FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CENTRO DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES

TEORÍA DE LA INFORMACIÓN

Fuentes de Información (2)

INGENIERÍA DE SISTEMAS – 2022

Emisión de símbolos de la Fuente
por muestreo computacional

¿Cómo simular la emisión aleatoria de un símbolo de la fuente?

Fuente de información → $s_1\ s_1\ s_2\ s_1\ s_3\ s_2 \ldots$

si no tiene en cuenta lo emitido antes
→ **Fuente sin memoria**

Generar cada símbolo según su probabilidad de ocurrencia:

```
Emitir_Simbolo ()
{  r=rand ()
   for (i= 0 to #simbolos)
       if (r < V_acum [i])
           return i
}
```

Ejemplo

$$V = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.5 \\ 0.2 \end{bmatrix} \qquad V_{acum} = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.8 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Emisión de símbolos de la Fuente
por muestreo computacional

¿Cómo simular la emisión aleatoria de un símbolo de la fuente?

Fuente de información → $s_1\ s_1\ s_2\ s_1\ s_3\ s_2 \ldots$

si considera el símbolo emitido antes
→ **Fuente con memoria (markoviana)**

Primer_Simbolo ()
```
{  r=rand ()
    for (i= 0 to #simbolos)
        if (r < V0acum [i])
            return i
}
```

condición inicial :

$$V_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V_{0acum} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Sig_dado_Ant (s_ant)
```
{  r=rand ()
    for(i=0 to #simbolos)
      if ( r < Macum[i, s_ant] )
          return i
}
```

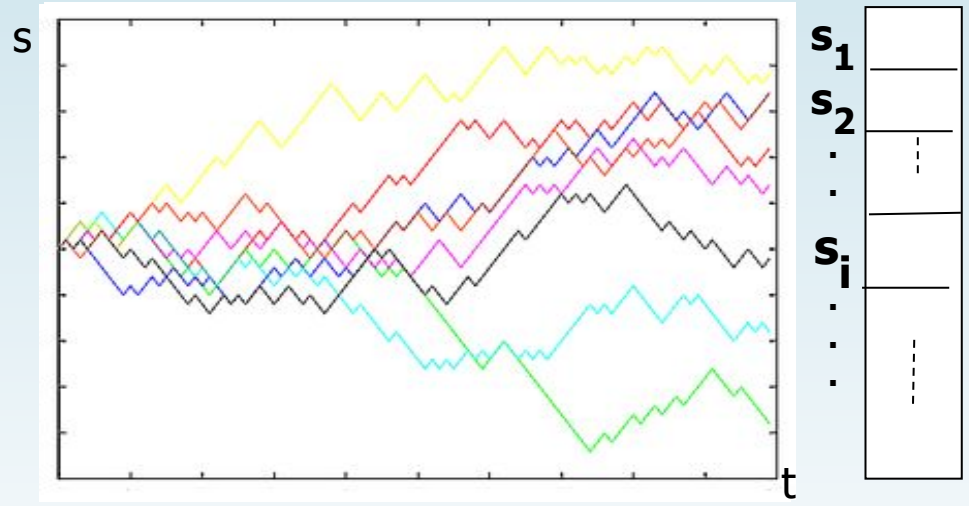
$$M = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$M_{acum} = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{1/2} & \mathbf{1/4} & \mathbf{1/4} \\ \mathbf{3/4} & \mathbf{3/4} & \mathbf{1/2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \end{array}$$

Vectores de Estado
por muestreo computacional

En **fuentes markovianas** ¿cómo obtener $\mathbf{V_t}$ por simulación computacional?

- Generar secuencias (mensajes) de **t** símbolos emitidos por la fuente según sus probabilidades
- Contar la cantidad de veces que cada símbolo $\mathbf{s_i}$ se emite en **t** *(en un vector de tamaño #simbolos)*
- ¿Cuántos mensajes deben generarse? → los suficientes para asegurar la convergencia



En cada elemento del vector:

$$P(S_t = s_i) \approx \frac{\#s_i \text{ en } t}{\#\text{mensajes}}$$

Vectores de Estado
por muestreo computacional

Ejemplo

$$M = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 2/3 & 1/4 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \end{array}$$

Generación del 1° símbolo
(según condición de inicio)

$$V_{0\ acum} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

Generación del próximo símbolo
(a partir del símbolo anterior)

$$M_{acum} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{2/3} & \mathbf{1/4} \\ \mathbf{1/2} & \mathbf{1} & \mathbf{1/2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

¿Cómo obtener V3 por simulación computacional?

#mensajes	$s(t_0)$	$s(t_1)$	$s(t_2)$	$s(\mathbf{t_3})$	$\#s_i$ en t_3	$P(S_t = s_i)$	
	(salida de generación aleatoria)						
0					[0 , 0 , 0]	[0 , 0 , 0]	
1	1	0	1	**1**	[0 , **1** , 0]	[0 , 1/1 , 0]	
2	1	1	0	**1**	[0 , **2** , 0]	[0 , 2/2 , 0]	→ convergencia temprana!? (controlar)
3	1	0	2	**2**	[0 , 2 , **1**]	[0 , 2/3 , 1/3]	
4	1	1	0	**2**	[0 , 2 , **2**]	[0 , 2/4 , 2/4]	
5	1	0	2	**0**	[**1** , 2 , 2]	[1/5 , 2/5 , 2/5]	
....	...	...	...	...	....	....	→ continuar iterando hasta convergencia de todas las probabilidades (vector de estado)

Vectores de Estado
por muestreo computacional

```
Calcular_Vector_Estado (int t )
{
  emisiones= [0, 0, 0] // cantidad de emisiones de cada s_i
  Vt= [0, 0, 0]   // Vector de estado actual
  Vt_ant= [-1, 0, 0] // Vector de estado anterior
  mensajes= 0  //cantidad de mensajes emitidos
  while  not converge (Vt, Vt_ant) or (mensajes< T_MIN)
 {   s= Primer_Simb ();
     for (i= 0 to t )
        s= Sig_dado_Ant (s)
     emisiones[s]++
     mensajes++
     Vt_ant ← Vt
     Vt ← emisiones/mensajes
  }
  return Vt
}
```

```
converge (A[ ], B[ ] )
{ for (i=0 to #simbolos)
   { if (abs(A[i] - B[i]) > ξ )
          return FALSE }
   return TRUE }
```

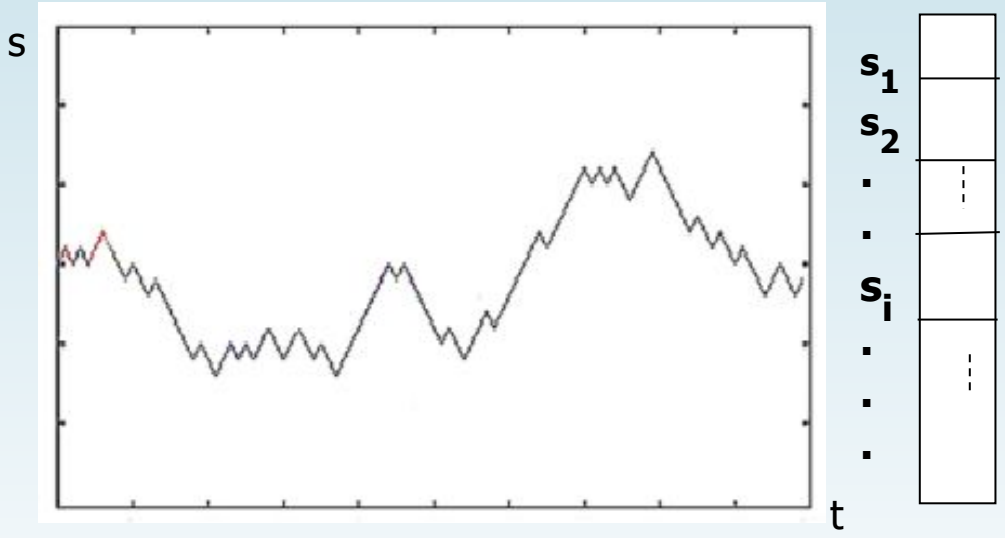
```
Primer_Simbolo ()
 {  r=rand ()
    for (i= 0 to #simbolos)
        if (r < V0_acum [i])
           return i
 }
```

```
Sig_dado_Ant (s_ant)
 {  r=rand ()
    for(i=0 to #simbolos)
      if ( r < Macum[i, s_ant] )
         return i
 }
```

Vector Estacionario
por muestreo computacional

En **fuentes markovianas** ¿cómo obtener **V*** por simulación computacional?

- Generar una secuencia (mensaje) de símbolos emitidos por la fuente según sus probabilidades
- Contar el número de veces que se emite cada símbolo $\mathbf{s_i}$ en el mensaje
- ¿Cuántos símbolos del mensaje deben generarse? → suficientes para asegurar la convergencia



En cada elemento del vector:

$$P(S^* = s_i) \approx \frac{\#s_i}{\text{long. mensaje}}$$

Vector Estacionario
por muestreo computacional

Ejemplo

$$M = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 2/3 & 1/4 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \end{array}$$

Generación del 1° símbolo (según condición de inicio)

$$V_{0acum} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

Generación del próximo símbolo (según símbolo anterior)

$$M_{acum} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{2/3} & \mathbf{1/4} \\ \mathbf{1/2} & \mathbf{1} & \mathbf{1/2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

¿Cómo obtener V* por simulación computacional?

cant.simbolos	símbolos generados aleatoriamente	emisiones **$\#s_i$**	V* **$P(S^*) = s_i$**
0		[0 , 0 , 0]	[0 , 0 , 0]
1	**1**	[0 , 1 , 0]	[0 , 1/1 , 0]
2	**0**	[1 , 1 , 0]	[1/2, 1/2 , 0]
3	**1**	[1 , 2 , 0]	[1/3, 2/3 , 0]
4	**0**	[2 , 2 , 0]	[2/4, 2/4 , 0]
5	**2**	[2 , 2 , 1]	[2/5, 2/5, 1/5]
....	...	....	....

→ continuar iterando hasta convergencia de todas las probabilidades (vector estacionario)

Vectores Estacionario
por muestreo computacional

```
Calcular_Vector_Estacionario ()
{
  emisiones= [0,..., 0] // cantidad de emisiones de cada s_i
  V*= [0,..., 0]   // Vector estacionario actual
  V*_ant= [-1,..., 0] // Vector estacionario anterior
  cant_simb= 0  //cantidad de símbolos generados

  s=Primer_Simb ();
  while  not converge (V*, V*_ant) or (cant_simb < S_MIN)
  {
      s= Sig_dado_Ant (s)
         ...
         ...
      V*_ant ← V*
      V* ← ...
  }
  return V*
}
```

```
Primer_Simbolo ()
 {  r=rand ()
     for (i= 0 to #simbolos)
          if (r < V0_acum [i])
             return i
 }
```

```
Sig_dado_Ant (s_ant)
 {  r=rand ()
     for(i=0 to #simbolos)
       if ( r < Macum[i, s_ant] )
          return i
 }
```

```
converge (A[ ], B[ ] )
{ for (i=0 to #simbolos)
   { if (abs(A[i] - B[i]) > ξ )
          return FALSE }
   return TRUE }
```

Practicar ejercicios

Interpretar resultados

Plantear pseudocódigos

Consultar dudas!

Implementar algoritmos

Evaluar convergencia