Repaso de álgebra

Enteros

$\{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$

Enteros positivos (números naturales)

$\{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$

Enteros no negativos (números enteros)

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$

Números racionales

Un número racional es un número en la forma p/q, donde p y $q \neq 0$ son enteros.

Números irracionales

Un número irracional es un número que no puede escribirse en la forma p/q, donde p y $q \neq 0$ son enteros.

Números reales

El conjunto R de números reales es la unión de los conjuntos de números racionales e irracionales.

Leyes de exponentes

$a^m a^n = a^{m+n}, \quad \dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$(a^m)^n = a^{mn}, \quad (ab)^n = a^n b^n$

$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}, \quad a^0 = 1, a \neq 0$

Exponente negativo

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}, \; n > 0$

Radical

$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}, \; n > 0$ un entero

Exponentes racionales y radicales

$a^{m/n} = \left(a^m\right)^{1/n} = \left(a^{1/n}\right)^m$

$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$

$\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Fórmula cuadrática

Las raíces de una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, son

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Expansiones binomiales

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

Triángulo de Pascal

Los coeficientes en la expansión de $(a + b)^n$ siguen el patrón:

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 2 & & 1 & & \\
 & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\
1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\
 & & & & \vdots & & & &
\end{array}$$

Cada número en el interior de este arreglo es la suma de los dos números directamente arriba del mismo:

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & \\
 & \searrow & \swarrow\searrow & & \swarrow\searrow & & \swarrow\searrow & & \swarrow\searrow & \swarrow & \\
1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1
\end{array}$$

El último renglón son los coeficientes en la expansión de $(a + b)^5$.

Fórmulas de factorización

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$a^4 - b^4 = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$

Definición del valor absoluto

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \text{ es no negativo } (a \geq 0) \\ -a & \text{si } a \text{ es negativo } (a < 0) \end{cases}$$

Propiedades de desigualdades

Si $a > b$ y $b > c$, entonces $a > c$.
Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$.
Si $a < b$, entonces $ac < bc$ para $c > 0$.
Si $a < b$, entonces $ac > bc$ para $c < 0$.