

Grundpraktikum

F4 **Bestimmung von Federkonstanten**

Ben J. F.

27.05.2021

Inhaltsverzeichnis

1. Motivation und theoretische Vorbetrachtung	4
2. Aufbau und Versuchsbeschreibung	4
3. Statische Messung	5
3.1. Datenauswertung	5
3.2. Bestimmung der Federkonstanten aus den numerischen Anstiegen	7
4. Dynamische Messung	7
4.1. Dynamische Messung für eine Masse	7
4.1.1. Datenauswertung	7
4.1.2. Bestimmung der Federkonstanten	7
4.2. Dynamische Messung mit mehreren Massen	8
4.2.1. Datenauswertung	8
4.2.2. Bestimmung der Federkonstanten	9
5. Bestimmung der Federkonstante mittels Materialkonstanten	10
6. Vergleich	10
7. Fehlereinschätzung	11
7.1. Federmasse und Herstellerangaben	11
7.2. Harmonische Oszillator	12
7.3. horizontale Schwingung	12
7.4. Messungen	12
7.5. Grobe Messfehler	12
8. Schlussfolgerung	13
A. Anhang	14
A.1. Graphen	14
A.2. Chi-Quadrat Grafiken	16
B. Quellenverzeichnis	19

Abbildungsverzeichnis

1.	Aufbau des Versuches zur Bestimmung von Federkonstanten	4
2.	Regeression, $a = (0.2126 \pm 0.0015)$, $b = (7 \pm 4)10^{-4}$	14
3.	Regeressionvon, $a = (0.2147 \pm 0.0009)$, $b = (-2.6 \pm 2.0)10^{-4}$	14
4.	Regeressionvon, $a = (0.00062 \pm 0.00014)$, $b = (9 \pm 5)10^{-2}$	15
5.	Regeressionvon, $a = (23.11 \pm 0.2) \text{ cm kg}^{-1}$, $b =$	15
6.	Regeression, S.	16
7.	kumulierte Chi Quadrat Verteilung V1	16
8.	kumulierte Chi Quadrat Verteilung V2	17
9.	Chi-Quadrat Wahrscheinlichkeitsdichte V1	17
10.	Chi-Quadrat Wahrscheinlichkeitsdichte V2	18
11.	Konfidenzintervall vs Freiheitsgrade im reduzierten Chi Quadrat	18

Tabellenverzeichnis

1.	Gewichte der Massestücke von Messplatz 1 und 3	5
2.	Messwerte statische Messung, auf die linken Massen wurde die Federmasse hinzugefügt, bei den rechten Massen nicht	5
3.	k-Werte aus Steigungsdreieck, statische Messung	6
4.	numerische Steigung, statische Messung	6
5.	Ergebnisse der Federkonstante k aus dem numerischen Anstieg	7
6.	Messwerte Dynamisch für eine Masse	7
7.	Messwerte Periodendauer für verschiedene Massen, Studentin	8
8.	Messwerte Periodendauer für verschiedene Massen, Student	8
9.	Federkonstante durch Steigungsdreieck, dynamische Messung	9
10.	Materialkonstanten	10
11.	Übersicht der gemessenen Federkonstanten	10

1. Motivation und theoretische Vorbetrachtung

Ziel dieses Experimentes ist es, die Federkonstante k zu bestimmen, die aus der Federkraft entsteht aufgrund der Auslenkung x .

$$F_F = kx \quad (1)$$

Dabei unterscheiden wir zwischen der dynamischen und statischen Messung. Die statistische Messung bedeutet, dass die Feder in Ruhe ist und zum Beispiel im Schwerfeld der Erde ist.

$$x = \frac{mg}{k} \quad (2)$$

Bei der dynamischen Messung sehen wir die Feder als einen harmonischen Oszillator an und dabei entsteht der Zusammenhang:

$$k = 4\pi^2 \frac{m}{T^2} \quad (3)$$

Herleitungen und die weitere theoretische Zusammenhänge sind im Versuchsskript¹ zu lesen.

2. Aufbau und Versuchsbeschreibung

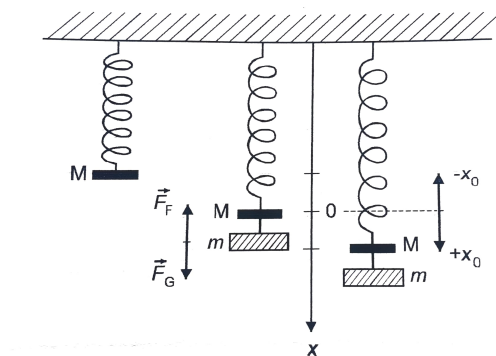


Abbildung 1: Aufbau des Versuches zur Bestimmung von Federkonstanten

In dem Experiment wird eine Feder (Masse m_f , Torsionsmodul G , Drahtlänge l , Drahtdurchmesser d und Wickelradius r) senkrecht zum Boden im Schwerfeld der Erde gebracht. Im ersten Teilversuch bringen wir 8 Massen m von ca. 50g nacheinander an die Feder an und messen die Auslenkung x , um die statische Messung durchzuführen. Anschließend entfernen wir die Massen nacheinander und messen erneut. Als nächstes Experiment lassen wir die Feder mit der Masse m n mal schwingen und messen dann die Periodendauer T . Als letztes ermitteln wir die Federkonstante k aus den Materialkonstanten:

$$k = \frac{\pi}{32} \frac{Gd^4}{lr^2} \quad (4)$$

Genauere Angaben und Erklärungen zu dem Aufbau und Versuchsdurchführung ist im Versuchsskript² zu finden. Die Skizze zum Versuchsaufbau ist in der Abb. (1) zu sehen.

¹Mül21.

²Mül21.

3. Statische Messung

In diesem Versuch hängen wir die Massen aus Tabelle (1) an die Feder und bestimmen so die Auslenkung, wie im Aufbau beschrieben.

Tabelle 1: Gewichte der Massestücke von Messplatz 1 und 3

Nummerierung	Messplatz 1	Messplatz 3
m_1	$(49.818 \pm 0.0005) \text{ g}$	$(49.995 \pm 0.0005) \text{ g}$
m_2	$(50.342 \pm 0.0005) \text{ g}$	$(50.261 \pm 0.0005) \text{ g}$
m_3	$(50.041 \pm 0.0005) \text{ g}$	$(50.656 \pm 0.0005) \text{ g}$
m_4	$(50.005 \pm 0.0005) \text{ g}$	$(50.418 \pm 0.0005) \text{ g}$
m_5	$(50.723 \pm 0.0005) \text{ g}$	$(49.930 \pm 0.0005) \text{ g}$
m_6	$(50.516 \pm 0.0005) \text{ g}$	$(49.970 \pm 0.0005) \text{ g}$
m_7	$(50.609 \pm 0.0005) \text{ g}$	$(50.210 \pm 0.0005) \text{ g}$
m_8	$(50.618 \pm 0.0005) \text{ g}$	$(50.824 \pm 0.0005) \text{ g}$

3.1. Datenauswertung

Im Material wurde die Masse der Feder mit 5g angegeben und wir addieren diese auf die Messungen. Wir hängen die Massestücke in der Reihenfolge 1 bis 8 an die Feder nacheinander an und hängen diese in umgekehrter Richtung wieder ab.

Dabei ergeben sich folgende Auslenkungen:

Tabelle 2: Messwerte statische Messung,
auf die linken Massen wurde die Federmasse hinzugefügt,
bei den rechten Massen nicht

Masse [g]	x [cm] auf	x [cm] ab	Masse [g]	x [cm] auf	x [cm] ab
–	–	–	(0 ± 0)	0	0
54.818 ± 0.005	1.00	1.00	49.995 ± 0.005	1.15	1.05
104.16 ± 0.007	2.20	2.20	100.256 ± 0.007	2.30	2.15
164.201 ± 0.009	3.40	3.40	150.912 ± 0.009	3.25	3.15
204.206 ± 0.010	4.60	4.50	201.330 ± 0.010	4.35	4.30
254.929 ± 0.011	5.80	5.50	251.260 ± 0.011	5.40	5.35
305.445 ± 0.012	7.00	6.60	301.230 ± 0.012	6.50	6.45
356.054 ± 0.013	8.10	7.90	351.440 ± 0.013	7.60	7.50
406.672 ± 0.014	9.20	9.00	402.264 ± 0.014	8.55	8.65

Aufgrund der Spiegelskala hat man eine Unsicherheit gegeben von

$$u_x = 0.2 \text{ mm} + 5 \cdot 10^{-4} x \approx 0.05 \text{ cm} \quad (5)$$

Da wir für die ersten beiden x-Spalten von $(20.00 \pm 0.05) \text{ cm}$ abwärts die Skala abgelesen haben und dann die Differenz dazu berechnen, welche in der Tabelle (2) stehen, haben wir für die x-Fehler den folgenden Wert nach Fehlerfortpflanzung:

$$u_{x,\text{gesamt}} = u_x \sqrt{2} = 0.07 \text{ cm} \quad (6)$$

Für die letzten beiden x-Spalten haben wir denselben Fehler, mit dem Unterschied, dass wir die Differenz

zuerst von $(19.65 \pm 0.05)\text{cm}$ und dann die Differenz von $19.80 \pm 0.05\text{cm}$ nehmen.

Aus den ersten beiden x-Spalten errechnen wir den Durchschnitt und erzeugen mittels lineare Regression den Graph (5), wie im Skript³ erläutert ist.

Aus der Gleichung (1) ergibt sich für die lineare Regression:

$$x = \frac{g}{k} \cdot m + b = a \cdot m + b \quad (7)$$

Für die dritte x-Spalte ergibt sich der Graph (2) mit linearer Regression und für die vierte x-Spalte ergibt sich der Graph (3).

Als erstes sollen wir mittels des Steigungsdreiecks des ersten und letzten Wertes die Federkonstante k bestimmen mit:

$$k = g \cdot \frac{m_2 - m_1}{x_2 - x_1} \quad (8)$$

$$u_k = k \sqrt{\left(\frac{u_g}{g}\right)^2 + \left(\frac{u_m}{m_2 - m_1}\right)^2 + \left(\frac{u_x}{x_2 - x_1}\right)^2} \quad (9)$$

Damit ergeben sich für die drei Graphen (2, 3, 5) folgende Werte:

Tabelle 3: k-Werte aus Steigungsdreieck, statische Messung

	Graph (2)	Graph (3)	Graph (5)
Federkonstante k	46.2 ± 0.5	45.6 ± 0.5	42.1 ± 0.5

Tabelle 4: numerische Steigung, statische Messung

	Graph (2)	Graph (3)	Graph (5)
Steigung a [cm kg^{-1}]	21.26 ± 0.15	21.47 ± 0.09	23.11 ± 0.2

Die Graphen (2, 3, 5) bestätigen den linearen Zusammenhang zwischen der Auslenkung und der Masse.

³Mül20.

3.2. Bestimmung der Federkonstanten aus den numerischen Anstiegen

Es gilt für die Federkonstante gefolgert aus (4) und den gegebenen Werten von g aus dem Versuchsskript⁴.

$$k = \frac{g}{a} \quad (10)$$

Und mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$u_k = k \sqrt{\left(\frac{u_g}{g}\right)^2 + \left(\frac{u_a}{a}\right)^2} \quad (11)$$

Tabelle 5: Ergebnisse der Federkonstante k aus dem numerischen Anstieg

	Graph (2)	Graph (3)	Graph (5)
Federkonstante k [kg s ⁻¹]	46.2 ± 0.3	45.70 ± 0.18	42.4 ± 0.4

4. Dynamische Messung

Im zweiten Versuchsteil wurde nun die Feder mit der Masse 0.406672 kg zur Schwingung gebracht und die Zeit von 20 Schwingungen 10 mal aufgenommen.

4.1. Dynamische Messung für eine Masse

4.1.1. Datenauswertung

Als Messwerte und grafische Darstellung mittels linearer Regression, der Form $y = xa + b$, ergibt sich, gemäß Skript⁵:

Tabelle 6: Messwerte Dynamisch für eine Masse

Periodendauer T_{20} [s]	11.78	11.87	11.72	11.85	11.75	12.00	11.85	11.91	11.75	11.85
----------------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Aus diesen wird nun der Durchschnitt bestimmt und mittels lineare Regression der Art $y = a(x+b)$ ein Graph erzeugt. Aus (3) folgt für die lineare Regression gilt:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 m}{k} + b = a \cdot m + b \quad (12)$$

wobei b die Zusätzlichen Massen durch Gestell etc. beschreibt und m die Masse inklusive der Feder.

4.1.2. Bestimmung der Federkonstanten

Mit der (3) kann man nun k bestimmen und daraus ergibt sich ein Wert von:

$$k \approx (45.8. \pm 0.5) \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} \quad (13)$$

⁴Mül21.

⁵Mül20.

Die Unsicherheit berechnet man mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung. Zu nächst den Fehler der Zeit, die durch die Reaktionszeit entsteht, da der Geräte Fehler von digitalen Zeitmessern vergleichsweise klein ist. Dieser muss zweimal eingehen, da man diesen Fehler beim Start und beim Schluss der Messung macht. Die Reaktionszeit wird hier mit 0.3 gerechnet und die Anzahl der Messungen 10

$$u_T = \frac{2t_{reaktion}}{\text{Anzahl der Messungen}} y = 0.06 \quad (14)$$

$$u_k = k \sqrt{\left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2u_T}{T}\right)^2} = 0.5 \quad (15)$$

4.2. Dynamische Messung mit mehreren Massen

Nun werden für verschiedene Massen die Periodendauer gemessen. Dabei kamen folgende Werte raus.

4.2.1. Datenauswertung

Tabelle 7: Messwerte Periodendauer für verschiedene Massen, Studentin

Masse [kg]	T [s]	T [s]
0.204206	9.0	8.56
0.254929	9.53	9.56
0.305445 1	10.35	10.37
0.356054	11.01	11.00

Tabelle 8: Messwerte Periodendauer für verschiedene Massen, Student

Masse [kg]	0.403831	0.353107	0.302897	0.252927
T [s]	10.85	11.16	10.59	10.00
T [s]	10.78	11.37	9.91	9.53
T [s]	11.47	11.44	10.44	–
T [s]	11.37	11.32	–	–

Aus den Tabellen (7, 6, 8) können wir den Durchschnitt bestimmen, durch 20 teilen und anschließend quadriert. Mittels lineare Regression der Art $y = a(x+b)$ wird daraus ein Graph erzeugt. b ist wie in 3.2 definiert. Als erstes sollte man mittels des Steigungsdreiecks des ersten und letzten Wertes die k konstante bestimmen mit:

$$k = g \frac{m_2 - m_1}{T_2^2 - T_1^2} \quad (16)$$

$$u_k = \sqrt{\left(k \frac{u_g}{g}\right)^2 + 2 \left(\frac{u_m}{m_2 - m_1}\right)^2 + \left(\frac{u_T}{T_2^2 - T_1^2}\right)^2 (T_2^2 - T_1^2)^2} \quad (17)$$

Aus (2) folgt für die lineare Regression gilt.

$$T^2 = \frac{(m+b)4\pi^2}{k} \quad (18)$$

Die linearen Regressionen beider Studenten sind in der Grafik (4) und der Grafik (6) zu sehen. Die numerische Steigung der Graphen ist wie folgt:

Tabelle 9: Federkonstante durch Steigungsdreieck, dynamische Messung

	Student	Studentin
Federkonstante k [kg s^{-2}]	69 ± 21	52.7 ± 2.1

- Für Student: $a = (0.62 \pm 0.14) \frac{\text{s}^2}{\text{kg}}$

- Für Studentin: $a = (0.75 \pm 0.03) \frac{\text{s}^2}{\text{kg}}$

4.2.2. Bestimmung der Federkonstanten

Messung	$k_{\text{Studentin}} [\text{kg s}^{-2}]$	$k_{\text{Student}} [\text{kg s}^{-2}]$
1	45.8 ± 0.5	49.07
2	46.4 ± 2.5	43.51
3	44.9 ± 2.6	44.91
4	44.2 ± 2.7	41.93
5	41.8 ± 2.8	–
Schnitt	45 ± 5	44.86

Man kann ebenso den Ansatz mittels der Steigung nehmen.

$$k_{\text{Studentin}} = \frac{4\pi^2}{a_{\text{Studentin}}} = (52.63 \pm 2.1) \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} \quad (19)$$

$$k_{\text{Student}} = \frac{4\pi^2}{a_{\text{Student}}} = (64 \pm 15) \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} \quad (20)$$

$$u_k = k \frac{u_a}{a} \quad (21)$$

5. Bestimmung der Federkonstante mittels Materialkonstanten

Die Federkonstante k können wir mithilfe der Gleichung (4) bestimmen. Die Geräte Werte waren gegeben mit:

Tabelle 10: Materialkonstanten

	Messplatz 1	Messplatz 3
G	$(8.1 \pm 0.7)10^{10}\text{Pa}$	$(8.1 \pm 0.7)10^{10}\text{Pa}$
d	$(0.805 \pm 0.003)\text{mm}$	$(0.805 \pm 0.003)\text{mm}$
l	$(756 \pm 5)\text{mm}$	$(661 \pm 5)\text{mm}$
r	$(10.0 \pm 0.2)\text{mm}$	$(10.5 \pm 0.2)\text{mm}$

Daraus ergibt sich ein Wert für k von Platz 1: $k = (44 \pm 4) \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$

Daraus ergibt sich ein Wert für k von Platz 1: $k = (46 \pm 4) \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$

Mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung haben wir die Unsicherheit mit der folgenden Formel berechnet:

$$u_k = k \sqrt{\left(\frac{u_G}{G}\right)^2 + \left(\frac{4u_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{u_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{2u_r}{r}\right)^2} \quad (22)$$

6. Vergleich

Tabelle 11: Übersicht der gemessenen Federkonstanten

Art der Berechnung	$k_{\text{Studentin}} [\text{kg s}^{-2}]$	$k_{\text{Student}} [\text{kg s}^{-2}]$
Berechnung aus Hersteller Angaben	44 ± 4	46 ± 4
Statische lin. Regr.	42.4 ± 0.4	45.95 ± 0.17
Dynamisch 1 Masse	45.8 ± 0.5	30.7 ± 1.6
Dynamisch Schnitt	45 ± 5	46.9 ± 1.8
Dynamisch lin. Regr.	52.6 ± 2.1	64 ± 15
Schnitt der gemessenen Werte:	45 ± 6	47 ± 3

Alle Werte scheinen mit ihren Unsicherheiten sich zu überschneiden und somit in demselben Wertebereich zu liegen, bis auf der k Wert der linearen Regression der dynamischen Messung, der deutlich höher liegt.

7. Fehlereinschätzung

(Hier kommt eine Diskussion mit Chi Quadrat. Ändere die Zahlen der Kapitel danach wenn du willst und füge die Grafiken ein)

Um zu überprüfen, wie sehr unsere Messergebnisse von den Eingabedaten abhängig sind, verwenden wir den χ^2 Test. Diesen kann man wie folgt berechnen:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(\text{beobachtet} - \text{erwartet})^2}{2} \quad (23)$$

Möchten wir nun aber das reduzierte χ^2 wissen, so teilen wir das χ^2 durch den Erwartungswert dof :

$$\frac{\chi^2}{dof} = \text{Anzahl Datenpunkte} - \text{Anzahl freier Parameter} \quad (24)$$

Aus dem Erwartungswert und dem χ^2 können wir desweiteren die Wahrscheinlichkeitsdichte berechnen:

$$p(dof, \chi^2) = \frac{\chi^2 (dof/2 - 1) e^{-\chi^2/2}}{2 \frac{dof}{2} \Gamma \frac{dof}{2}} \quad (25)$$

Die kumulierte χ^2 - Verteilung besagt, mit welcher Wahrscheinlichkeit das χ^2 annimmt. Dies können wir in den Abb. (7) und Abb.(8) sehen. Die χ^2 Wahrscheinlichkeitsdichte gibt an, welches χ^2 welche Wahrscheinlichkeit besitzt. Die können wir in der Abb. (9) und Abb. (10) sehen. In der Abb. (11) vergleichen wir das reduzierte χ^2 mit den Freiheitsgraden.

Für das χ^2 wurde im statischen Versuch der folgende Wert erzielt:

$$\chi^2 = 10.1 \quad (26)$$

mit dem Erwartungswert

$$dof = 6 \quad (27)$$

daraus lässt sich, wie bereits oben erwähnt, das reduzierte χ^2 berechnen:

$$\frac{\chi^2}{dof} = 1.69 \quad (28)$$

Für den dynamischen Versuch haben wir die Ergebnisse:

$$\chi^2 = 0.58 \quad (29)$$

$$dof = 3 \quad (30)$$

$$\frac{\chi^2}{dof} = 0.19 \quad (31)$$

Aus diesen Ergebnissen lässt sich schließen, dass der statische Versuch vertrauenswürdiger ist als der dynamische Versuch, da das reduzierte χ^2 näher an 1 liegt.

7.1. Federmasse und Herstellerangaben

Die Federmasse wurde mit 5 g angegeben. Jedoch wurde diese fehlerfrei angenommen und 5g muss ebenso nicht stimmen, da dies nicht gemessen wurde. Dies würde nicht die Steigung ändern, somit ist

es für die lineare Regression irrelevant, jedoch bei den Berechnungen von k den Wert verändern und somit eine größere Unsicherheit geben. Ebenso könnten die Herstellerangaben dahingehend verfälscht sein, dass die Feder im Vorhinein zu stark belastet wurde und somit die Elastizität und Länge verändert worden sein konnte.

7.2. Harmonische Oszillator

Die Annahme der harmonischen Schwingung, sprich der Dämpfungsfreiheit der Schwingung der Saite. Dies jedoch trifft kaum zu, neben der Luftreibung gibt es auch noch Reibung mit den Reitern, wenn auch geringe. In diesen Fall würde die Unsicherheit der Periodendauer größer sein. Durch den Chi Quadrat scheint jedoch gezeigt, dass die Unsicherheiten im Verhältnis ansprechend ist. Darum kann man diesen Faktor so gut wie vernachlässigen, auch wenn es genannt werden muss.

7.3. horizontale Schwingung

Beim Experiment viel auf, dass es leicht zu horizontaler Schwingung kam. Dies geschah bei dem Experiment besonders dann auf, wenn man kleinere Massen hatte, was Zufall sein konnte. Jedenfalls sorgen die horizontale Schwingung mit ihrer Bewegung dafür, dass weniger Energie und somit auch eine kleinere Frequenzen bei der vertikale Schwingung entstand, was zu einer größeren Periodenzeit führt, somit einem kleineren k Wert.

7.4. Messungen

Einer der wichtigsten Fehler ist der der Messung. Durch die Spiegelskala wurde zunächst gut verhindert, dass es zu einer Parallaxe kommt, was den Wert genauer macht. Die Reaktionszeit wurde in den Zeitmessungen ebenso berücksichtigt. Was jedoch bemerkbar ist, dass bei kleineren Massen, die Periodenzeit so klein war, dass man sich schnell verzählen konnte mit den Schwingungen und durch die kurze Periodendauer durch die Reaktionszeit anteilig eine große Unsicherheit besitzt. Drum war es bereits bei 200g sehr schwierig diese zu messen und definitiv nicht bei kleineren Massen zu empfehlen.

7.5. Grobe Messfehler

Als groben Messfehler müssen wir die fehlende Messung bei der dynamischen Messung des Studenten festhalten. Dieser hat angenommen, dass statt der 10 Messungen mit einer Masse 2 Messungen mit einer Masse⁶ gemacht werden sollen. Stattdessen sollte anscheinend die 10 Messungen mit einer Masse und die 2 Messungen pro Masse gemacht werden.

⁶Bsp: 400, 350, 300, 250, 200

8. Schlussfolgerung

Die linearen Zusammenhänge und Theorie der Federkonstante konnten bestätigt werden. Was auffiel war besonders bei der dynamischen Messung bei der linearen Regression, dass dieser zu einem eine große Unsicherheit und auch einen ziemlich großen Wert hatte, was zu einem wahrscheinlich an der horizontalen Schwingung und der kleinen Periodenzeit lag, wodurch man dazu neigt, sich bei der Schwingungszahl zu verzählen. Für die horizontale Schwingung gibt es zwar keine Lösung, aber man könnte für das Verzählen und die kleine Periodendauer eine Lösung finden indem man eine belastbarere Feder und dann größere Massen nimmt, so dass die Schwingdauer größer wird. Ein anderes Problem ist die Federmasse, die nur sehr ungenau genannt wird. Eine Lösung dafür wäre, dass man durch den b Wert von der Linearen Regression aus der stetigen Messung nimmt und daraus dann den Masse Wert der Feder bestimmt. Das Ziel des Experimentes wurde zufriedenstellend erfüllt, so konnte man die Linearen Zusammenhänge beweisen und den k Wert bestimmen, die alle im allgemeinen denselben Wertebereich besaßen.

A. Anhang

A.1. Graphen

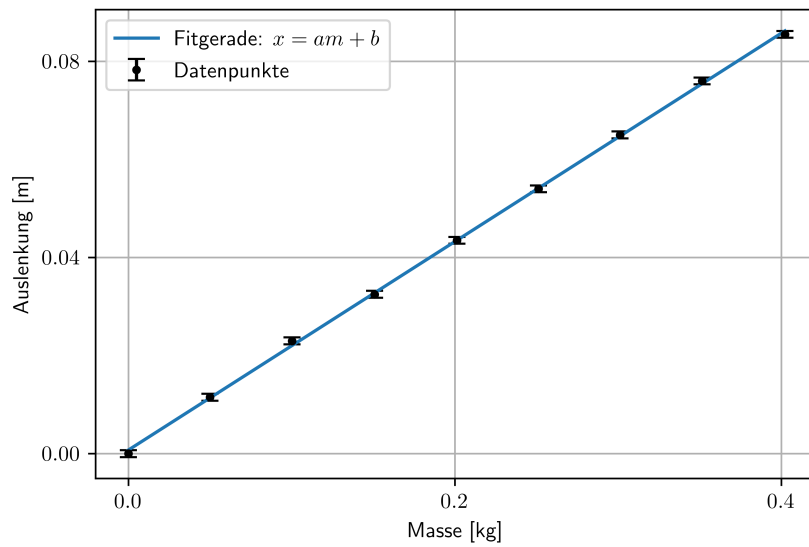


Abbildung 2: Regression, $a = (0.2126 \pm 0.0015)$, $b = (7 \pm 4)10^{-4}$

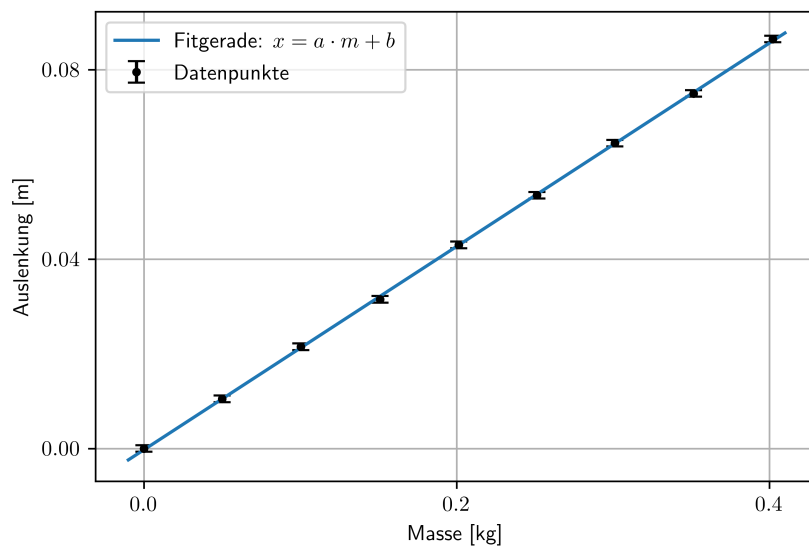


Abbildung 3: Regression von, $a = (0.2147 \pm 0.0009)$, $b = (-2.6 \pm 2.0)10^{-4}$

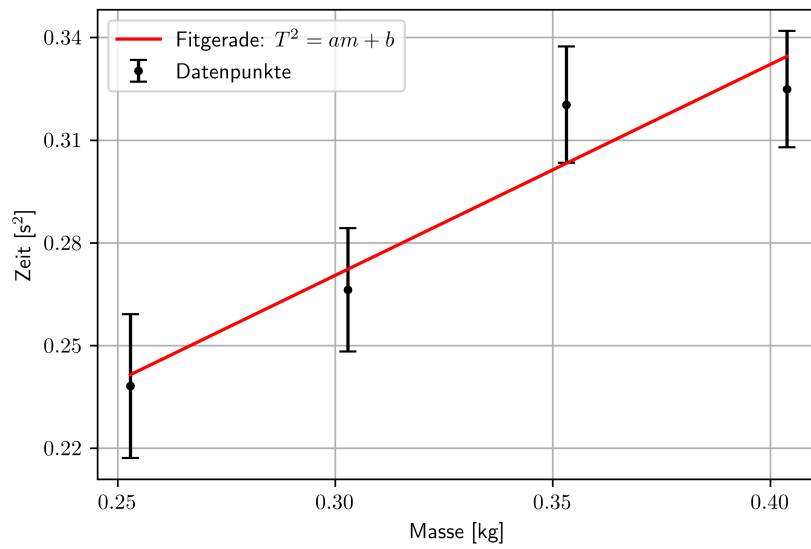


Abbildung 4: Regression von, $a = (0.00062 \pm 0.00014)$, $b = (9 \pm 5)10^{-2}$

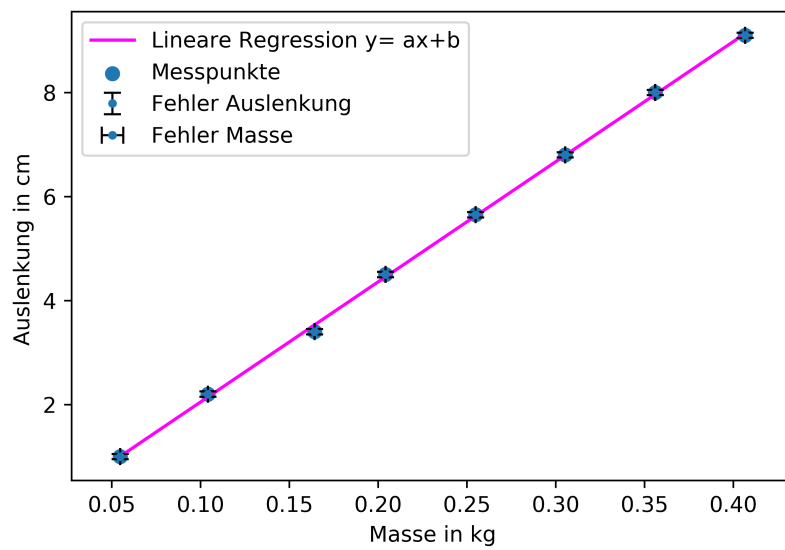


Abbildung 5: Regression von, $a = (23.11 \pm 0.2) \text{ cm kg}^{-1}$, $b =$

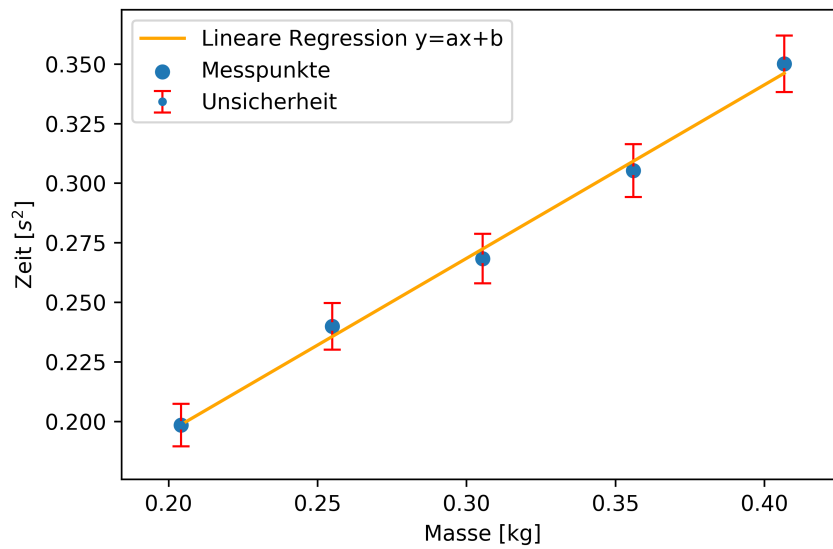


Abbildung 6: Regeression, S.

A.2. Chi-Quadrat Grafiken

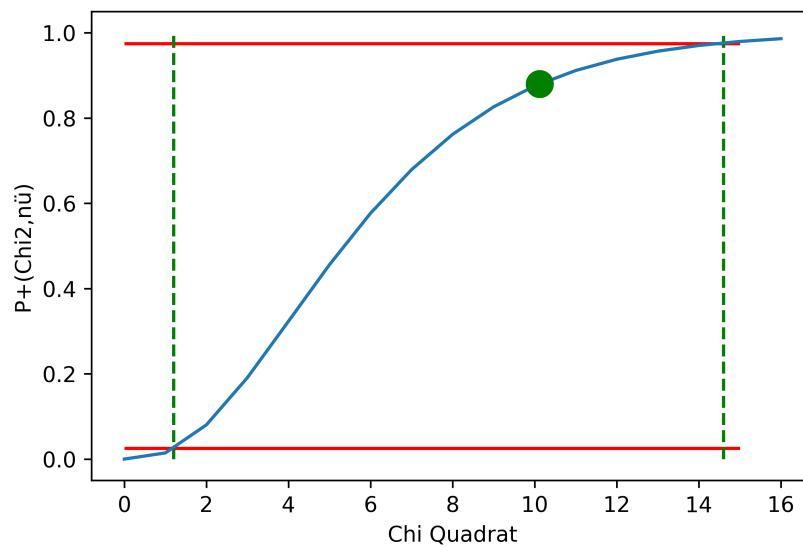


Abbildung 7: kumulierte Chi Quadrat Verteilung V1

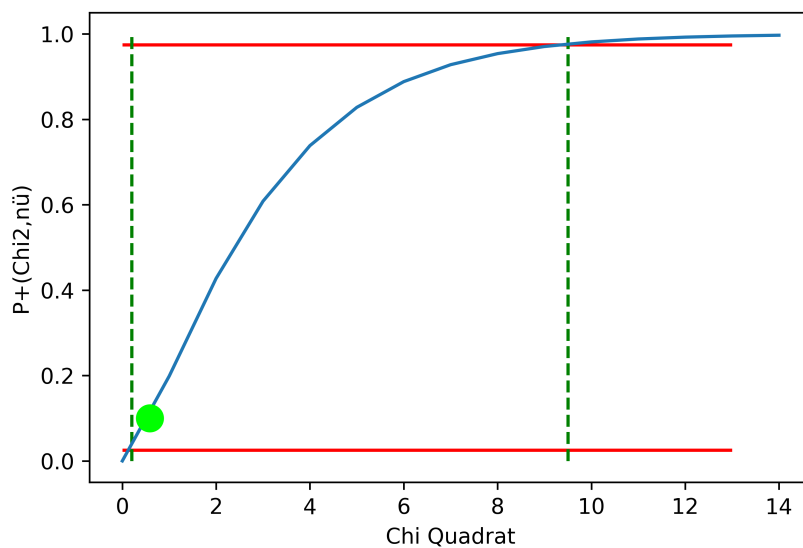


Abbildung 8: kumulierte Chi Quadrat Verteilung V2

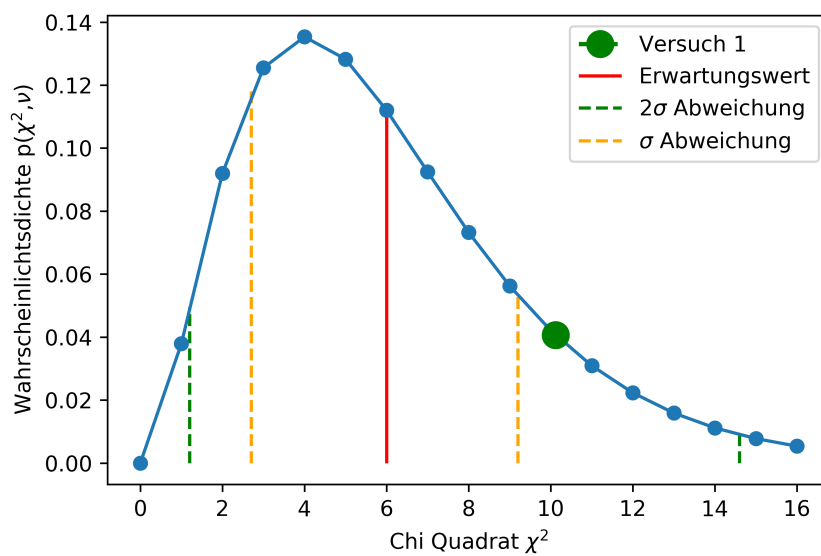


Abbildung 9: Chi-Quadrat Wahrscheinlichkeitsdichte V1

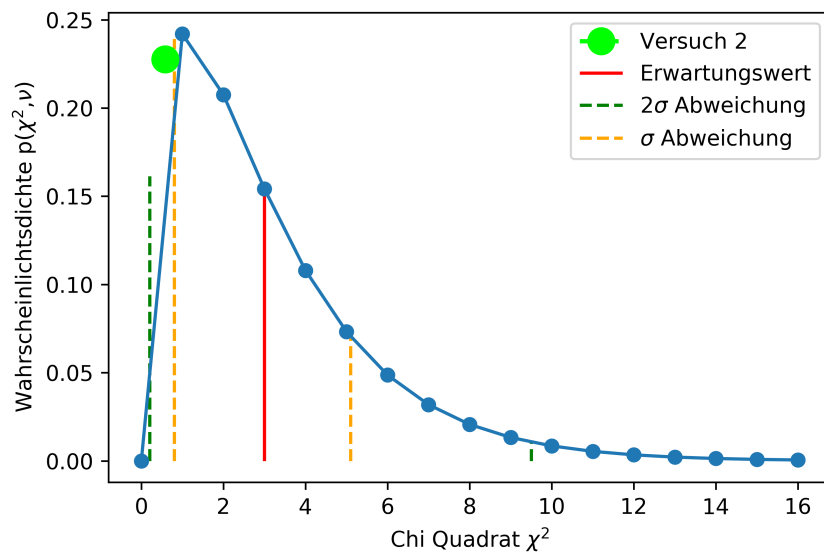


Abbildung 10: Chi-Quadrat Wahrscheinlichkeitsdichte V2

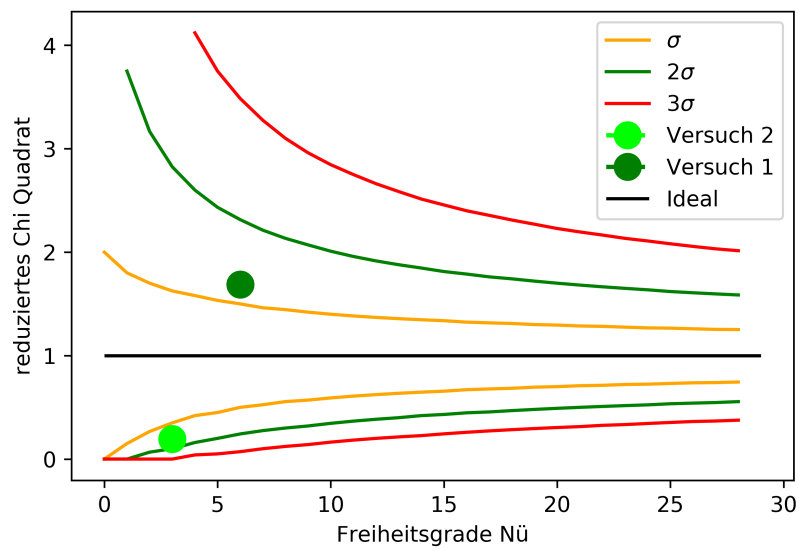


Abbildung 11: Konfidenzintervall vs Freiheitsgrade im reduzierten Chi Quadrat

B. Quellenverzeichnis

[Mül20] Müller, Dr., Uwe. Physikalisches Grundpraktikum. Einführung. 6.03.2020.

[Mül21] Müller, Dr., Uwe. F4 Bestimmung von Federkonstanten. de; 26.05.2021.