

# FCyT - Algoritmos y Estructuras de Datos

## Arboles AVL

---

**Definición:** los árboles AVL (Adel'son-Vel'skii y Landis), son árboles binarios de búsqueda en el cual las alturas de los subárboles derecho e izquierdo de la raíz difieren a lo sumo en uno, y además sus subárboles son a su vez AVL.

Los árboles AVL tratan de generar árboles ordenados cuya estructura se asemeje a la de un árbol balanceado, pero de tal forma que las operaciones para reequilibrarlo, tras una operación de inserción o eliminación, sean sencillas.

Son ejemplos de árboles AVL un nodo (altura 0, cumple con la propiedad), un árbol con una sola descendencia (hijo), un árbol en el que la altura del subárbol derecho difiere en uno de la altura del subárbol izquierdo; un árbol en el que la altura del subárbol izquierdo difiere en uno de la altura del subárbol derecho.

**Criterio de equilibrio:** un árbol está equilibrado siempre que las alturas de los subárboles de todos sus nodos difieran a lo más en una unidad.

Este requisito es menos restrictivo que el correspondiente a un árbol balanceado; de todas formas, todos los árboles balanceados son árboles AVL, pero estos últimos mantienen una estructura más que razonable, permitiendo además realizar operaciones relativamente sencillas sobre ellos sin que por ello pierdan el equilibrio AVL.

**Factor de balance:** elemento adicional que se usa en cada uno de los nodos para determinar si se mantiene o no la condición de AVL. Concepto que define el balance de la carga de cada nodo. Existen tres estados posibles: balanceado, desbalanceado con carga a la derecha y desbalanceado con carga a la izquierda.

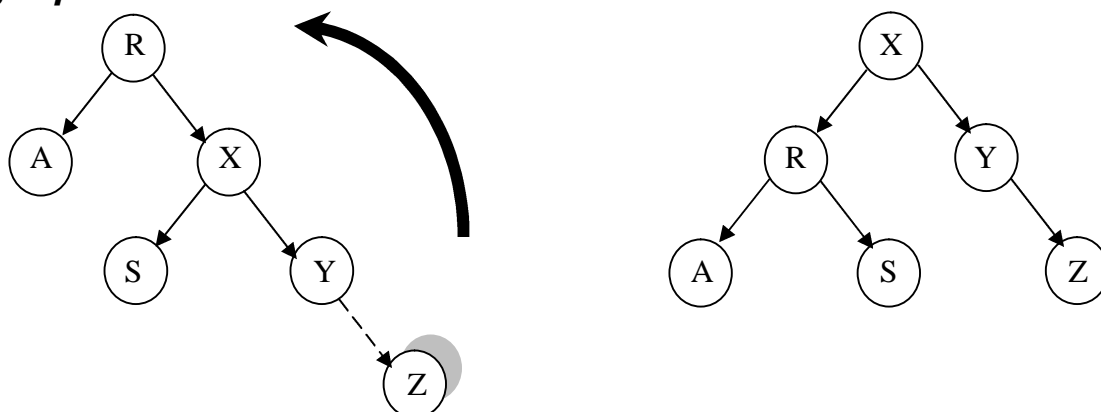
Cuando un árbol está perfectamente balanceado, el factor de balance se indica con un guión. Los nodos terminales siempre tienen factor de balance perfecto ya que sus descendientes son nulos (factor de balance igual). Los nodos que tengan desbalance se denotan con una barra inclinada hacia la derecha o la izquierda, dependiendo de la dirección de mayor altura (factor de balance derecho alto o izquierdo alto). En el diseño de celdas, se añade un campo más donde colocar la marca de balance.

### ***Inserción***

- Podemos insertar un nuevo nodo en un árbol AVL utilizando el algoritmo usual del árbol binario de búsqueda.
- A menudo resulta que el nuevo nodo puede insertarse sin cambiar la altura del árbol. Si al insertar un nodo la altura de un árbol no cambia con respecto a la raíz, el árbol sigue siendo AVL, el balance de la raíz no se modifica.
- Puede ocurrir que la altura de un subárbol aumente pero afectando la rama más corta, por lo tanto el árbol sigue siendo AVL, aunque el factor de balance de la raíz cambie (el factor de balance del nodo padre siempre cambia cuando se realiza una inserción).
- El único caso que puede ocasionar problemas se presenta cuando el nuevo nodo se agrega al subárbol más alto de la raíz, por lo tanto al aumentar la altura de este subárbol, ahora un subárbol tendrá una altura mayor en dos que el otro y ya no satisficiera los requisitos de AVL. En tal caso, se debe reestructurar el árbol para reestablecer el balanceo haciendo uso de una "rotación" que consiste en tratar de solucionar el desbalance en el subárbol en el que se produjo el exceso; si no se puede solucionar en ese nivel entonces se sube un nivel más (el desbalance se debe corregir aplicando una rotación adecuada, lo mas cerca posible del alta). En síntesis, la rotación de un AVL es una reestructuración del árbol luego de una inserción o una eliminación que produce un desbalance que hace perder la condición de AVL. La rotación puede ser simple o doble.

**Rotación Simple:** el exceso en profundidad se da en un sentido, el crecimiento es a izquierda o a derecha. La raíz del subárbol donde se produjo el desbalance sube un nivel, y a partir de aquí el árbol se reestructura como un árbol binario de búsqueda.

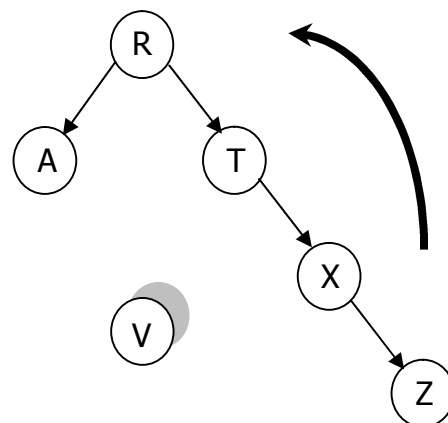
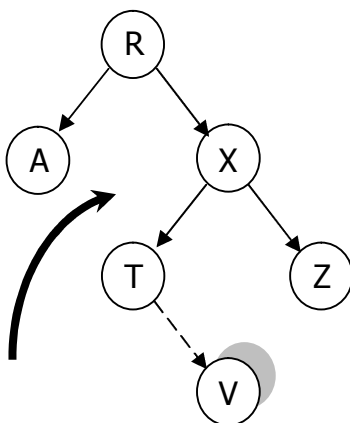
### ***Ejemplo:***



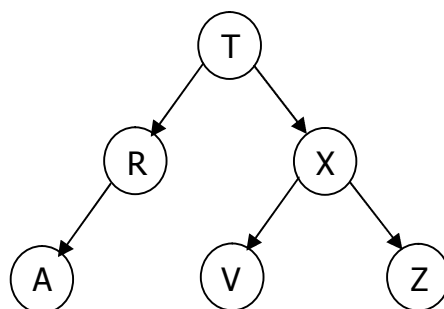
**Rotación doble:** se da para el caso en el que el desbalance no se produce en un sentido único. La raíz del subárbol en el que se produjo el exceso sube dos niveles, se efectúan dos rotaciones.

**Ejemplo:**

Primera Rotación



Segunda Rotación



### ***Eliminación***

Para suprimir un nodo en un árbol AVL se utilizan las mismas ideas básicas que en la inserción.

Existen dos casos (en ambos casos si se pierden las condiciones de AVL debe aplicarse la rotación que corresponda para balancearlo):

#### *Caso 1:*

Es aquel en el cual el nodo a dar de baja es un nodo cualquiera del árbol AVL, que no sea la raíz.

- Si tiene dos hijos, se sube como raíz el hijo de la rama derecha.
- Si el nodo que se quiere eliminar tiene un solo hijo, obviamente el hijo sube al lugar del padre (como raíz).
- Si no tiene hijos, directamente se lo elimina.

#### *Caso 2:*

Eliminar la raíz del árbol. Hacer esto implica que se puede pasar como raíz la raíz del subárbol izquierdo o del derecho.

Ejemplo:

