

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ "КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ И ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ".
4 СЕМЕСТР, ИУ5,7, 3 СЕМЕСТР, ИУ-6.

ВАРИАНТ 1.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx \int_{x/2}^{2x} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_{x/2}^{2/x} f(x, y) dy$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = 9x$, $x = y$, $x + y = 2$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 + z^2 = 5$,
 $z = x^2 + y^2 + 1$ /внутри параболоида/.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)^3}{n^4 + 3n^2 + 2}$; 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n-1}}{(n-1)!}$; 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n^{17} + n^2}$; 4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{2n}}$; 5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{5n}{5n+2} \right)$; 6. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \ln \left(1 + \frac{1}{n^4} \right)$;
7. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{\sqrt{n^3}}$;

ВАРИАНТ 2.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^4 dx \int_{\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 - 4y^2$, $z = 0$, $x = 4$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 - z^2 = 9$, $z = 0$, $z = 4$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} n \arctg \frac{1}{n}$; 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{7^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$; 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$; 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt{(2n^2+1)^5}}$; 5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}$; 6. $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$;
7. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1000 \cdot 1002 \cdot 1004 \dots (998 + 2n)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)}$;

ВАРИАНТ 3.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^1 dy \int_{y^2-1}^{1-y^2} f(x, y) dx$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = 4x$; $z^2 = 4 - 4x$; $y = 0$; $x + y = 2$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$;
 $(x-1)^2 + y^2 = 1$; $z = 0$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7n-1}{7n+2} \right)^n$; 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}$; 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$; 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$; 5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \sin \frac{\pi}{n+2}$; 6. $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{3n^2-1}{2n^2+15} \right)$;
7. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n(\ln n)^2}$;

ВАРИАНТ 4.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2 = 4y$; $y + z = 4$; $y + 2z = 4$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$; $x + y + z = 4$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+19}{\sqrt{n^2-1}}; 2. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \operatorname{tg} \frac{1}{3^n}; 3. \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)^3 \ln \frac{n^5+1}{n^5}; 4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n3^{n-1}}; 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{3n}{3n+1} \right)^{n^2}; 6. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^3 n};$$
$$7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n)!}{(n!)^2};$$

ВАРИАНТ 5.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_2^4 dy \int_{y/2}^y f(x, y) dx$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $y = x^2$; $y = 1$; $z = 0$.

Задача 3. Вычислить объемы частей шара $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$, на которые он делится плоскостью $z = 1$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{1}{n}; 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)}; 3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+3} \right)^{n^2}; 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-1)^2}; 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n(n+3)}}; 6. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}};$$
$$7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n-1)^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n^2};$$

ВАРИАНТ 6.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^3 dx \int_{x^2}^{3+2x} f(x, y) dy$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 4 - y^2$; $x = 0$; $z = x$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $(x-1)^2 + y^2 = 1$; $z = 0$; $x + y + z = 4$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}; 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n^3-1)^2}; 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)}{(2n+5)!}; 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}; 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}} \right); 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n+3}{n} \right)^n;$$
$$7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n^2+15}{7n^2};$$

ВАРИАНТ 7.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{y^2-1}^{y^2/2} f(x, y) dx$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 1 - x^2$; $z = 1 - y^2$; $z = 0$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $z = \sqrt{7}$, $z = 2\sqrt{3}$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[3]{2} - 1); 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+3}}{(3n)^3}; 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!}; 4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right); 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1 \cdot 11 \cdot 21 \dots (10n-9)}{(2n-1)!}; 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)};$$
$$7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{3n}{3n-3}\right)^{2n^2};$$

ВАРИАНТ 8.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_1^2 dx \int_{2/x}^{2x} f(x, y) dy$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 4xy$; $z = 0$; $y = 2$; $x + y = 4$, $y > 2$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 8 - y^2$; $z = 2x^2 + y^2$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}; 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\sqrt{\ln^3(n+2)}}; 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 - 5}{2n^2 + 1}; 4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{3n+1}}; 5. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{-1}\right)^{n-1} 7^n (2n)!;$$
$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}; 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \sqrt[3]{n^2} \arcsin 2^{\frac{1}{\sqrt[3]{3n}}};$$

ВАРИАНТ 9.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^4 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = y$, $z^2 = 4 - y$, $x + y = 4$, $x = 0$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 9 - x^2 - y^2$, $z = 0$, $x^2 + y^2 = 4$ /вне цилиндра/.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \operatorname{arctg} \frac{1}{n}; 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}; 3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}; 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}; 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000 \cdot 1002 \cdot 1004 \dots (998 + 2n)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)};$$
$$6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{3n^3 + 1}; 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{5}{2n+1}\right)^n;$$

ВАРИАНТ 10.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования:
$$\int_0^1 dx \int_{-1+\sqrt{2x-x^2}}^{1-\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy.$$

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 - z^2 = 4$; $x^2 + y^2 = 9$.

Задача 3. Вычислить объем тела ограниченного поверхностями: $z = 4 - x^2$; $y = 0$; $z = y$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$\begin{aligned} & 1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{5n-1}{5n+1} \right)^n; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \operatorname{tg} \frac{10}{n^2}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{n+3}{n+4} \right)^{n^2}; \quad 4. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{5 \ln^3(n+2)}{n+2}; \quad 5. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{ctg} \frac{8}{n^2}; \\ & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 5}{7n^5 + n^3 \ln n}; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)! 2^n}{(n!)^2 \cdot 3^n}; \end{aligned}$$

ВАРИАНТ 11.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования:
$$\int_{-8/3}^0 dy \int_{-2(y+1)}^{\sqrt{4+y^2}} f(x,y)dx.$$

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = 4y$; $x = y$; $x + y = 2$.

Задача 3. Вычислить объем тела ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 + z^2 = 6$; $z = x^2 + y^2$ /внутри параболоида/.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$\begin{aligned} & 1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+1}{5n+2} \right)^{n/2}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}; \quad 3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \arcsin \frac{3}{\sqrt{5n}}; \quad 4. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\ln^3 n}}; \quad 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n} \ln n}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n^2 + 4)}{3n^2}; \\ & 7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{2n^4 + 9n^2 + 1}; \end{aligned}$$

ВАРИАНТ 12.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования:
$$\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^0 f(x,y)dy.$$

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2$; $z = 1 - y^2$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $y = 0$; $z = 0$; $x + y + z = 4$; $2x + z = 4$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$\begin{aligned} & 1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{2}{3} \right)^n; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} n \ln \frac{n^3 + 3}{n^3}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n}; \quad 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \sin \frac{2}{\sqrt{n}}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n^2 + 1}{5n^2 + 9 \ln n}; \\ & 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{1}{3n+1} \right)^n; \end{aligned}$$

ВАРИАНТ 13.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^{\sqrt{y+1}} dx$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = y$; $y = x^2$; $z = 2 - y$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + (y - 2)^2 = 4$; $z = 0$; $z = 6 - x$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^3(3n+1)}{\sqrt{n}+1}; 2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n(\ln^4 n + 1)}; 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{5^n \cdot n!}; 4. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n^3}}\right); 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{1}{n^2};$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+2)}; 7. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(\ln n)^n};$$

ВАРИАНТ 14.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int_{-y^2/2}^{1-y^2} f(x, y) dx$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $z = 0$; $y = 1$; $y = 2x$; $y = 6 - x$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = x^2 + y^2$;
 $2z^2 = x^2 + y^2 + 1$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{n}; 2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{7 \cdot 13 \cdot 19 \dots (6n+1)}{1 \cdot 8 \cdot 27 \dots n^3}; 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{arctg} \frac{5}{\sqrt{n}}; 4. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+4}\right)^{n^2}; 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{1}{n^2}; 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+1)}{n(n+2)};$$

$$7. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(\ln n)^n};$$

ВАРИАНТ 15.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} dy \int_{-\sqrt{1+y^2}}^{\sqrt{1+y^2}} f(x, y) dx$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 2 - x^2$; $z = x$; $y = x$; $y = 2x$,
 $(x \geq 0, y \geq 0)$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$;
 $z = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{n}; 2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{7 \cdot 13 \cdot 19 \dots (6n+1)}{1 \cdot 8 \cdot 27 \dots n^3}; 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{arctg} \frac{5}{\sqrt{n}}; 4. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{n+5}\right)^{n^2}; 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{2n^2}; 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{5n^2+1}{7n^2-n+3};$$

$$7. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{3n\sqrt{n} + \ln n};$$

ВАРИАНТ 16.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^4 dx \int_{2-\sqrt{8-(x-2)^2}}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = y^2$; $z = 4$; $y = 3 - x$; $x = 0$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 = 1$; $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ (вне цилиндра).

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{3^n}; 2. \sum_{n=2}^{\infty} \sin \frac{2n+1}{4n^3+5n+3}; 3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n}{n+3}\right)^n; 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg n}{n^2+1}; 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n \sin \frac{1}{n}; 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n\sqrt{n}+3\ln n};$$

$$7. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{3n\sqrt{n}+\ln n};$$

ВАРИАНТ 17.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^x f(x,y)dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}} f(x,y)dy.$$

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $z = 2x^2 + 2y^2$; $(x-1)^2 + y^2 = 1$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 0$; $y = 2 + 2x$; $y = x/2 - 1$; $x + y = 2$; $z = 1 + y^2$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{2^n}{n3^n}}; 2. \sum_{n=2}^{\infty} \ln \frac{n^2+4}{n^2+5}; 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!}; 4. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{3n+5}\right)^n; 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt[n]{10}}; 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{(\sqrt{2})^n};$$

$$7. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \arctg \frac{1}{\sqrt{n+2}};$$

ВАРИАНТ 18.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4x-x^2}-2} f(x,y)dy$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $z = x^2 + 2y^2$; $y = x$; $y = 2x$; $x = 1$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 10 - x^2$; $z = 0$; $x^2 + y^2 = 4$; $x^2 + y^2 = 9$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \arctg \frac{1}{\sqrt[5]{n^4+1}}; 2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n+1}\right)^{n^2}; 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(3n+4)3^n}; 4. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{5}{n \ln^5 n}; 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{(3n+1)(3n+2)};$$

$$6. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{\ln^2 n}; 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n+10}{(n+1)\sqrt{n+1}};$$

ВАРИАНТ 19.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-4}^{-2} dx \int_{-\sqrt{-x^2-4x}}^{\sqrt{-x^2-4x}} f(x, y) dy + \int_{-2}^{\sqrt{8}} dx \int_{-\sqrt{8-x^2}}^{\sqrt{8-x^2}} f(x, y) dy.$$

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z^2 + 2y^2 = 8$; $y = x - 2$; $y = -x - 2$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 0$; $z = 4 - x^2 - y^2$; $z = 2(4 - x^2 - y^2)$; $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$; $y = \sqrt{3}x$; ($x \geq 0$); ($y \geq 0$).

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot \dots (3n+2)}{(n+2)!}; 2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{3n+1} \right)^{n/2}; 3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n + \ln^2 n}; 4. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}; 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right);$$
$$6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{2}{\sqrt{n^3}} \right); 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{3^n n!}{n^n};$$

ВАРИАНТ 20.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dx \int_{2x-1}^{(x+1)/2} f(x, y) dy.$

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + 2y^2$; $z = 8 - x^2$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = \frac{2}{y}$; $x + y + z = 3$; $z + y - 2x = 3$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3n+1}}; 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}; 3. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n^2} \arcsin^2 \frac{1}{\sqrt[3]{3n}}; 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10n}{(2n)!}; 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}; 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \sqrt{\ln^5 n}};$$
$$7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n^2 + 1}{2n^2 - 1};$$

ВАРИАНТ 21.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-2}^0 dx \int_{-x-2}^{\sqrt{-x}} f(x, y) dy + \int_0^2 dx \int_{x-2}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy.$

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 4 - x^2 - y^2$; $z = 4 - 2y$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 4 - y^2$; $z = 0$, $y = 2 - x^2$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n}{5n+2} \right)^n; 2. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n^4} \right); 3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{(n-1)^3}{n^4 + 3n^2 + 2}; 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n^3}{n^{17} + n^2}; 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{5^{n-1}}{(n-1)!};$$
$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3 + n^2}; 7. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n};$$

ВАРИАНТ 22.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-2}^2 dx \int_{-2+\sqrt{4-x^2}}^{2+\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy.$

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 4 - x^2$; $y + z = 4$; $z = 0$; $y = 0$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 6$; $z = 10 - x^2 - y^2$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot n \cdot \arctg \frac{1}{n}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sin \frac{1}{n}; \quad 3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000 \cdot 1002 \cdot 1004 \dots (998 + 2n)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n - 2)}; \quad 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n^2}{2n^2 + 1};$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \left(\frac{1}{2n+1} \right)^n; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{2^n \cdot n!}{n^n};$$

ВАРИАНТ 23.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{(0)}^{(8/3)} dx \int_{2x-2}^{\sqrt{4+x^2}} f(x, y) dy.$

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 8 - x^2$; $z = 3y$; $z = 8 - y$; $y = 0$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 5 - x^2 - y^2$; $z = 1$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{7n-1}{7n+2} \right)^n; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n+2}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot (e^{1/n} - 1)^2; \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot (\ln n)^2}; \quad 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)};$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{n} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}; \quad 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n^n}{n!};$$

ВАРИАНТ 24.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_0^1 dy \int_{2y-1}^{(y+1)/2} f(x, y) dx.$

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $4z = x^2$; $y = 0$; $y + z = 4$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $z = 1$; $z = 4$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2n}{2n+1}; \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^{n-1}}; \quad 3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{3n+1} \right)^{n^2}; \quad 4. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^3 n}; \quad 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}; \quad 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot 2^n \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n};$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{(n-1)^3}{n^4 + 3n^2 + 2};$$

ВАРИАНТ 25.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-4}^0 dx \int_{-\sqrt{-x}}^{2-x} f(x, y) dy$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $y + z = 2$; $z = 0$; $4z + 2y + x = 8$; $2z + x + y = 4$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $z = 2x$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right); 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n^2}; 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 - 1}{3n^2}; 4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{2^n}{n}; 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n+2}{(n^3-1)^2};$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)}{2n+5}; 7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \left(\frac{n+3}{n}\right)^n;$$

ВАРИАНТ 26.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_{-\sqrt{1+x^2}}^{\sqrt{1+x^2}} f(x, y) dy$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $y + z = 2$; $y = 0$; $z = 2x^2$; $z = 4x^2 - 2$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 5 - x^2 - y^2$; $z = 5 - 4x$.

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \cos \frac{1}{n}; 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n \cdot (n^2 + 1)}}; 3. \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \operatorname{tg}^5 \frac{\pi}{\sqrt{n^3}}; 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}; 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(3n-1)^2};$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \left(\frac{n}{n+2}\right)^{n^2}; 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2n+1}{n \cdot (n+1)};$$

ВАРИАНТ 27.

Решить следующие задачи и сделать поясняющие рисунки.

Задача 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-3}^0 dx \int_0^{3+x} f(x, y) dy + \int_0^3 dx \int_{2x}^{3+x} f(x, y) dy$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $z = 0$; $y = x + 1$; $y = 5 - x$; $y = \sqrt{4 - z}$; $y = \frac{1}{2}\sqrt{4 - z}$.

Задача 3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями: $y = \pm x$; $x^2 + y^2 = 1$; $x = 4$; $z = 0$; $z = x$; ($x \geq 0$).

Исследовать сходимость рядов. В случае знакопеременного ряда исследовать на абсолютную и условную сходимость.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right); 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}; 3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot (\sqrt[n]{2} - 1); 4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{(3n)^2}; 5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{n^3}{(n+1)!};$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{3n-3}\right)^{2n^2}; 7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 11 \cdot 21 \dots (10n-9)}{(2n-1)!}$$