UADER-FCYT LOGICA Y ALGEBRA

EXAMEN FINAL

1) Dados el vector **u**=(-3,2,2) y el punto A(1,2,3); a) Hallar la ecuación de la recta que pasando por el punto A es paralela al vector **u** b) Determinar si el punto (4,2,2) pertenece a la recta hallada. c) Representar la recta en $\Re^3$

2) a)Si existe, hallar por método de los cofactores, la inversa de la matriz $B=\begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ b) A partir de lo hallado en **a** determinar, justificando, cuál es la inversa de: i) (2B) ; ii) B'; iii) B^2

3) a) Demostrar que $H=\left\{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \Re^2 / \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}\right\}$ es un subespacio de $\Re^2$ b) Hallar una base de H y su dimensión. c) Identificar geométricamente H y representar.

4) Dado el siguiente sistema de ecuaciones. a) Resolver b) Clasificar c) indicar, Justificando, cuantas soluciones tiene el sistema A**x**= **0** siendo A la matriz de los coeficientes del sistema dado.

$$\begin{cases} x-3y+2z=1 \\ 2x+y-z=2 \\ 3x-2y+z=3 \end{cases}$$

Para alumnos libres: Dados los siguientes vectores $u=(-2,1,0,5)$ $v=(1,1,2,0)$ y $w=(5,2,-2,0)$

a) Indicar justificando si los vectores u y v son ortogonales.

b) Obtener el vector x tal que: $2u+x+3w=v$

Ejercicio 1 Datos Vector $\vec{v} = (-3, 2, 2)$

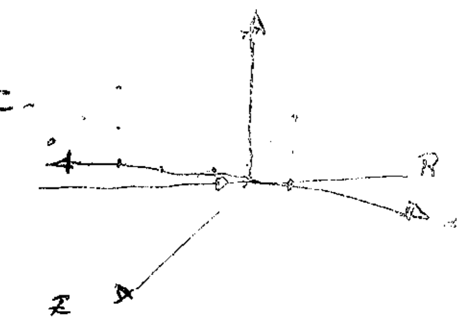
Pto $A = (1, 2, 3)$

Solucion a.

Ecuacion $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ o $\dfrac{x-1}{-3} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{2}$

b. Reemplazo pto en ecuacion $\dfrac{4-1}{-3} = \dfrac{2-2}{2} = \dfrac{2-3}{2} \Rightarrow -1 = 0 = -1/2$ No pertenece.

c.



Ejercicio 2. a) $|B| = -34 \therefore$ existe B^{-1}

$Cof\ B = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -8 \\ 7 & -4 & -19 \\ -9 & -4 & 16 \end{pmatrix}$; $B^{-1} = \dfrac{1}{|B|} \cdot \underbrace{\left((Cof\ B)^t\right)}_{Adj\ A} = \begin{pmatrix} 2/17 & -\frac{4}{17} & \frac{9}{34} \\ -1/17 & 2/17 & 2/17 \\ 4/17 & 9/17 & -8/17 \end{pmatrix}$

b) i) $(2B)^{-1} = 2^{-1} \cdot B^{-1} = \dfrac{B^{-1}}{2}$

ii) $(B^t)^{-1} = (B^{-1})^t$

iii) $(B^2)^{-1} = (B\,B)^{-1} = B^{-1} \cdot B^{-1}$ (resolver)

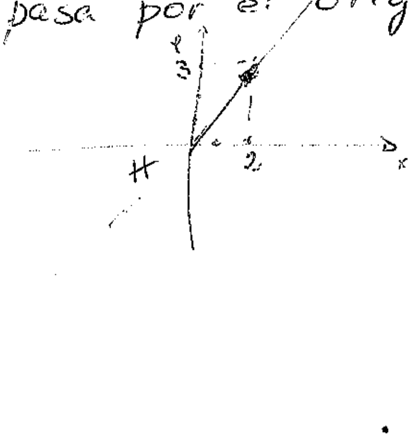
Ejercicio 3 a) $\bar{x} \in H \to \bar{x} = \begin{pmatrix} 2t_1 \\ 3t_1 \end{pmatrix}$ $\quad \bar{x} + \bar{y} = \begin{pmatrix} 2t_1 + 2t_2 \\ 3t_1 + 3t_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(t_1+t_2) \\ 3(t_1+t_2) \end{pmatrix} = (t_1+t_2)\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \in H$

$\bar{y} \in H \to \bar{y} = \begin{pmatrix} 2t_2 \\ 3t_2 \end{pmatrix}$

$\bar{x} \in H = \bar{x} = \begin{pmatrix} 2t_1 \\ 3t_1 \end{pmatrix}$ $\quad \alpha \bar{x} = \begin{pmatrix} \alpha 2t_1 \\ \alpha 3t_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\alpha t_1 \\ 3\alpha t_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(\alpha t_1) \\ 3(\alpha t_1) \end{pmatrix} = \alpha t_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \in H$

b) Base $= \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$ dimensión 1

c) H es una recta que pasa por el origen



Ejercicio 4

a) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & 1 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow[-3R_1+R_3]{-2R_1+R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 7 & -5 & 0 \\ 0 & 7 & -5 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[-R_2+R_3]{\frac{1}{7}R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -5/7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

b) Sistema lineal, no homogéneo, compatible indeterminado

c) Como $Ax=b$ tiene inf. soluciones, el sistema homogéneo asociado $Ax=0$ tiene inf. sol.

Ejercicio 5 a) $\bar{u}\cdot\bar{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = -2+2+0+0=0 \Rightarrow \bar{u} \perp \bar{v}$

Son ortogonales porque $u\cdot v=0$

$2\bar{u}+\bar{x}+3\bar{w}=\bar{v} \rightarrow$

b) $x = \bar{v} - 2\bar{u} - 3\bar{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 \\ 3/2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3/2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$