Closed-form solution for the natural frequencies of low-speed cracked Euler-Bernoulli rotating beams

Coefficients

Belén Muñoz-Abella, Lourdes Rubio and Patricia Rubio

Table A1. Coefficients C_{ijk}, for $\mu_1^{\alpha 0}$

	$k=0$		
i	j	0	1
0		3.5160	$-7.53 \cdot 10^{-5}$
1		−0.0007	0.002
2		0.1755	0.1968
	$k=1$		
i	j	0	1
0		$-1.48 \cdot 10^{-7}$	$3.39 \cdot 10^{-7}$
1		$3.28 \cdot 10^{-6}$	$1.17 \cdot 10^{-6}$
2		$-2.82 \cdot 10^{-5}$	$7.64 \cdot 10^{-5}$

Table A2. Coefficients C_{ijk}, for $\mu_2^{\alpha 0}$

	$k=0$				
i	j	0	1	2	3
0		22.0344	0.0004	−0.003	0.009
1		−0.001	−0.021	0.3264	−0.855
2		0.1539	0.265	−1.6925	4.7296
	$k=1$				
i	j	0	1	2	3
0		$3.45 \cdot 10^{-8}$	$-1.59 \cdot 10^{-6}$	$2.17 \cdot 10^{-5}$	$-6.83 \cdot 10^{-5}$
1		$3.48 \cdot 10^{-6}$	0.0001	−0.001	0.0045
2		$-3.46 \cdot 10^{-5}$	−0.0003	0.0082	−0.023

Table A3. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_1^{\alpha 01}$. Part 1

.

	$l=0$		
	$k=0$		
i	j	0	1
0		3.4384	$1.03 \cdot 10^{-6}$
1		$1.58 \cdot 10^{-6}$	$6.02 \cdot 10^{-6}$
2		0.1717	0.2273
	$k=1$		
i	j	0	1
0		$-1.48 \cdot 10^{-7}$	$3.39 \cdot 10^{-7}$
1		$3.28 \cdot 10^{-6}$	$1.17 \cdot 10^{-6}$
2		$-2.82 \cdot 10^{-5}$	$7.64 \cdot 10^{-5}$
	$k=2$		
i	j	0	1
0		$-4.3 \cdot 10^{-6}$	$2.88 \cdot 10^{-10}$
1		$4.64 \cdot 10^{-10}$	$-3.13 \cdot 10^{-9}$
2		$1.01 \cdot 10^{-7}$	$1.85 \cdot 10^{-7}$
	$k=3$		
i	j	0	1
0		$7.4 \cdot 10^{-9}$	$-1.27 \cdot 10^{-12}$
1		$7.94 \cdot 10^{-12}$	$2.92 \cdot 10^{-11}$
2		$-1.97 \cdot 10^{-10}$	$-3.97 \cdot 10^{-10}$
	$l=1$		
	$k=0$		
i	j	0	1
0		$2.28 \cdot 10^{-1}$	$-6.54 \cdot 10^{-6}$
1		$-1.31 \cdot 10^{-5}$	$2.54 \cdot 10^{-5}$
2		0.003	-0.0038
	$k=1$		
i	j	0	1
0		$-2.61 \cdot 10^{-3}$	$9.9 \cdot 10^{-8}$
1		$3.24 \cdot 10^{-7}$	$-2.41 \cdot 10^{-6}$
2		$-3.43 \cdot 10^{-5}$	$4.57 \cdot 10^{-5}$
	$k=2$		
i	j	0	1
0		$1.26 \cdot 10^{-5}$	$-6.88 \cdot 10^{-10}$
1		$-4.33 \cdot 10^{-9}$	$1.3 \cdot 10^{-10}$
2		$1.68 \cdot 10^{-7}$	$-3.22 \cdot 10^{-7}$
	$k=3$		
i	j	0	1
0		$-2.16 \cdot 10^{-8}$	$1.81 \cdot 10^{-12}$
1		$6.36 \cdot 10^{-12}$	$-4.41 \cdot 10^{-11}$
2		$-3.02 \cdot 10^{-10}$	$4.63 \cdot 10^{-10}$

Table A4. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_1^{\alpha 01}$. Part 2

	$l=2$		
	$k=0$		
i	j	0	1
0		-0.213	$8.51 \cdot 10^{-6}$
1		$4.0 \cdot 10^{-5}$	-0.0002
2		-0.017	-0.007
	$k=1$		
i	j	0	1
0		0.0024	$-1.6 \cdot 10^{-7}$
1		$-8.79 \cdot 10^{-7}$	$2.88 \cdot 10^{-7}$
2		-0.0002	$9.99 \cdot 10^{-5}$
	$k=2$		
i	j	0	1
0		$-1.16 \cdot 10^{-5}$	$1.37 \cdot 10^{-9}$
1		$9.83 \cdot 10^{-9}$	$-1.56 \cdot 10^{-8}$
2		$-9.77 \cdot 10^{-7}$	$-2.66 \cdot 10^{-7}$
	$k=3$		
i	j	0	1
0		$2.0 \cdot 10^{-8}$	$-4.36 \cdot 10^{-12}$
1		$-2.07 \cdot 10^{-11}$	$4.37 \cdot 10^{-11}$
2		$1.70 \cdot 10^{-9}$	$5.38 \cdot 10^{-10}$
	$l=3$		
	$k=0$		
i	j	0	1
0		$6.11 \cdot 10^{-2}$	$-3.77 \cdot 10^{-6}$
1		$-2.62 \cdot 10^{-5}$	0.0002
2		0.012	0.009
	$k=1$		
i	j	0	1
0		$-6.87 \cdot 10^{-4}$	$1.24 \cdot 10^{-7}$
1		$8.77 \cdot 10^{-7}$	$-1.65 \cdot 10^{-6}$
2		-0.0001	$-9.95 \cdot 10^{-5}$
	$k=2$		
i	j	0	1
0		$3.28 \cdot 10^{-6}$	$-1.38 \cdot 10^{-9}$
1		$-1.83 \cdot 10^{-9}$	$1.07 \cdot 10^{-8}$
2		$6.98 \cdot 10^{-7}$	$3.76 \cdot 10^{-7}$
	$k=3$		
i	j	0	1
0		$-5.62 \cdot 10^{-9}$	$2.43 \cdot 10^{-12}$
1		$1.72 \cdot 10^{-11}$	$-6.39 \cdot 10^{-11}$
2		$-1.25 \cdot 10^{-9}$	$-7.05 \cdot 10^{-10}$

Table A5. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_2^{\alpha 01}$. Part 1.

	$l=0$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		21.5358	0.0002	−0.0007
1		−0.4974	−0.010	0.037
2		6.4207	0.2908	−0.306
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		0.0038	$-2.87 \cdot 10^{-6}$	$9.74 \cdot 10^{-6}$
1		0.0054	0.0001	−0.0004
2		0.0717	−0.001	0.0034
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		$-9.09 \cdot 10^{-6}$	$8.47 \cdot 10^{-9}$	$-2.9 \cdot 10^{-8}$
1		$-1.41 \cdot 10^{-5}$	$-3.5 \cdot 10^{-7}$	$1.21 \cdot 10^{-6}$
2		0.0002	$2.83 \cdot 10^{-6}$	$-9.52 \cdot 10^{-6}$
	$l=1$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		6.0078	−0.0029	0.0101
1		5.9999	0.1456	−0.5019
2		−75.6705	−1.2725	4.1153
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		−0.0463	$3.88 \cdot 10^{-5}$	−0.0001
1		−0.0652	−0.0016	0.0058
2		0.8649	0.0141	−0.047
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		0.0001	$-1.15 \cdot 10^{-7}$	$3.88 \cdot 10^{-7}$
1		0.0001	$4.77 \cdot 10^{-6}$	$-1.64 \cdot 10^{-5}$
2		−0.0023	$-3.83 \cdot 10^{-5}$	0.0001
	$l=2$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		−23.6121	0.0116	−0.0402
1		−23.5965	−0.5690	1.9888
2		297.6026	5.01085	−16.2443
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		0.1823	−0.0001	0.0005
1		0.2567	0.0067	−0.0229
2		−3.40180	−0.0552	0.1832
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		−0.0004	$4.52 \cdot 10^{-7}$	$-1.53 \cdot 10^{-6}$
1		0.0007	$-1.86 \cdot 10^{-5}$	$6.44 \cdot 10^{-5}$
2		0.0093	0.0001	−0.0005

Table A6. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_2^{\alpha 01}$. Part 2.

	$l=3$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		33.4641	−0.0173	0.0594
1		33.4399	0.8508	−2.9023
2		−421.7541	−7.4147	24.1189
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		−0.2583	0.0002	−0.0007
1		−0.3637	−0.0098	0.03429
2		4.8209	0.0818	−0.2721
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		0.0006	$-6.66 \cdot 10^{-7}$	$2.29 \cdot 10^{-6}$
1		0.0009	$2.78 \cdot 10^{-5}$	$-9.45 \cdot 10^{-5}$
2		−0.0132	−0.0002	0.0007
	$l=4$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		−15.5205	0.0085	−0.0294
1		−15.5034	−0.4201	1.4450
2		195.5431	.6681	−11.9753
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		0.1198	−0.0001	0.0004
1		0.1686	0.0049	−0.0169
2		−2.2351	−0.0407	0.1344
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		−0.0003	$3.29 \cdot 10^{-7}$	$-1.12 \cdot 10^{-6}$
1		−0.0004	$-1.36 \cdot 10^{-5}$	$4.74 \cdot 10^{-5}$
2		0.0061	0.0001	−0.0003

Table A7. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_1^{\alpha 02}$. Part 1.

	$l=0$		
	$k=0$		
i	j	0	1
0		3.2894	$-5.84 \cdot 10^{-6}$
1		−0.218	$4.56 \cdot 10^{-4}$
2		2.93	0.231
	$k=1$		
i	j	0	1
0		0.0017	$9.26 \cdot 10^{-8}$
1		$2.37 \cdot 10^{-3}$	$-6.48 \cdot 10^{-6}$
2		−0.0315	$-3.74 \cdot 10^{-5}$
	$k=2$		
i	j	0	1
0		$-4.05 \cdot 10^{-6}$	$-3.97 \cdot 10^{-10}$
1		$-6.2 \cdot 10^{-6}$	$2.65 \cdot 10^{-8}$
2		$8.63 \cdot 10^{-5}$	$1.53 \cdot 10^{-8}$

Table A8. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_1^{\alpha 02}$. Part 2.

	$l=1$		
	$k=0$		
i	j	0	1
0		0.649	$4.24 \cdot 10^{-6}$
1		0.606	$-4.45 \cdot 10^{-4}$
2		−7.63	$-7.54 \cdot 10^{-3}$
	$k=1$		
i	j	0	1
0		−0.005	$-5.13 \cdot 10^{-8}$
1		$-6.6 \cdot 10^{-3}$	$5.48 \cdot 10^{-6}$
2		0.0873	$3.51 \cdot 10^{-5}$
	$k=2$		
i	j	0	1
0		$1.14 \cdot 10^{-5}$	$1.46 \cdot 10^{-10}$
1		$1.72 \cdot 10^{-5}$	$-1.61 \cdot 10^{-8}$
2		$-2.39 \cdot 10^{-4}$	$-4.85 \cdot 10^{-8}$
	$l=2$		
	$k=0$		
i	j	0	1
0		−0.579	$1.00 \cdot 10^{-5}$
1		$-0.51 \cdot 10^{-3}$	$-9.72 \cdot 10^{-4}$
2		6.3763	−0.0157
	$k=1$		
i	j	0	1
0		0.004	$-1.21 \cdot 10^{-7}$
1		$5.56 \cdot 10^{-3}$	$1.21 \cdot 10^{-5}$
2		−0.0731	$7.20 \cdot 10^{-5}$
	$k=2$		
i	j	0	1
0		$-9.86 \cdot 10^{-6}$	$3.59 \cdot 10^{-10}$
1		$-1.45 \cdot 10^{-5}$	$-3.55 \cdot 10^{-8}$
2		$2.01 \cdot 10^{-4}$	$-9.50 \cdot 10^{-8}$
	$l=3$		
	$k=0$		
i	j	0	1
0		0.152	$-1.05 \cdot 10^{-5}$
1		$0.117 \cdot 10^{-3}$	$1.05 \cdot 10^{-3}$
2		−1.4338	0.0172
	$k=1$		
i	j	0	1
0		$-1.07 \cdot 10^{-3}$	$1.31 \cdot 10^{-7}$
1		$-1.27 \cdot 10^{-3}$	$-1.31 \cdot 10^{-5}$
2		0.0166	$-7.94 \cdot 10^{-5}$
	$k=2$		
i	j	0	1
0		$2.41 \cdot 10^{-6}$	$-3.81 \cdot 10^{-10}$
1		$3.34 \cdot 10^{-6}$	$3.84 \cdot 10^{-8}$
2		$-4.55 \cdot 10^{-5}$	$1.07 \cdot 10^{-7}$

Table A9. Coefficients C_{ijkl}, for μ_2^{a02}. Part 1.

	$l = 0$			
	$k = 0$			
i	j	0	1	2
0		20.0623	-0.0002	0.0007
1		1.0323	0.0037	-0.0074
	$k = 1$			
i	j	0	1	2
0		0.0152	$3.02 \cdot 10^{-6}$	$-1.21 \cdot 10^{-5}$
1		0.0138	$2.41 \cdot 10^{-4}$	$1.02 \cdot 10^{-4}$
	$k = 2$			
i	j	0	1	2
0		$-3.62 \cdot 10^{-5}$	$-5.90 \cdot 10^{-8}$	$4.16 \cdot 10^{-8}$
1		$4.63 \cdot 10^{-5}$	$7.77 \cdot 10^{-8}$	$-3.42 \cdot 10^{-7}$
	$l = 1$			
	$k = 0$			
i	j	0	1	2
0		24.2191	0.0032	-0.0136
1		-12.6656	-0.0570	0.1352
	$k = 1$			
i	j	0	1	2
0		-0.1870	$-5.63 \cdot 10^{-5}$	$2.12 \cdot 10^{-4}$
1		0.1726	$4.50 \cdot 10^{-4}$	-0.0018
	$k = 2$			
i	j	0	1	2
0		$4.44 \cdot 10^{-4}$	$1.94 \cdot 10^{-7}$	$-7.15 \cdot 10^{-7}$
1		$5.34 \cdot 10^{-4}$	$-1.42 \cdot 10^{-6}$	$6.10 \cdot 10^{-6}$
	$l = 2$			
	$k = 0$			
i	j	0	1	2
0		-97.4548	-0.0212	0.0754
1		50.7294	0.3056	-0.7439
	$k = 1$			
i	j	0	1	2
0		0.7511	$2.89 \cdot 10^{-4}$	-0.0012
1		-0.6913	-0.0026	0.0109
	$k = 2$			
i	j	0	1	2
0		-0.0017	$-1.13 \cdot 10^{-6}$	$3.93 \cdot 10^{-6}$
1		0.0021	$8.70 \cdot 10^{-6}$	$-3.34 \cdot 10^{-5}$
	$l = 3$			
	$k = 0$			
i	j	0	1	2
0		144.9567	0.0505	-0.17864
1		-74.2786	-0.7278	1.8195
	$k = 1$			
i	j	0	1	2
0		-1.1104	$7.87 \cdot 10^{-4}$	0.0029
1		1.0121	0.0064	-0.0262
	$k = 2$			
i	j	0	1	2
0		0.0026	$2.82 \cdot 10^{-6}$	$-1.02 \cdot 10^{-5}$
1		-0.0031	$-2.20 \cdot 10^{-5}$	$8.36 \cdot 10^{-5}$

Table A10. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_2^{\alpha 02}$. Part 2.

	$l=4$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		−77.4273	−0.0552	0.2090
1		37.9792	0.7178	−1.9805
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		0.5833	$8.51 \cdot 10^{-4}$	−0.0031
1		−0.5172	−0.0072	0.0281
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		−0.0013	$-3.02 \cdot 10^{-6}$	$1.08 \cdot 10^{-5}$
1		0.0016	$2.33 \cdot 10^{-5}$	$-8.83 \cdot 10^{-5}$
	$l=5$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		7.1506	0.0219	−0.0816
1		−2.5121	−0.266	0.7833
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		−0.0481	$3.49 \cdot 10^{-4}$	0.0013
1		0.0341	0.0028	−0.0113
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		$1.06 \cdot 10^{-4}$	$1.19 \cdot 10^{-6}$	$-4.33 \cdot 10^{-6}$
1		$1.05 \cdot 10^{-4}$	$-9.07 \cdot 10^{-6}$	$3.57 \cdot 10^{-5}$

Table A11. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_1^{\alpha 03}$. Part 1.

	$l=0$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		2.9033	0.1887	$-6.93 \cdot 10^{-5}$
1		$1.71 \cdot 10^{-5}$	$3.13 \cdot 10^{-6}$	0.2592
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		0.0067	$2.18 \cdot 10^{-4}$	$1.93 \cdot 10^{-6}$
1		$-4.40 \cdot 10^{-7}$	$-8.90 \cdot 10^{-8}$	$4.17 \cdot 10^{-4}$
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		$-3.16 \cdot 10^{-5}$	$1.04 \cdot 10^{-6}$	$-1.49 \cdot 10^{-8}$
1		$3.06 \cdot 10^{-9}$	$6.57 \cdot 10^{-10}$	$2.00 \cdot 10^{-6}$
	$k=3$			
i	j	0	1	2
0		$5.38 \cdot 10^{-8}$	$-1.81 \cdot 10^{-9}$	$5.56 \cdot 10^{-11}$
1		$2.46 \cdot 10^{-12}$	$-2.12 \cdot 10^{-12}$	$-3.55 \cdot 10^{-9}$

Table A12. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_1^{\alpha 03}$. Part 2.

	$l=1$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		1.6423	0.0253	$7.08 \cdot 10^{-4}$
1		$1.54 \cdot 10^{-4}$	$-2.58 \cdot 10^{-5}$	−0.04052
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		−0.0172	$2.96 \cdot 10^{-4}$	$-1.81 \cdot 10^{-5}$
1		$3.58 \cdot 10^{-6}$	$5.66 \cdot 10^{-7}$	$5.08 \cdot 10^{-4}$
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		$7.99 \cdot 10^{-5}$	$1.47 \cdot 10^{-6}$	$1.23 \cdot 10^{-7}$
1		$-2.71 \cdot 10^{-8}$	$-4.09 \cdot 10^{-9}$	$-2.73 \cdot 10^{-6}$
	$k=3$			
i	j	0	1	2
0		$-1.34 \cdot 10^{-7}$	$-2.60 \cdot 10^{-9}$	$-2.86 \cdot 10^{-10}$
1		$5.62 \cdot 10^{-11}$	$9.48 \cdot 10^{-12}$	$4.87 \cdot 10^{-9}$
	$l=2$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		−1.2841	−0.1531	−0.0018
1		$3.63 \cdot 10^{-4}$	$5.29 \cdot 10^{-5}$	−0.0696
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		0.0123	0.0017	$3.64 \cdot 10^{-5}$
1		$-8.34 \cdot 10^{-6}$	$-1.24 \cdot 10^{-6}$	$7.16 \cdot 10^{-4}$
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		$-5.42 \cdot 10^{-5}$	$-8.66 \cdot 10^{-6}$	$-2.70 \cdot 10^{-7}$
1		$6.17 \cdot 10^{-8}$	$9.23 \cdot 10^{-9}$	$-2.83 \cdot 10^{-6}$
	$k=3$			
i	j	0	1	2
0		$8.84 \cdot 10^{-8}$	$1.50 \cdot 10^{-8}$	$5.97 \cdot 10^{-10}$
1		$-1.35 \cdot 10^{-10}$	$-2.20 \cdot 10^{-11}$	$4.35 \cdot 10^{-9}$
	$l=3$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		0.2363	0.1137	0.0012
1		$2.36 \cdot 10^{-4}$	$-3.28 \cdot 10^{-5}$	0.0804
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		−0.0015	−0.0013	$-2.51 \cdot 10^{-5}$
1		$5.73 \cdot 10^{-6}$	$8.28 \cdot 10^{-7}$	$8.53 \cdot 10^{-4}$
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		$4.68 \cdot 10^{-6}$	$6.38 \cdot 10^{-6}$	$1.76 \cdot 10^{-7}$
1		$-3.56 \cdot 10^{-8}$	$-6.52 \cdot 10^{-9}$	$3.74 \cdot 10^{-6}$
	$k=3$			
i	j	0	1	2
0		$-5.65 \cdot 10^{-9}$	$-1.11 \cdot 10^{-8}$	$-4.24 \cdot 10^{-10}$
1		$9.16 \cdot 10^{-11}$	$1.39cdot10^{-11}$	$6.09 \cdot 10^{-9}$

Table A13. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_2^{\alpha 03}$. Part 1.

	$l=0$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		17.9020	$3.68 \cdot 10^{-4}$	0.0013
1		1.9741	0.0073	−0.0133
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		0.0307	$5.21 \cdot 10^{-6}$	$-2.20 \cdot 10^{-5}$
1		−0.0267	$2.24 \cdot 10^{-4}$	$1.88 \cdot 10^{-4}$
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		$-7.20 \cdot 10^{-5}$	$-6.83 \cdot 10^{-8}$	$7.54 \cdot 10^{-8}$
1		$8.33 \cdot 10^{-5}$	$1.37 \cdot 10^{-7}$	$-6.17 \cdot 10^{-7}$
	$l=1$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		50.6639	0.0061	−0.0245
1		−24.1352	−0.1131	0.2394
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		−0.3771	$-9.40 \cdot 10^{-5}$	$3.86 \cdot 10^{-4}$
1		0.3288	$7.68 \cdot 10^{-4}$	−0.0033
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		$8.81 \cdot 10^{-4}$	$3.57 \cdot 10^{-7}$	$-1.31 \cdot 10^{-6}$
1		−0.0010	$-2.51 \cdot 10^{-6}$	$1.09 \cdot 10^{-5}$
	$l=2$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		−202.3762	−0.0376	0.1375
1		95.2545	0.5961	−1.3386
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		1.4996	$5.26 \cdot 10^{-4}$	−0.0022
1		−1.2978	−0.0022	0.0195
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		−0.0034	$-2.06 \cdot 10^{-6}$	$7.29 \cdot 10^{-6}$
1		0.00401	$1.50 \cdot 10^{-5}$	$-6.10 \cdot 10^{-5}$
	$l=3$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		293.6793	0.0907	−0.3301
1		−132.5252	−1.3646	3.2750
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		−2.1421	−0.0013	0.0053
1		1.8052	0.0111	−0.0472
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		0.0049	$5.09 \cdot 10^{-6}$	$-1.84 \cdot 10^{-5}$
1		−0.0055	$-3.75 \cdot 10^{-5}$	$1.50 \cdot 10^{-4}$

Table A14. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_2^{\alpha 03}$. Part 2.

	$l=4$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		−146.3744	−0.09923	0.3739
1		57.7186	1.3429	−3.5708
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		1.0175	0.0015	−0.0057
1		−0.78555	−0.0123	0.0511
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		−0.0023	$-5.50 \cdot 10^{-6}$	$1.97 \cdot 10^{-5}$
1		0.0024	$4.04 \cdot 10^{-5}$	$1.61 \cdot 10^{-4}$
	$l=5$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		7.3916	0.0396	−0.1475
1		2.2931	−0.4936	1.4205
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		−0.0200	$6.20 \cdot 10^{-4}$	0.0023
1		−0.0316	0.0049	−0.0205
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		$9.52 \cdot 10^{-6}$	$2.18 \cdot 10^{-6}$	$-7.89 \cdot 10^{-6}$
1		$9.80 \cdot 10^{-5}$	$-1.60 \cdot 10^{-5}$	$6.52 \cdot 10^{-5}$

Table A15. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_1^{\alpha 04}$. Part 1.

	$l=0$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		2.666	$-1.94 \cdot 10^{-5}$	$-1.97 \cdot 10^{-6}$
1		−0.6859	0.0018	$4.60 \cdot 10^{-5}$
2		8.8424	0.2559	$-1.56 \cdot 10^{-5}$
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		0.0060	$2.55 \cdot 10^{-7}$	$3.87 \cdot 10^{-8}$
1		0.0074	$-2.39 \cdot 10^{-5}$	$-9.48 \cdot 10^{-7}$
2		−0.099	$1.54 \cdot 10^{-4}$	$-6.71 \cdot 10^{-7}$
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		$-1.38 \cdot 10^{-5}$	$-8.41 \cdot 10^{-10}$	$-1.85 \cdot 10^{-10}$
1		$-1.95 \cdot 10^{-5}$	$7.63 \cdot 10^{-8}$	$7.53 \cdot 10^{-9}$
2		$2.71 \cdot 10^{-4}$	$1.84 \cdot 10^{-7}$	$-2.33 \cdot 10^{-8}$

Table A16. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_1^{\alpha 04}$. Part 2.

	$l=1$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		2.1267	$1.23 \cdot 10^{-5}$	$9.8 \cdot 10^{-6}$
1		1.3864	−0.0015	$2.40 \cdot 10^{-4}$
2		−17.4283	−0.0345	0.0021
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		0.0141	$-9.94 \cdot 10^{-8}$	$-1.05 \cdot 10^{-7}$
1		−0.0151	$1.79 \cdot 10^{-5}$	$3.10 \cdot 10^{-6}$
2		0.1994	$1.70 \cdot 10^{-4}$	$-2.07 \cdot 10^{-5}$
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		$3.09 \cdot 10^{-5}$	$4.44 \cdot 10^{-10}$	$5.19 \cdot 10^{-10}$
1		$3.95 \cdot 10^{-5}$	$-5.36 \cdot 10^{-8}$	$-1.11 \cdot 10^{-8}$
2		$-5.47 \cdot 10^{-4}$	$-2.60 \cdot 10^{-7}$	$7.19 \cdot 10^{-8}$
	$l=2$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		−1.4049	$5.54 \cdot 10^{-5}$	$-2.75 \cdot 10^{-5}$
1		−0.3163	−0.0053	$6.82 \cdot 10^{-4}$
2		3.7463	−0.0708	−0.0053
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		0.0073	$-7.16 \cdot 10^{-7}$	$2.51 \cdot 10^{-7}$
1		0.0034	$6.46 \cdot 10^{-5}$	$-7.47 \cdot 10^{-6}$
2		−0.0437	$3.11 \cdot 10^{-4}$	$5.31 \cdot 10^{-5}$
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		$-1.39 \cdot 10^{-5}$	$2.03 \cdot 10^{-9}$	$-7.94 \cdot 10^{-10}$
1		$-9.06 \cdot 10^{-6}$	$-1.93 \cdot 10^{-7}$	$2.89 \cdot 10^{-8}$
2		$1.20 \cdot 10^{-4}$	$-3.60 \cdot 10^{-7}$	$-1.63 \cdot 10^{-7}$
	$l=3$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		0.0958	$-5.33 \cdot 10^{-5}$	$1.17 \cdot 10^{-5}$
1		−0.4260	0.0052	$4.20 \cdot 10^{-4}$
2		5.5441	0.0779	0.0030
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		$9.54 \cdot 10^{-4}$	$6.52 \cdot 10^{-7}$	$-1.74 \cdot 10^{-7}$
1		0.0046	$-6.44 \cdot 10^{-5}$	$5.53 \cdot 10^{-6}$
2		−0.0627	$3.48 \cdot 10^{-4}$	$-3.72 \cdot 10^{-5}$
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		$-3.94 \cdot 10^{-6}$	$-2.02 \cdot 10^{-9}$	$4.79 \cdot 10^{-10}$
1		$-1.21 \cdot 10^{-5}$	$1.88 \cdot 10^{-7}$	$-1.83 \cdot 10^{-8}$
2		$1.71 \cdot 10^{-4}$	$4.44 \cdot 10^{-7}$	$1.12 \cdot 10^{-7}$

Table A17. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_2^{\alpha 04}$. Part 1.

	$l=0$				
	$k=0$				
i	j	0	1	2	3
0		13.8614	$6.38 \cdot 10^{-7}$	$1.65 \cdot 10^{-6}$	$5.63 \cdot 10^{-4}$
1		0.0114	$-2.88 \cdot 10^{-9}$	$-1.63 \cdot 10^{-5}$	−0.0055
	$k=1$				
i	j	0	1	2	3
0		0.0836	0.0094	$-3.87 \cdot 10^{-9}$	$-4.18 \cdot 10^{-6}$
1		$2.36 \cdot 10^{-5}$	−0.0906	$3.61 \cdot 10^{-8}$	$4.00 \cdot 10^{-5}$
	$k=2$				
i	j	0	1	2	3
0		$3.81 \cdot 10^{-4}$	$-2.32 \cdot 10^{-4}$	−0.0229	$9.47 \cdot 10^{-9}$
1		$1.28 \cdot 10^{-6}$	0.002545752	0.2356	$-8.87 \cdot 10^{-8}$
	$l=1$				
	$k=0$				
i	j	0	1	2	3
0		100.5413	$-7.96 \cdot 10^{-6}$	$-2.23 \cdot 10^{-5}$	−0.0073
1		−0.1481	$3.79 \cdot 10^{-8}$	$2.12 \cdot 10^{-4}$	0.0718
	$k=1$				
i	j	0	1	2	3
0		−1.0365	−0.1218	$5.06 \cdot 10^{-8}$	$5.41 \cdot 10^{-5}$
1		0.0023	1.1894	$-4.69 \cdot 10^{-7}$	$5.17 \cdot 10^{-4}$
	$k=2$				
i	j	0	1	2	3
0		0.0047	0.0030	0.2959	$-1.23 \cdot 10^{-7}$
1		$-1.70 \cdot 10^{-5}$	−0.0297	−3.0569	$1.15 \cdot 10^{-6}$
	$l=2$				
	$k=0$				
i	j	0	1	2	3
0		−399.724	$3.19 \cdot 10^{-5}$	$8.45 \cdot 10^{-5}$	0.0277
1		0.5775	$-1.45 \cdot 10^{-7}$	$8.06 \cdot 10^{-4}$	−0.2756
	$k=1$				
i	j	0	1	2	3
0		4.1384	0.4647	$-1.92 \cdot 10^{-7}$	$2.05 \cdot 10^{-4}$
1		−0.0089	−4.4953	$1.79 \cdot 10^{-6}$	0.0019
	$k=2$				
i	j	0	1	2	3
0		−0.0190	−0.0115	−1.1213	$4.66 \cdot 10^{-7}$
1		$6.50 \cdot 10^{-5}$	0.1128	11.6126	$-4.37 \cdot 10^{-6}$
	$l=3$				
	$k=0$				
i	j	0	1	2	3
0		564.6376	$-4.49 \cdot 10^{-5}$	$1.22 \cdot 10^{-4}$	−0.0399
1		−0.8388	$2.11 \cdot 10^{-7}$	0.0012	0.3993
	$k=1$				
i	j	0	1	2	3
0		−5.8351	−0.6699	$2.77 \cdot 10^{-7}$	$2.96 \cdot 10^{-4}$
1		0.01304	6.4770	$-2.59 \cdot 10^{-6}$	−0.0028
	$k=2$				
i	j	0	1	2	3
0		0.0268	0.0166	1.6332	$-6.72 \cdot 10^{-7}$
1		$-9.47 \cdot 10^{-5}$	−0.1637	−16.7745	$6.32 \cdot 10^{-6}$

Table A18. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_2^{\alpha 04}$. Part 2.

	$l=4$				
	$k=0$				
i	j	0	1	2	3
0		−259.4750	$2.05 \cdot 10^{-5}$	$5.96 \cdot 10^{-5}$	0.0195
1		0.4048	$-1.03 \cdot 10^{-7}$	$5.69 \cdot 10^{-4}$	−0.1938
	$k=1$				
i	j	0	1	2	3
0		2.6700	0.3269	$-1.36 \cdot 10^{-7}$	$1.43 \cdot 10^{-4}$
1		−0.0063	−3.1581	$1.26 \cdot 10^{-6}$	0.0014
	$k=2$				
i	j	0	1	2	3
0		−0.0122	−0.0081	−0.7865	$3.28 \cdot 10^{-7}$
1		$4.62 \cdot 10^{-5}$	0.0798	8.1609	$-3.07 \cdot 10^{-6}$

Table A19. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_1^{\alpha 05}$. Part 1.

	$l=0$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		1.9115	$2.44 \cdot 10^{-6}$	$-3.24 \cdot 10^{-6}$
1		0.0036	0.0055	$2.42 \cdot 10^{-5}$
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		0.0159	$-1.07 \cdot 10^{-6}$	$9.03 \cdot 10^{-8}$
1		$2.34 \cdot 10^{-4}$	$3.10 \cdot 10^{-4}$	$-4.34 \cdot 10^{-7}$
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		$-7.22 \cdot 10^{-5}$	$-5.51 \cdot 10^{-8}$	$-8.08 \cdot 10^{-10}$
1		$-2.51 \cdot 10^{-8}$	$-4.28 \cdot 10^{-8}$	$2.46 \cdot 10^{-9}$
	$k=3$			
i	j	0	1	2
0		$1.20 \cdot 10^{-7}$	$3.99 \cdot 10^{-12}$	$3.44 \cdot 10^{-12}$
1		$3.44 \cdot 10^{-11}$	$4.90 \cdot 10^{-11}$	$-2.28 \cdot 10^{-11}$
	$l=1$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		3.6916	$-1.87 \cdot 10^{-5}$	$7.44 \cdot 10^{-6}$
1		−0.0057	−0.0113	$1.07 \cdot 10^{-4}$
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		−0.0348	$2.64 \cdot 10^{-6}$	$-2.24 \cdot 10^{-7}$
1		$-1.72 \cdot 10^{-5}$	$-3.18 \cdot 10^{-5}$	$2.72 \cdot 10^{-6}$
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		$1.52 \cdot 10^{-4}$	$-9.05 \cdot 10^{-10}$	$1.64 \cdot 10^{-9}$
1		$8.91 \cdot 10^{-8}$	$1.65 \cdot 10^{-7}$	$-1.42 \cdot 10^{-8}$
	$k=3$			
i	j	0	1	2
0		$-2.49 \cdot 10^{-7}$	$9.08 \cdot 10^{-13}$	$-4.30 \cdot 10^{-12}$
1		$-1.56 \cdot 10^{-10}$	$-2.88 \cdot 10^{-10}$	$3.77 \cdot 10^{-11}$

Table A20. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_1^{\alpha 05}$. Part 2.

	$l=2$			
	$k=0$			
i	j	0	1	2
0		-2.1129	$1.58 \cdot 10^{-5}$	$-7.75 \cdot 10^{-6}$
1		0.0016	0.0056	$8.92 \cdot 10^{-5}$
	$k=1$			
i	j	0	1	2
0		0.0187	$-1.51 \cdot 10^{-6}$	$1.96 \cdot 10^{-7}$
1		$1.35 \cdot 10^{-5}$	$2.65 \cdot 10^{-5}$	$-2.62 \cdot 10^{-6}$
	$k=2$			
i	j	0	1	2
0		$-7.90 \cdot 10^{-5}$	$7.19 \cdot 10^{-10}$	$-1.62 \cdot 10^{-9}$
1		$-6.95 \cdot 10^{-8}$	$-1.36 \cdot 10^{-7}$	$1.62 \cdot 10^{-8}$
	$k=3$			
i	j	0	1	2
0		$1.26 \cdot 10^{-7}$	$-9.89 \cdot 10^{-13}$	$3.65 \cdot 10^{-12}$
1		$1.22 \cdot 10^{-10}$	$2.37 \cdot 10^{-10}$	$-3.77 \cdot 10^{-11}$

Table A21. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_2^{\alpha 05}$. Part 1.

	$l=0$				
	$k=0$				
i	j	0	1	2	3
0		12.0054	$9.50 \cdot 10^{-4}$	-0.0056	0.0086
1		-6.3417	-0.0582	0.4423	-0.8043
2		80.1816	0.8664	-4.1276	7.9841
	$k=1$				
i	j	0	1	2	3
0		0.0650	$-1.33 \cdot 10^{-5}$	$7.40 \cdot 10^{-5}$	$1.08 \cdot 10^{-6}$
1		0.0689	$7.05 \cdot 10^{-4}$	-0.0051	0.0099
2		0.9145	-0.0071	0.0484	-0.0941
	$k=2$				
i	j	0	1	2	3
0		$1.42 \cdot 10^{-4}$	$4.09 \cdot 10^{-8}$	$-2.40 \cdot 10^{-7}$	$3.17 \cdot 10^{-7}$
1		$1.80 \cdot 10^{-4}$	$-2.09 \cdot 10^{-6}$	$1.53 \cdot 10^{-5}$	$-2.79 \cdot 10^{-5}$
2		0.0025	0.0056	$1.94 \cdot 10^{-5}$	$2.59 \cdot 10^{-4}$
	$l=1$				
	$k=0$				
i	j	0	1	2	3
0		124.1635	-0.0123	0.0723	-0.1113
1		80.5328	0.7664	-5.7424	10.3579
2		-1016.3465	-8.9448	55.1366	-108.1147
	$k=1$				
i	j	0	1	2	3
0		-0.8140	$1.64 \cdot 10^{-4}$	$8.93 \cdot 10^{-4}$	0.0012
1		-0.8760	-0.0093	0.0678	-0.1226
2		11.6135	0.0947	-0.6466	1.2521
	$k=2$				
i	j	0	1	2	3
0		0.0018	$-4.75 \cdot 10^{-7}$	$2.67 \cdot 10^{-6}$	$-3.73 \cdot 10^{-6}$
1		0.0023	$2.75 \cdot 10^{-5}$	$-1.97 \cdot 10^{-4}$	$3.58 \cdot 10^{-4}$
2		0.032	$-2.56 \cdot 10^{-4}$	0.0018	-0.0035

Table A22. Coefficients C_{ijkl}, for $\mu_2^{\alpha 05}$. Part 2.

	$l=2$				
	$k=0$				
i	j	0	1	2	3
0		−495.0959	0.0458	−0.26725	0.3911
1		−324.7789	−2.9795	21.93103	−40.4121
2		4098.8014	35.28079	−219.2802	415.4119
	$k=1$				
i	j	0	1	2	3
0		3.2625	$6.10 \cdot 10^{-4}$	0.0032	−0.0045
1		3.5329	0.0355	−0.2582	0.47005
2		−46.8360	−0.3705	2.5065	−4.8331
	$k=2$				
i	j	0	1	2	3
0		−0.0072	$1.76 \cdot 10^{-6}$	$-8.80 \cdot 10^{-6}$	$1.09 \cdot 10^{-5}$
1		−0.0092	$10.2 \cdot 10^{-4}$	$7.32 \cdot 10^{-4}$	−0.0013
2		0.1284	$9.87 \cdot 10^{-4}$	−0.0068	0.0137
	$l=3$				
	$k=0$				
i	j	0	1	2	3
0		696.85017	−0.0654	0.38179	−0.52440
1		450.5448	4.3349	−32.8525	60.2955
2		−5686.4635	−52.4324	324.1271	−627.8891
	$k=1$				
i	j	0	1	2	3
0		−4.5728	$8.67 \cdot 10^{-4}$	−0.0045	0.0052
1		−4.9009	−0.0518	0.38483	−0.7094
2		64.9760	0.5481	−3.7463	7.2181
	$k=2$				
i	j	0	1	2	3
0		0.0100	$-2.61 \cdot 10^{-6}$	$1.31 \cdot 10^{-5}$	$-1.33 \cdot 10^{-5}$
1		0.0128	$1.46 \cdot 10^{-4}$	−0.0011	0.0019
2		−0.1782	−0.0015	0.0103	−0.0198
	$l=4$				
	$k=0$				
i	j	0	1	2	3
0		−318.2453	0.0324	−0.1804	−0.1113
1		−200.5712	−2.1563	16.0854	−30.1061
2		2531.76485	25.8609	−161.5118	314.4304
	$k=1$				
i	j	0	1	2	3
0		2.0717	$4.15 \cdot 10^{-4}$	0.0018	−0.0028
1		2.1818	0.0253	−0.1894	0.3343
2		−28.9277	−0.2778	1.8622	−3.5873
	$k=2$				
i	j	0	1	2	3
0		−0.0045	$1.24 \cdot 10^{-6}$	$-5.30 \cdot 10^{-6}$	$6.16 \cdot 10^{-6}$
1		−0.0057	$-7.28 \cdot 10^{-5}$	$5.36 \cdot 10^{-6}$	$9.55 \cdot 10^{-4}$
2		0.0793	$7.20 \cdot 10^{-4}$	−0.0051	0.0097