I) Dados los vectores $\vec{u} = \langle 1, \beta, 0 \rangle$ y $\vec{v} = 2\vec{j} + \vec{k}$.

a) Halle, si existe, un vector $\vec{w}$ ortogonal a $\vec{u}$ y a $\vec{v}$ de modulo $\sqrt{9}$.

b) Considere $\beta = 2$

b1) Cuál es el ángulo entre $\vec{w}$ y $\vec{u}$?

b2) Determine el vector $Proy_{\vec{v}}\vec{u}$.

II) Dada la ecuación simétrica de la recta es $L: \dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z}{-1}$.

a) El punto $P(1,1,1) \in L$? .

b) Halle una ecuación del plano π que contiene a la recta L y al punto $P(1,1,1)$.

c) El conjunto de puntos del plano π es un espacio vectorial? **Justifique su respuesta.**

I) Considere el sistema no homogéneo $Ax = b$. La forma escalonada por renglones de la matriz \(A\) es

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Clasificar y resolver el Sistema Homogéneo \(Ax = 0\).

b) La matriz \(A\), ¿tiene inversa?. **Justifique la respuesta.**

c) El el sistema no homogéneo $Ax = b$ ¿Puede ser compatible determinado? **Justifique la respuesta.**

II) Considere la matriz

$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ y la matriz

simétrica N de orden 2 tal $|N| = 3$.
Calcular, si es posible, los siguients determinantes. (**Justifique**)

a) $|(N + N^t)M|$.

b) $|(M + M^t)N|$.

Dada la siguiente matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

a) Exprese con sus palabras como verificaría que el vector $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ es un autovector de la matriz A, sabiendo que el correspondiente autovalor asociado es $\lambda = 2$.

b) Realice el cálculo de un autovector de la matriz A sabiendo que su autovector asociado es $\lambda = 1$. Exprese además, un segundo autovector asociado al autovalor $\lambda = 1$.

c) Indique todos los autovalores de A.

d) Exprese el Espacio Característico asociado al autovalor $\lambda = 1$.

e) Observando lo obtenido en el item c) y d), exprese la multiplicidad geométrica y algebraica de cada uno de los autovalores.

Dada la siguiente transformación $T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ 2y-4z \end{pmatrix}$,

a) ¿Cuál es el espacio vectorial de partida asociado a la transformación?.

b) Que concepto teórico utilizaría para calcular el núcleo de la transformación ?. Expréselo y utilícelo para determinar el núcleo de la transformación. Además exprese su resultado teniendo en cuenta la definición de espacio generado por un conjunto de vectores.

c) ¿Cuál es la representación geométrica del núcleo?.

d) Indique una base del núcleo.

e) Realice la transformación del vector $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

f) Indique el rango de la transformación y a partir de él, el conjunto imagen.

g) Exprese dos bases para el conjunto imagen.

I) Dada la siguiente ecuación canónica $\frac{(x-1)^2}{4}+(y+1)^2=1$,

a) Indique que cónica representa.

b) Halle, si los tiene, el o los focos de la misma.

c) Realice su gráfica.

II) Considere los números complejos $z_1=8e^{i\pi/2}$, $z_2=3-i$, y $z_3=2-2i$.

a) Represente z_1 y z_2 en el plano complejo.

b) Calcule $\dfrac{z_1^2}{(z_2-z_3)^2}$ y exprese el resultado en forma binómica.

c) Resolver la ecuación $z^3-z_1=0$.