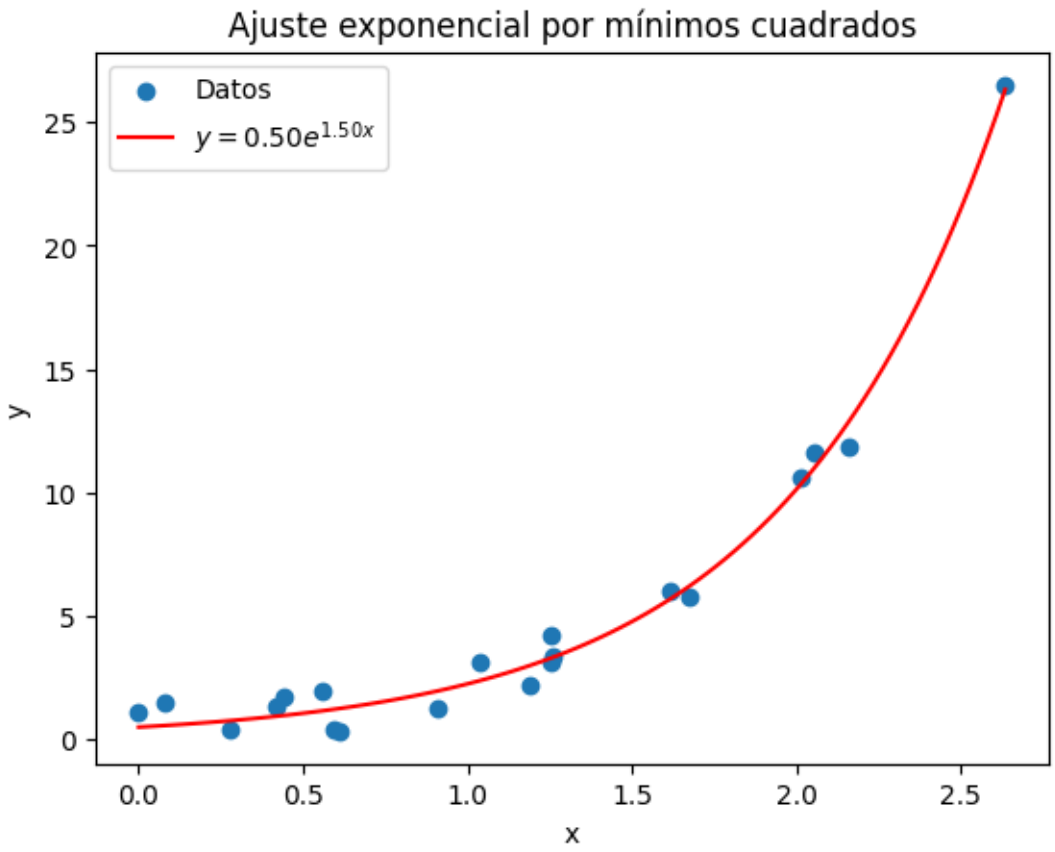
Interpole el conjunto de datos 1 usando la función cuadrática.

Conjunto de datos 2

```
xs2 = [
    0.0003,
    0.0822,
    0.2770,
    0.4212,
    0.4403,
    0.5588,
    0.5943,
    0.6134,
    0.9070,
    1.0367,
    1.1903,
    1.2511,
    1.2519,
    1.2576,
    1.6165,
    1.6761,
    2.0114,
    2.0557,
    2.1610,
    2.6344,
]
ys2 = [
    1.1017,
    1.5021,
    0.3844,
    1.3251,
    1.7206,
    1.9453,
    0.3894,
    0.3328,
    1.2887,
    3.1239,
    2.1778,
    3.1078,
    4.1856,
    3.3640,
    6.0330,
    5.8088,
```

```
    10.5890,
    11.5865,
    11.8221,
    26.5077,
]
```

```
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit

import matplotlib.pyplot as plt

# Definir la función exponencial
def func_exp(x, a, b):
    return a * np.exp(b * x)

# Ajustar los datos a la función exponencial
popt, pcov = curve_fit(func_exp, xs2, ys2)

# Obtener los parámetros ajustados
a, b = popt

# Generar valores de x para la curva ajustada
x_fit = np.linspace(min(xs2), max(xs2), 100)

# Calcular los valores de y usando la función ajustada
y_fit = func_exp(x_fit, a, b)

# Graficar los datos originales y la curva ajustada
plt.scatter(xs2, ys2, label="Datos")
plt.plot(x_fit, y_fit, color="red", label=f"$y = {a:.2f} e^{{{b:.2f} x}}$")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y")
plt.title("Ajuste exponencial por mínimos cuadrados")
plt.legend()
plt.show()
# Evaluar la función ajustada para x = 5
x_val = 5
y_val = func_exp(x_val, a, b)
print(f"El valor de y para x = {x_val} es: {y_val}")
```

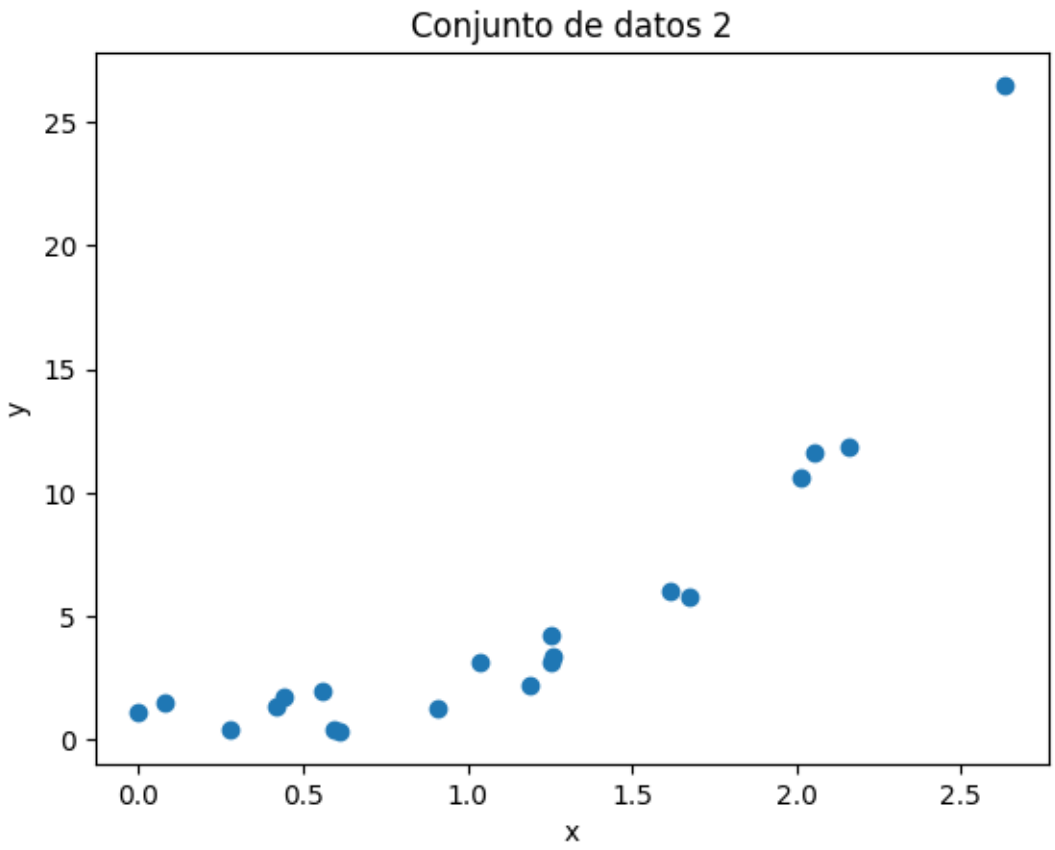



```
El valor de y para x = 5 es: 924.5446340088477
```

```
# Evaluar la función ajustada para x = 5
x_val = 1
y_val = func_exp(x_val, a, b)
print(f"El valor de y para x = {x_val} es: {y_val}")
```

```
El valor de y para x = 1 es: 2.2518190038794166
```

```
plt.scatter(xs2, ys2)
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y")
plt.title("Conjunto de datos 2")
plt.show()
```



Interpole el conjunto de datos 2 usando la función exponencial.