Lic en sistemas de información - 2019 - FCyT - UADER

Matemática Discreta - Parcial 3 - com 1 - 12-11-19

APELLIDO Y NOMBRE: ....

1. Sea $R = (\mathbb{R} - \{1\}, \oplus, \odot)$ un anillo, con las operaciones binarias definidas como sigue: $\forall x, y \in R$

$$x \oplus y = x + y - 1 \qquad x \odot y = x + y - xy$$

   a) ¿Cuál es el elemento neutro para $\oplus$, el elemento z?
   b) ¿Es un anillo conmutativo?
   c) Verificar que $u = 0$ es el neutro para $\odot$
   d) Hallar la expresión para calcular el inverso multiplicativo de un elemento distinto de z de R. Dar un ejemplo.
   e) ¿Es $R = (\mathbb{R} - \{1\}, \oplus, \odot)$ un cuerpo?
   f) ¿Este anillo tiene divisores propios de cero?

2. Sea S un subconjunto del anillo $M_2(\mathbb{C})$, como se define a continuación.

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} a+bi & c+di \\ -c+di & a-bi \end{bmatrix} \;/\; a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$$

   Probar que S es subanillo de $M_2(\mathbb{C})$ pero no un Ideal.

3. Sean $(\mathbb{Z}_{15}, +, \cdot)$ y $(\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_5, +, \cdot)$ anillos.
   a) Hallar un isomorfismo entre ambos anillos. Justificar por qué es posible.
   b) Hallar un par de divisores propios de cero en $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_5$.
   c) ¿Es $\mathbb{Z}_{15}$ un dominio de integridad?
   d) Utilizando el isomorfismo, hallar el inverso multiplicativo de $(1, 3)$ en $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_5$.

4. Considerar U_n, el grupo multiplicativo formado por las unidades de $(\mathbb{Z}_n, +, \cdot)$. Hallar:
   a) El inverso de 89 en U_{622}
   b) El orden de U_{42}
   c) El orden de 13 en U_{15}
   d) Todos los subgrupos de U_{15}

5. Sea el codigo de bloque $(7, 4)$ dado por la función de codificación $E : \mathbb{Z}_2^4 \to \mathbb{Z}_2^7$ y la siguiente matriz de verificación de paridad:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   a) Hallar la matriz G, generadora del código.
   b) Completar el conjunto C de palabras codificadas

$E(0000) =$	$E(0001) =$	$E(0110) = 0110110$	$E(1101) = 1101100$
$E(1000) = 1000110$	$E(1100) =$	$E(0101) = 0101010$	$E(1011) = 1011010$
$E(0100) =$	$E(1010) =$	$E(0011) = 0011100$	$E(0111) =$ ....
$E(0010) =$	$E(1001) =$	$E(1110) =$	$E(1111) =$ ....

   c) Evaluar la capacidad de detección y corrección de errores.
   d) Decodificar la cadena recibida 0111110