

**Facultad de Ciencia y Tecnología – UADER – Sede Oro Verde - Licenciatura en Sistemas
Informáticos. Matemática Discreta – Ejercicios de repaso**

Ejercicio 1.

- a) Determinar el valor de x que satisface la ecuación: $\binom{x}{15} = 16 \binom{x}{16}$.
- b) Hallar la cantidad de números de cuatro cifras que se pueden formar con las cifras 1, 2, 3, 4, 5 y 6 sin que se repita ninguna.
- c) Hallar la cantidad de números de cuatro cifras que se pueden formar con las cifras 1, 2, 3, 4, 5 y 6 sin que se repita ninguna y que el número que se forma sea par.
- d) Utilizar el teorema del Binomio para probar que: $\sum_{i=0}^{100} \binom{100}{i} (-1)^i 3^{100-i} = 2^{100}$

Ejercicio 2.

- a) Hallar la cantidad de términos que tiene el desarrollo $(x + y)^{15}$.
- b) Hallar la cantidad de términos que tiene el desarrollo $(x - 2y + \frac{3}{z})^{15}$.
- c) Hallar el coeficiente de $x^3 y^2 z^{-10}$ en el desarrollo de $(x - 2y + \frac{3}{z})^{15}$.

Ejercicio 3.

a) Calcular n para que $P_{n,2} + P_{n-2,2} + P_{n-4,2} = 98$.

b) Determinar la cantidad de soluciones enteras no negativas de la ecuación: $x_1 + x_2 + x_3 = 25$

b) Dada la suma: $\sum_{x_1+x_2+x_3=25} \binom{25}{x_1, x_2, x_3} 6^{x_1} \cdot (-1)^{x_2} \cdot 4^{x_3}$, cuando la suma se realiza sobre todas las

soluciones enteras no negativas de la ecuación: $x_1 + x_2 + x_3 = 25$. Se pide:

b.1) Calcular el valor de la suma.

b.2) Calcular la cantidad de términos que tiene el desarrollo completo de esa sumatoria.

Ejercicio 4.

Sea $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, determinar el número de cadenas que pertenecen a Σ^* , de longitud menor o igual que seis:

a) sin restricciones

b) que tengan como prefijo propio a la cadena **bb**

c) que contengan exactamente dos letras **b**

d) que contengan exactamente dos **c** consecutivas.

Ejercicio 5.

a) Para $E = S = \{0, 1\}$, una cadena $x \in E^*$ tiene paridad par si contiene un número par de unos. Construya un diagrama de estados para una máquina de estados finitos que reconozca todas las cadenas no vacías de paridad par.

b) Sea $\Sigma = \{0, 1\}$ un alfabeto sobre el que se definen los lenguajes: $A = \{00, 10, 11, 010\}$ y $B = \{\lambda, 1, 10\}$. Calcular las siguientes concatenaciones de lenguajes: A^2 ; AB y B^+ .

Ejercicio 6.

Un alumno debe elegir 7 preguntas de 10 de un examen para responder, ¿de cuántas maneras puede hacer la elección?, ¿de cuántas si las tres primeras son obligatorias?

Ejercicio 7.

Con 10 varones y 6 mujeres se van a armar grupos de 3 personas, ¿cuántos grupos de 3 se pueden formar si solamente puede haber 1 o 2 mujeres?

Respuestas.

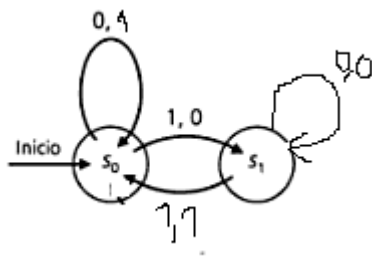
Ejercicio 1.

- a) $\binom{x}{15} = 16 \binom{x}{16}$ entonces $\frac{x!}{15!(x-15)!} = 16 \frac{x!}{16!(x-16)!}$, simplificando queda: $1 = x - 16$, entonces $x = 17$ (valor razonable de acuerdo a los números combinatorios).
- b) $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$
- c) $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3 = 180$ (o pensar que la mitad de los anteriores son pares y la otra mitad son impares)
- d) En el Teorema Binomial considerar $a = -1$ y $b = 3$.

Ejercicio 2.

- a) La cantidad de términos es 16.
- b) La cantidad de términos es lo mismo que la cantidad de soluciones enteras no negativas de la ecuación: $x_1 + x_2 + x_3 = 15$, es decir: $\binom{3+15-1}{15} = \binom{17}{15} = 136$ términos.
- c) Coeficiente: $\binom{15}{3,2,10} 1^3 \cdot (-2)^2 \cdot 3^{10} = 30030 \cdot 4 \cdot 59049 = 7092965880$

Ejercicio 5.



Ejercicio 6.

$$\binom{10}{7} = 120 \qquad \binom{7}{4} = 35$$

Ejercicio 7.

$$\binom{6}{1} \binom{10}{2} + \binom{6}{2} \binom{10}{1} = 270 + 150 = 420$$