

1 Формальные языки, грамматики и их свойства

1. Дана грамматика. Постройте вывод заданной цепочки.

$$\begin{aligned}(a) \quad & S \Rightarrow T \mid T '+' S \mid T '-' S; \\ & T \Rightarrow F \mid F '*' T; \\ & F \Rightarrow 'a' \mid 'b';\end{aligned}$$

Цепочка: $a - b * a + b$.

Решение:

$$\begin{aligned}S &\Rightarrow T - S \Rightarrow F - S \Rightarrow F - T + S \Rightarrow \\ &a - T + S \Rightarrow a - F * T + S \Rightarrow \\ &\Rightarrow a - F * T + T \Rightarrow a - b * F + F \Rightarrow \\ &\Rightarrow a - b * a + b\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b) \quad & S \Rightarrow 'a' S B C \mid 'ab' C; \\ & C B \Rightarrow B C; \\ & 'b' B \Rightarrow 'bb'; \\ & 'b' C \Rightarrow 'bc'; \\ & 'c' C \Rightarrow 'cc';\end{aligned}$$

Цепочка: aaabbbccc.

Решение:

$$\begin{aligned}S &\Rightarrow a S B C \Rightarrow aa S B C B C \Rightarrow aaab C B C B C \\ &\Rightarrow aaab B C C B C \Rightarrow aaabb C C B C \Rightarrow \\ &\Rightarrow aaabb C B C C \Rightarrow aaabb B C C C \Rightarrow \\ &\Rightarrow aaabb b C C C \Rightarrow aaabbb c C C \Rightarrow \\ &\Rightarrow aaabbb cc C \Rightarrow aaabbbccc\end{aligned}$$

2. Построить грамматику, порождающую язык:

$$(a) L = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k > 0\}$$

Ответ:

$$\begin{aligned}G &(\{a, b, c\}, \{S, A, B, C\}, P, S); \\ P: \\ & S \Rightarrow 'a' A; \\ & A \Rightarrow 'a' A \mid B; \\ & B \Rightarrow 'b' B \mid 'b' C; \\ & C \Rightarrow 'c' C \mid 'c';\end{aligned}$$

$$(b) L = \{0^n (10)^m \mid n, m \geq 0\}$$

Ответ:

$$\begin{aligned}G &(\{0, 1\}, \{S, A, B\}, P, S); \\ P: \\ & S \Rightarrow '0' S \mid '1' A \mid \varepsilon; \\ & A \Rightarrow '0' B \mid 0; \\ & B \Rightarrow '1' A;\end{aligned}$$

$$(c) L = \{a_1 a_2 \dots a_n a_n \dots a_2 a_1 \mid a_i \in \{0, 1\}\}$$

Ответ:

$$\begin{aligned}G &(\{0, 1\}, \{S, A, B, C\}, P, S); \\ P: \\ & S \Rightarrow '0' A \mid '1' B; \\ & A \Rightarrow C '0'; \\ & B \Rightarrow C '1'; \\ & C \Rightarrow '0' A \mid '1' B \mid \varepsilon;\end{aligned}$$

3. К какому типу по Хомскому относится грамматика с приведенными правилами? Аргументируйте ответ.

$$\begin{aligned}(a) \quad & S \Rightarrow '0' A '1' \mid '01'; \\ & '0' A \Rightarrow '00' A '1'; \\ & A \Rightarrow '01';\end{aligned}$$

Решение:

КЗ грамматика:

В левой и правой частях выражений не более 1 нетерминала \Rightarrow грамматика соответствует 1 типу.

КС грамматика:

'0' $A \Rightarrow$ '00' A '1': В левой части присутствуют терминальные символы.

Ответ: Контекстно-зависимая грамматика (1 тип).

$$(b) \quad \begin{aligned} S &\Rightarrow A \text{ 'b' }; \\ A &\Rightarrow A \text{ 'a' } \mid \text{ 'ba' }; \end{aligned}$$

Решение:

КЗ грамматика:

В левой и правой частях выражений не более 1 нетерминала \Rightarrow грамматика соответствует 1 типу.

КС грамматика:

В левых частях выражений отсутствуют терминалы \Rightarrow грамматика соответствует 2 типу.

Регулярная грамматика:

Является *леволинейной* грамматикой, т.к. нетерминалы в правой части всегда следуют перед терминалами.

Ответ: Регулярная грамматика (3 тип).

4. Построить КС-грамматику, эквивалентную грамматике с правилами:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow A B \mid A B S; \\ A B &\Rightarrow B A; \\ B A &\Rightarrow A B; \\ A &\Rightarrow \text{'a'}; \\ B &\Rightarrow \text{'b'}; \end{aligned}$$

Решение:

$$L \ni \{ab; ba; abab; abba; baab; baba; \dots\};$$

$$L = \{a_1 a_2 \dots a_n \mid a_i \in \{ab, ba\}\};$$

Ответ:

$$\begin{aligned} G &(\{ab, ba\}, \{S, A\}, P, S); \\ P: \\ S &\Rightarrow A \mid A S; \\ A &\Rightarrow \text{'ab'} \mid \text{'ba'}; \end{aligned}$$

5. Построить регулярную грамматику, эквивалентную грамматике с правилами:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow A \text{ '.' } A; \\ A &\Rightarrow B \mid B A; \\ B &\Rightarrow \text{'0'} \mid \text{'1'}; \end{aligned}$$

Решение:

$$L \ni \{0.0; 0.1; 1.0; 1.1; 00.0; 0.00; 10.0; 11.0; \dots\};$$

$$L = \{a_1 a_2 \dots a_n . a_{n+1} a_{n+2} \dots a_{n+m} \mid a_i \in \{0, 1\}; n, m > 0\};$$

Ответ:

$$\begin{aligned} G &(\{0, 1\}, \{S, A, B\}, P, S); \\ P: \\ S &\Rightarrow \text{'0'} A \mid \text{'1'} A; \\ A &\Rightarrow \text{'0'} A \mid \text{'1'} A \mid \text{'.' } B; \\ B &\Rightarrow \text{'0'} B \mid \text{'1'} B \mid \text{'0'} \mid \text{'1'}; \end{aligned}$$

6. Напишите регулярное выражение для:

- (а) Множества идентификаторов, где идентификатор – это последовательность букв или цифр, начинающаяся с буквы или _.

Ответ:

i. $(?<=\{)((([A-Za-z][A-Za-z0-9]*)|(_[A-Za-z0-9]+))((?=}\}|;))+(?=})$

- ii.
- $\{\text{Imposter420}\} \Rightarrow \text{Imposter420}$
 - $\{_420\text{ImPoster}\} \Rightarrow _420\text{ImPoster}$
 - $\{__ \text{imposter}\} \Rightarrow \varepsilon$
 - $\{420\text{ImPoster}\} \Rightarrow \varepsilon$
 - $\{\text{Imp@ster}\} \Rightarrow \varepsilon$
 - $\{\text{Imposter420};_420\text{ImPoster};\text{coolGuy}\} \Rightarrow \text{Imposter420};_420\text{ImPoster};\text{coolGuy}$
 - $\{_420\text{ImPoster};__ \text{imp@sSt3r}\} \Rightarrow \varepsilon$
 - $\{_\} \Rightarrow \varepsilon$
 - $\{\text{Imposter420}\} \Rightarrow \varepsilon$

iii. <https://regexr.com/6guc4>

(b) Множества вещественных констант с плавающей точкой, состоящих из целой части, десятичной точки, дробной части, символа е или Е, целого показателя степени с необязательным знаком и необязательного суффикса типа – одной из букв f, F, l или L. Целая и дробная части состоят из последовательностей цифр. Может отсутствовать либо целая, либо дробная часть (но не обе сразу).

Ответ:

i. $(?<=\{)((((-|\backslash+)?(0|[1-9][0-9]*)|\backslash.[0-9]+|(-|\backslash+)?(0|[1-9][0-9]*)\backslash.[0-9]+)((e|E)(-|\backslash+)?[0-9]+)?(f|F|l|L)?)((?=}\}|;))+(?=})$

- ii.
- $\{5;7;-8\} \Rightarrow 5;7;-8$
 - $\{0\} \Rightarrow 0$
 - $0 \Rightarrow \varepsilon$
 - $\{-25.6;.01;2\} \Rightarrow -25.6;.01;2$
 - $\{6;\text{TheLetter};32\} \Rightarrow \varepsilon$
 - $\{6e+2;4.6E-1;-3.1e0\} \Rightarrow 6e+2;4.6E-1;-3.1e0$
 - $\{6e\} \Rightarrow \varepsilon$
 - $\{4e+\} \Rightarrow \varepsilon$
 - $\{-.5\} \Rightarrow \varepsilon$
 - $\{5L;-32l;24.55f;-21F\} \Rightarrow 5L;-32l;24.55f;-21F$
 - $\{-0.216e+6F\} \Rightarrow -0.216e+6F$
 - $\{4e+5.4\} \Rightarrow \varepsilon$

iii. <https://regexr.com/6gudb>

7. Для регулярных выражений из предыдущего задания постройте конечные автоматы. Изобразите их в виде графа.