MASTER I D'INFORMATIQUE
INFO0809 : INFO. THÉORIQUE
PASCAL MIGNOT

UNIVERSITÉ DE REIMS CHAMPAGNE-ARDENNE

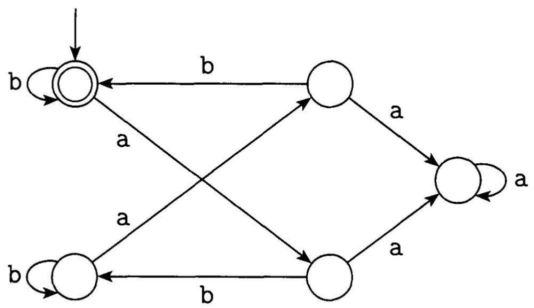
Devoir sur table

mardi 21 février 2012

Notes :
– lorsque cela n'est pas précisé, l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$.
– l'utilisation de propriétés autres que celles de l'aide-mémoire devront être démontrées.

Exercice 1

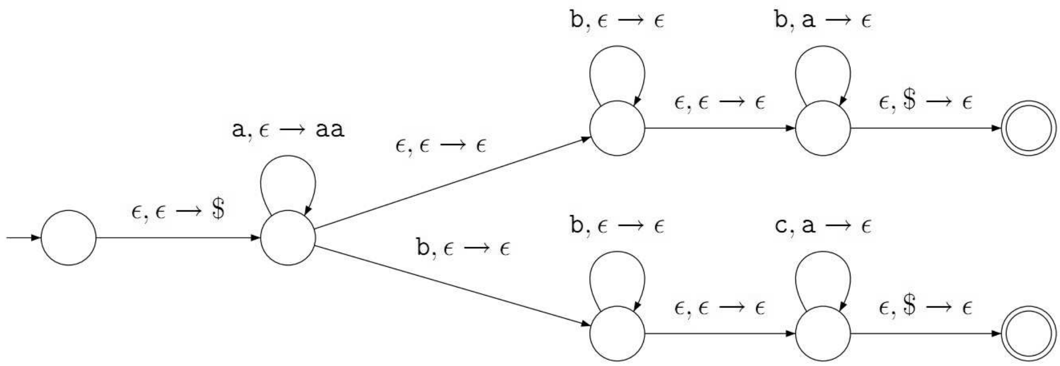
Soit l'automate fini suivant :



a. Cet automate est-il déterministe ?
b. Décrire (en français) le langage reconnu par cet automate.
c. Donner son expression régulière équivalente.

Exercice 2

Soit l'automate à pile suivant :



a. Quel est le langage reconnu par cet automate à pile ?
b. Donner la grammaire libre de contexte qui reconnait ce langage.
c. Pourquoi une simple observation de cet automate permet de penser que le langage reconnu n'est pas régulier ?
d. Ce langage est-il régulier ?

Exercice 3

Soit L_n le langage dont l'ensemble des mots commencent et finissent par n lettres identiques, à savoir les mots de la forme $w_n p w_n$ où $p \in \Sigma^*$ et $w_n \in \Sigma^n$ (= mot de Σ^* de longueur n).

a. Donner un automate déterministe fini qui reconnait L_2.

b. Donner une grammaire libre de contexte qui reconnait L_2.

c. Pourquoi la question de demander l'automate à pile qui reconnait L_2 ne présente pas d'intérêt (indépendamment du fait que vous ayez pu répondre à la question précédente) ?

d. Donner la machine de Turing qui reconnait L_2.

Exercice 4

Soit le langage suivant :

$$L = \{a^n b^p \ / \ 0 < p < n\}$$

a. Combien y-a-t-il de L-classes d'équivalence ? Si leur nombre est fini, on les énumèrera, sinon on en produira un sous-ensemble infini.

b. Donner la grammaire libre du contexte qui génère ce langage.

c. Donner l'automate à pile qui reconnait ce langage.

Exercice 5

Soit le langage $L = \{a^n b^n, n > 0\}$.

a. Écrire le graphe de la machine de Turing qui vérifie qu'une chaine sur la bande possède la syntaxe $a^p b^q$ pour $p, q > 0$. On rappelle que $\Sigma = \{a, b, c\}$.

b. Écrire le graphe de la machine de Turing qui vérifie qu'une chaine sur la bande d'entrée qui possède la syntaxe $a^p b^q$ est telle que $p = q$.

Problèmes

Le but de ce problème est de déterminer la classe à laquelle appartient différents langages. Si le langage est :

- **régulier :** dans ce cas on donnera au choix, soit l'automate (non-)déterministe fini qui le reconnait, soit son expression régulière associée.
- **libre de contexte :** dans ce cas, on démontrera qu'il n'est pas régulier (avec le lemme de l'étoile ou avec celui de Myhill-Nérode) **et** on donnera la grammaire libre de contexte (ou l'automate à pile) qui le reconnait.
- **récursivement énumérable :** dans ce cas, on démontrera qu'il n'est pas régulier avec le lemme de l'étoile pour les grammaires libres de contexte, **et** on donnera la machine de Turing qui l'énumère.

Donner à quelle classe appartiennent les langages suivants :

1) $A = \{w \ / \ w$ contient le même nombre de aa et de $bb\}$.
2) $B = \{xy \ / $ le nombre de a dans $x =$ le nombre de b dans $y\}$.
3) $C = \left\{a^i b^j c^k \ / \ i \neq j \text{ ou } j \neq k\right\}$
4) $D = \{w \ / \ w$ est de longueur paire et ne contient pas $aaa\}$
5) $E = \{ww' \ / \ |w| = |w'| \text{ et } w \neq w'\}$
6) $F = \{w \ / \ w$ représente un entier qui est divisible par $2\}$ où $\Sigma = \{0, 1, ..., 9\}$,
7) $G = \cup_{n>0} L_n$ où L_n est le langage défini à l'exercice 3.