# Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

# Н. А. Гладков, Ю. А. Струков, А. С. Чуев

# Баллистический маятник

Методические указания к выполнению лабораторной работы по курсу общей физики



УДК 531.5 ББК 22.213 Г52

Издание доступно в электронном виде на портале *ebooks.bmstu.ru* по адресу: http://ebooks.bmstu.ru/catalog/70/book1379.html

#### Факультет «Фундаментальные науки» Кафедра «Физика»

Рекомендовано Редакционно-издательским советом МГТУ им. Н.Э. Баумана в качестве методических указаний

#### Рецензент доцент В. А. Велданов

#### Гладков, Н. А.

Г52 Баллистический маятник: методические указания к выполнению лабораторной работы по курсу общей физики / Н. А. Гладков, Ю. А. Струков, А. С. Чуев. — Москва: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2016. — 12, [4] с.: ил.

ISBN 978-5-7038-4339-0

Изложены основные теоретические сведения о законах сохранения момента импульса и энергии во вращательном движении. Приведено описание лабораторной установки, даны указания по проведению измерений и обработке их результатов.

Для студентов 2-го курса всех специальностей МГТУ им. Н.Э. Баумана.

УДК 531.5 ББК 22.213

<sup>©</sup> МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2016

<sup>©</sup> Оформление. Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2016

#### Предисловие

Изучение баллистического маятника связано с изучением фундаментальных законов природы: законов сохранения импульса, момента импульса и энергии. Эти законы определяются свойствами симметрии пространства и времени и лежат в основе современных физических представлений о строении мира. Данные законы действуют на всех уровнях природы: в микро-, макро- и мегамире, хотя их проявление на каждом физическом уровне имеет свои особенности. Так, в механике макромира незаметны квантуемость момента импульса (квантом момента импульса является постоянная Планка — очень малая величина) и наблюдаемые в микромире нарушения закона сохранения энергии, происходящие в силу соотношения неопределенностей Гейзенберга.

*Цель* данной лабораторной работы — закрепление теоретических знаний в области классической механики по законам сохранения импульса, момента импульса и энергии, приобретение навыка в постановке эксперимента и обработке результатов его проведения.

В процессе данной работы студенты получают практический опыт проведения эксперимента и результаты, подтверждающие теоретические сведения по выполнению в макромире законов классической механики, изучаемых ими на лекционных занятиях и по учебной литературе. В частности, работа нацелена на изучение взаимосвязи момента импульса и момента инерции вращающихся тел.

После успешного выполнения лабораторной работы студенты будут:

- знать принцип работы и конструктивное устройство баллистического маятника с пружинным метателем тел и оптическим измерителем их скорости;
- владеть методикой неконтактного измерения скорости движения метаемых тел;
- уметь получать, формировать и обрабатывать экспериментальные данные с привлечением статистических методов, наглядно представлять результаты и формулировать выводы о работе;
- понимать взаимосвязь различных механических величин, характеризующих поступательное и вращательное движения.

При подготовке к выполнению работы студентам рекомендуется ознакомиться с рекомендуемой литературой, приводимой в конце методических указаний.

### ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Историческое предназначение баллистических маятников состоит в измерении скорости снарядов, пуль и других тел, метаемых с большими скоростями. В конструктивном отношении в зависимости от конкретного предназначения баллистические маятники сильно различаются, однако все они имеют достаточно массивную мишень, что определяет значительный момент инерции подвижной части маятника. Это обстоятельство, в свою очередь, позволяет маятнику оставаться практически неподвижным при внедрении тела в мишень, движение маятника начинается только после окончания внедрения тела в его мишень.

Аналогично работает баллистический гальванометр, который также имеет достаточно большой момент инерции подвижной части, что позволяет ему измерять малые количества заряда при кратковременных импульсах тока.

Итак, процесс внедрения шарика в мишень баллистического маятника можно рассматривать как абсолютно неупругий удар.

На рис. 1 представлена упрощенная схема баллистического маятника, который состоит из жесткого стержня, к нижнему концу которого прикреплена мишень — ловушка метаемого тела. Другой конец стержня закреплен на оси вращения, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рисунка.

В данной лабораторной работе в качестве метаемого тела используется стальной шарик массой m = 33 г и диаметром d = 20 мм.

При выстреле шарик движется со скоростью v и попадает в мишень баллистического маятника, в которой застревает. Для механической системы (МС), состоящей из шарика и маятника, должен выполняться закон сохранения момента импульса МС относительно оси вращения маятника (точки O):

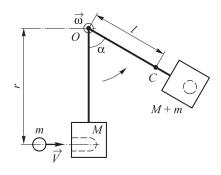
$$mvr = J\omega_z, (1)$$

где mvr — момент импульса шарика до момента его внедрения в мишень;  $J\omega_z$  — момент импульса МС относительно оси Oz после

внедрения шарика в мишень; J — момент инерции MC относительно той же оси Oz;  $\omega_z$  — проекция угловой скорости вращения MC на ось Oz.

Ось *Oz*, направление которой определяется правилом правого винта, совпадает с осью вращения маятника. При этом

$$J = J_0 + mr^2, \tag{2}$$



**Рис. 1.** Схема баллистического маятника

где  $J_0$  — момент инерции маятника относительно оси Oz;  $mr^2$  — момент инерции застрявшего в мишени шарика относительно той же оси.

Дальнейшее движение MC (после внедрения шарика в мишень) происходит в соответствии с уравнением динамики вращательного движения этой MC относительно оси Oz:

$$J\varepsilon_z = -(M+m)gl\sin\alpha,\tag{3}$$

где  $\varepsilon_z$  — проекция углового ускорения МС на ось Oz; M — масса баллистического маятника; g — ускорение свободного падения, g=9,8 м/с $^2$ ; l — расстояние от оси вращения Oz до точки C (центра масс МС);  $\alpha$  — угол отклонения маятника от вертикального положения.

Знак минус в уравнении (3) показывает, что движение МС после внедрения шарика в мишень будет замедленным.

Поскольку после окончания внедрения шарика в мишень для описания последующего движения МС диссипативными силами разной природы можно пренебречь, для такой МС должен выполняться закон сохранения механической энергии:

$$\frac{J\omega_z^2}{2} = (M+m)gl(1-\cos\alpha). \tag{4}$$

Левая часть уравнения (4) соответствует кинетической энергии MC сразу после окончания внедрения шарика в мишень. Впоследствии эта кинетическая энергия переходит в потенциальную энергию MC

в поле тяжести Земли, чему соответствует правая часть уравнения (4). Здесь  $\alpha$  — максимальный угол отклонения маятника.

Если из уравнения (1) выразить угловую скорость

$$\omega_z = \frac{mvr}{J},\tag{5}$$

а затем равенство (5) подставить в (4), то после соответствующих преобразований можно прийти к зависимости следующего вида:

$$v^{2} = \frac{2J(M+m)gl}{m^{2}r^{2}}(1-\cos\alpha).$$
 (6)

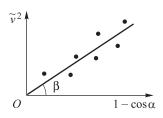
Зависимость (6) интересна тем, что если откладывать по оси ординат величину  $v^2$ , а по оси абсцисс — величину  $1-\cos\alpha$ , то график, соответствующий зависимости (6) в этих координатах, будет иметь вид прямой линии.

Для того чтобы было удобнее работать с таким графиком, приведем формулу (6) к безразмерному виду. С этой целью разделим правую и левую части зависимости (6) на величину  $v_0^2$ , где  $v_0 = 1\,$  м/с. Тогда выражение (6) примет вид

$$\tilde{v}^2 = \frac{2J(M+m)gl}{m^2 r^2 v_0^2} (1 - \cos \alpha),\tag{7}$$

где  $\tilde{v} = v/v_0$  — безразмерная скорость.

График зависимости  $\tilde{v}^2$  от  $1 - \cos \alpha$ , соответствующий формуле (7), представлен на рис. 2.



**Рис. 2.** График зависимости безразмерной скорости  $\tilde{v}^2$  от  $1-\cos\alpha$ 

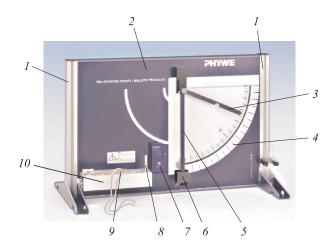
Тангенс угла наклона прямой, изображенной на графике рис. 2, будет равен дробному сомножителю в правой части формулы (7):

$$tg \beta = \frac{2J(M+m)gl}{m^2 r^2 v_0^2}.$$
 (8)

Формула (8) позволяет вычислить момент инерции J на основе других величин, входящих в эту формулу.

## ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Лабораторная установка (рис. 3), содержащая баллистический маятник, состоит из металлической пластины 2, вертикально закрепленной на лабораторном столе с помощью опор 1. К пластине 2 прикреплен баллистический маятник, представляющий собой стержень 5 с мишенью 6 для улавливания выстреливаемого шарика.



**Рис. 3.** Устройство экспериментальной установки: 1 — опоры; 2 — металлическая пластина; 3 — подвижная стрелка; 4 — угломерная шкала; 5 — стержень баллистического маятника; 6 — мишень маятника; 7 — цифровой измеритель скорости; 8 — рукоятка взведения; 9 — спусковой рычаг; 10 — пусковое устройство

В мишени сделано специальное отверстие, в которое попадает металлический шарик, вылетающий из пускового устройства 10. Внутри пускового устройства находится пружина со штоком. Взведенное пусковое устройство можно зафиксировать в трех различных положениях с помощью рукоятки 8. Шток снабжен магнитом, который удерживает шарик от перемещения до выстрела. Пусковой механизм приводится в действие с помощью спускового рычага 9. После выстрела шарик совместно со стержнем 5, мише-

нью 6 и стрелкой 3 перемещается в вертикальной плоскости. Максимальное отклонение маятника в вертикальной плоскости от положения равновесия определяется по отклонению от нулевого значения подвижной стрелки 3 на угломерной шкале 4. Для прямого измерения скорости шарика установка имеет цифровой измеритель скорости 7, снабженный двумя фоторегистраторами. Цифровой измеритель скорости 7 крепится к пластине 2.

Метрологические данные приборов, используемых в лабораторной установке, приведены в табл. 1.

Таблица 1 Метрологические данные приборов

<b>№</b> п/п	Название прибора	Пределы измерений	Число делений	Цена деления	Абсолютная приборная погрешность
1	Угломерная шкала	090°	90	1,0°	$(\Delta\alpha)_{\rm np} = 0.5^{\circ}$
2	Цифровой измеритель скорости	010 м/с		0,01 м/с	$(\Delta v)_{\rm np} = 0.01 \text{ m/c}$

Параметры экспериментальной установки:

$$(m \pm \Delta m) = (33.0 \pm 0.5) \cdot 10^{-3} \text{ кг};$$
  
 $(M \pm \Delta M) = (97.0 \pm 0.5) \cdot 10^{-3} \text{ кг};$   
 $(r \pm \Delta r) = (0.250 \pm 0.001) \text{ м};$   
 $(l \pm \Delta l) = (0.160 \pm 0.001) \text{ м}.$ 

## ЗАДАНИЕ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

В ходе лабораторной работы осуществляются измерения максимального угла отклонения баллистического маятника и скорости полета шарика.

На рабочем месте студента в лаборатории необходимо строго соблюдать требования по технике безопасности и охране труда.

Поскольку «неправильно» вылетающий из пускового устройства шарик может нанести механические травмы и вызвать порчу

лабораторного оборудования, перед каждым выстрелом необходимо убедиться, что шарик прикреплен к центру магнита, а отверстие мишени  $\delta$  находится точно напротив отверстия пускового устройства.

Работу следует выполнять в строгом соответствии с изложенным ниже порядком.

- 1. Включить в сеть цифровой измеритель скорости 7. Цифровое табло должно загореться. Нажать кнопку «Reset» на лицевой панели измерителя, чтобы обнулить его показания.
- 2. Убедиться, что пружина пускового устройства 10 не сжата. Вставить шарик в отверстие пускового устройства, прикрепив его точно к центру магнита.
- 3. С помощью рукоятки 8 сжать пружину пускового устройства и зафиксировать ее в первом положении деформированного состояния.
- 4. Убедиться, что отверстие мишени 6 находится точно напротив отверстия пускового устройства 10, а конец подвижной стрелки 3 указывает на нуль угломерной шкалы.
  - 5. Выполнить выстрел, потянув вверх за спусковой рычаг 9.
- 6. Зафиксировать угол  $\alpha$  максимального отклонения маятника по показаниям подвижной стрелки 3 на шкале 4. Результат измерения записать в табл. 2.
- 7. По показаниям цифрового измерителя скорости определить скорость v шарика и записать ее в табл. 2.
- 8. Повторить измерения угла  $\alpha$  максимального отклонения маятника и скорости  $\nu$  шарика в соответствии с пп. 2–7 еще 4 раза.
- 9. С помощью рукоятки 8 сжать пружину пускового устройства 10 и зафиксировать ее во втором положении деформированного состояния.
- 10. Повторить операции, указанные в пп. 2, 4–7, при втором положении сжатой пружины. Для этого измерения деформированного состояния пружины провести 5 раз. Результаты измерений также занести в табл. 2.
- 11. С помощью рукоятки 8 сжать пружину и зафиксировать ее в третьем положении деформированного состояния.
- 12. Повторить операции, указанные в пп. 2, 4–7, при третьем положении деформированного состояния пружины. Измерения провести 5 раз. Результаты измерений также занести в табл. 2.

### Измерение максимального угла отклонения маятника и прямые измерения скорости шарика

	Измеряемые и вычисляемые параметры								
№ п/п	$\alpha_i$ , град	$\Delta \alpha_i$ , град	<i>v<sub>i</sub></i> , м/с	$Δv_i$ , м/c	$\Delta v_i^2$ , $M^2/c^2$				
Положение I рукоятки									
1 : 5									
Среднее значение									
Положение II рукоятки									
1 : 5									
Среднее значение									
Положение III рукоятки									
1 : 5									
Среднее значение									

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Используя данные табл. 2, вычислить средние значения угла отклонения маятника  $\langle \alpha \rangle$  и скорости  $\langle \nu \rangle$ , абсолютные погрешности отдельных измерений  $\Delta \alpha_i$  и  $\Delta \nu_i$ , средние квадратичные погрешности  $\sigma_{\overline{\alpha}}$  и  $\sigma_{\overline{\nu}}$  для трех различных деформированных состояний пружины по формулам

$$\langle \alpha \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^{5} \alpha_i; \quad \Delta \alpha_i = \left| \langle \alpha \rangle - \alpha_i \right|; \quad \sigma_{\overline{\alpha}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} \Delta \alpha_i^2}{5(5-1)}};$$

$$\langle v \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^{5} v_i; \quad \Delta v_i = \left| \langle v \rangle - v_i \right|; \quad \sigma_{\overline{v}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} \Delta v_i^2}{5(5-1)}}.$$

Результаты расчетов занести в табл. 2.

2. Определить полную абсолютную погрешность угла  $\Delta \alpha$  и скорости  $\Delta v$ :

$$\Delta \alpha = t_{P,n} \sigma_{\overline{\alpha}} \pm (\Delta \alpha)_{np}; \quad \Delta v = t_{P,n} \sigma_{\overline{v}} \pm (\Delta v)_{np}.$$

Абсолютные приборные погрешности  $(\Delta \alpha)_{\rm np}$  и  $(\Delta \nu)_{\rm np}$  взять из табл. 1. Значение коэффициента Стьюдента  $t_{P,n}$  для нашего случая принять равным 1,2.

Определить относительные погрешности измерений угла  $\alpha$  и скорости  $\nu$  по формулам

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\Delta \alpha}{\langle \alpha \rangle}; \quad \varepsilon_{\nu} = \frac{\Delta \nu}{\langle \nu \rangle}.$$

3. Разместить экспериментальные результаты табл. 2 в системе координат  $\tilde{v}^2$  от  $(1-\cos\alpha)$  (см. рис. 2), где  $\tilde{v}=\frac{v}{v_0}=\frac{v}{1\,\mathrm{m/c}}$ .

Данные, полученные для трех начальных деформированных состояний пружины, должны образовать на координатной плоскости 15 экспериментальных точек. От начала координат и через полученное поле экспериментальных данных провести прямую линию так, чтобы число экспериментальных точек слева и справа от проведенной прямой было приблизительно одинаковым.

- 4. Вычислить по графику значение  $tg \beta$ . При вычислении  $tg \beta$  брать наиболее удаленные от начала координат точки прямой.
- 5. Вычислить момент инерции MC (маятник + шарик) в соответствии с формулой (8):

$$J = \frac{m^2 r^2 v_0^2 \lg \beta}{2(M+m)gl}.$$
 (9)

Тогда момент инерции маятника согласно (2) будет равен

$$J_0 = J - mr^2. \tag{10}$$

6. Рассчитать момент инерции МС и маятника по формулам (9) и (10).

Строго говоря, в величину  $J_0$  входит, в соответствии с методикой проведения эксперимента, момент инерции стрелки 3. Но момент инерции самого маятника с шариком на порядок больше момента инерции стрелки. Поэтому моментом инерции стрелки можно пренебречь.

### ТРЕБОВАНИЯ К ОТЧЕТУ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Форма отчета о лабораторной работе должна соответствовать общепринятым на кафедре физики требованиям. Предварительный отчет, который студент готовит до выполнения лабораторной работы, должен включать: наименование и номер лабораторной работы, краткое изложение цели работы, основные теоретические сведения по теме лабораторной работы, письменный ответ на пять контрольных вопросов методички, выбираемых студентом самостоятельно, схему лабораторной установки с обозначениями и расшифровкой позиций, заготовки таблиц для размещения данных. Окончательный отчет должен включать раздел по обработке экспериментальных данных с выполнением необходимых расчетов, заключение или выводы по работе. Выводы по работе должны отражать достижение поставленных целей и формулируются студентом самостоятельно.

Результаты выполнения заданий приводят в виде таблиц и графиков. Графики следует выполнять на миллиметровой бумаге.

## ЭТАПЫ КОНТРОЛЯ И ГРАДАЦИЯ ОЦЕНОК

Контроль успешности выполнения лабораторной работы осуществляется в три этапа:

1) допуск к лабораторной работе, который заключается в проверке преподавателем наличия у студента предварительно подготовленного отчета и демонстрации им знаний теории по теме ла-

бораторной работы и методике ее выполнения; при отсутствии предварительно подготовленного отчета студент к выполнению лабораторной работы не допускается;

- 2) наблюдение за самостоятельным выполнением студентом лабораторной работы с проверкой правильности записи и разумности значений получаемых результатов;
- 3) защима студентом выполненной лабораторной работы, которая состоит в проверке качества отчета, достоверности полученных результатов, а также ответах на контрольные и дополнительные вопросы преподавателя по теме лабораторной работы.

Лабораторная работа считается защищенной, если за нее начислен 1 балл и более. Максимальная оценка составляет 3 балла.

Градация оценок за лабораторную работу:

- 3 лабораторная работа выполнена в срок и защищена в соответствии с графиком; хорошее качество отчета, полные и правильные ответы на вопросы, задаваемые на защите;
- 2 лабораторная работа выполнена в срок, но защищена с нарушением графика, качество отчета удовлетворительное, неполные ответы на вопросы, задаваемые при защите;
- 1 лабораторная работа выполнена со значительным нарушением графика без уважительных причин, качество отчета и его содержание неудовлетворительные, неправильные ответы на задаваемые вопросы;
  - 0 лабораторная работа не выполнена и не защищена.

Защита лабораторной работы проводится в форме устных вопросов и ответов по теме или тестирования. Защита проводится в течение 10 мин, задается не менее трех вопросов. Защита лабораторной работы спустя два месяца с момента ее выполнения не может оцениваться выше одного балла.

Лабораторная работа считается успешно выполненной, если студент ее защитил и получил в сумме не менее двух баллов.

Студенты, допущенные к защите, но не набравшие достаточного минимума баллов, могут быть допущены к повторной защите в сроки, установленные кафедрой.

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 1. Что такое баллистический маятник?
- 2. Как формулируется закон сохранения импульса?
- 3. Как формулируется закон сохранения механической энергии?
- 4. Что называется моментом импульса материальной точки и твердого тела относительно точки и относительно оси вращения?
- 5. Что называется моментом инерции материальной точки и твердого тела?
- 6. Какими формулами определяется кинетическая энергия материальной точки и твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
- 7. Какие физические величины в лабораторной работе определяются в результате прямых измерений, а какие в результате косвенных?
  - 8. Как определить приборную погрешность круговой шкалы?
- 9. Как определить приборную погрешность цифрового измерителя скорости?
- 10. Перечислите единицы измерения и размерности физических величин, используемых в данной работе, запишите уравнения их связи.

## Литература

*Иродов И.Е.* Механика. Основные законы. 12-е изд. М.: БИНОМ. 2014. 309 с.

*Савельев И.В.* Курс общей физики: в 5 кн. Кн. 1: Механика. М.: АСТ. 2008. 336 с.

*Сивухин Д.В.* Общий курс физики: в 5 т. Т. 1: Механика. М.: Физматлит; МФТИ, 2005. 559 с.

## Содержание

Предисловие	3
Основные теоретические сведения	4
Описание лабораторной установки	7
Задание и порядок выполнения работы	
Обработка результатов измерений 1	
Требования к отчету о лабораторной работе 1	
Этапы контроля и градация оценок 1	
Контрольные вопросы 1	
Литература 1	

#### Учебное издание

Гладков Николай Алексеевич Струков Юрий Алексеевич Чуев Анатолий Степанович

#### Баллистический маятник

Редактор С.А. Серебрякова Художник Я.М. Ильина Корректор О.Ю. Соколова Компьютерная верстка С.А. Серебряковой

В оформлении использованы шрифты Студии Артемия Лебедева.

Оригинал-макет подготовлен в Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Подписано в печать 16.12.2015. Формат  $60\times90/16$ . Усл. печ. л. 1,0. Тираж 50 экз. Изд. № 508-2015. Заказ

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана. 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1. press@bmstu.ru www.baumanpress.ru

Отпечатано в типографии МГТУ им. Н.Э. Баумана. 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1. baumanprint@gmail.com