UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ENTRE RÍOS
Facultad de Ciencia y Tecnología

Licenciatura en Sistemas de Información

FUNCIONES RACIONALES FRACCIONARIAS

JTP: Prof. Gustavo Demaria

2019

FUNCTIONES RACIONALES FRACCIONARIAS

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)} = \frac{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1}x^{m-1} + \cdots + b_1 x + b_0},\ a_n \neq 0,\ b_m \neq 0,$$

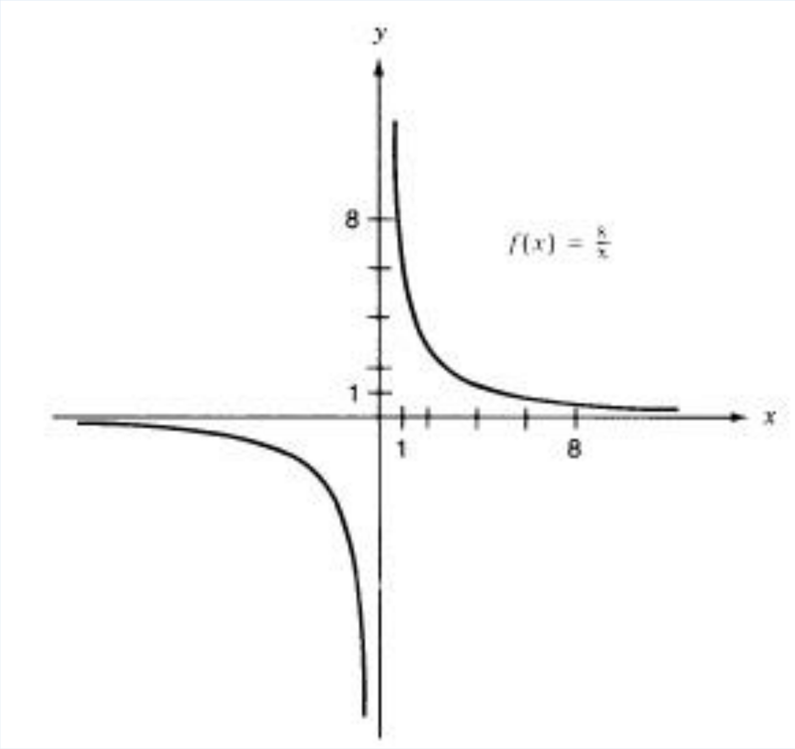
Donde p(x) y q(x) son funciones polinomiales

EJEMPLO

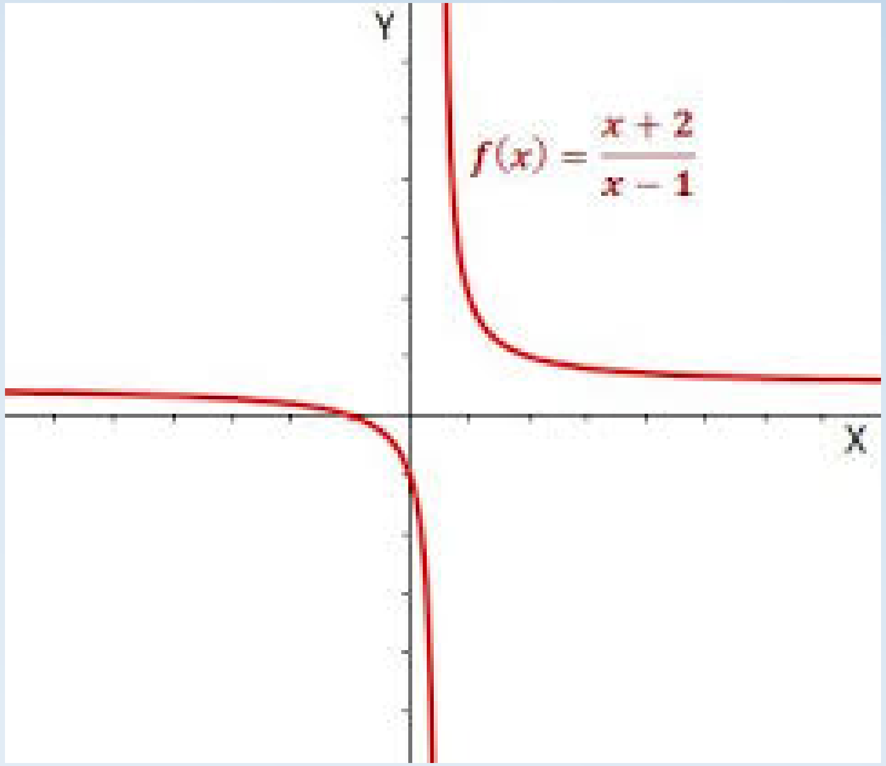
$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 3}$$

INTERSECCIONES CON LOS EJES DE COORDENADAS

Intersección con el eje y: La intersección y de la gráfica de es el punto (0, f(0)) en el caso que x= 0 esté en el dominio de f.



Sin intersección con y



Con intersección con y

INTERSECCIONES CON LOS EJES DE COORDENADAS

Intersección con el eje x: La intersección y de la gráfica con el eje x se obtiene cuando *y=0*

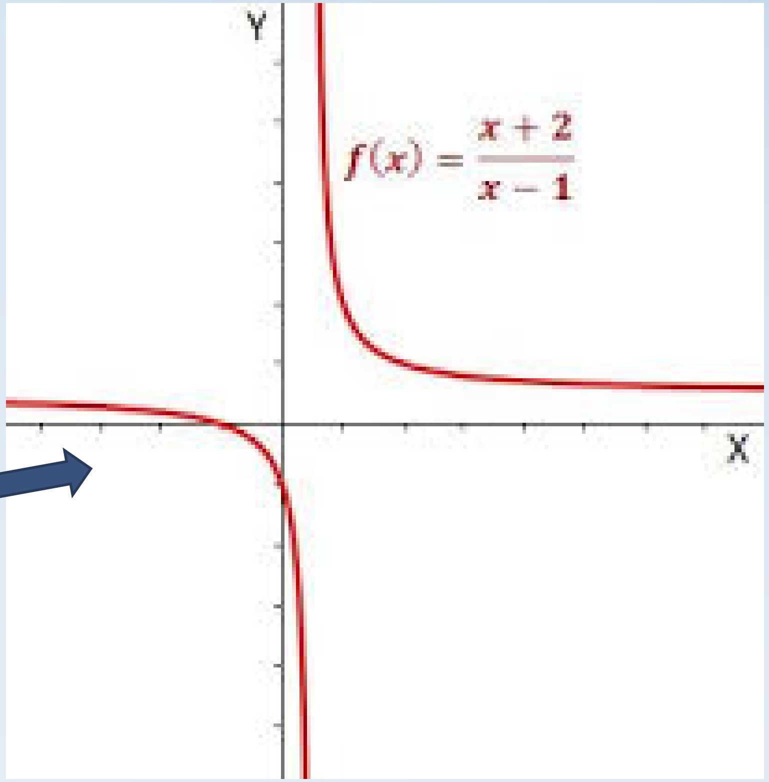
La única forma de que ***f(x)=0***, es cuando el **numerador es nulo**, es decir **p(x)= 0**

$$y = \frac{x+2}{x-1}$$

La única forma de que y= 0 es haciendo x+2=0

$$x + 2 = 0$$

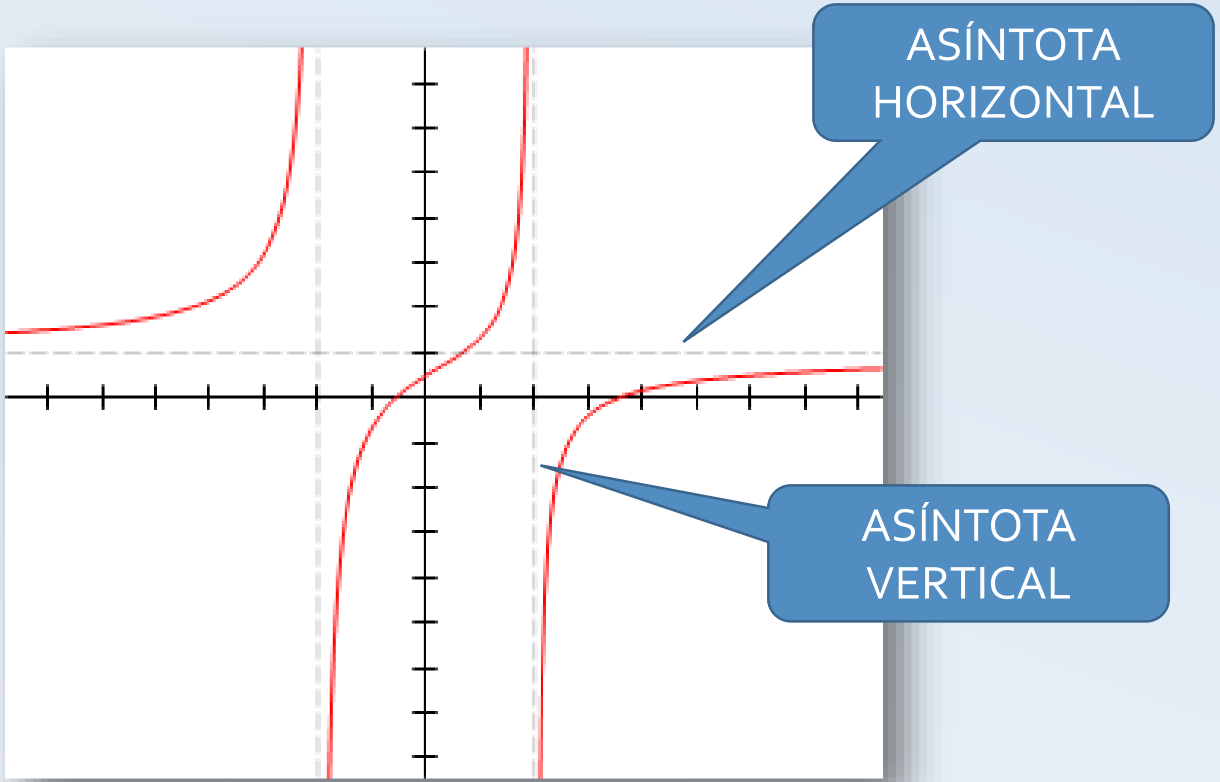
$$x = -2$$

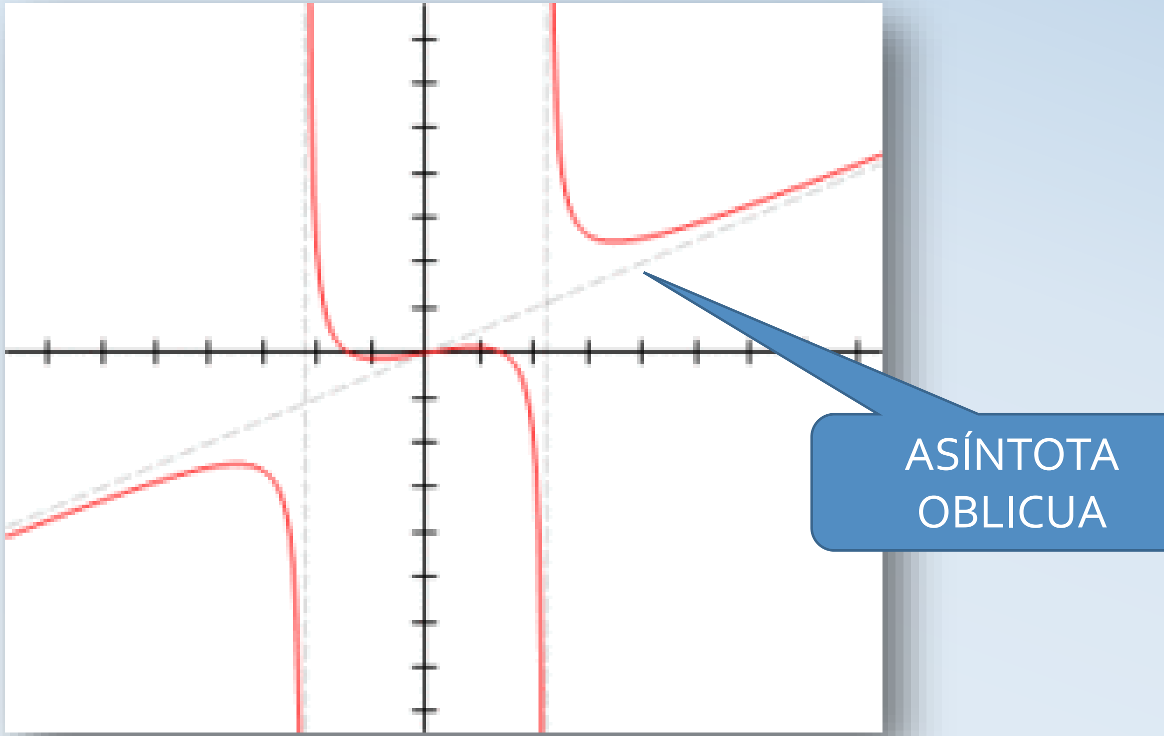


Intersección con el eje x

ASÍNTOTAS

Asíntotas Definimos una asíntota como una línea recta que puede ser horizontal, vertical u oblicua a la que se aproxima la gráfica de una determinada función.





EJEMPLO : *¿Cómo hallamos las asíntotas?*

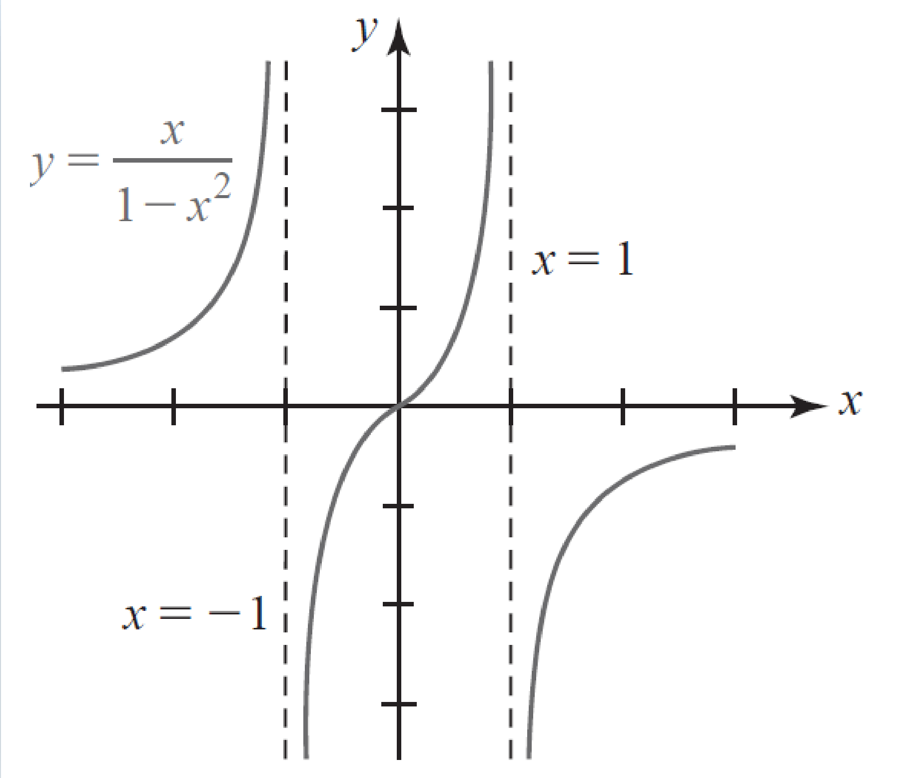
$$f(x) = \frac{x}{1 - x^2}$$

ASÍNTOTA VERTICAL → Valores que anulan el denominador

$$1 - x^2 = 0$$

$$(1 - x)(1 + x) = 0$$

$$x = 1 \qquad x = -1$$



ASÍNTOTA HORIZONTAL

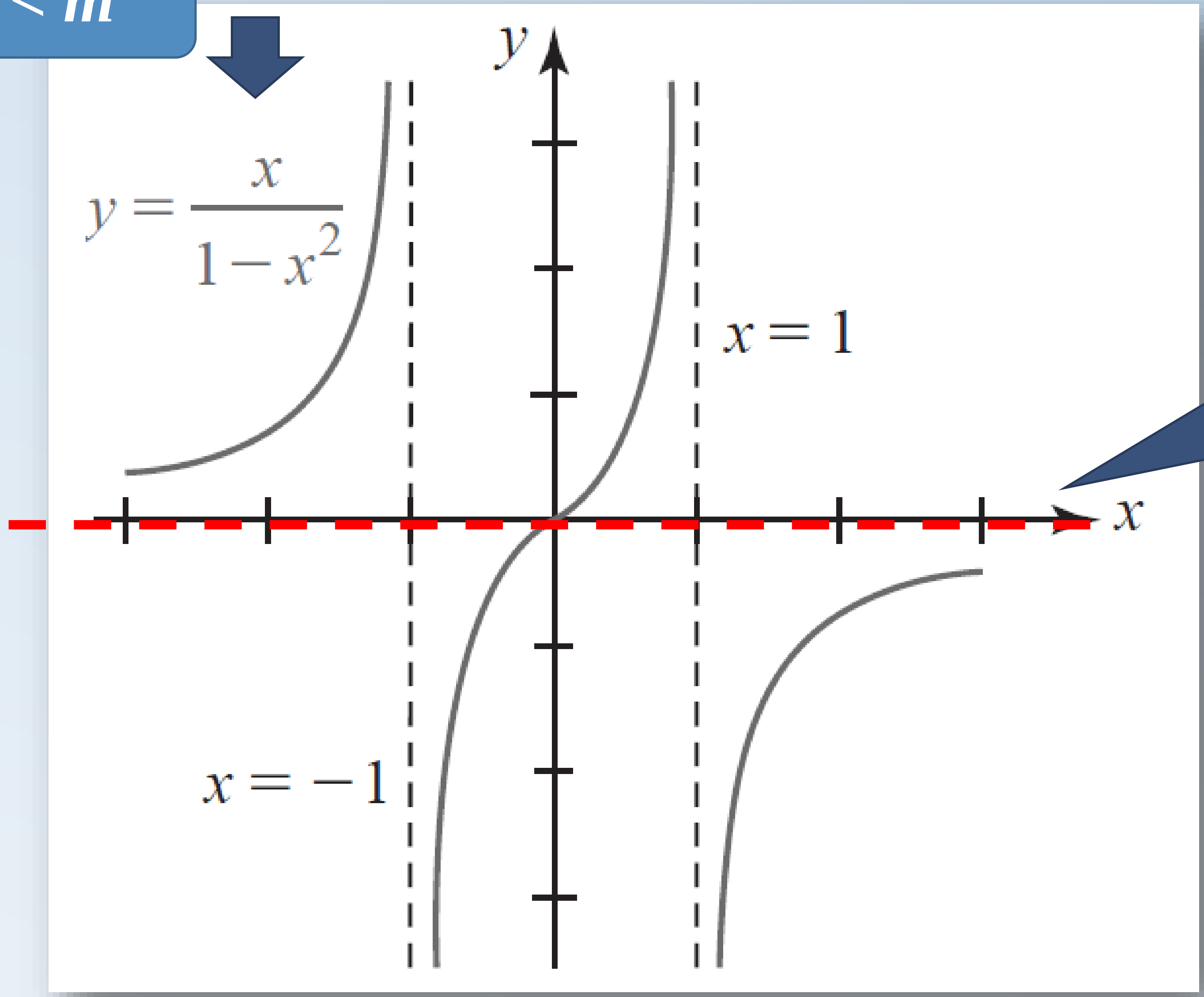
En este caso, **se analizan los grados** de los polinomios *p(x) y q(x)*

$n = m$ → $y = \dfrac{a_n}{b_n}$

$n < m$ → $y = 0$

$n > m$ → *no tiene asíntota horizontal*

$n < m$



y=0
es Asíntota Horizontal

$D = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

$R = \mathbb{R}$

ASÍNTOTA OBLICUA

EJEMPLO 2 : ***¿Cómo hallamos las asíntotas oblicuas?***

$$y = \frac{x^2 - x - 6}{x - 5}$$

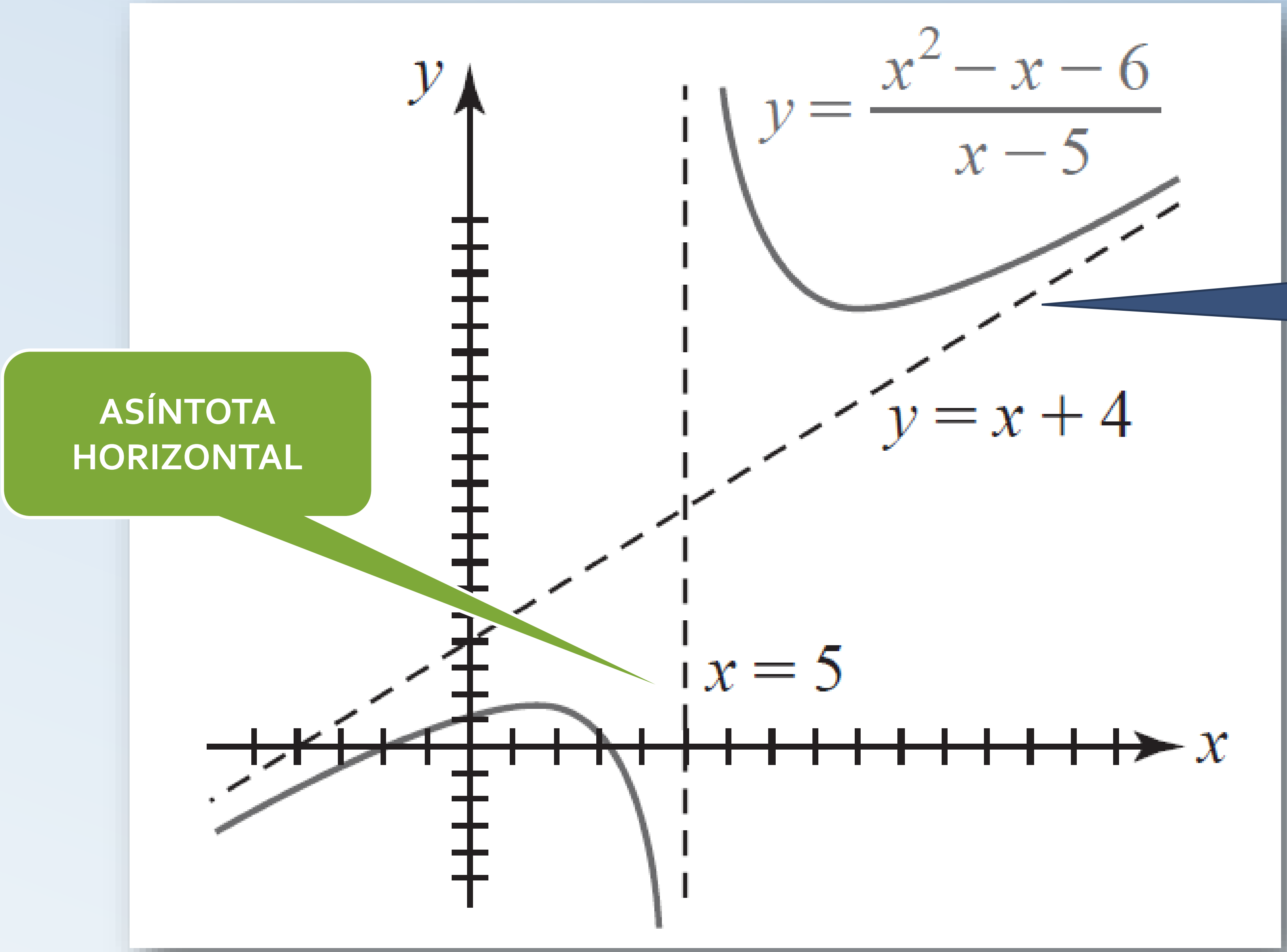
$n > m$

$n = m+1$

Se debe realizar la división clásica de polinomios entre numerador y denominador

$$\frac{x^2 - x - 6}{x - 5} = (x + 4) + \frac{14}{x - 5}$$

y= x+4 es asíntota oblicua



ASÍNTOTA HORIZONTAL
$y = \frac{x^2 - x - 6}{x - 5}$
ASÍNTOTA OBLICUA
$y = x + 4$
$x = 5$
y
x

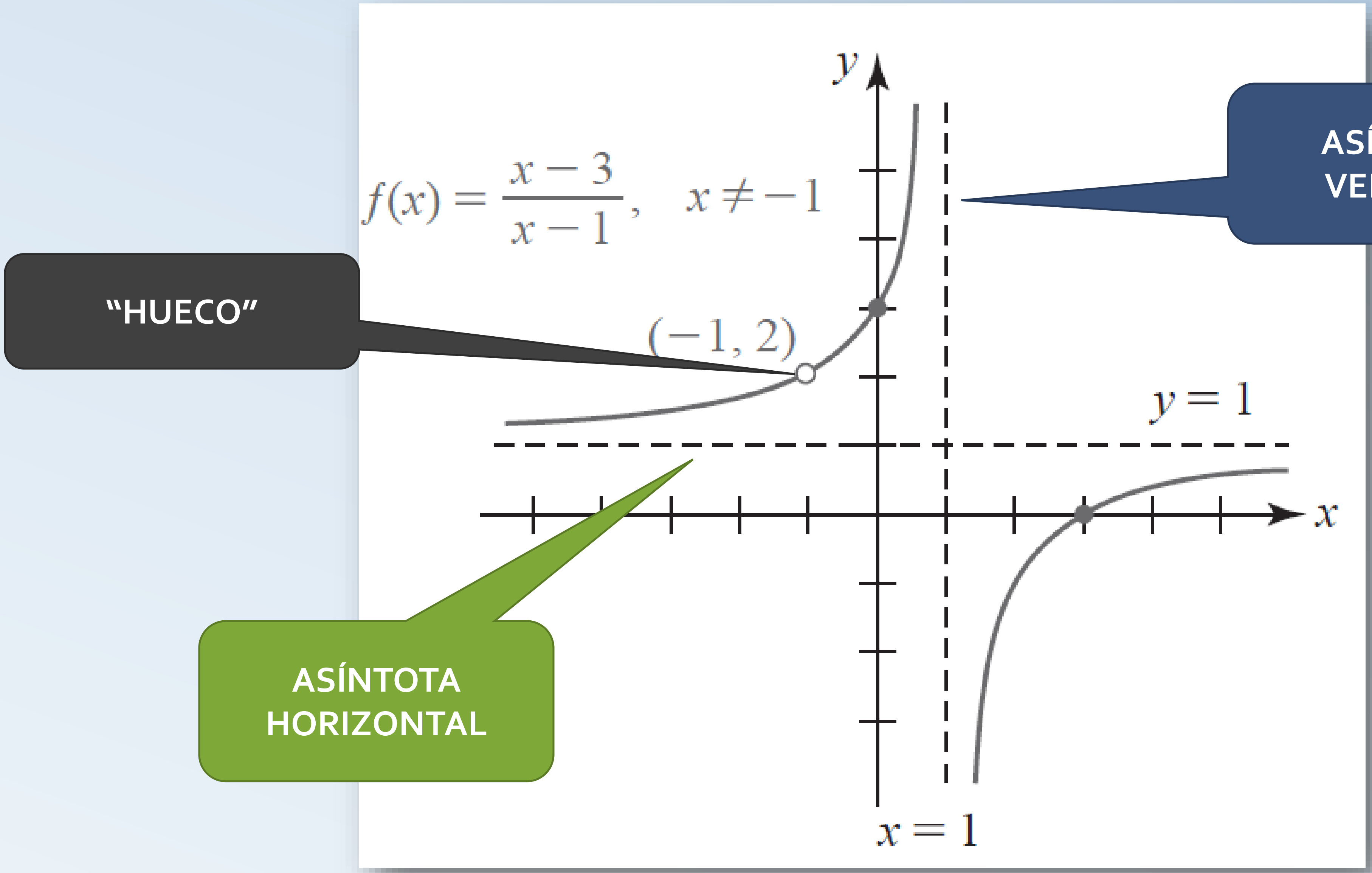
$$D = \mathbb{R} - \{5\}$$

<u>EJEMPLO 3</u>: *Una gráfica con un " hueco"*

$$y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$$

Hasta ahora, en ninguno de los ejemplos anteriores, se pudo **SIMPLIFICAR factores del numerador y denominador**. En este caso si, y es indispensable hacerlo.

$$y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = \frac{(x+1)(x-3)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x-3}{x-1}$$



$$D = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

$$R = \mathbb{R} - \{1\}$$

ASÍNTOTAS DE GRÁFICAS DE FUNCIONES RACIONALES

$Si\ p(x) y\ q(x)$ ***no tienen factores comunes***, *es decir no se pueden simplificar los factores de ambas funciones, entonces*

- Si a es un cero real de $q(x)$, entonces $x = a$ es una **asíntota vertical** para la gráfica de f.
- Si $n = m$, entonces $y = a_n/b_m$ (el cociente de los coeficientes principales) es una **asíntota horizontal** para la gráfica de f.
- Si $n < m$, entonces $y = 0$ es una **asíntota horizontal** para la gráfica de f.
- Si $n > m$, entonces la gráfica de f *no* tiene **asíntota horizontal**.
- Si $n = m + 1$, entonces el cociente $y = mx + b$ de $p(x)$ y $q(x)$ es una **asíntota inclinada** para la gráfica de f.

EJERCICIOS

1-Dadas las siguientes funciones reales de variable real, realizar un bosquejo de las funciones racionales fraccionarias. Antes, para cada una de las funciones indicar:

- 1.1. *Dominio y rango.*
- *1.2. Intersección con los ejes.*
- *1.3. Asíntotas, dar las ecuaciones.*

a) $f(x) = \frac{1}{x-2}$

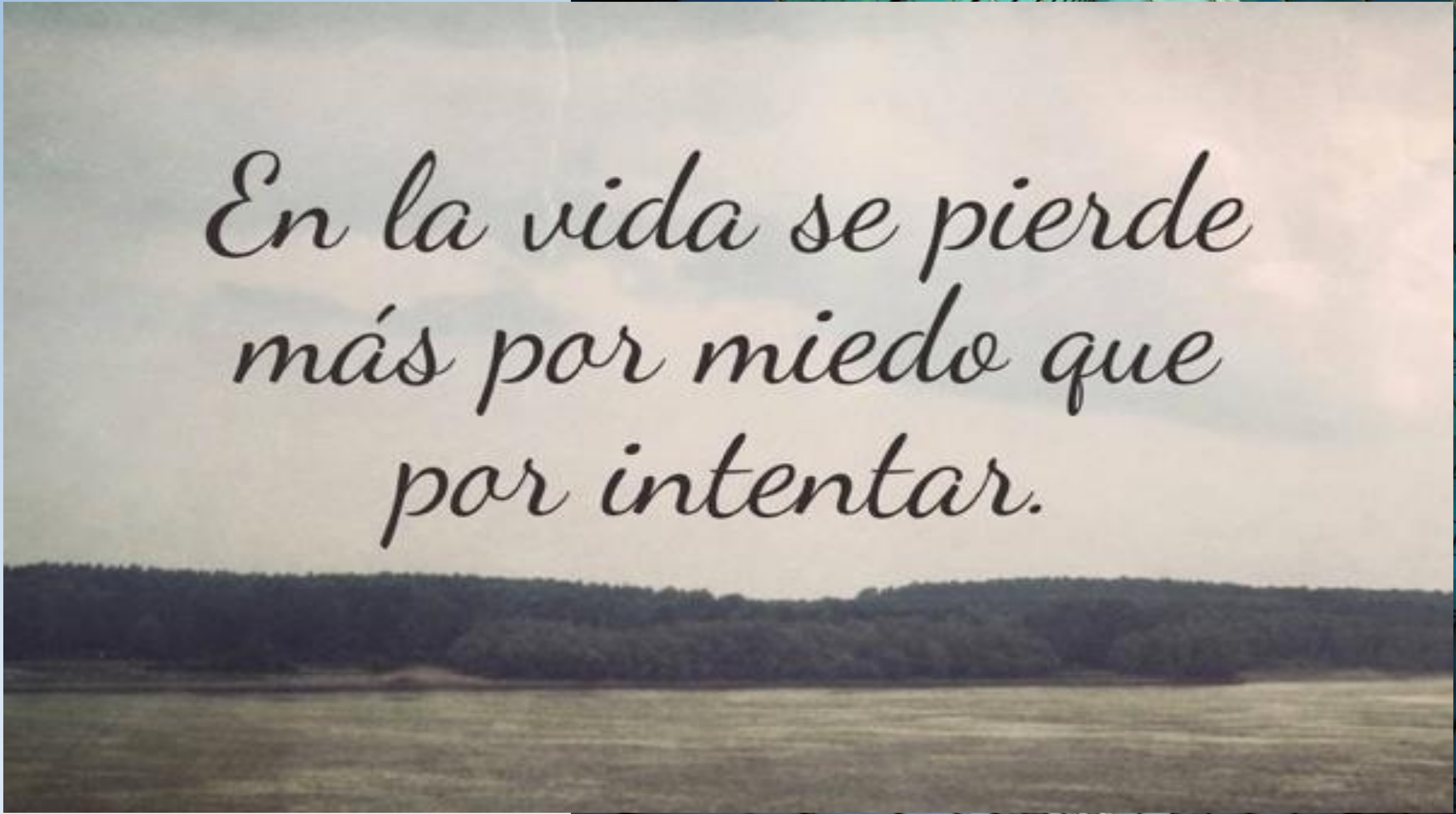
b) $g(x) = \frac{2x+1}{3x-2}$

c) $h(x) = \frac{3x^2-1}{x^2+1}$

$d)\ f(x) = \frac{1}{x^2-16}$

$e) f(x) = \frac{3x-1}{x-3}$

$f) f(x) = \frac{-2x^2-1}{x+2}$


En la vida se pierde
más por miedo que
por intentar.