Exercice 1 : On suppose que les versements mensuels des jeunes de moins de 18 ans, dans une agence bancaire, Suivent une loi normale d'espérance 600 DA et d'écart-type 10 DA.

Calculer la probabilité que les versements mensuels soient :

a) Inférieurs à 600 DA ?
b) Inférieurs à 620 DA ?
c) Compris entre 590 DA et 610 DA ?
d) Compris entre 560 DA et 620 DA ?

Exercice 2 : La note obtenue par les étudiants à un examen est une v.a. suivant la loi normale $N(7.2;\ 3)$.

1. Calculer le pourcentage d'individus ayant plus de 10 et la note en dessous de laquelle se trouvent 10% des étudiants.
2. Compte tenu de ces résultats, on décide de revaloriser l'ensemble des notes par une transformation linéaire $Y = aX + b$.

   Quelle valeurs doit-on donner à a et b pour que les valeurs précédentes passent respectivement

   à 50% et 7 ?________________________________

Exercice 3 : A l'aide des tables statistiques, déterminer les quantiles suivants :

$$\chi^2_{0.975}(14),\quad \chi^2_{0.05}(65),\quad t_{0.025;12},\quad t_{0.90;60},\quad F_{0.975}(6;16) \text{ et } F_{0.025}(22;30)$$

Exercice4 : A) Soit X une variable aléatoire de loi normale, telle que $P(X < -2) = 0.3085$ et $P(X < 2) = 0.9332$

Trouver le nombre réel a tel que $P(X^2 + 2X < a) = 0.975$.

B) Soit U une variable aléatoire de loi normale centrée et réduite et V une variable aléatoire qui suit une loi du khi-deux à **16** degrés de liberté. Ces deux variables étant indépendantes.

Trouver le nombre réel b tel que $P\left(\frac{U}{\sqrt{V}} < b\right) = 0.975$.

Exercice 5 : La moyenne des revenus annuels des employés d'une banque est égale à 50 000 (u.m)

1) Donner une borne supérieure pour le pourcentage p des revenus supérieurs ou égaux à 80 000 (u.m).
2) De plus, on sait que l'écart-type est égale à 10 000 (u.m), donner une borne supérieure plus petite pour p en utilisant cette information.

Exercice 6: On lance 10 000 fois une pièce monnaie bien équilibrée.

1) Trouver un intervalle symétrique autour de 5 000 où l'on est sûr que le nombre de pile y appartient à 99%.
2) Comparer ce résultat avec celui obtenu en utilisant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Exercice 7 : Soit (X_n) une suite de v.a.r. de lois définies pour $n \geq 1$ par

$$\mathrm{P}(X_n = 0) = \frac{n}{n+1}\ ,\qquad \mathrm{P}(X_n = n) = \frac{1}{n+1}$$

a) Montrer que $X_n \xrightarrow{P} X$ où X est une v.a.r. que l'on déterminera.
b) Calculer $E\left[(X_n - X)^2\right]$ ainsi que sa limite quand $n \to \infty$. Que peut-on conclure ?

Exercice8 : Soit (X_n) une suite de variables aléatoires mutuellement indépendantes dont la loi est définie par :

$$P(X_n = 0) = 1 - \frac{1}{n} \quad \text{et} \quad P(X_n = n) = P(X_n = -n) = \frac{1}{2n}.$$

a) Etudier la convergence en probabilité de cette suite.
b) Peut-on appliquer la loi des grands nombres ou le théorème central limite ?

Exercice 9 : Un micro-processeur effectue, lors d'une opération, une erreur de calcul avec la probabilité $p = 10^{-5}$.

Déterminer le nombre d'opérations n nécessaires pour que la proportion p_n d'erreurs obtenues vérifie

$$\mathrm{P}\left(\frac{|p_n - p|}{p} > 0.2\right) \leq 0.05$$

a) A partir de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
b) A partir du théorème de limite centrale.

Exercice 10 : Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale de paramètres $\mu = 8$ et $\sigma = 2$.

On considère un échantillon de taille $n = 16$ et la variable moyenne : $\overline{X_n} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k$

a) Quelle est la loi de probabilité de $\overline{X_n}$?
b) Déterminer l'intervalle de centre μ qui contient la moyenne avec une probabilité de 0.98.

Exercice 11 : A l'aide du théorème de limite centrale, démontrer la relation : $\lim\limits_{n \to +\infty} e^{-n} \sum_{k=0}^{n} \frac{n^k}{k!} = \frac{1}{2}$

Exercice 12 : Soit une v.a. $X \to \mathrm{B}(n;0.6)$.

On donne $\mathrm{P}(X = 0) = 10^{-39}$ et $\mathrm{P}\big(E(X) - k \leq X \leq E(X) + k\big) = 0.95$

Calculer n et k .

Exercice 13 : On considère 10000 chiffres pris au hasard. Calculer la probabilité que le chiffre 7 apparaisse 999 fois.

Exercice 14 : Le service de renseignements téléphonique reçoit en moyenne 100 appels par heure. Evaluer la Probabilité que le nombre d'appels en une heure varie de un écart-type par rapport à la moyenne.

Exercice15 : Un candidat passant un examen est ajourné si sa note est inférieure à 7, passe un oral si sa note est comprise entre 7 et 12, est admis sans oral si sa note est supérieure à 12.

On suppose que les notes suivent une loi normale de paramètres $\mu = 9$ et $\sigma = 3$.

a) Calculer la probabilité pour qu'un candidat soit ajourné.
b) Calculer la probabilité pour qu'un candidat passe l'oral.
c) On considère un ensemble de quatre (4) candidat choisis au hasard. Quelle est la probabilité que deux de ces candidats soient ajournés ?
d) On considère un ensemble de 500 candidats choisis au hasard. Quelle est la probabilité pour que le nombre de candidats passant l'oral soit compris entre 284 et 308 ?
e) Déterminer l'intervalle de centre μ qui contient 96% des notes.

Exercice 16 : une usine fabrique des vis dont 3% ont des défauts.

a) On prélève 1000 vis au hasard ; quelle est la probabilité :
   - D'avoir plus de 50 vis défectueuses ?
   - D'avoir entre 20 et 40 vis défectueuses ?
b) On veut 1950 vis sans défauts. Par prudence, on prélève 2000 au hasard. Quelle est la probabilité d'avoir suffisamment de vis en bon état ?

Exercice 17: Le nombre de pannes, par mois, sur une certaine machine, suit une loi de poisson de moyenne égale à 3.
Un atelier fonctionne avec 12 machines de ce type, indépendantes.
En un mois, quelle est la probabilité de constater dans cet atelier :

- Plus de 42 pannes ?
- Entre 36 et 45 pannes ?