Universidad Autónoma de Entre Ríos

Licenciatura en Sistemas de Información
Facultad de Ciencia y Tecnología - UADER
Año 2017
CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

GUIA DE ESTUDIO

Unidad III: LÍMITE – CONTINUIDAD DE FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL

Continuidad de una función; definición informal y definición formal.
Continuidad en un intervalo abierto (a; b) y en un intervalo cerrado [a; b]. Saltos. Punto de infinito.
Clasificación de las discontinuidades.
Propiedades de las funciones continuas. Teoremas.
Teorema del encaje.

Lee atentamente Sección 2,3 Continuidad correspondiente al Capítulo 2. Límite de una función. (pág. 81 a 88) del libro "CALCULO. Trascedentes tempranas". Zill, D.G., Wright, W.S. 4ta edición. 2011. Ed. Mc Graw Hill, que tienes en tu cuadernillo.
Posteriormente responde.

Ejercicio 1: Dibujar dos puntos en el plano, P1 (pertenece al 3er cuadrante) y P2 (pertenece al primer cuadrante) y dibujar una **curva suave** que una los dos puntos.
Ejercicio 2: Ver las gráficas de la figura 2.3.1 (pág. 81). Analizarlas y dibuja otras que cumplan las siguientes condiciones:
a) f(a) existe y $\lim_{x \to a} f(x) = L \; y \; L = f(a)$
b) f(a) existe y $\lim_{x \to a} f(x) = L \; y \; L \neq f(a)$
c) f(a) no existe y $\lim_{x \to a} f(x) = L$
d) f(a) existe y $\lim_{x \to a} f(x) = \nexists$
e) f(a) no existe y $\lim_{x \to a} f(x) = \nexists$
Marca bien en los gráficos: x = a, f(a) y L (en el caso de que existan).
Ejercicio 3: Completa la siguiente definición:

$$y = f(x) \text{ es continua en } x = a \Leftrightarrow \begin{cases} a) \ldots\ldots\ldots\ldots. \\ b) \ldots\ldots\ldots\ldots. \\ c) \ldots\ldots\ldots\ldots. \end{cases}$$

Ejercicio 4: Completa: f(x) es discontinua en x = a si ………………………………………………......
Ejercicio 5: a) Grafica la función: $f(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$ b) Dar Dominio de la función y Rango; c) Siguiendo los pasos de la definición de continuidad de una función en un punto, analiza su continuidad en x = 1.
Ejercicio 6: a) Grafica la función: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{x-1} & en\; x \neq 1 \\ 2 \;\; en\; x = 1 \end{cases}$; b) Dar Dominio de la función y Rango; c) Siguiendo los pasos de la definición de continuidad de una función en un punto, analiza su continuidad en x = 1.
Ejercicio 7: a) Grafica la función: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{x-1} & en\; x \neq 1 \\ 3 \;\; en\; x = 1 \end{cases}$ b) Dar Dominio de la función y Rango; c) Siguiendo los pasos de la definición de continuidad de una función en un punto, analiza su continuidad en x = 1.

Apellido y Nombre:……………………………………………………………………DNI N°:…………………………………………

Licenciatura en Sistemas de Información
Facultad de Ciencia y Tecnología - UADER
Año 2017

CALCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Ejercicio 8: a) Grafica la función: $f(x) = \begin{cases} x^2 & para\ x < 2 \\ 5 & para\ x = 2 \\ -x+6 & para\ x > 2 \end{cases}$; b) Dar Dominio de la función y Rango; c) Siguiendo los pasos de la definición de continuidad de una función en un punto, analiza su continuidad en x = 2.

Ejercicio 9: a) Define continuidad en un intervalo abierto; b) Define continuidad en un intervalo cerrado.

Ejercicio 10: a) Define continuidad en un intervalo [a , b); b) Define continuidad en un intervalo (- ∞ , b].

Ejercicio 11: a) Define continuidad en una suma de funciones f(x) + g(x) si f(x) y g(x) son continuas en x = a;
b) Define continuidad en un producto de funciones f(x) * g(x) si f(x) y g(x) son continuas en x = a;
c) Define continuidad en un cociente de funciones f(x) / g(x) si f(x) y g(x) son continuas en x = a;
d) Define continuidad de una función inversa f^{-1} en x = a.
e) Define continuidad de una función compuesta f[g(x)] en x = a.

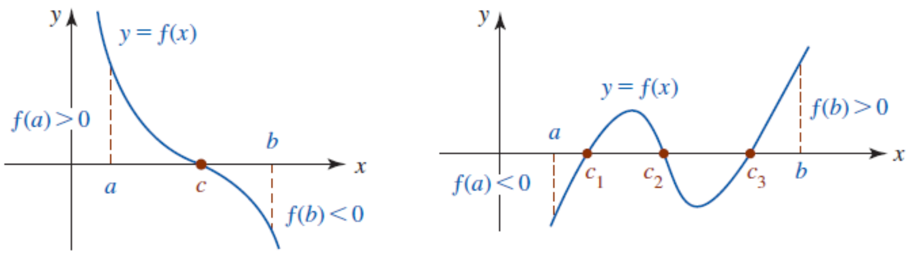
Ejercicio 12: a) Define discontinuidad de una función; b) Clasifica los distintos tipos de discontinuidad y realiza un gráfico demostrativo para cada caso.

Ejercicio 13: a) Enuncia el Teorema del valor intermedio. Dar hipótesis, tesis e interpretación geométrica de dicho teorema; b) En corolario de este teorema, enuncia el Teorema de Bolzano, que permite encontrar los ceros de una función.

El ejemplo anterior sugiere un corolario al teorema del valor intermedio.

- Si f satisface las hipótesis del teorema 2.3.5 y $f(a)$ y $f(b)$ tienen signos algebraicos opuestos, entonces existe un número x entre a y b para el que $f(x) = 0$.

Este hecho se usa a menudo para localizar ceros reales de una función continua f. Si los valores $f(a)$ y $f(b)$ tienen signos opuestos, entonces al identificar $N = 0$ podemos afirmar que hay por lo menos un número c en (a, b) para el cual $f(c) = 0$. En otras palabras, si $f(a) > 0$, $f(b) < 0$ o $f(a) < 0$, $f(b) > 0$, entonces $f(x)$ tiene por lo menos un cero c en el intervalo (a, b). La validez de esta conclusión se ilustra en la FIGURA 2.3.8.



a) Un cero c en (a, b) — *b)* Tres ceros en c_1, c_2, c_3 en (a, b)

FIGURA 2.3.8 Localización de ceros de funciones usando el teorema del valor intermedio

Realizar Ejercicios 2.3 (Pág. 86)

- Fundamentos: ejercicios 1, 2, 4, 6, 10, 14, 19, 20, 22, 23, 25, 27, 28,

Apellido y Nombre:……………………………………………………………………………DNI N°:…………………………………………