

1 Формальные языки, грамматики и их свойства

1. Дана грамматика. Постройте вывод заданной цепочки.

$$\begin{aligned}(a) \quad S &\Rightarrow T \mid T \text{'+' } S \mid T \text{'-'} S; \\ T &\Rightarrow F \mid F \text{'*'} T; \\ F &\Rightarrow \text{'a'} \mid \text{'b'};\end{aligned}$$

Цепочка: $a - b * a + b$.

Решение:

$$\begin{aligned}S &\Rightarrow T - S \Rightarrow F - S \Rightarrow F - T + S \Rightarrow \\ &a - T + S \Rightarrow a - F * T + S \Rightarrow \\ &\Rightarrow a - F * T + T \Rightarrow a - b * F + F \Rightarrow \\ &\Rightarrow a - b * a + b\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b) \quad S &\Rightarrow \text{'a'} S B C \mid \text{'ab'} C; \\ C B &\Rightarrow B C; \\ \text{'b'} B &\Rightarrow \text{'bb'}; \\ \text{'b'} C &\Rightarrow \text{'bc'}; \\ \text{'c'} C &\Rightarrow \text{'cc'};\end{aligned}$$

Цепочка: aaabbbcccc.

Решение:

$$\begin{aligned}S &\Rightarrow a S B C \Rightarrow aa S B C B C \Rightarrow aaab C B C B C \\ &\Rightarrow aaab B C C B C \Rightarrow aaabb C C B C \Rightarrow \\ &\Rightarrow aaabb C B C C \Rightarrow aaabb B C C C \Rightarrow \\ &\Rightarrow aaabb b C C C \Rightarrow aaabbb c C C \Rightarrow \\ &\Rightarrow aaabbb cc C \Rightarrow aaabbbcccc\end{aligned}$$

2. Построить грамматику, порождающую язык:

$$(a) L = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k > 0\}$$

Ответ:

$$\begin{aligned}G &(\{a, b, c\}, \{S, A, B, C\}, P, S); \\ P: \\ S &\Rightarrow \text{'a'} A; \\ A &\Rightarrow \text{'a'} A \mid B; \\ B &\Rightarrow \text{'b'} B \mid \text{'b'} C; \\ C &\Rightarrow \text{'c'} C \mid \text{'c'};\end{aligned}$$

$$(b) L = \{0^n (10)^m \mid n, m \geq 0\}$$

Ответ:

$$\begin{aligned}G &(\{0, 1\}, \{S, A, B\}, P, S); \\ P: \\ S &\Rightarrow \text{'0'} S \mid \text{'1'} A \mid \varepsilon; \\ A &\Rightarrow \text{'0'} B \mid 0; \\ B &\Rightarrow \text{'1'} A;\end{aligned}$$

$$(c) L = \{a_1 a_2 \dots a_n a_n \dots a_2 a_1 \mid a_i \in \{0, 1\}\}$$

Ответ:

$$\begin{aligned}G &(\{0, 1\}, \{S, A, B\}, P, S); \\ P: \\ S &\Rightarrow \text{'0'} A \mid \text{'1'} B; \\ A &\Rightarrow S \text{'0'} \mid \varepsilon; \\ B &\Rightarrow S \text{'1'} \mid \varepsilon;\end{aligned}$$

3. К какому типу по Хомскому относится грамматика с приведенными правилами? Аргументируйте ответ.

$$\begin{aligned}(a) \quad S &\Rightarrow \text{'0'} A \text{'1'} \mid \text{'01'}; \\ \text{'0'} A &\Rightarrow \text{'00'} A \text{'1'}; \\ A &\Rightarrow \text{'01'};\end{aligned}$$

Решение:

КЗ грамматика:

В левой и правой частях выражений не более 1 нетерминала \Rightarrow грамматика соответствует 1 типу.

КС грамматика:

'0' $A \Rightarrow$ '00' A '1': В левой части присутствуют терминальные символы.

Ответ: Контекстно-зависимая грамматика (1 тип).

$$(b) \quad \begin{aligned} S &\Rightarrow A \text{ 'b' }; \\ A &\Rightarrow A \text{ 'a' } \mid \text{ 'ba' }; \end{aligned}$$

Решение:

КЗ грамматика:

В левой и правой частях выражений не более 1 нетерминала \Rightarrow грамматика соответствует 1 типу.

КС грамматика:

В левых частях выражений отсутствуют терминалы \Rightarrow грамматика соответствует 2 типу.

Регулярная грамматика:

Является *леволинейной* грамматикой, т.к. нетерминалы в правой части всегда следуют перед терминалами.

Ответ: Регулярная грамматика (3 тип).

4. Построить КС-грамматику, эквивалентную грамматике с правилами:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow A B \mid A B S; \\ A B &\Rightarrow B A; \\ B A &\Rightarrow A B; \\ A &\Rightarrow \text{'a'}; \\ B &\Rightarrow \text{'b'}; \end{aligned}$$

Решение:

$$L \ni \{ab; ba; abab; abba; baab; baba; \dots\};$$

$$L = \{a_1 a_2 \dots a_n \mid a_i \in \{ab, ba\}\};$$

Ответ:

$$\begin{aligned} G &(\{ab, ba\}, \{S, A\}, P, S); \\ P: \\ S &\Rightarrow A \mid A S; \\ A &\Rightarrow \text{'ab'} \mid \text{'ba'}; \end{aligned}$$

5. Построить регулярную грамматику, эквивалентную грамматике с правилами:

$$\begin{aligned} S &\Rightarrow A \text{ '.' } A; \\ A &\Rightarrow B \mid B A; \\ B &\Rightarrow \text{'0'} \mid \text{'1'}; \end{aligned}$$

Решение:

$$L \ni \{0.0; 0.1; 1.0; 1.1; 00.0; 0.00; 10.0; 11.0; \dots\};$$

$$L = \{a_1 a_2 \dots a_n . a_n + 1 a_n + 2 \dots a_n + m \mid a_i \in \{0, 1\}; n, m > 0\};$$

Ответ:

$$\begin{aligned} G &(\{0, 1\}, \{S, A, B\}, P, S); \\ P: \\ S &\Rightarrow \text{'0'} A \mid \text{'1'} A; \\ A &\Rightarrow \text{'0'} A \mid \text{'1'} A \mid \text{'.' } B; \\ B &\Rightarrow \text{'0'} C \mid \text{'1'} C \mid \text{'0'} \mid \text{'1'}; \end{aligned}$$