

Integral Definida

Suma de Riemann

Def: Sea $y = f(x)$ def. en $[a; b]$ y puede ser negativa y P una partición de $[a; b]$

$$\text{Si } \Delta x_i = x_i - x_{i-1}$$

Los Δx_i pueden ser distintos entre si

$$\text{Si } \Delta x_i = x_i - x_{i-1} \rightarrow x_{i-1} < \xi_i < x_i$$

$$\sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i = b$$

Lim. de una suma Riemann

$$A = \lim_{\|P\| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i = \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \mid \forall \|P\| < \delta \Rightarrow \left| \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i - A \right| < \varepsilon$$

$\|P\|$ = Norma de partición

Definición de Integral def. Sea f una func. def. en $[a; b]$. Entonces la int. def

de f entre a y b se denota por:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\|P\| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$$

- Siempre que exista el lim
- siendo P una partición de $[a; b]$ y $\|P\|$ norma de partición
- Si \exists la int. def. de f entre a y b , entonces se dice que $f(x)$ es integrable en $[a; b]$
- Los nos a y b se llaman extremos ^{o lim.} de integración siendo a lim. inf. y b lim. sup.

Otros def: $\int_a^a f(x) dx = 0$

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx; a < b$$

Integrales Indefinidas

Dada una func. $f(x)$, se llaman PRIMITIVAS de $f(x)$ a toda func. $F(x)$ que verif.

$$F'(x) = f(x) \quad \forall x \in Df$$

Teorema: 2 primitivos de una func. se diferencian en una constante. Entonces si $F(x)$ es la primitiva de $f(x)$ en un intervalo $[a; b]$, entonces $G(x) = F(x) + C$ también lo es para todo x en $[a; b]$, con C constante.