Conjunto de Ejercicios

Recuerde que debe iniciar y terminar cada ejercicio escribiendo la descripción del problema, y enfatizando la respuesta.

Ejercicio 1

Use el método de bisección para encontrar soluciones precisas dentro de (10^{-6}) para $x^3 - 7x^2 + 14x - 6 = 0$ en cada intervalo:
- a. ([0, 1])

```
def f(x):
    return x**3 - 7*x**2 + 14*x - 6

def bisection_method(a, b, tol=1e-6):
    if f(a) * f(b) >= 0:
        print("El teorema de valor intermedio no se cumple.")
        return None

    while (b - a) / 2 > tol:
        m = (a + b) / 2
        if f(m) == 0:
            return m
        elif f(a) * f(m) < 0:
            b = m
        else:
            a = m

    return (a + b) / 2

# Ejercicio 1.a: Intervalo [0, 1]
raiz1 = bisection_method(0, 1)
print(f"Raíz en el intervalo [0, 1]: {raiz1}")
```

```python
# Ejercicio 1.b: Intervalo [1, 3.2]
raiz2 = bisection_method(1, 3.2)
print(f"Raíz en el intervalo [1, 3.2]: {raiz2}")

# Ejercicio 1.c: Intervalo [3.2, 4]
raiz3 = bisection_method(3.2, 4)
print(f"Raíz en el intervalo [3.2, 4]: {raiz3}")
```

```
Raíz en el intervalo [0, 1]: 0.5857858657836914
Raíz en el intervalo [1, 3.2]: 2.9999996662139896
Raíz en el intervalo [3.2, 4]: 3.414214324951172
```

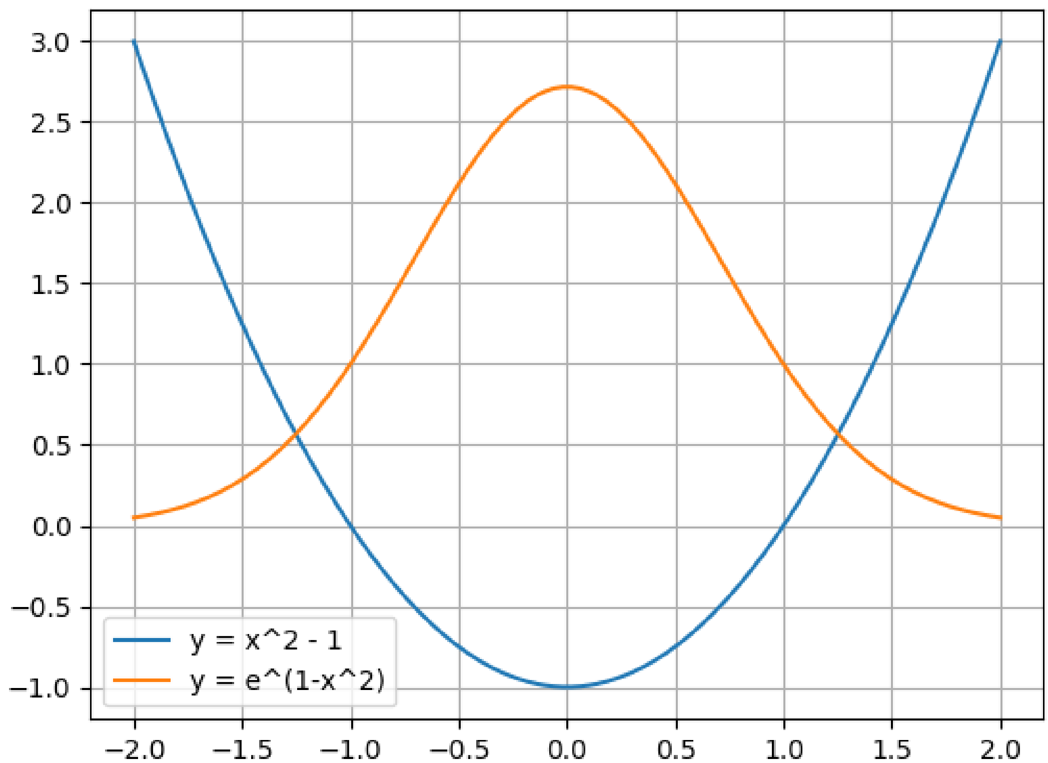
- b. ([1, 3.2])
- c. ([3.2, 4])

Ejercicio 4

1. Dibuje las gráficas para (y = x ^2- 1) y (y = $e^{(1\text{-}x}$2)).
   - Añada un valor aleatorio al valor de (x) de (0.0001234).

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import random

def f(x):
    return x**2 - 1 - np.exp(1-x**2)

def biseccion(a, b, tol):
    while (b-a)/2 > tol:
        c = (a+b)/2
        if f(a)*f(c) < 0:
            b = c
        else:
            a = c
    return (a+b)/2

# Parámetros iniciales
a = -2
b = 0
tol = 1e-3
```

```
# Agregar aleatoriedad al valor inicial de x
x_inicial = 0.0001234
x_inicial += random.uniform(-0.0001, 0.0001)  # Añadimos un valor aleatorio entre -0.0001 y 0

# Graficar las funciones
x = np.linspace(-2, 2, 100)
y1 = x**2 - 1
y2 = np.exp(1-x**2)
plt.plot(x, y1, label='y = x^2 - 1')
plt.plot(x, y2, label='y = e^(1-x^2)')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```

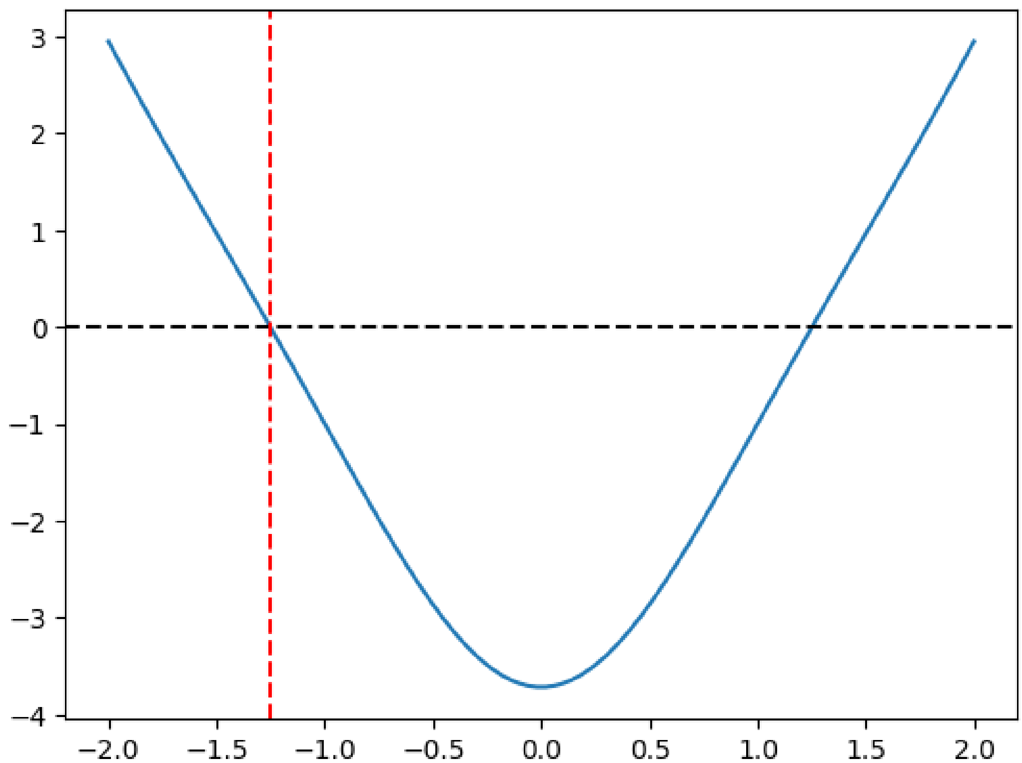


2. Use el método de bisección para encontrar una aproximación dentro de (10^{-6}) para un valor en ([-2, 0]) con (x - 1 = e^x).

```python
import numpy as np

def f(x):
    return x**2 - 1 - np.exp(1-x**2)

def biseccion(a, b, tol):
    while (b-a)/2 > tol:
        c = (a+b)/2
        if f(a)*f(c) < 0:
            b = c
        else:
            a = c
    return (a+b)/2

# Parámetros iniciales
a = -2
b = 0
tol = 1e-3

# Aplicar el método de bisección
raiz = biseccion(a, b, tol)

print("La raíz aproximada es:", raiz)
```

```
La raíz aproximada es: -1.2509765625
```

```python
import matplotlib.pyplot as plt

x = np.linspace(-2, 2, 100)
y = f(x)
plt.plot(x, y)
plt.axhline(y=0, color='k', linestyle='--')
plt.axvline(x=raiz, color='r', linestyle='--')
plt.show()
```



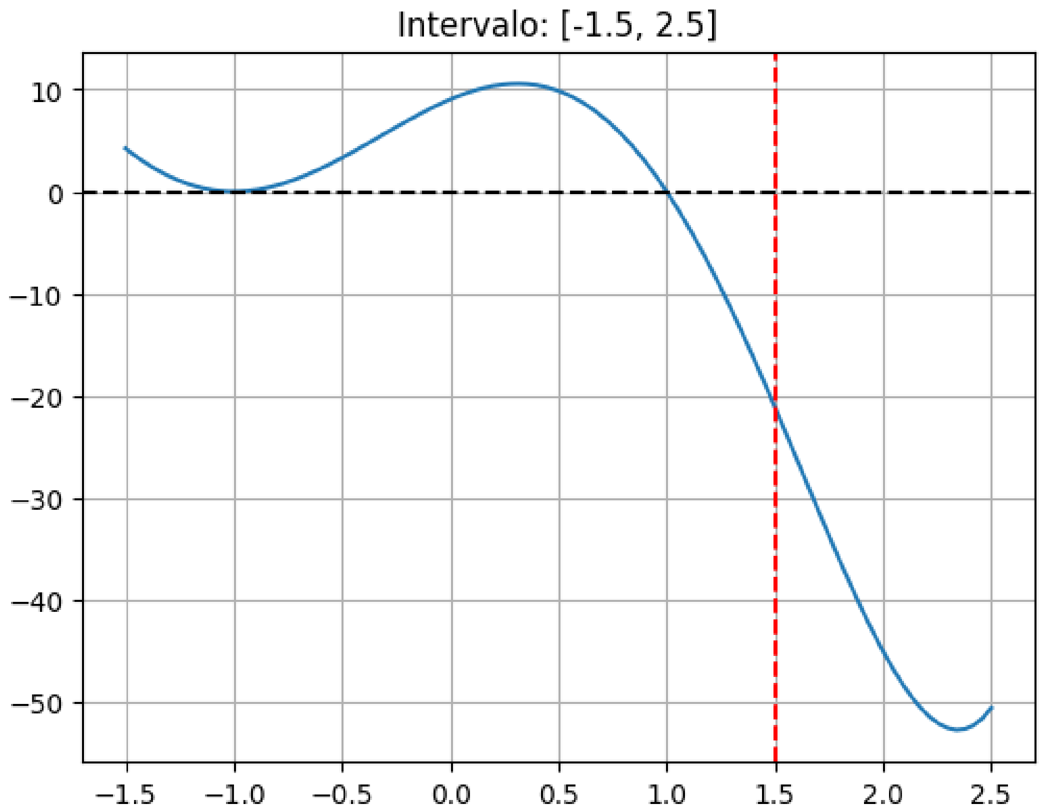
Ejercicio 5

Sea $ f(x) = (x + 3)(x + 1)x(x - 1)(x - 3)$. ¿En qué cero de (f) converge el método de bisección cuando se aplica en los siguientes intervalos?
- a. ([-1.5, 2.5]) - b. [−0.5, 2.4] - c. [−0.5,3] - d. [−3,−0.5]

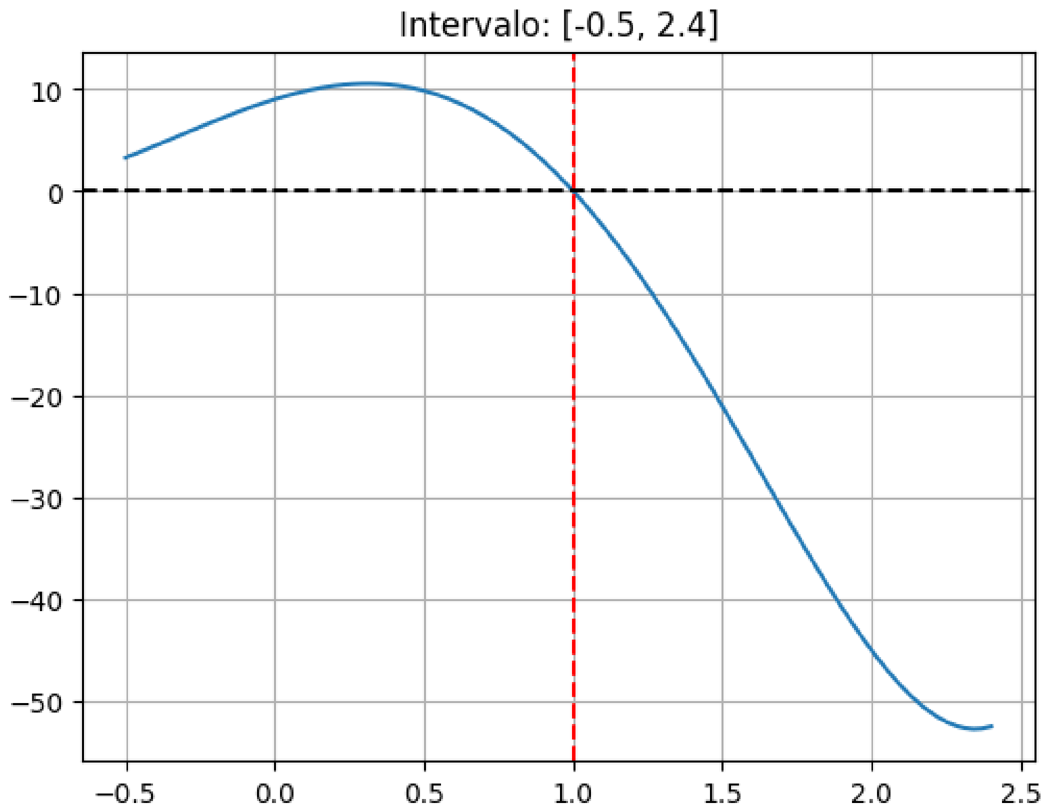
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def f(x):
    return (x+3)*(x+1)**2*(x-1)*(x-3)

def biseccion(a, b, tol):
    while (b-a)/2 > tol:
        c = (a+b)/2
        if f(a)*f(c) < 0:
            b = c
        else:
            a = c
```

```python
    return (a+b)/2

# Definimos los intervalos
intervalos = [[-1.5, 2.5], [-0.5, 2.4], [-0.5, 3], [-3, -0.5]]

for intervalo in intervalos:
    a, b = intervalo
    try:
        raiz = biseccion(a, b, 1e-6)
        print(f"Intervalo: {intervalo}")
        print(f"Raíz aproximada: {raiz}")

        # Visualización (opcional)
        x = np.linspace(a, b, 100)
        y = f(x)
        plt.plot(x, y)
        plt.axhline(y=0, color='k', linestyle='--')
        plt.axvline(x=raiz, color='r', linestyle='--')
        plt.title(f"Intervalo: {intervalo}")
        plt.grid(True)
        plt.show()
    except:
        print(f"No se pudo encontrar una raíz en el intervalo {intervalo}")
```

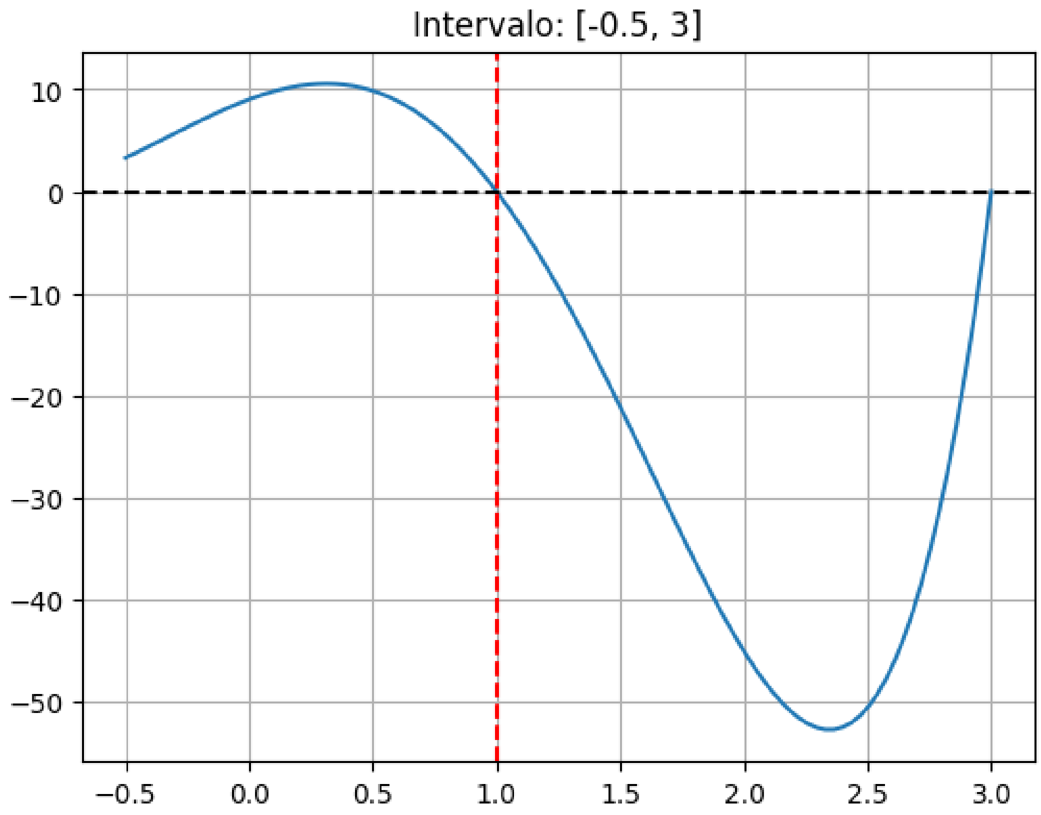
```
Intervalo: [-1.5, 2.5]
Raíz aproximada: 1.4999990463256836
```



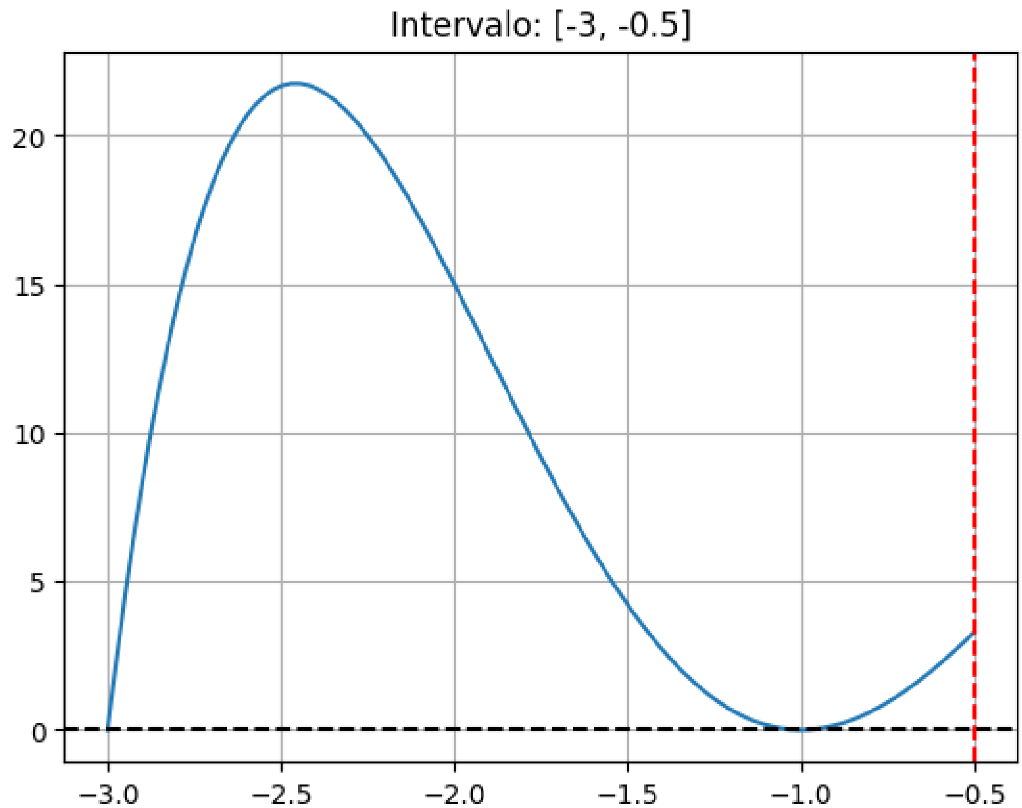

```
Intervalo: [-0.5, 2.4]
Raíz aproximada: 0.9999995946884154
```




```
Intervalo: [-0.5, 3]
Raíz aproximada: 1.0000001192092896
```




```
Intervalo: [-3, -0.5]
Raíz aproximada: -0.5000005960464478
```



Análisis de la Convergencia del Método de Bisección

Función: f(x) = (x+3)(x+1)^2(x-1)(x-3)

Intervalos y Análisis

Intervalo	f(extremo izquierdo)	f(extremo derecho)	Convergencia
[-1.5, 2.5]	Positivo	Negativo	Sí
[-0.5, 2.4]	Positivo	Negativo	Sí
[-0.5, 3]	Positivo	0	No se puede asegurar
[-3, -0.5]	0	Positivo	No se puede asegurar