

Definición.

Una Dependencia Funcional es una restricción que se establece entre dos conjuntos de atributos de la base de datos. Supongamos que nuestro esquema de base de datos relacional tiene n atributos A_1, A_2, \dots, A_n ; pensemos que la base de datos completa está descrita por un único esquema de relación universal $R = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$

No sugerimos que vamos a almacenar la base de datos como una única tabla universal; usamos este concepto sólo en el desarrollo de la teoría forma de las dependencias de datos.

Definición. Una dependencia funcional, denotada por $X \rightarrow Y$, entre dos conjuntos de atributos X e Y que son subconjuntos de R , especifica una *restricción* en las posibles tuplas que pueden formar un estado de relación r de R . La restricción dice que dos tuplas t_1 y t_2 en r que cumplen que $t_1[X] = t_2[X]$, deben cumplir también que $t_1[Y] = t_2[Y]$.

Esto significa que los valores del componente Y de una tupla de r dependen de, o están determinados por, los valores del componente X ; alternatively, los valores del componente X de una tupla únicamente (o **funcionalmente**) determinan los valores del componente Y . Decimos también que existe una dependencia funcional de X hacia Y , o que Y es **funcionalmente dependiente** de X . La abreviatura de dependencia funcional es **DF**. El conjunto de atributos X recibe el nombre de **lado izquierdo** de la DF, mientras que Y es el **lado derecho**.

Por tanto, X determina funcionalmente a Y si para toda instancia r del esquema de la relación R , no es posible que r tenga dos tuplas que coincidan en los atributos de X y no lo hagan en los atributos de Y . Observe lo siguiente:

- Si una restricción de R indica que no puede haber más de una tupla con un valor X concreto en cualquier instancia de relación $r(R)$, es decir, que X es una **clave candidata** de R , se cumple que $X \rightarrow Y$ para cualquier subconjunto de atributos Y de R (ya que la restricción de clave implica que dos tuplas en cualquier estado legal $r(R)$ no tendrán el mismo valor X)
- Si $X \rightarrow Y$ en R , esto no supone que $Y \rightarrow X$ en R .

Una dependencia funcional es una propiedad de la **semántica** o **significado de los atributos**. Los diseñadores de la base de datos utilizarán su comprensión de la semántica de los atributos de R (esto es, cómo se relacionan unos con otros) para especificar las dependencias funcionales que deben mantenerse en todos los estados de relación (extensiones) r de R . Siempre que la semántica de dos conjuntos de atributos de R indique que debe mantenerse una dependencia funcional, la especificamos como una restricción. Las extensiones de relación $r(R)$ que satisfacen la restricción de dependencia funcional reciben el nombre de estados de relación legales (o extensiones legales) de R . Por tanto, el uso fundamental de las dependencias funcionales es describir más en profundidad un esquema de relación R especificando restricciones de sus atributos que siempre deben cumplirse. Ciertas DF pueden especificarse sin hacer referencia a una relación específica. Por ejemplo, $\{Provincia, NumPermisoConducir\} \rightarrow DNI$ debe mantenerse para cualquier adulto que viva en Argentina. También es posible que ciertas dependencias funcionales puedan dejar de existir en el mundo real si cambia la relación. Por ejemplo, en Estados Unidos la DF CódigoPostal \rightarrow CodÁrea se utiliza como una relación entre los códigos postales y los códigos de los números telefónicos, pero con la proliferación de los códigos de área telefónica ya no es tan cierta.

Sea el esquema de relación

EMPLEADO_PROYECTO(DNI, NumPro, Horas, NombreE, NombrePro, UbicaciónPro)

desde el punto de vista de la semántica de los atributos sabemos que deben mantenerse las siguientes dependencias funcionales:

- a. $DNI \rightarrow NombreE$
- b. $NumPro \rightarrow \{NombrePro, UbicaciónPro\}$
- c. $\{DNI, NumPro\} \rightarrow Horas$

Estas dependencias funcionales especifican que (a) el valor del Documento Nacional de Identidad de un empleado (DNI) determina de forma inequívoca su nombre (NombreE), (b) el valor de un número de proyecto (NumPro) determina de forma única el nombre del mismo (NombrePro) y su ubicación (UbicaciónPro), y (c) una combinación de valores DNI y NumPro determina el número de horas semanales que el empleado ha trabajado en el proyecto (Horas). Alternativamente, decimos que NombreE está determinado funcionalmente por (o es funcionalmente dependiente de) DNI, o que *dado un DNI concreto, conocemos el valor de NombreE*, etc.

Una dependencia funcional es una *propiedad del esquema de relación R* , y no un estado de relación legal particular r de R . Por consiguiente, una DF *no puede* ser inferida automáticamente a partir de una extensión de relación r , sino que alguien que conozca la semántica de los atributos de R debe definirla explícitamente. Por ejemplo, el siguiente cuadro muestra un estado particular del esquema de relación IMPARTIR. Aunque a primera vista pudiéramos pensar que $\text{Texto} \rightarrow \text{Curso}$, no podemos confirmarlo a menos que sepamos que se cumple *para todos los estados legales posibles* de IMPARTIR. Sin embargo, basta con demostrar un *único ejemplo en contra* para desautorizar una dependencia funcional. Por ejemplo, ya que 'Smith' enseña tanto 'Estructuras de datos' como 'Administración de datos', podemos concluir que Profesor *no* determina funcionalmente a Curso.

Un estado de relación IMPARTIR con una *posible* dependencia funcional $\text{TEXTO} \rightarrow \text{CURSO}$. Sin embargo, $\text{PROFESOR} \rightarrow \text{CURSO}$ no es posible.

IMPARTIR

<i>Profesor</i>	<i>Curso</i>	<i>Texto</i>
Smith	Estructuras de datos	Bartram
Smith	Administración de datos	Martin
Hall	Compiladores	Hoffman
Brown	Estructuras de datos	Horowitz

Reglas de inferencia para las dependencias funcionales

Decimos que F es el conjunto de dependencias funcionales especificadas en un esquema de relación R . Habitualmente, el diseñador del esquema especifica las dependencias funcionales que son *semánticamente obvias*; sin embargo, es habitual que otras muchas dependencias funcionales se encuentren en *todas* las instancias de relación legales entre los conjuntos de atributos que pueden derivarse y satisfacen las dependencias de F . Esas otras dependencias pueden *inferirse* o *deducirse* de las DF de F . En la vida real, es imposible especificar todas las dependencias funcionales posibles para una situación concreta. Por ejemplo, si cada departamento tiene un director, de manera que NúmeroDpto determina de forma única DniDirector ($\text{NúmeroDpto} \rightarrow \text{DniDirector}$), y un director tiene un único número de teléfono TeléfonoDirector ($\text{DniDirector} \rightarrow \text{TeléfonoDirector}$), entonces ambas dependencias juntas suponen que $\text{NúmeroDpto} \rightarrow \text{TeléfonoDirector}$. Esto es una DF inferida y *no* tiene que declararse explícitamente. Por tanto, formalmente es útil definir un concepto llamado *clausura* (*closure*) que incluye todas las posibles dependencias que pueden inferirse de un conjunto F dado.

Definición. Formalmente, el conjunto de todas las dependencias que incluyen F , junto con las dependencias que pueden inferirse de F , reciben el nombre de **clausuras** de F ; está designada mediante F^+ .

Por ejemplo, suponga que especificamos el siguiente conjunto F de dependencias funcionales obvias en el siguiente esquema de relación

EMP_DPTO(DNI, NombreE, FechaNac, Dirección, NúmeroDpto, NombreDpto, DniDirector)

$F = \{ \text{Dni} \rightarrow \{ \text{NombreE}, \text{FechaNac}, \text{Dirección}, \text{NúmeroDpto} \},$

$\text{NúmeroDpto} \rightarrow \{ \text{NombreDpto}, \text{DniDirector} \} \}$

Las siguientes son algunas de las dependencias funcionales adicionales que se pueden *inferir* de F :

$\text{Dni} \rightarrow \{ \text{NombreDpto}, \text{DniDirector} \}$

$\text{Dni} \rightarrow \text{Dni}$

$\text{NúmeroDpto} \rightarrow \text{NombreDpto}$

Una DF $X \rightarrow Y$ es **inferida de** un conjunto de dependencias F especificado en R si $X \rightarrow Y$ se cumple en *todo* estado de relación legal r de R ; es decir, siempre que r satisfaga todas las dependencias en F , $X \rightarrow Y$ también se cumple en r . La clausura F^+ de F es el conjunto de todas las dependencias funcionales que pueden inferirse de F . Para determinar una manera sistemática de inferir dependencias, debemos descubrir un conjunto de **reglas de inferencia** que puedan usarse para deducir nuevas dependencias a partir de un conjunto de dependencias concreto. A continuación vamos a considerar algunas de estas reglas de inferencia. Usamos la notación $F \models X \rightarrow Y$ para indicar que la dependencia funcional $X \rightarrow Y$ se infiere del conjunto de dependencias funcionales F .

Axiomas de Armstrong

Conjunto de dependencias, que permite encontrar otras dependencias implicadas por ellas, las cuales son consistentes y completas. Los axiomas de Armstrong son consistentes y completos. Los Axiomas de Armstrong son más bien reglas de inferencia. Estas reglas permiten deducir todas las dependencias funcionales que tienen lugar a un conjunto dado de atributos que se dan a partir del conocimiento del problema.

Reflexividad

Los valores de X y Y que son un conjunto de atributos Y están incluidos o son iguales a los conjuntos de atributos X , entonces se cumplen que Y depende funcionalmente de X .

Es decir que matemáticamente es: $X \rightarrow X$

Si $Y \subseteq X$, $(X \rightarrow Y) (Y \rightarrow X)$

Por ejemplo:

$(\text{Cod_Pais} \rightarrow \text{Cod_Cap}) \quad (\text{Cod_Cap} \rightarrow \text{Cod_Pais})$

Siendo Cod_Pais el código del País y Cod_Cap el código de la Capital del País.

Aumentatividad

Si el conjunto de atributos Y depende funcionalmente de X, entonces dicha dependencia se mantiene aunque se añada un atributo a ambos conjuntos. Es decir, si:

$$(X \rightarrow Y)$$

$$(XZ \rightarrow YZ)$$

Por ejemplo si:

$$\text{dni} \rightarrow \text{nombre}$$

$$\text{dni, dirección} \rightarrow \text{nombre, dirección}$$

Si con dni se determina el nombre de una persona, entonces con dni más la dirección también se determina el nombre o su dirección.

Transitividad

Si Y depende funcionalmente de X y Z depende funcionalmente de Y, entonces se verifica que Z depende funcionalmente de X. Por lo tanto, si:

$$(X \rightarrow Y) \text{ y } (Y \rightarrow Z)$$

$$(X \rightarrow Z)$$

Por ejemplo:

$$\text{FechaDeNacimiento} \rightarrow \text{Edad}$$

$$\text{Edad} \rightarrow \text{Puede_Conducir}$$

$$\text{FechaDeNacimiento} \rightarrow \text{Puede_Conducir}$$

Entonces tenemos que FechaDeNacimiento determina a Edad y la Edad determina a Conducir, indirectamente. Por tanto podemos saber a través de FechaDeNacimiento si Puede_Conducir.

Aditividad

Si Y depende funcionalmente de X y también se cumple que Z depende funcionalmente de X, eso implica que Y y Z dependen funcionalmente de X. por tanto:

$$(X \rightarrow Y) \text{ y } (X \rightarrow Z) \text{ entonces } (X \rightarrow YZ)$$

PseudoTransitividad

Si se cumple que:

$(X \rightarrow Y)$ y $(WY \rightarrow Z)$ entonces $(WX \rightarrow Z)$

La demostración de esta regla se la obtiene aplicando:

$(X \rightarrow Y)$, por aumentación $(WX \rightarrow WY)$ $(WY \rightarrow Z)$

y ahora tras aplicar la transitividad $(WX \rightarrow Z)$

Por ejemplo:

$(\text{DNI} \rightarrow \text{Nombre})$ y $(\text{Nombre}, \text{Nom_Empresa} \rightarrow \text{Sueldo})$

$(\text{DNI}, \text{Nom_Empresa} \rightarrow \text{Sueldo})$

Descomposición

Si el conjunto de atributos Y depende funcionalmente de X y también se cumple que los valores del conjunto de atributos Z están incluidos en los valores de Y, entonces se tiene que cumplir que Z depende funcionalmente de X. Por lo tanto:

Si $(X \rightarrow YZ)$ entonces se cumplen $(X \rightarrow Y)$ y $(X \rightarrow Z)$

Por ejemplo:

$(\text{DNI} \rightarrow \text{nombre dirección})$

$(\text{DNI} \rightarrow \text{nombre})$ $(\text{DNI} \rightarrow \text{dirección})$

Este conjunto de reglas nos permite abordar y resolver una serie de problemas fundamentales que luego nos conducirán al establecimiento de algoritmos de diseño que sean sencillos y fiables.

Estos problemas fundamentales, son:

- Cierre de un conjunto de dependencias.
- Equivalencia lógica de esquemas.
- Deducción de dependencias.
- Cierre de un descriptor respecto de un conjunto de dependencias.
- Cálculo de las claves de un esquema

Tipos de Dependencias Funcionales**Dependencia Funcional Completa**

Un atributo B de R tiene dependencia funcional completa de un atributo A de una relación R, si tiene dependencia funcional de A pero no tiene dependencia funcional de ningún subconjunto de A.

Definición: En una dependencia funcional $X \rightarrow Y$, cuando X es un conjunto de atributos, decimos que la dependencia funcional es completa, si sólo depende de X, y no de ningún subconjunto de X.

Formato:

$A \Rightarrow B$

“A determina funcionalmente a B”

DNI.Empleado \Rightarrow Sueldo

El DNI del empleado determina el sueldo.

El sueldo no depende de ningún subconjunto del DNI que es la clave primaria.

Dependencia Funcional Multivaluada

“Sea A,B,C tres subconjuntos distintos de atributos de una tabla T, se dice que A tiene una dependencia Multivaluada con B, que A multidetermina a B, o que B depende multivaluadamente de A.”. Existen casos de relaciones en los que un atributo puede determinar a otro restringiendo su rango de valores válidos. A este tipo de dependencias se les conoce como dependencias multivaluadas.

Formato:

$A \twoheadrightarrow B$

“A multidetermina a B”

Dependencia entre atributos de una relación (por ejemplo: A, B y C), tal que para cada valor de A hay un conjunto de valores para B y un conjunto de valores para C.

Sin embargo, el conjunto de valores de B y C son independientes uno del otro.

Dependencia Funcional Transitiva

Sean A, B y C atributos de un esquema de relación R; si C tiene dependencia funcional de B y B tiene dependencia funcional de A, entonces C tiene dependencia funcional transitiva de A. Formato:

$$A \rightarrow B, B \rightarrow C$$

“A determina B y si B determina C entonces A determina a C”

Ejemplo: Ciudades(ciudad, población, superficie, renta, país, continente)

ciudad \rightarrow país,

país \rightarrow continente.

ciudad \rightarrow continente.

Además, país \rightarrow ciudad. Es decir, cada ciudad pertenece a un país y cada país a un continente, pero en cada país puede haber muchas ciudades. En este caso continente tiene una dependencia funcional transitiva con respecto a ciudad, a través de país. Es decir, cada ciudad está en un país, pero también en un continente.