## UNIVERSIDAD DE SAN ANDRÉS - Introducción al Razonamiento Matemático Otoño 2020

## Práctica 4: Funciones trigonométricas

1. Para cada una de las siguientes funciones f, hallar el Dom(f),  $C_0(f)$  y realizar un gráfico aproximado.

- (a)  $f(x) = \operatorname{sen}(x)$ .
- (b)  $f(x) = \cos(x)$ .
- (c)  $f(x) = \operatorname{tg}(x)$ .

2. Calcular en forma exacta:

- (a)  $\cos(\frac{7}{6}\pi)$ .
- (b)  $sen(-\frac{1}{4}\pi)$ .
- (c)  $tg(7\pi)$ .

3. Sea  $t \in (0, \frac{\pi}{2})$  tal que  $\cos(t) = \frac{1}{10}$ . Sin hallar t, usando propiedades, calcular:

(a) sen(t).

(d)  $\operatorname{sen}(\frac{\pi}{2} + t)$ .

(b)  $sen(\frac{\pi}{2} - t)$ .

(e)  $\cos(3\pi - t)$ .

(c)  $\cos(\pi + t)$ .

(f)  $\cos(t + \frac{3}{2}\pi)$ .

4. Sea  $t \in (\pi, \frac{3}{2}\pi)$  tal que  $\cos(t) = -\frac{4}{5}$ . Sin hallar t, usando propiedades, calcular:

- (a) sen(t).
- (b)  $\cos(\frac{11}{2}\pi t)$ .
- (c)  $tg(\pi t)$ .

5. Hallar todos los  $x \in \mathbb{R}$  que verifican

- (a) sen(x) = 0.
- (g)  $sen(x) = \frac{1}{2}$ .

- (b)  $\cos(x) = 0$ .
- (h)  $\cos(x) = \frac{1}{2}$ .

- (c) sen(x) = 1.
- (i)  $sen(x) = -\frac{1}{2}$ .

- (d)  $\cos(x) = 1$ . (e) sen(x) = -1.
- (j)  $\cos(x) = -\frac{1}{2}$ . (k)  $sen(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- $\begin{array}{lll} \text{(m) } \sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}. & \text{(s) } \operatorname{tg}(x) = -1. \\ \text{(n) } \cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}. & \text{(t) } \operatorname{tg}(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}. \\ \text{(o) } \sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}. & \text{(u) } \operatorname{tg}(x) = -\frac{1}{\sqrt{3}}. \\ \text{(p) } \cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}. & \text{(v) } \operatorname{tg}(x) = \sqrt{3}. \\ \text{(r) } \operatorname{tg}(x) = 1. & \text{(w) } \operatorname{tg}(x) = -\sqrt{3}. \end{array}$

- (f)  $\cos(x) = -1$ .
- (1)  $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

6. Para cada una de las siguientes funciones f, hallar Im(f), los máximos y mínimos de f en el intervalo I indicado. I indicado:

1

- (a)  $f(x) = -3\cos(x \frac{\pi}{2}) + 2$ ,  $I = [\pi, 4\pi]$ .
- (b)  $f(x) = \operatorname{sen}(\pi x) 2$ ,  $I = \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ .
- (c)  $f(x) = \frac{1}{4}\cos(-3x + \pi) + 1$ ,  $I = [0, 2\pi]$ .

7. Hallar las raíces de cada una de las siguientes funciones en el intervalo  ${\cal I}$  indicado.

(a) 
$$f(x) = 2\text{sen}(3x - \pi) + 1$$
,  $I = \mathbb{R}$ .

(d) 
$$f(x) = 12\cos^2(2x) - 6$$
,  $I = \left[-\frac{3\pi}{2}, -\frac{3\pi}{4}\right]$ .

(b) 
$$f(x) = 3\cos(\frac{\pi}{3}x - x/2) + 3$$
,  $I = [0, 8\pi]$ 

(a) 
$$f(x) = 2\sin(3x - \pi) + 1$$
,  $I = \mathbb{R}$ .  
(b)  $f(x) = 3\cos(\frac{\pi}{3}x - x/2) + 3$ ,  $I = [0, 8\pi]$ .  
(c)  $f(x) = 2 - 6\operatorname{tg}^2(4x)$ ,  $I = [-\pi/2, \pi/2]$ .  
(d)  $f(x) = 12\cos^2(2x) - 6$ ,  $I = [-\frac{3\pi}{2}, -\frac{5\pi}{4}]$ .  
(e)  $f(x) = \cos^2(\pi x - \pi/2) - 3\cos(\pi x - \pi/2) + 2$ ,  $I = [-2, 3]$ .

(c) 
$$f(x) = 2 - 6tg^2(4x)$$
,  $I = [-\pi/2, \pi/2]$ .

8. Sea 
$$f(x) = 3\cos(t x + \pi) + 2$$
.

- (a) Hallar Im(f).
- (b) Hallar todos los  $t \in [-7, 7]$  para los cuales x = 1 es un mínimo de f.
- 9. En cada uno de los siguientes casos, hallar todos los  $x \in [0, 2\pi]$  que verifican:

(a) 
$$2\operatorname{sen}(2x) + 1 = 0$$
.

(d) 
$$\cos(x) \cdot \sin(2x) - \cos(2x) \cdot \sin(x) = \frac{1}{2}$$
.

(b)  $2\cos^2(x) + 3\sin(x) - 3 = 0$ .

(c) 
$$tg(\frac{x}{2}) + 1 = 0$$
.

(e) 
$$\frac{1}{\cos^2(x)} + \frac{1}{\sin^2(x)} = 4$$
.

10. Sea 
$$f(x) = a \operatorname{sen}(\frac{\pi}{3}x - \pi) + b$$
.

- (a) Hallar analíticamente, todos los  $a,b\in\mathbb{R},~a>0$ , para los cuales el valor mínimo de f es -5 y el valor máximo de f es 15.
- (b) Hallar todos los mínimos de f en [-2, 4].
- (c) Hallar todos los x en [-2,4] para los cuales f(x)=0.