

► Distancia de Mahalanobis.

- Es una medida de distancia. (Mahalanobis, 1936).
- Sirve para determinar la similitud entre 2 variables aleatorias multivariantes.
- A diferencia de la distancia euclídea, esta tiene en cuenta la correlación entre las variables aleatorias.

$$dm(\bar{x}, \bar{y}) = \sqrt{(\bar{x} - \bar{y})^T \Sigma^{-1} (\bar{x} - \bar{y})}$$

► Distancia de Mahalanobis.

- \bar{x}, \bar{y} : variables aleatorias (con misma distribución de probabilidad).
- Σ : matriz de covarianza.

Ejemplo: pescador mide la similitud entre 2 salmones, para vender los grandes, baratos.

Variables: anchura y longitud.

Vector salmon. construir un vector $\bar{x}_i = (x_{1i}, x_{2i})^T$

anchura
↓
salmon

- longitud $\in [50, 100] \text{ cm}$
- anchura $\in [10, 20] \text{ cm}$

de probabilidad.
 • Σ^{44} : matriz de covarianza.

Ejemplo: pescador mide la similitud entre 2 salmones, para venderlos grandes, chicos.

Variables: anchura y longitud.

Vector salmon: construir vector $\vec{x}_i = (x_{i1}, x_{i2})^T$
 anchura \downarrow x_{i1}
 longitud \downarrow x_{i2}

- longitud $\in [50, 100]$ cm
- anchura $\in [10, 20]$ cm

• Con distancia euclídea $d_e(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \sqrt{(x_{11} - x_{21})^2 + (x_{12} - x_{22})^2}$

• La anchura varía menos que la longitud, entonces le da más importancia a la longitud. Entonces pondrá según la varianza. Las variables con menos varianza tiene más importancia que las de mayor varianza. Entonces se ignora la importancia entre las variables.

$$d_2(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \left(\frac{(x_{11} - x_{21})^2}{\sigma_1^2} + \frac{(x_{21} - x_{22})^2}{\sigma_2^2} \right)^{1/2}$$

σ_1^2 : es la desviación estándar de la longitud
 σ_2^2 : es la desviación estándar de la anchura
 de medidas.

$$d_e(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \sqrt{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^T S^{-1} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}$$

▷ Anterior expresión en notación vectorial.

• Si: matriz diagonal
Cuyos elementos en la diagonal son:

$$S_{ii} = \sigma_i^2$$

• La anchura depende de la longitud.

Entonces para tener en cuenta la dependencia de las n variables,

S se cambia por Σ : Matriz de covarianza.

$$d_m(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \sqrt{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^T \Sigma^{-1} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}$$

▷ Distancia de Mahalanobis

• Σ : Matriz de Covarianza.

• Matriz de covarianza: Matriz \square que contiene la covarianza de los entre los elementos de un vector.

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

▷ Vector aleatorio

La variable de est. aleatoria con covarianza

Si se cambia por Σ : Matriz de covarianza.

Distancia de Mahalanobis

Σ : Matriz de Covarianza.

$$dm(\bar{x}_1, \bar{x}_2) = \sqrt{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^T \Sigma^{-1} (\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}$$

Matriz de covarianza: Matriz Σ que contiene la covarianza entre los elementos de un vector.

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Vector aleatorio

La variable de es un aleatoria con covarianza finita.

La matriz de covarianza será una $n \times n$ (cuya entrada (i, j) es la covarianza entre la variable x_i y x_j).

$$\Sigma_{i,j} = \text{cov}(x_i, x_j)$$

Covarianza: grado de variación conjunta de dos variables aleatorias respecto a sus medias.

Aplicación Es lo que se necesita para determinar si dos variables son dependientes.

► Criterio de Información de Bayesiano (BIC)

Sirve para medir la calidad relativa entre varios modelos.

No dice que tan bueno es un modelo, sino, entre los que se entren, cuál es el mejor.

$$BIC = K \ln(n) - 2 \ln(\hat{L})$$

► Fórmula del criterio de Información de Bayes.

- K : # de parámetros que tenga el modelo.
(p. parámetro de regresión).

- \hat{L} : Función de Máxima Verosimilitud.

- n : tamaño de la muestra, el # de datos.