

# 华南农业大学期末考试试卷（A 卷）

2016-2017 学年第 1 学期      考试科目： 概率论与数理统计

考试类型： (闭卷) 考试      考试时间： 120 分钟

## 一、选择题 (每题 3 分, 共计 15 分)

1. 设  $A, B$  是两个互斥的随机事件, 则必有 \_\_\_\_\_ ( )

$$(A) P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad (B) P(A - B) = P(A) - P(B)$$

$$(C) P(AB) = P(A)P(B) \quad (D) P(A) = 1 - P(B)$$

2. 在 1 到 100 的自然数里任取一个数, 则它能被 2 和 5 整除的概率为 ( )

$$(A) \frac{11}{100}. \quad (B) \frac{1}{10}. \quad (C) \frac{3}{5}. \quad (D) \frac{9}{100}.$$

3. 设  $F(x)$  与  $G(x)$  分别为随机变量  $X$  与  $Y$  的分布函数, 为使  $H(x) = aF(x) + bG(x)$  是某一随机变量的分布函数, 在下列给定的各组数据中应取 ( )

$$(A) a=0.3, b=0.2 \quad (B) a=0.3, b=0.7 \quad (C) a=0.4, b=0.5 \quad (D) a=0.5, b=0.6$$

4. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是取自总体  $N(0, \sigma^2)$  的样本, 则可以作为  $\sigma^2$  的无偏估计量的是 ( )

$$(A) \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2; \quad (B) \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i^2; \quad (C) \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i; \quad (D) \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n X_i.$$

5. 设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为正态总体  $N(\mu, 4)$  的一个样本,  $\bar{x}$  表示样本均值, 则  $\mu$  的置信度为  $1-\alpha$  的置信区间为 ( )

$$(A) (\bar{x} - u_{\alpha/2} \frac{4}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{\alpha/2} \frac{4}{\sqrt{n}}). \quad (B) (\bar{x} - u_{1-\alpha/2} \frac{2}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{\alpha/2} \frac{2}{\sqrt{n}}).$$

$$(C) (\bar{x} - u_{\alpha} \frac{2}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{\alpha} \frac{2}{\sqrt{n}}). \quad (D) (\bar{x} - u_{\alpha/2} \frac{2}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{\alpha/2} \frac{2}{\sqrt{n}}).$$

## 二、填空题 (每题 3 分, 共计 15 分)

1. 某人连续射击 3 次，记  $A_i$  为“第  $i$  次射击命中目标”， $i = 1, 2, 3$ ，又设此人命中率为 0.8，各次射击互不影响，则他最少命中 1 次的概率为\_\_\_\_\_.
2. 设随机变量  $X$  服从泊松分布，若  $E(X^2) = 6$ ，则  $P(X \geq 1) = _____$ .
3. 设事件  $A, B$  仅发生一个的概率为 0.3，且  $P(A) + P(B) = 0.5$ ，则  $A, B$  至少有一个不发生的概率为\_\_\_\_\_.
4. 设总体  $X \sim N(0,1)$ ， $X_1, \dots, X_n$  为简单随机样本，则统计量  $\frac{X_1 - X_2}{\sqrt{(X_3^2 + X_4^2)^2}}$  服从\_\_\_\_\_分布（要求写出具体的分布及其参数）.
5. 对任意随机变量  $X$ ，若  $EX$  存在，则  $E[E(EX)] = _____$ .

### 三、计算题(本大题七小题，共计 70 分)

1. (8 分) 设某公路上经过的货车与客车的数量之比为 2:1，货车中途停车修理的概率为 0.02，客车修理的概率为 0.01，今有一辆汽车中途停车修理，求该汽车是货车的概率.

2. (14 分) 已知连续型随机变量  $X$  的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2}x, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{other} \end{cases}, \text{求}$$

(1)  $P\{-1 < X < \frac{1}{2}\}$ ； (2)  $Y = 2X - 3$  的概率密度函数.

3. (12 分) 设  $(X, Y)$  的密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} xe^{-x} \frac{1}{(1+y)^2}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{other} \end{cases}$$

求 (1)  $X$  的边缘密度  $f_X(x)$ ， $Y$  的边缘密度  $f_Y(y)$ ；

(2) 判断  $X$  与  $Y$  独立性.

4. (8分) 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为总体  $X$  的一个样本,  $X$  的密度函数为

$$p(x, \theta) = \begin{cases} \theta x^{-(\theta+1)} & x > 1, \theta > 1, \\ 0 & x \leq 1, \end{cases}$$

求参数  $\theta$  的矩估计量.

5. (12分) 某工厂生产的漆包线的抗拉强度服从均值为25分的正态分布, 从中随机地抽取12个产品, 算得平均值为27分, 标准差为2.267分。在显著性水平0.05下, 检验 (已知

$$t_{0.025}(11) = 2.2010, t_{0.025}(12) = 2.179, t_{0.05}(11) = 1.796, t_{0.05}(12) = 1.782,$$

$$u_{0.025} = 1.96, u_{0.05} = 1.645, \chi^2_{0.05}(11) = 19.675, \chi^2_{0.95}(11) = 4.575, \chi^2_{0.975}(11) = 3.816, \chi^2_{0.025}(11) = 21.920$$

$$(1) \quad H_0: \mu = 25; H_1: \mu \neq 25. \quad (2) \quad H_0: \sigma^2 \geq 3.24; H_1: \sigma^2 < 3.24.$$

6. (8分) 设  $X_1, \dots, X_{10}$  为总体  $X \sim N(0, 0.3^2)$  的样本, 求  $P\{\sum_{i=1}^{10} X_i^2 > 1.44\}$

$$(已知 \chi^2_{0.1}(10) = 16, \chi^2_{0.05}(9) = 16, \chi^2_{0.997}(9) = 1.44, \chi^2_{0.999}(10) = 1.44 )$$

7. (8分) 某公司的某种原料, 据历史资料表明: 这种原料的市场需求量  $X$  (单位: 吨) 服从  $(300, 500)$  上的均匀分布, 每售出一吨该原料, 该公司可获利 1.5 (千元), 若积压一吨, 则公司损失 0.59 (千元)。问公司应该组织多少货源, 可使平均收益最大?