

1 Формальные языки, грамматики и их свойства

1. Дана грамматика. Постройте вывод заданной цепочки.

$$\begin{aligned}(a) \quad S &\Rightarrow T \mid T '+' S \mid T '-' S; \\ T &\Rightarrow F \mid F '*' T; \\ F &\Rightarrow 'a' \mid 'b';\end{aligned}$$

Цепочка: $a - b * a + b$.

Решение:

$$\begin{aligned}S &\Rightarrow T - S \Rightarrow F - S \Rightarrow F - T + S \Rightarrow \\ &a - T + S \Rightarrow a - F * T + S \Rightarrow \\ &\Rightarrow a - F * T + T \Rightarrow a - b * F + F \Rightarrow \\ &\Rightarrow a - b * a + b\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b) \quad S &\Rightarrow 'a' S B C \mid 'ab' C; \\ C B &\Rightarrow B C; \\ 'b' B &\Rightarrow 'bb'; \\ 'b' C &\Rightarrow 'bc'; \\ 'c' C &\Rightarrow 'cc';\end{aligned}$$

Цепочка: aaabbbcccc.

Решение:

$$\begin{aligned}S &\Rightarrow a S B C \Rightarrow aa S B C B C \Rightarrow aaab C B C B C \\ &\Rightarrow aaab B C C B C \Rightarrow aaabb C C B C \Rightarrow \\ &\Rightarrow aaabb C B C C \Rightarrow aaabb B C C C \Rightarrow \\ &\Rightarrow aaabb b C C C \Rightarrow aaabbb c C C \Rightarrow \\ &\Rightarrow aaabbb cc C \Rightarrow aaabbbcccc\end{aligned}$$

2. Построить грамматику, порождающую язык:

$$(a) L = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k > 0\}$$

Ответ:

$$\begin{aligned}G &(\{a, b, c\}, \{S, A, B, C\}, P, S); \\ P: \\ S &\Rightarrow 'a' A; \\ A &\Rightarrow 'a' A \mid B; \\ B &\Rightarrow 'b' B \mid 'b' C; \\ C &\Rightarrow 'c' C \mid 'c';\end{aligned}$$

$$(b) L = \{0^n (10)^m \mid n, m \geq 0\}$$

Ответ:

$$\begin{aligned}G &(\{0, 1\}, \{S, A, B\}, P, S); \\ P: \\ S &\Rightarrow '0' S \mid '1' A \mid \varepsilon; \\ A &\Rightarrow '0' B \mid 0; \\ B &\Rightarrow '1' A;\end{aligned}$$

$$(c) L = \{a_1 a_2 \dots a_n a_n \dots a_2 a_1 \mid a_i \in \{0, 1\}\}$$

Ответ:

$$\begin{aligned}G &(\{0, 1\}, \{S, A, B\}, P, S); \\ P: \\ S &\Rightarrow '0' A \mid '1' B; \\ A &\Rightarrow S '0' \mid \varepsilon; \\ B &\Rightarrow S '1' \mid \varepsilon;\end{aligned}$$

3. К какому типу по Хомскому относится грамматика с приведенными правилами? Аргументируйте ответ.

$$\begin{aligned}(a) \quad S &\Rightarrow '0' A '1' \mid '01'; \\ '0' A &\Rightarrow '00' A '1'; \\ A &\Rightarrow '01';\end{aligned}$$

Решение:

КЗ грамматика:

В левой и правой частях выражений не более 1 нетерминала \Rightarrow грамматика соответствует 1 типу.

КС грамматика:

'0' $A \Rightarrow '00' A '1'$: В левой части присутствуют терминальные символы.

Ответ: Контекстно-зависимая грамматика (1 тип).

$$(b) \quad \begin{aligned} S &\Rightarrow A 'b'; \\ A &\Rightarrow A 'a' \mid 'ba'; \end{aligned}$$

Решение:

КЗ грамматика:

В левой и правой частях выражений не более 1 нетерминала \Rightarrow грамматика соответствует 1 типу.

КС грамматика:

В левых частях выражений отсутствуют терминалы \Rightarrow грамматика соответствует 2 типу.

Регулярная грамматика:

Является *леволинейной* грамматикой, т.к. нетерминалы в правой части всегда следуют перед терминалами.

Ответ: Регулярная грамматика (3 тип).

4. Построить КС-грамматику, эквивалентную грамматике с правилами:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow A B \mid A B S; \\ A B &\Rightarrow B A; \\ B A &\Rightarrow A B; \\ A &\Rightarrow 'a'; \\ B &\Rightarrow 'b'; \end{aligned}$$

Решение:

$$L \ni \{ab; ba; abab; abba; baab; baba; \dots\};$$

$$L = \{a_1 a_2 \dots a_n \mid a_i \in \{ab, ba\}\};$$

Ответ:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow A \mid A S; \\ A &\Rightarrow 'ab' \mid 'ba'; \end{aligned}$$