

# 华南农业大学期末考试试卷 (A 卷)

2015-2016 学年第 1 学期

考试科目: 概率论与数理统计

考试类型: (闭卷) 考试

考试时间: 120 分钟

学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 年级专业 \_\_\_\_\_

装

题号	一	二	三	总分
得分				
评阅人				

订

得分	
----	--

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

1、下列命题正确的是( )

(A) 若事件 A 发生的概率为 1, 则 A 为必然事件;

(B) 若随机变量 X 与 Y 不独立, 则  $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$  不一定成立;

(C) 若 X 是连续型随机变量, 且  $f(x)$  是连续函数, 则  $Y=f(X)$  不一定是连续型随机变量;

(D) 设 A, B 是任意两个事件, 则  $\bar{A}B=A\cup B$ .

2、设随机变量 X 的概率密度为  $f(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-x^2+6x-9}$ , 若  $P(X>C)=P(X\leq C)$ , 则 C 的值为( ).

(A) 0; (B) 3; (C)  $-\sqrt{3}$ ; (D) -3.

3、设总体  $X \sim N(0,1)$ ,  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  是其简单随机样本,  $\bar{X}, S^2$  分别是其样本均值和样本方差, 则下列各式正确的是( ).

(A)  $\bar{X} \sim N(0,1)$ ; (B)  $n\bar{X} \sim N(0,1)$ ;

(C)  $\frac{\bar{X}}{S} \sim t(n-1)$ ; (D)  $(n-1)S^2 \sim \chi^2(n-1)$ .

4、设随机变量  $X \sim N(0,1)$ ,  $Y \sim N(0,1)$ , 则下列结论正确的是( )

(A)  $X+Y$  服从正态分布; (B)  $X^2+Y^2$  服从  $\chi^2$  分布;

(C)  $X^2/Y^2$  服从 F 分布; (D)  $X^2$  和  $Y^2$  均服从  $\chi^2$  分布.

5、在假设检验的  $U$  检验法中, 对给定的检验水平  $\alpha$ , 下列判断正确的是( ) .

- (A) 若  $H_0: \mu = \mu_0$ , 对  $H_1: \mu \neq \mu_0$ , 则拒绝域为  $W = \{u \mid |u| > u_\alpha\}$  ,  
(B) 若  $H_0: \mu = \mu_0$ ,  $\blacklozenge H_1: \mu < \mu_0$ , 则拒绝域为  $W = \{u \mid |u| > u_{\frac{1-\alpha}{2}}\}$  ,  
(C) 若  $H_0: \mu = \mu_0$ ,  $\blacklozenge H_1: \mu > \mu_0$ , 则拒绝域为  $W = \{u \mid u > u_{\frac{\alpha}{2}}\}$  ,  
(D) 若  $H_0: \mu = \mu_0$ , 对  $H_1: \mu \neq \mu_0$ , 则拒绝域为  $W = \{u \mid |u| \geq u_{\frac{\alpha}{2}}\}$  .

6、设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\sigma$  未知, 从中抽取容量为 16 的样本, 其样本均值为  $\bar{X}$ , 样本方差为  $S^2$ , 则未知参数  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间是( ).

- (A)  $\bar{X} \mp \frac{S}{16} u_{0.025}$  ; (B)  $\bar{X} \mp \frac{S}{16} t_{0.05}(n-1)$  ;  
(C)  $\bar{X} \mp \frac{S}{4} t_{0.025}(n-1)$  ; (D)  $\bar{X} \mp \frac{S}{4} u_{0.025}$  .

得分	
----	--

二、填空题 (本大题共 7 小题, 每小题 3 分, 共 21 分)

1、随机变量  $X_1, X_2, \dots, X_n$  独立并且服从同一分布, 数学期望为  $\mu$ , 方差为  $\sigma^2$ ,

这  $n$  个随机变量的简单算术平均数为  $\bar{X}$ , 则  $D(X_i - \bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2、若事件 A 和 B 相互独立,  $P(A) = \alpha$ ,  $P(B) = 0.3$ ,  $P(\bar{A} \cup B) = 0.7$ , 则  $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ .

3、设  $X \sim N(10, \sigma^2)$ , 且  $P(10 < X < 20) = 0.3$ , 则  $P(0 < X < 10) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4、设某物体的质量  $X \sim N(\mu, 0.01)$ , 为使未知参数  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间的长度不超过 0.1, 则至少应测量  $\underline{\hspace{2cm}}$  次.

5、设随机变量  $X$  的分布函数  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.1, & 0 \leq x < 1 \\ 0.3, & 1 \leq x < 2 \\ 0.6, & 2 \leq x < 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$ , 则  $P\{0.5 \leq X \leq 2.5\} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

6、某机器生产的零件长度 (cm) 服从参数为  $\mu = 10.05, \sigma = 0.06$  的正态分布. 规定长度在范围  $10.05 \pm 0.12$  cm 内为合格品, 则从中抽取一产品为不合格品的概率为  $\underline{\hspace{2cm}}$ . (已知  $\Phi(2) = 0.9772$ )

7、设  $X_1, X_2, X_3$  是来自正态总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  的简单随机样本，其中

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{5}X_1 + \frac{3}{10}X_2 + \frac{1}{2}X_3, \quad \hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{3}{12}X_3, \quad \hat{\mu}_3 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3,$$

$\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\mu}_3$  都是  $\mu$  的无偏估计，则其中 \_\_\_\_\_ 在  $\mu$  的估计中最有效.

得分	
----	--

### 三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 61 分)

1、甲、乙两人轮流投篮，甲先投.一般来说，甲、乙两人独立投篮的命中率分别为 0.7 和 0.6. 但由于心理因素的影响，如果对方在前一次投篮中投中，紧跟在后面投篮的这一方的命中率就会有所下降，甲、乙的命中率分别变为 0.4 和 0.5. 求：

- (1) 乙在第一次投篮中投中的概率；(5 分)
- (2) 甲在第二次投篮中投中的概率. (5 分)

2、已知随机变量  $X$  服从在区间(0,1)上的均匀分布，令  $Y=2X+1$ ，求  $Y$  的概率密度函数. (10 分)

3、设随机变量  $X$  的概率密度为：  $f(x) = \begin{cases} a - \frac{a}{2}x, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其余} \end{cases}$ , 求：

- (1) 常数  $a$ ；(3 分)
- (2)  $X$  的分布函数  $F(x)$ ；(4 分)
- (3) 条件概率  $P\left\{X > \frac{1}{2} \mid X \leq 1\right\}$ . (4 分)

4、已知健康人的红血球直径服从均值为  $7.2 \mu m$  的正态分布，今在某患者血液中随机测得 9 个红血球的直径如下： 7.8, 9.0, 7.1, 7.6, 8.5, 7.7, 7.3, 8.1, 8.0. 问该患者红血球平均直径与健康人的差异是否显著不同( $\alpha=0.05$ )？(已知

$$t_{0.025}(8) = 2.3060, t_{0.05}(8) = 1.860, t_{0.025}(9) = 2.262, t_{0.05}(9) = 1.833 \quad (10 \text{ 分})$$

5、设总体  $X$  的概率密度函数为  $f(x, \theta) = \sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}$ ,  $0 < x < 1, \theta > 0$ , 其中  $\theta$  为未知参数, 设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是来自总体的简单随机样本观测值, 试求未知参数  $\theta$  的矩估计和极大似然估计. (10 分)

6、设某经销商与某出版社订购下一年的挂历, 根据该经销商以往多年的的经销经验, 他得出需求量分别为 150 本、160 本、170 本、180 本的概率分别为 0.1、0.4、0.3、0.2, 各种订购方案的获利  $X_i (i=1,2,3,4)$  (百元) 是随机变量, 经计算各种订购方案在不同需求情况下获利的分布如下:

订购方案 需求数量及概率	需求 150 本 (概率 0.1)	需求 160 本 (概率 0.4)	需求 170 本 (概率 0.3)	需求 180 本 (概率 0.2)
订购 150 本获利 $X_1$	45	45	45	45
订购 160 本获利 $X_2$	42	48	48	48
订购 170 本获利 $X_3$	39	45	51	51
订购 180 本获利 $X_4$	36	42	48	54

问: (1) 该经销商应订购多少本挂历, 可使期望利润最大? (5 分)  
(2) 为使期望利润最大且风险最小, 经销商应订购多少本挂历? (5 分)