UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE ENTRE RÍOS
Facultad de Ciencia y Tecnología

Licenciatura en Sistemas de Información

FUNCIONES POLINOMIALES

JTP: Prof. Gustavo Demaria

2019

FUNCIONES POLINOMIALES

Se llama así a las funciones donde la variable x se eleva a una ***potencia entera no negativa.***

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0,$$

- ✓ *Las constantes* $\boldsymbol{a_n, a_{n-1} \ldots a_0}$ *se denominan* ***coeficienntes***
- ✓ *El número* $\boldsymbol{a_n}$*se denominan* ***coeficiennte principal***
- ✓ *El número* $\boldsymbol{a_0}$*se denomina* ***término constante o independiente***

grado 5

$$f(x) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{coeficiente principal}}}{3}x^{\overset{\downarrow}{5}} - 4x^3 - 3x + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{término constante}}}{8}$$

FUNCIONES POLINOMIALES

$f(x) = a,$	**función constante,**
$f(x) = ax + b,$	**función lineal,**
$f(x) = ax^2 + bx + c,$	**función cuadrática,**
$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,$	**función cúbica.**

La función constante $f(x) = 0$ se denomina **polinomio cero.**

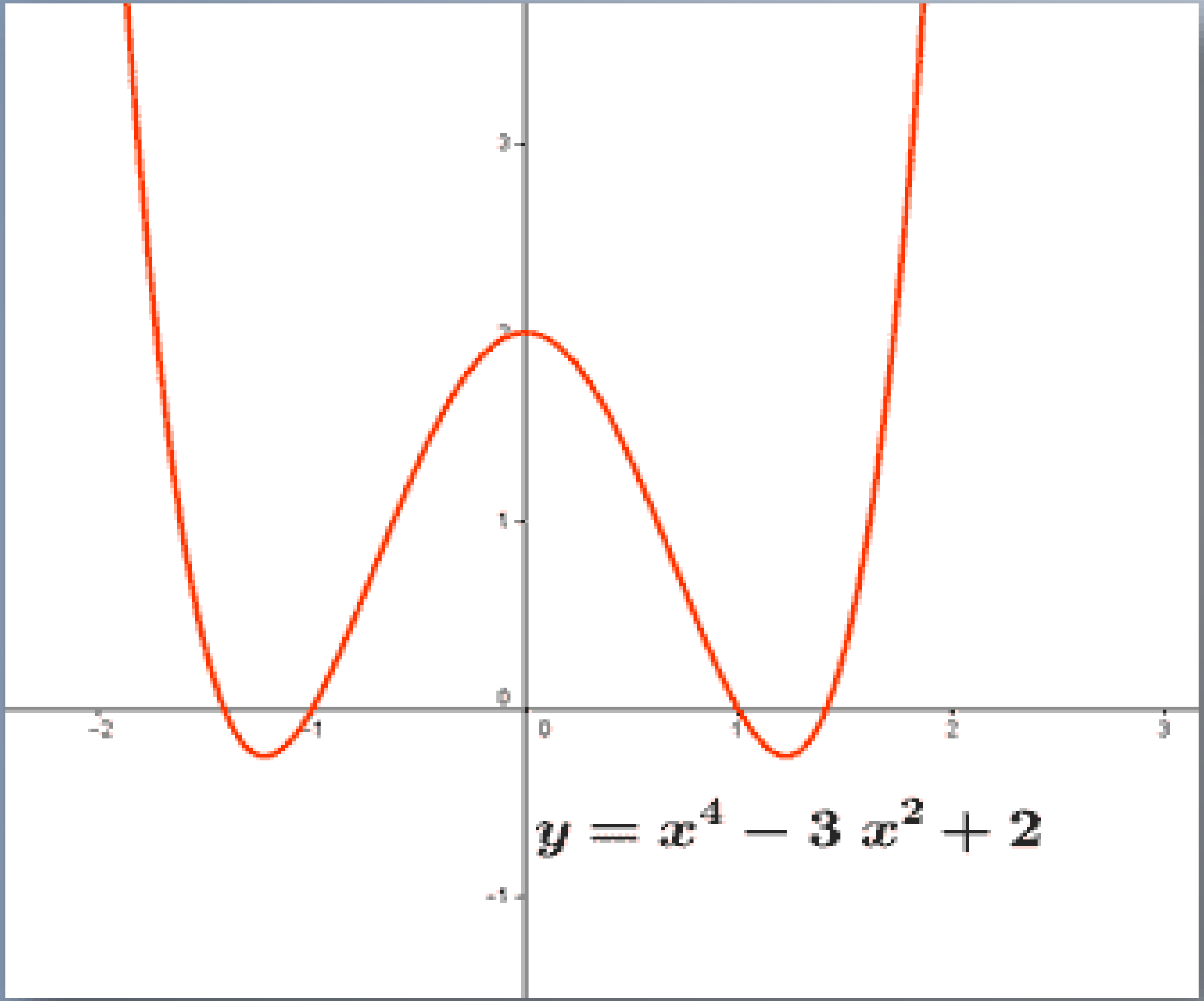
GRÁFICAS DE FUNCIONES POLINOMIALES

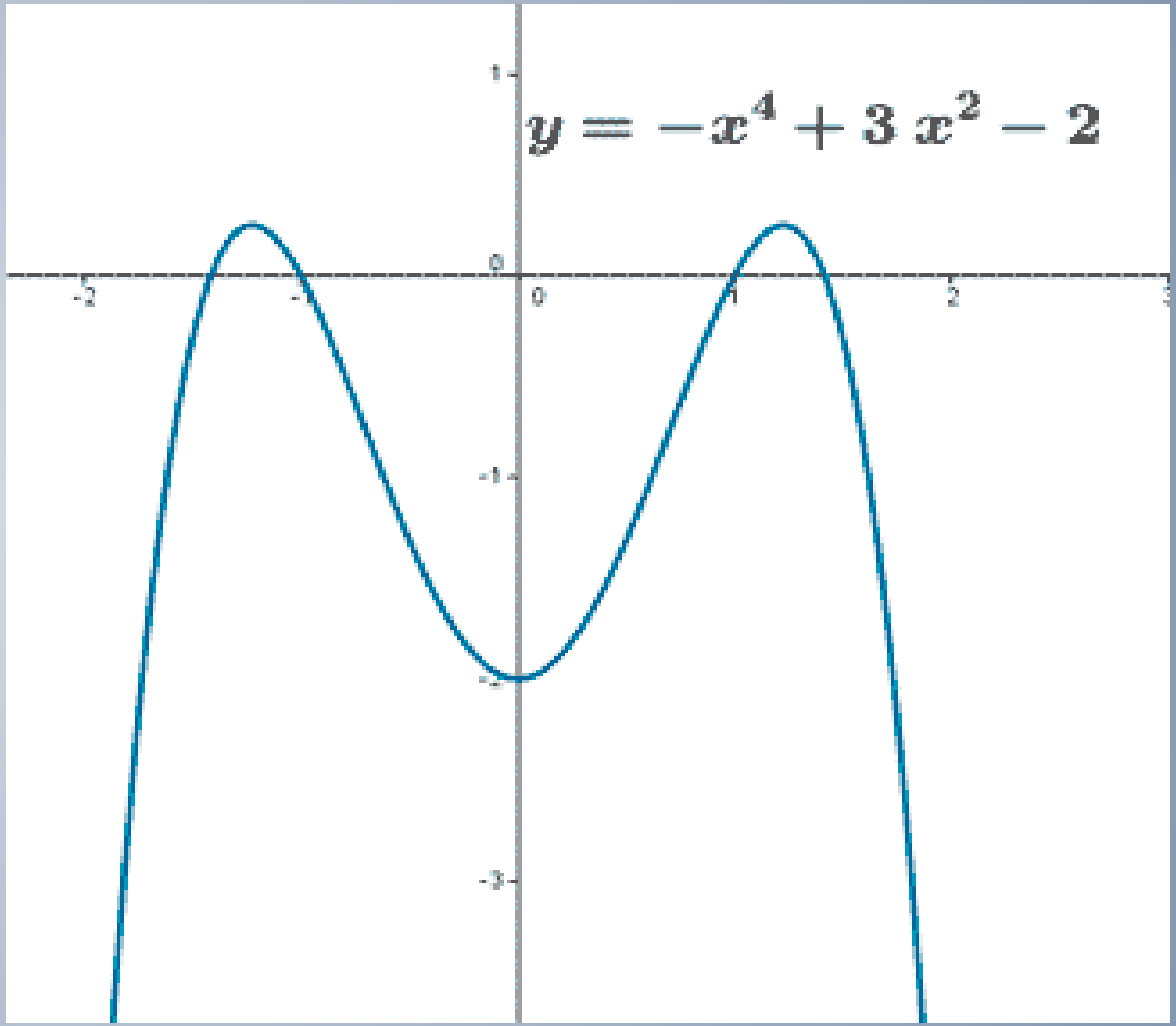
Función Lineal → RECTA

Función Cuadrática → PARÁBOLA

¿Cuál es la forma de la gráfica de una función polinomial de grado mayor o igual a tres?

El grado de la función es PAR

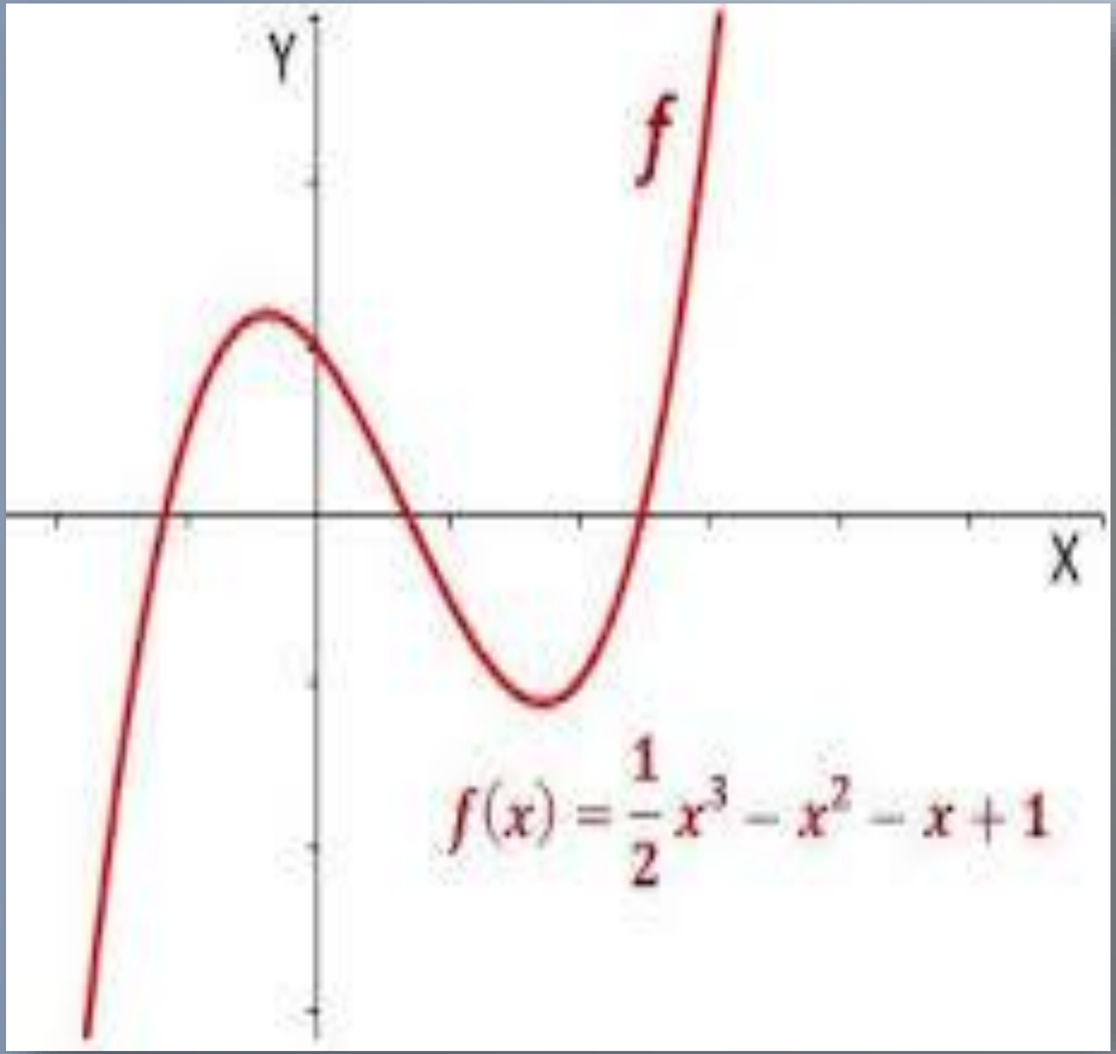




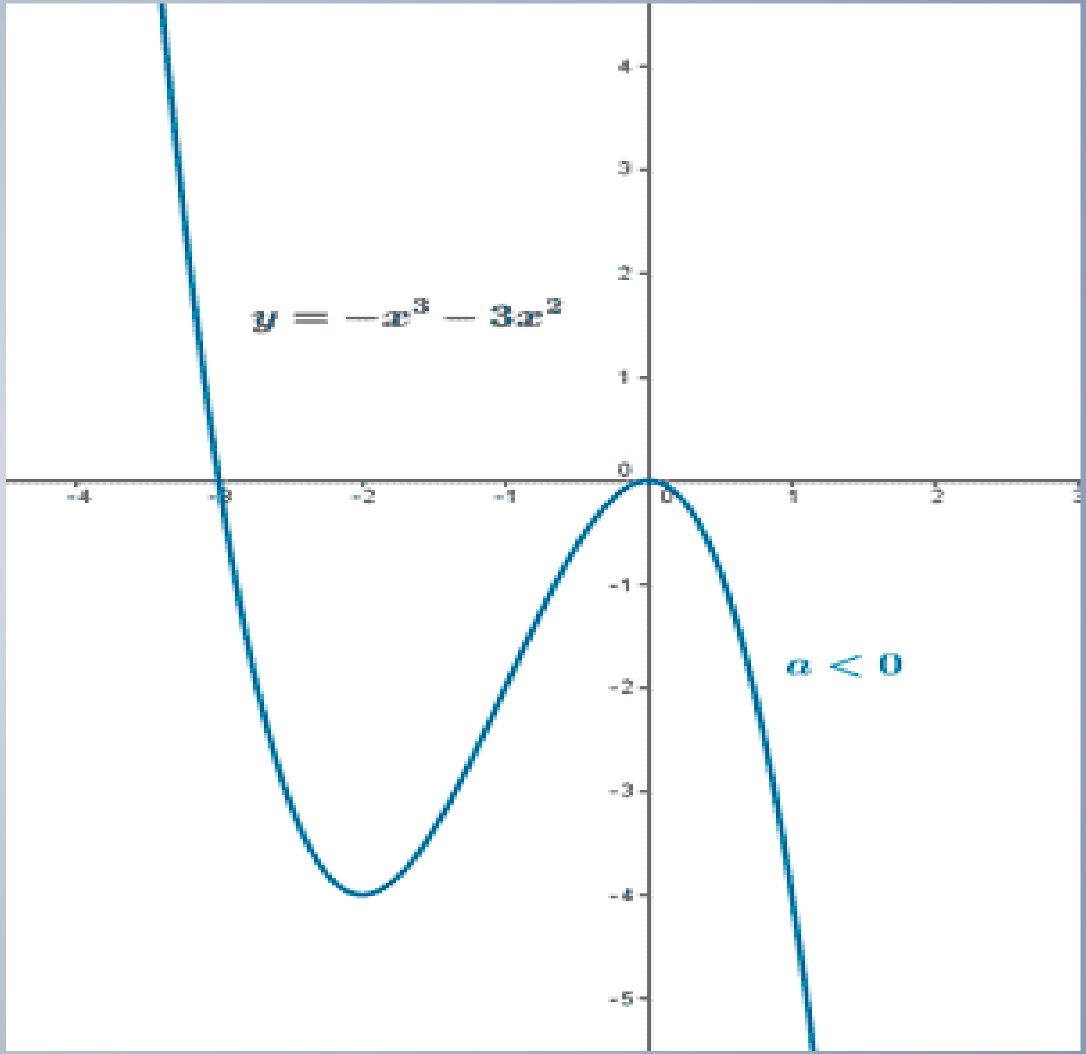
El coeficiente principal es POSITIVO

El coeficiente principal es NEGATIVO

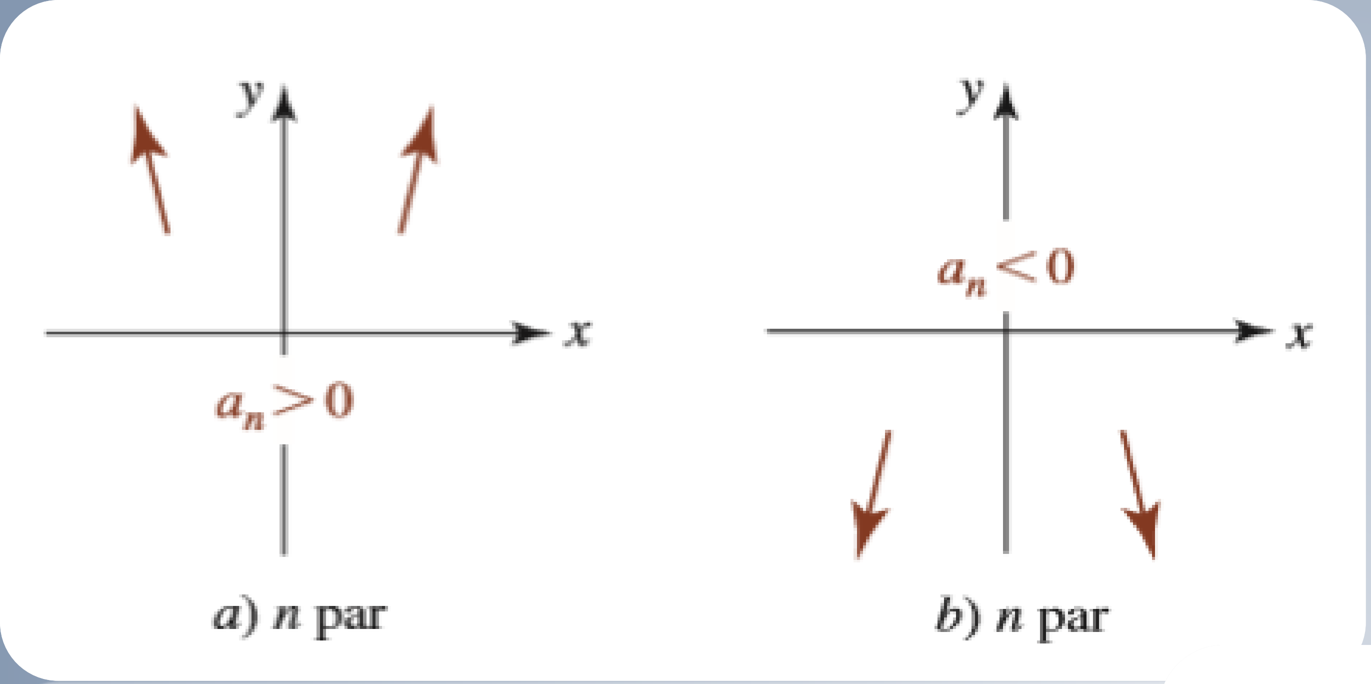
El grado de la función es IMPAR



El coeficiente principal es POSITIVO

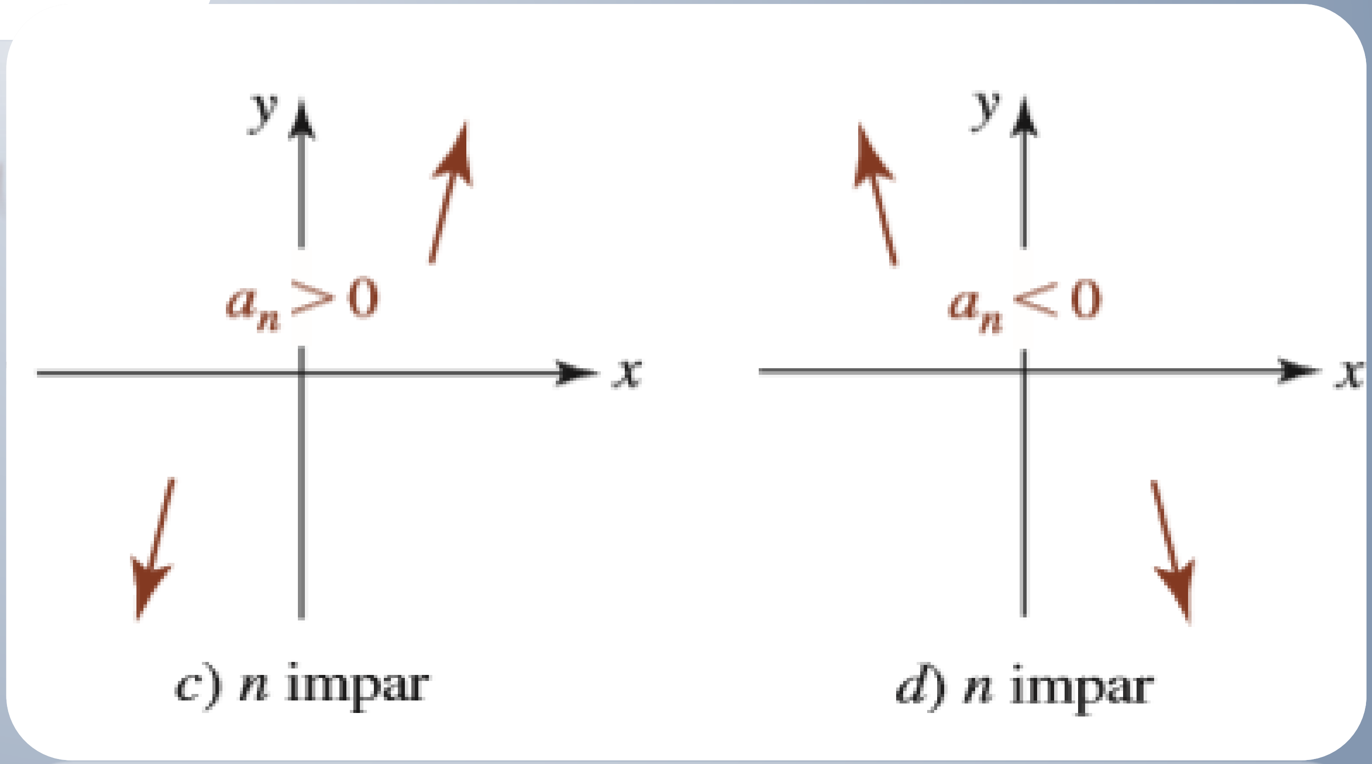


El coeficiente principal es NEGATIVO

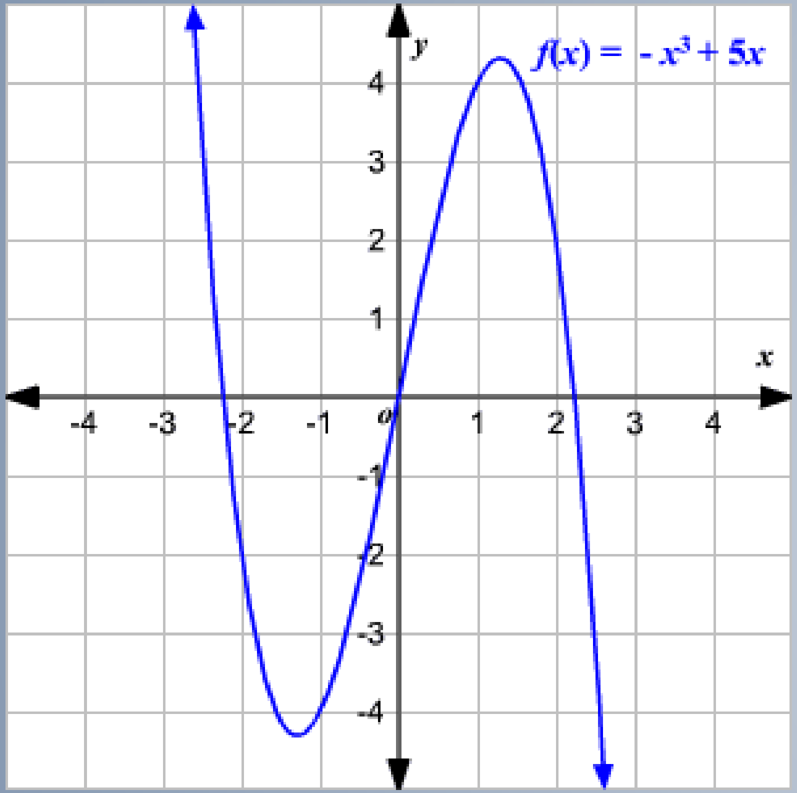


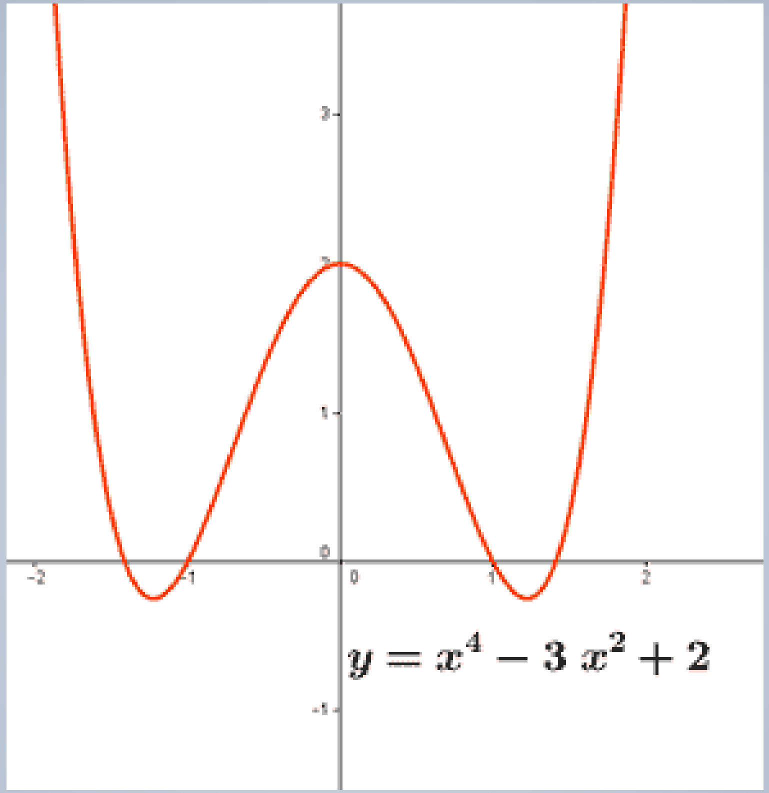
La gráfica de una función polinomial de grado $n \geq 3$ puede tener varias formas posibles

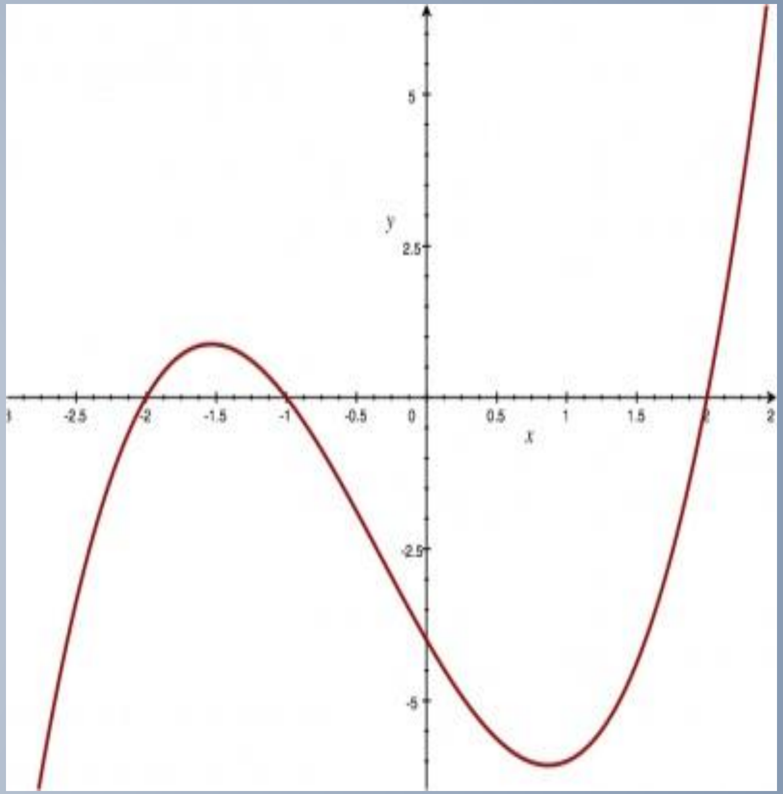
En términos aproximados, el comportamiento final de cualquier función f es simplemente la forma en que f se comporta para valores muy grandes de |x|



SIMETRÍA RESPECTO AL EJE Y o AL ORIGEN







FUNCIÓN IMPAR
(Simétrica al origen)
f(x) = - f(x)

FUNCIÓN PAR
(Simétrica al eje y)
f(x) = f(-x)

SIN PARIDAD

SIMETRÍA RESPECTO AL EJE Y o AL ORIGEN

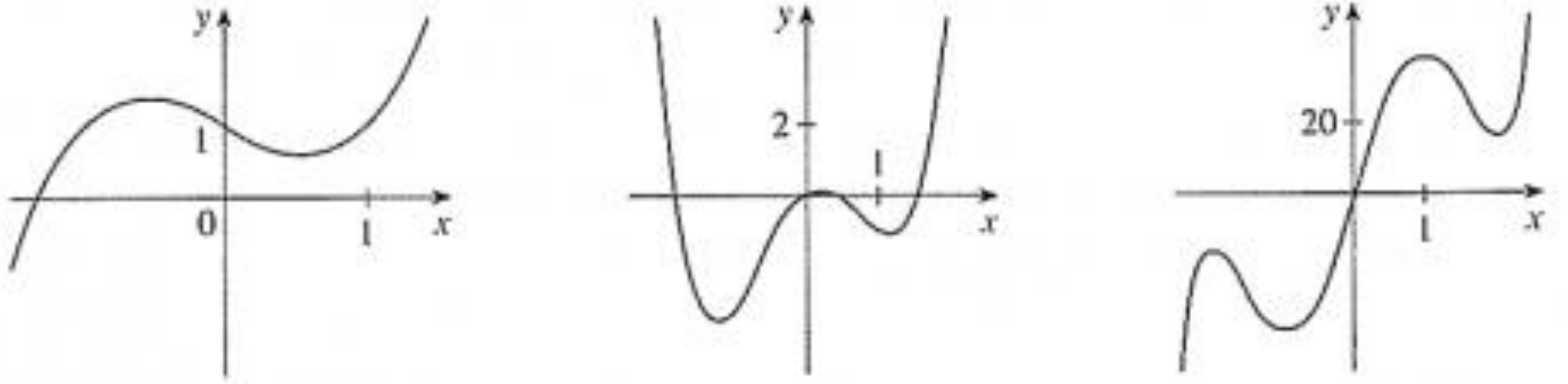
Simetría de las funciones polinomiales Resulta fácil identificar por inspección las funciones polinomiales cuyas gráficas poseen **simetría** con respecto al eje y o al origen. La palabras *par* e *impar* tienen un significado especial para las funciones polinomiales. Las condiciones $f(-x) = f(x)$ y $f(-x) = -f(x)$ se cumplen para funciones polinomiales donde todas las potencias de x son enteros pares y enteros impares, respectivamente. Por ejemplo,

$$\underbrace{f(x) = 5\overset{\text{potencias pares}}{x^4} - 7x^2}_{\text{función par}} \qquad \underbrace{f(x) = 10\overset{\text{potencias impares}}{x^5} + 7x^3 + 4x}_{\text{función impar}} \qquad \underbrace{f(x) = -3\overset{\text{potencias mixtas}}{x^7} + 2x^4 + x^3 + 2}_{\text{ni par ni impar}}$$

Una función como $f(x) = 3x^6 - x^4 + 6$ es una función par porque todas las potencias son enteros pares; el término constante 6 es en realidad $6x^0$, y 0 es un entero no negativo par.

INTERSECCIONES CON LOS EJES DE COORDENADAS

Intersección con el eje y : La gráfica de toda función polinomial f pasa por el eje y puesto que x =0 está en el dominio de la función



(a) $y = x^3 - x + 1$ (b) $y = x^4 - 3x^2 + x$ (c) $y = 3x^5 - 25x^3 + 60x$

INTERSECCIONES CON LOS EJES DE COORDENADAS

Intersección con el eje x: las intersecciones con el eje x, corresponden a los ceros reales del polinomio de la función, es decir cuando P(x)=0

Ejemplo 1

$$\boldsymbol{y = x^3 - 9x}$$

Para encontrar las intersecciones con el eje x, debemos factorizar el polinomio, e igualar a cero

$$\boldsymbol{x^3 - 9x = 0}$$
$$\boldsymbol{x\left(x^2 - 9\right) = 0}$$
$$\boldsymbol{x(x - 3)(x + 3) = 0}$$

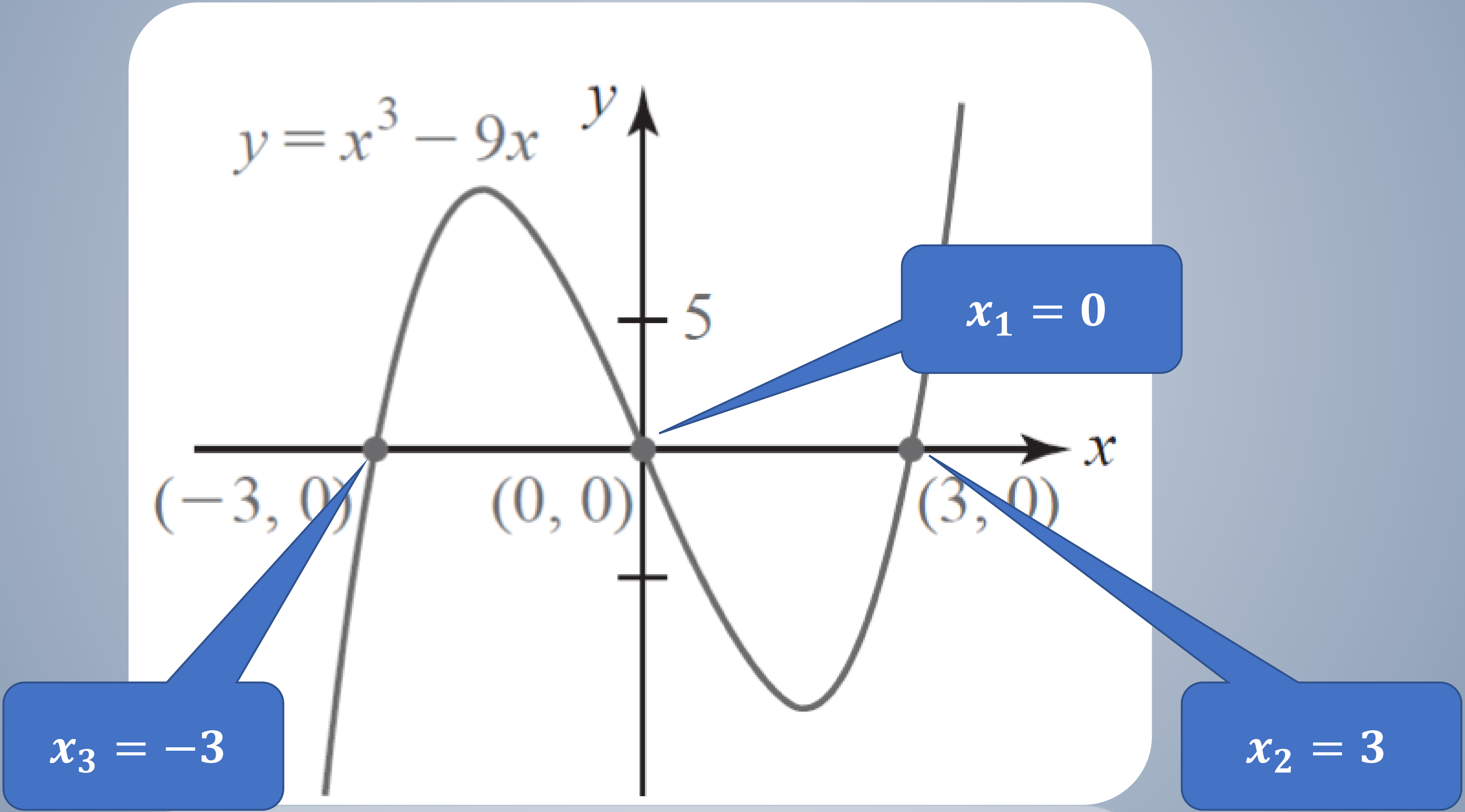
$x_1 = 0$

$x_2 = 3$

$x_3 = -3$

Tres raíces reales distintas o ceros simples

Raíces reales distintas o ceros simples



Ejemplo 2

$$y = (1 - x)(x + 1)^2$$

Para encontrar las intersecciones con el eje x, debemos hacer y=0

$$(1 - x)(x + 1)^2 = 0$$

$$(1 - x) = 0$$

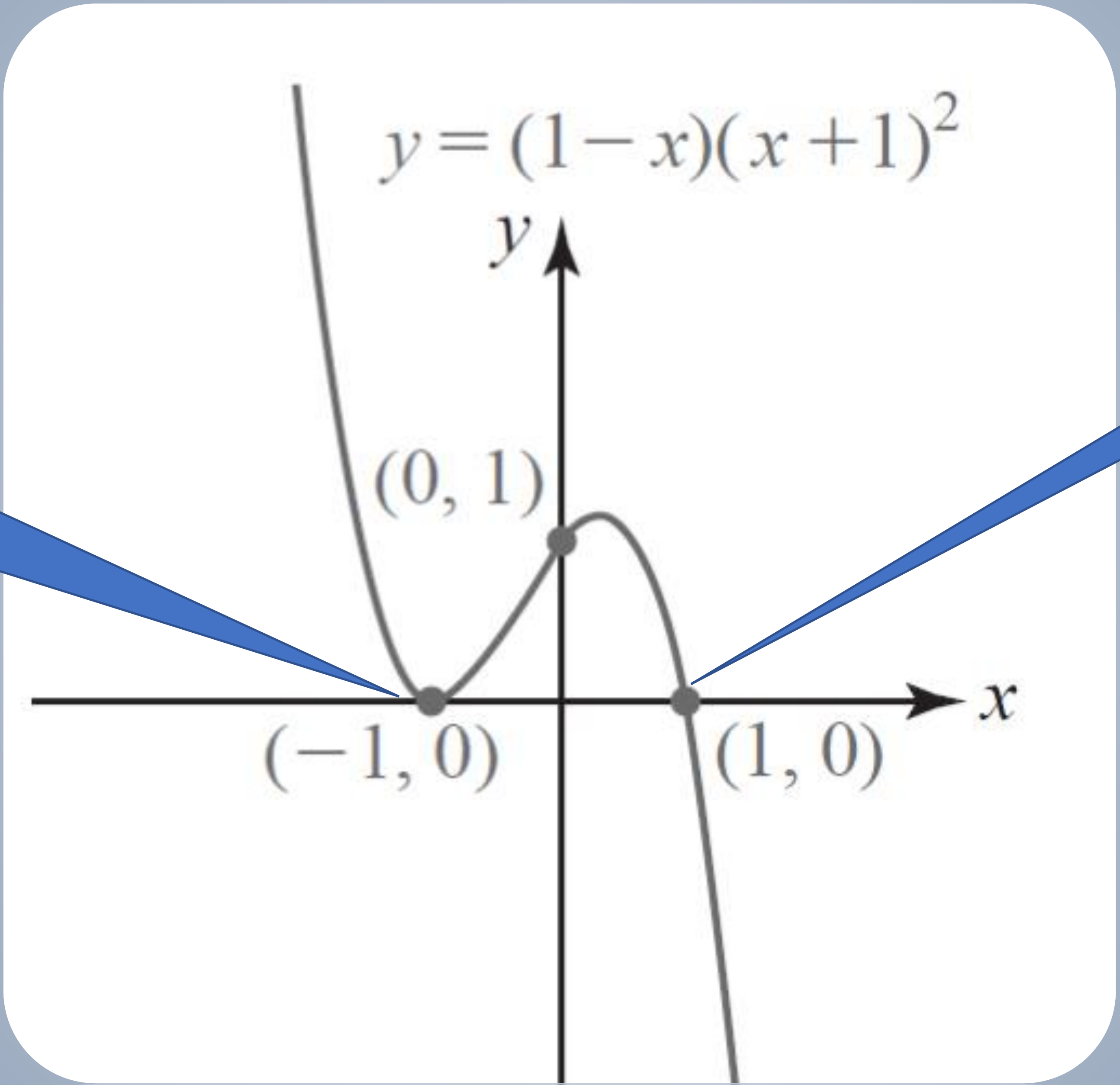
$$\boxed{x_1 = 1}$$

Raíz real simple

$$(x + 1)^2 = 0$$

$$\boxed{x_2 = x_3 = -1}$$

2 Raíces reales iguales o ceros dobles



Raíz doble (multiplicidad par)

Raíz simple

Ejemplo 3

$$y = -(x+4)(x-2)^3$$

Para encontrar las intersecciones con el eje x, debemos hacer y=0

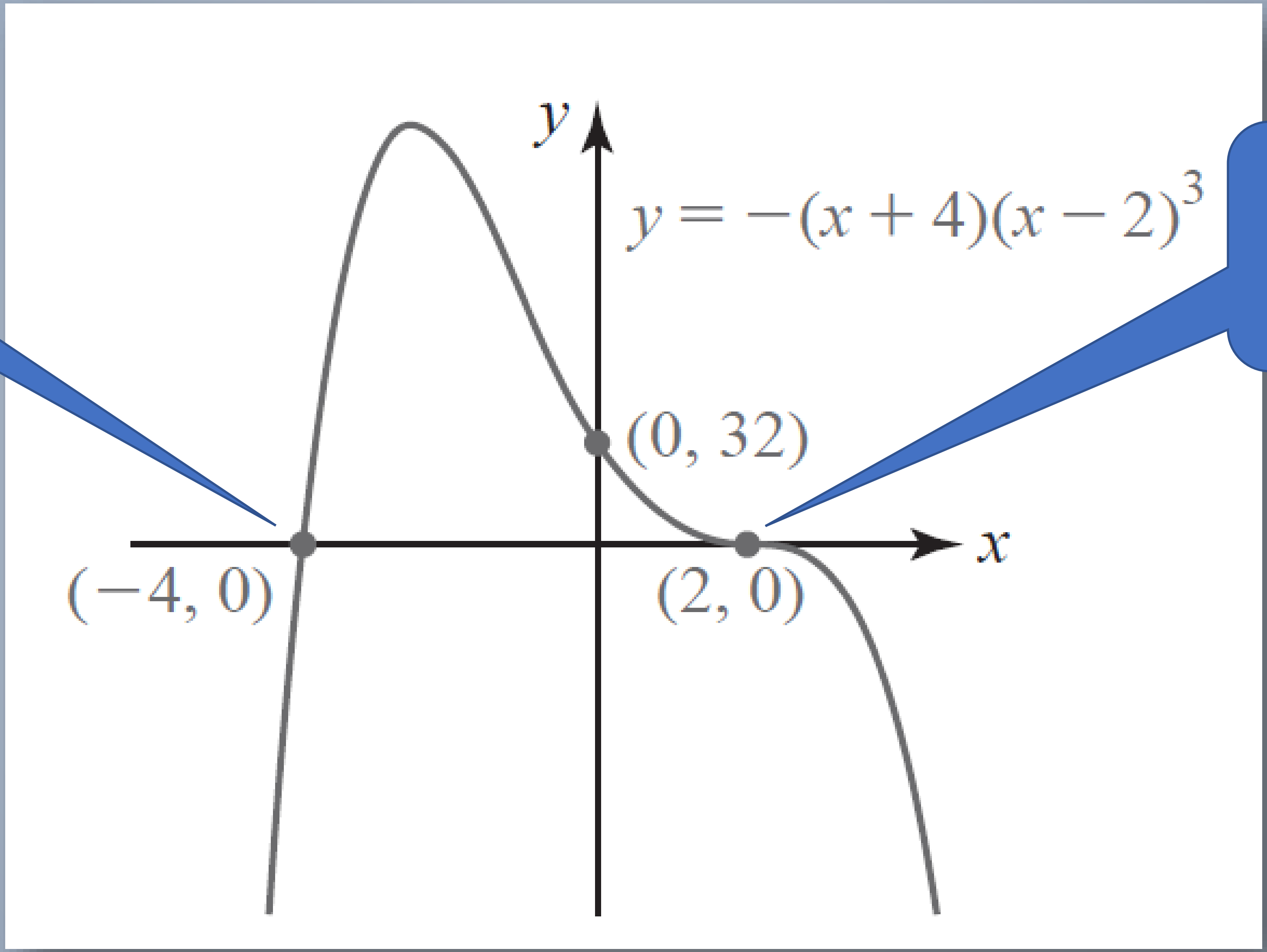
$$-(x+4) = 0 \qquad (x-2)^3 = 0$$

$$\boxed{x_1 = -4} \qquad \boxed{x_2 = x_3 = x_4 = 2}$$

Raíz real simple

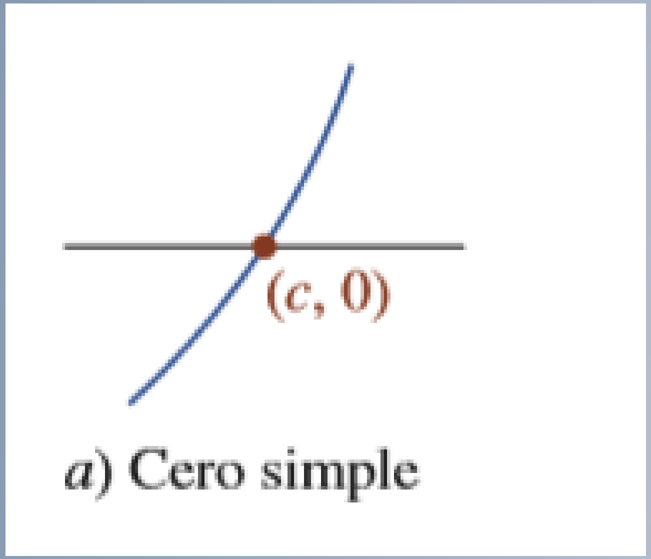
3 Raíces reales iguales o ceros triples

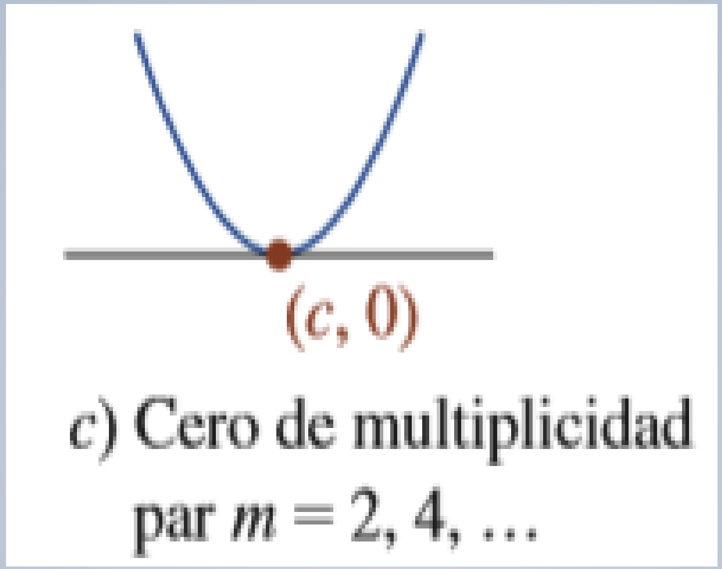
Raíz simple

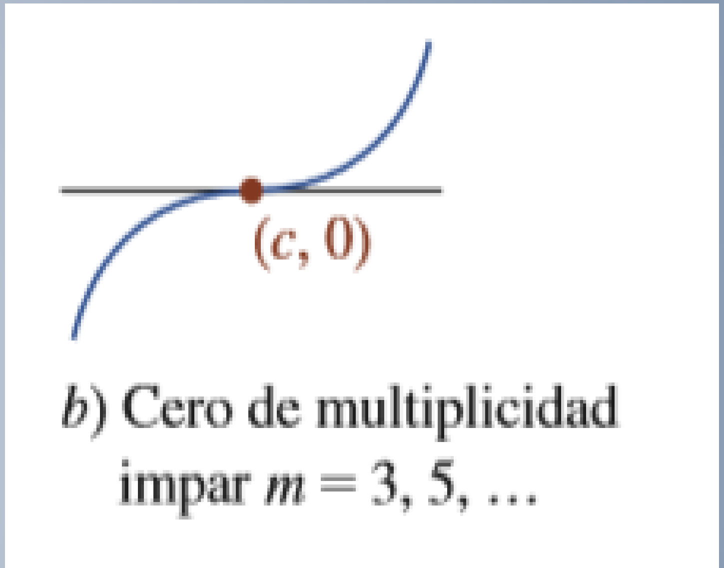


Raíz triple
(multiplicidad impar)

INTERSECCIONES CON LOS EJES DE COORDENADAS- Resumen







Si x=c es un cero simple, la gráfica atraviesa el eje x

Si x=c es un cero de multiplicidad par, la gráfica rebota en el eje x

Si x=c es un cero de multiplicidad impar, la gráfica atraviesa pero cambia la concavidad

EJERCICIO 1

En los problemas 43-48, relacione la gráfica dada con una de las funciones polinomiales en *a*)-*f*).

a) $f(x) = x^2(x - 1)^2$
c) $f(x) = x^3(x - 1)^3$
e) $f(x) = -x^2(x - 1)$

b) $f(x) = -x^3(x - 1)$
d) $f(x) = -x(x - 1)^3$
f) $f(x) = x^3(x - 1)^2$

43.

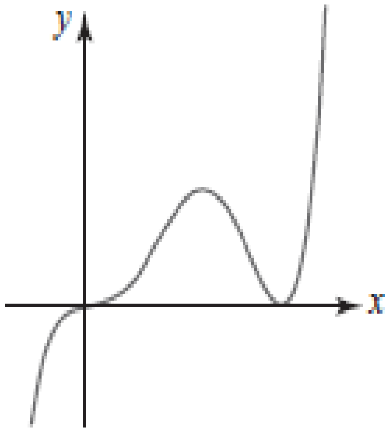


FIGURA 2.3.22 Gráfica para el problema 43

44.

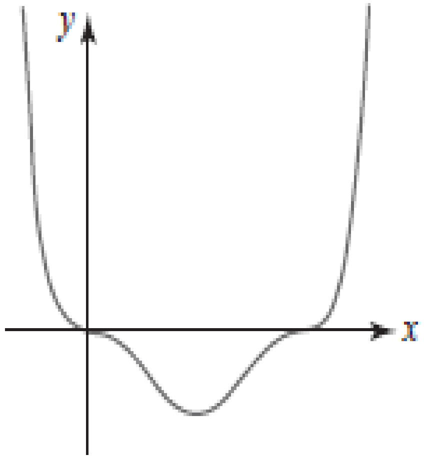


FIGURA 2.3.23 Gráfica para el problema 44

45.

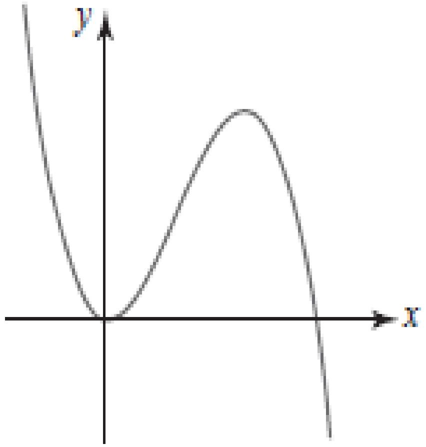


FIGURA 2.3.24 Gráfica para el problema 45

46.

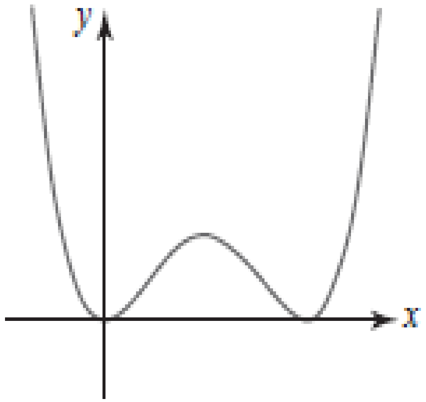


FIGURA 2.3.25 Gráfica para el problema 46

47.

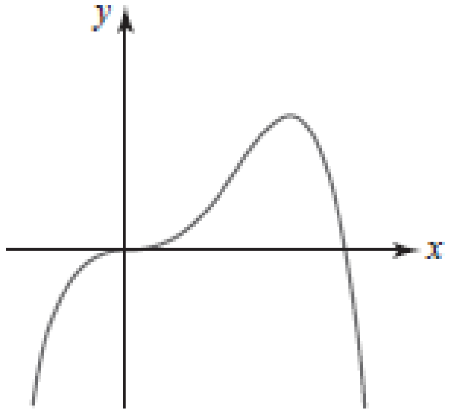


FIGURA 2.3.26 Gráfica para el problema 47

48.

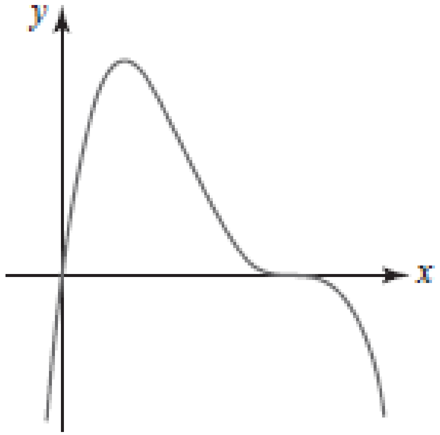


FIGURA 2.3.27 Gráfica para el problema 48

EJERCICIO 2

Trace una gráfica aproximada de las siguientes funciones polinomiales.

$a)\ y = x^3 - 4x$

$b)\ y = x^2(x-2)^2$

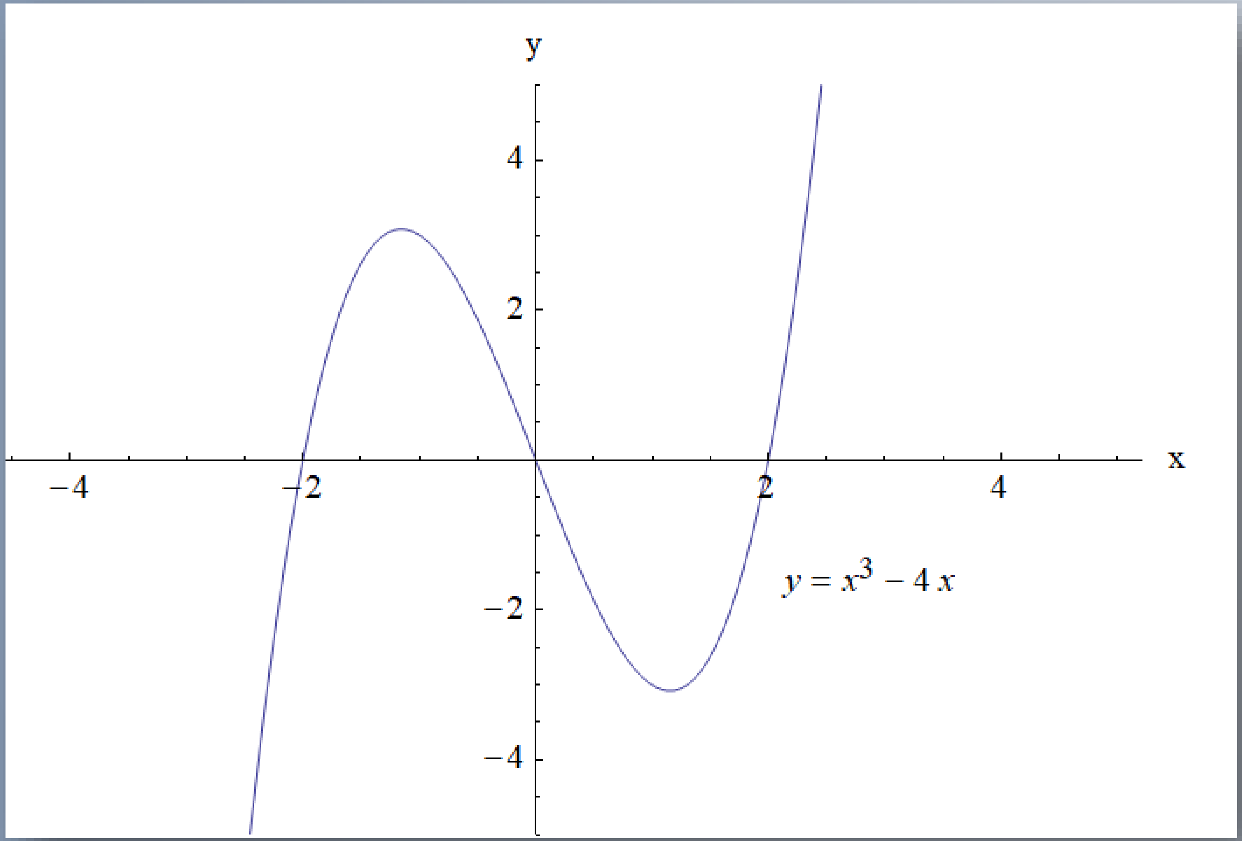
$c)\ y = (2-x)(x+2)(x+1)$

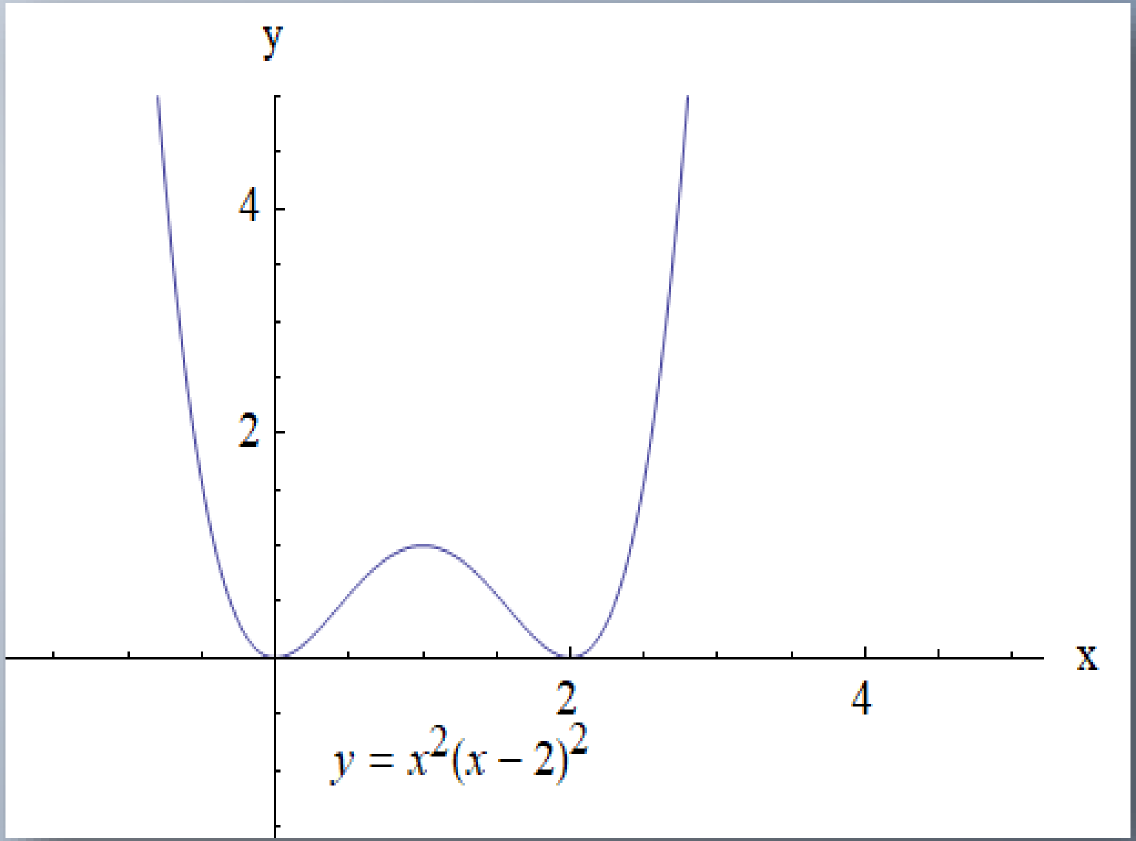
SOLUCIONES

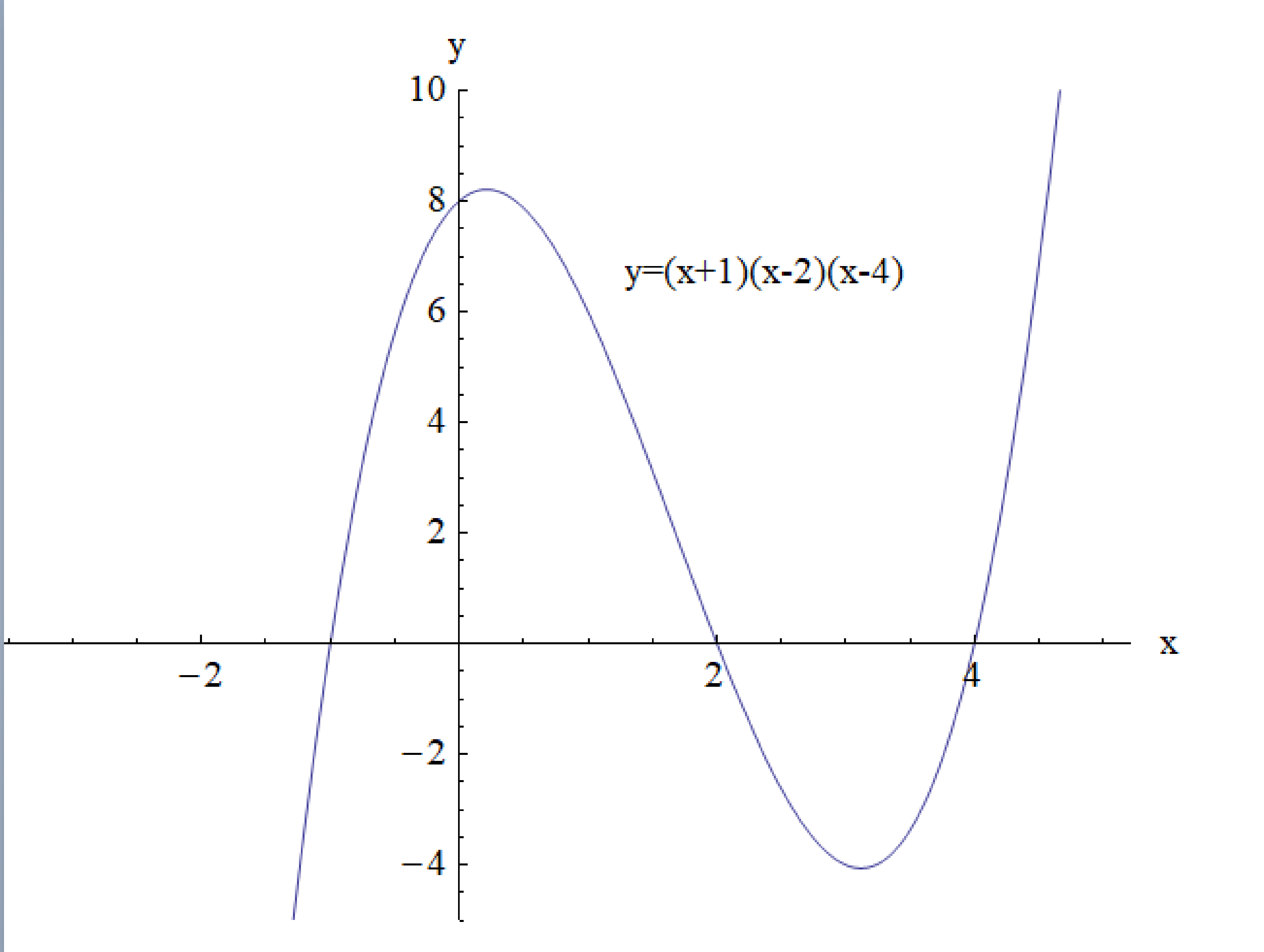
Ejercicio 1

43) f 44) c 45) e 46) a 47) b 48) d

Ejercicio 2







y
10
8
6
4
2
−2
−4
x
−2
2
4
y=(x+1)(x-2)(x-4)

No dejes que
las mentes pequeñas
te convenzan
de que tus sueños
son demasiado grandes.