

Grundpraktikum

M3 Elastizität und Torsion

Ben J. F.

30.06.2021

Zusammenfassung

In diesem Versuch soll das Elastizitätsmodul E mittels Längenänderung Δl berechnet werden. Weiterhin soll das Torsionsmodul G mittels Periodendauer T bestimmt werden. Aus dem Elastizitäts- und Torsionsmodul wird zum Schluss die Poissonzahl errechnet.

Die Ergebnisse lauten wie folgt:

	Platz 1	Platz 3
Elastizitätsmodul $E \left[\text{N m}^{-2} \right]$	$(8.58 \pm 0.06)10^{10}$	$(9.3 \pm 0.9)10^{10}$
Torsionsmodul $G \left[\text{N m}^{-2} \right]$	$(3.6584502 \pm 0.0000005)10^{10}$	$(3.9 \pm 0.5)10^{10}$
Poissonzahl μ	0.175 ± 0.011	0.20 ± 0.08

Inhaltsverzeichnis

1. Motivation und theoretische Vorbetrachtungen	3
2. Versuchsbeschreibung	3
2.1. Bestimmung des Elastizitätsmoduls	3
2.2. Bestimmung des Torsionsmoduls	3
3. Berechnung des Elastizitätsmoduls	4
3.1. Berechnung von E	6
4. Berechnung des Torsionsmoduls	6
5. Berechnung der Poisson Zahl	6
6. Chi Quadrat	6
7. Fehlereinschätzung	7
7.1. Fehlerfreie Werte	7
7.2. Zeitmessung	7
7.3. Reibung und Annahme eines harmonischen Oszillators	7
7.4. Längenmessung	7
8. Schlussfolgerung	8
A. Quellenverzeichnis	9

Abbildungsverzeichnis

1. Messreihe 1, Platz 3	4
2. Messreihe 2, Platz 3	4
3. Messreihe 1, Platz 1	5
4. Messreihe 2, Platz 1	5

Tabellenverzeichnis

1. Regressionsanstiege	5
2. Ergebnisse für das E-Modul	6
3. Torsionsmodul Ergebnisse	6
4. Ergebnisse zur Poisson Zahl	6
5. χ^2 Ergebnisse	7

1. Motivation und theoretische Vorbetrachtungen

Motivation dieses Experimentes war die Materialkonstanten der Elastizität zu berechnen, hier speziell Elastizitätsmodul E , Torsionsmodul G und die Poissonsche Zahl μ .

Um diese zu berechnen benutzen wir die Querkontraktion und Dehnung um das Elastizitätsmodul zu bestimmen und das Torsionsmodul aus der Drehschwingung zu bestimmen.

Für die Berechnung des Elastizitätsmoduls gilt für die angreifende Gravitationskraft:

$$\Delta l = \frac{1}{E} \frac{l_0}{A} g m \quad (1)$$

Wobei die Längenänderung entspricht, A die Querschnittsfläche des Körpers, l_0 die Länge des Objektes (hier ein Messing draht), g die Erdbeschleunigung ($g = (9.8130 \pm 0.0001) \text{ms}^{-2}$ ¹) und m die Masse.

Für die Drehschwingung mit einem zusätzlichen Trägheitsmoment einer Drehscheibe gilt:

$$G = \frac{4\pi l_0}{R^4} \frac{m r^2}{T_s^2 - T_v^2} \quad (2)$$

Mit m der Masse der Drehscheibe, t dem Radius der Drehscheibe, R dem Radius der schwingungsfähigen Anordnung, T_s die Periodendauer mit der Scheibe, T_v die Perioden ohne die Scheibe.

Allgemein gilt die Beziehung für die Poisson Zahl, Torsionsmodul und dem Elastizitätsmodul.

$$\mu = \frac{E}{2G} - 1 \quad (3)$$

Die Herleitung und tieferführende Erläuterungen finden Sie im Versuchsskript².

2. Versuchsbeschreibung

2.1. Bestimmung des Elastizitätsmoduls

Hier wird mit Hilfe von Massen ein Messingdraht durch die Gravitationskraft gedehnt und die Längenänderung gemessen, mittels einer Millimeterschraube und Libelle. Dies findet in 50g Schritten statt von 50g bis 800g dabei wird die gemessene Länge des unbelasteten Zustandes abgezogen von dem der Belasteten.

2.2. Bestimmung des Torsionsmoduls

Hier wird ein 50g Stück an die Schraube angebracht und dann für 6 Perioden 6 mal die Periodenzeit gemessen der Drehung.

Dieses wiederholt man mit einer Drehscheibe ebenso.

¹Mül21a.

²Mül21b.

3. Berechnung des Elastizitätsmoduls

Die Datensätze werden mittels lineare Regression gemäß dem Material [Mül20] der Form, $y = mx$, graphisch ausgewertet.

Daraus ergibt sich die lineare Regression.

$$\Delta l = \frac{1}{E} \frac{l_0}{A} g m = a m \quad (4)$$

Mit a , dem Anstieg.

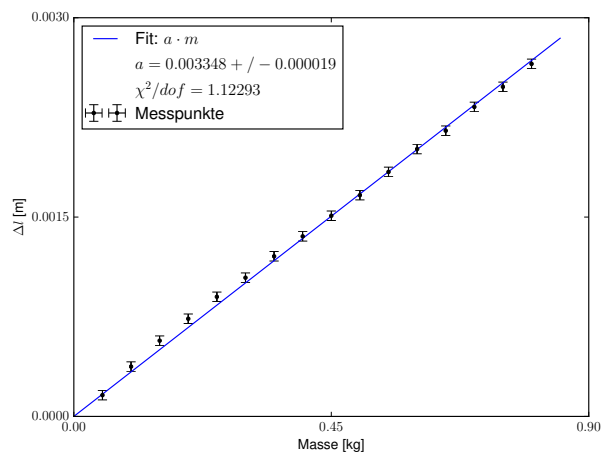


Abbildung 1: Längendifferenz in Abhängigkeit zur Masse, Aufhängung von Massestücken

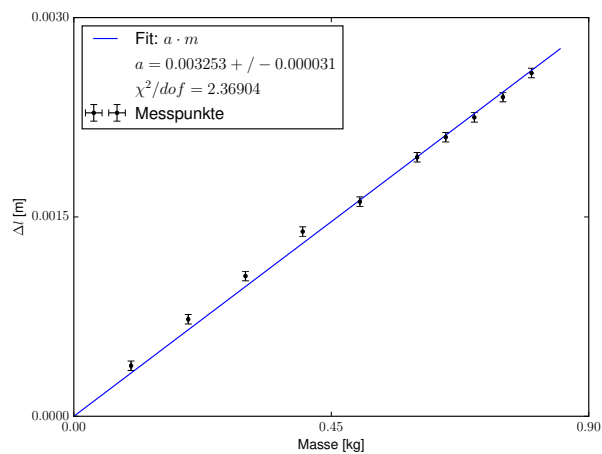


Abbildung 2: Längendifferenz in Abhängigkeit zur Masse, Abhängung von Massestücken

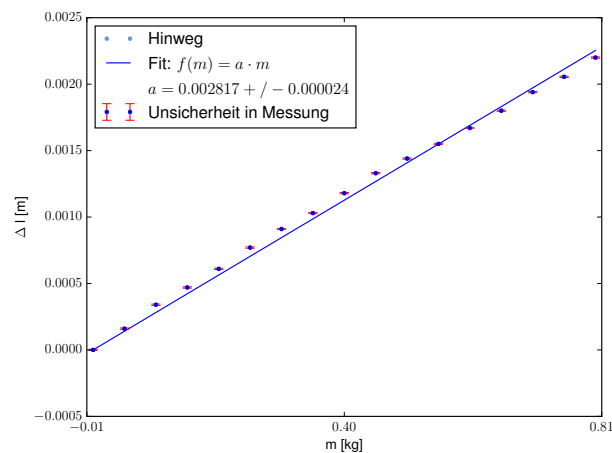


Abbildung 3: Längendifferenz in Abhängigkeit zur Masse, Aufhängung von Massestücken

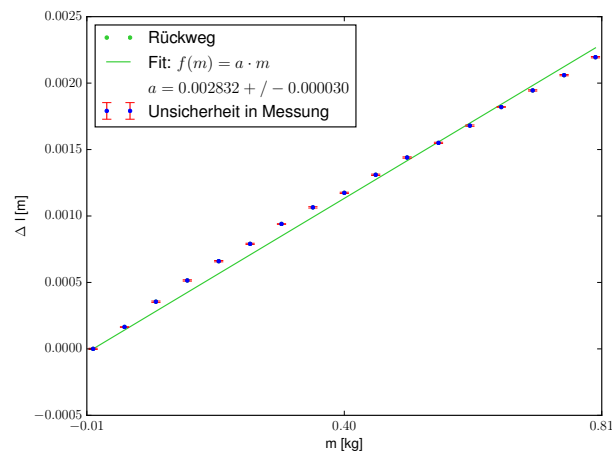


Abbildung 4: Längendifferenz in Abhängigkeit zur Masse, Abhängung von Massestücken

Dabei hat die Längenänderung die Unsicherheit des Ablesens der Skala mit 0.005mm, aber ebenso den Fehler durch die Libelle von 0.02mm. Beides wird noch mit Wurzel 2 aufgrund der Differenz multipliziert.³ Hierbei ist der x-Achsen Fehler zu klein, um aufgenommen zu werden. Der lineare Zusammenhang scheint so mit bestätigt.

Daraus ergeben sich die Parameter:

Tabelle 1: Regressionsanstiege

Steigung		Platz 1	Platz 3
Massenanstieg	$\text{m}^2 \text{N}^{-1} \text{s}^{-2}$	$(28.17 \pm 0.21)10^{-4}$	$(33.48 \pm 0.19)10^{-4}$
Massenabstieg	$\text{m}^2 \text{N}^{-1} \text{s}^{-2}$	$(28.3 \pm 0.3)10^{-4}$	$(32.5 \pm 0.3)10^{-4}$

³Mül20.

3.1. Berechnung von E

Aus der Steigung ergibt sich nun der E-Wert von

$$E = \frac{l_0}{a \cdot A} g \quad (5)$$

Damit ergeben sich folgende E-Werte:

Tabelle 2: Ergebnisse für das E-Modul

		Platz 1	Platz 2
Messreihe 1	N m ⁻²	(8.60 ± 0.08)10 ¹⁰	(9.2 ± 0.6)10 ¹⁰
Messreihe 2	N m ⁻²	(8.55 ± 0.10)10 ¹⁰	(9.5 ± 0.6)10 ¹⁰
gewichtetes Mittel	N m ⁻²	(8.58 ± 0.06)10 ¹⁰	(9.3 ± 0.4)10 ¹⁰

4. Berechnung des Torsionsmoduls

Für den Versuch wurde die Zeit für 6 Perioden sechsmal gemessen mit der Belastungsmasse 50g. Danach wurden die Zeiten gemittelt.

Aus der Gleichung (2) ergeben sich folgende Werte des Torsionsmoduls:

Tabelle 3: Torsionsmodul Ergebnisse

		Platz 1	Platz 3
Torsionsmodul	N m ⁻²	(3.66 ± 0.03)10 ¹⁰	(3.9 ± 0.5)10 ¹⁰

Die Fehler wurden mittels Gauß'scher Fehlerfortpflanzung berechnet.

5. Berechnung der Poisson Zahl

Da E und G bekannt sind, kann man nun mit der Formel (3) die Poissionzahl bestimmen.

Die Ergebnisse lauten somit:

Tabelle 4: Ergebnisse zur Poisson Zahl

	Platz 1	Platz 3
Poisson Zahl	0.175 ± 0.011	0.20 ± 0.08

Die Fehler wurden mittels Gauß'scher Fehlerfortpflanzung berechnet.

6. Chi Quadrat

Zur Einschätzung der Genauigkeit der Messung kann man χ^2 verwenden. Die Formeln dazu findet man im allgemeinen Praktikumgsskript⁴. Beim χ^2 wird für eine reelle Messung innerhalb des Praktikums ein Wert von 1 erwartet. Somit liegen die aufhängenden Messreihen beide gut im Erwartungswert zu liegen, was bedeutet, dass die Messung erfolgreich war und Fehler gut genug abgeschätzt wurden.

⁴Mül20.

Tabelle 5: χ^2 Ergebnisse

	Platz 1	Platz 3
Massen aufgehängt	1.865	1.1
Massen abhängig	3.08	2.4

Bei der abhängigen Messreihe ergab sich ein χ^2 von 3 und 2, was unter anderem daran lag, dass die Wasserwaage sich nicht ausrichten wollte und die Luftblase oft gewandert war, womit eine genaue Messung schwierig war. Außerdem könnte dadurch dass nicht 50g Stücke genommen wurden, sondern 100 g und ein 50 g Schritt beim wieder aufhängen des 50 g Stückes ein Fehler unterlaufen sein, indem man den Draht runter gezogen hat.

7. Fehlereinschätzung

7.1. Fehlerfreie Werte

Für Platz 1 wurde angenommen, dass die Gravitationskonstante fehlerfrei ist, die sind jedoch ebenso fehlerbehaftet. Jedoch sind die Fehler so klein, dass diese bei der Rundung vernachlässigt worden wären, somit vernachlässigt werden können.

Für Platz 3 wurde dies nicht angenommen und der entsprechende Wert wurde aus dem Versuchskript⁵ für die Federkonstante entnommen.

7.2. Zeitmessung

Bei der Messung der Periodendauer wurde eine digitale Stoppuhr genutzt. Dort muss man neben dem Gerätefehler noch zweimal die Reaktionszeit von ca. 0.25s als Unsicherheit nehmen. Die sind bei den kleinen Zeiten, die man gemessen hatte so groß, dass kaum der Gerätefehler beachtet werden musste.

7.3. Reibung und Annahme eines harmonischen Oszillators

Wir nehmen an, dass bei der Bestimmung der Periodendauer für das Torsionsmodul es sich um eine harmonische Schwingung handelt, sprich der Dämpfungsfreiheit der Schwingung. Dies jedoch trifft kaum zu, da es wie in jedem realen Versuch Reibung gibt.

7.4. Längenmessung

Fehler der Längenmessungen:

- Skala (Libelle)⁶
- Millimeterschraube

Die Justierung der Libelle war, wie in Kapitel 6 erwähnt, sehr schwer, da sich die Luftblase oft bewegte, was die Messung erschwerte.

Dies hat auch die Unsicherheit stark beeinflusst da bevor man die Unsicherheit von 0.02mm angenommen hatte, dass sich sonst ein Chi Quadrat von ca. 30 für die Messung ergab.

⁵Mül21a.

⁶Unb19.

8. Schlussfolgerung

Das Experiment scheint ein Erfolg zu sein, da alle Werte sinnvolle Ergebnisse liefern (wie die Poission Zahl zwischen 0 und 0.5 liegt, wie im Versuchskript⁷ beschrieben) und die lineare Regression ebenso bestätigt wurde.

Anzumerken wäre, dass es sich nicht nur um ab und aufhängen von Gewichten handelte, was der Aufgabenstellung etwas widerspricht. Dem entsprechend wäre es besser nur 50g Stücke zu verwenden.

Die Messung der Länge mit der fehleranfälligen Libelle kann nicht ersetzt werden, da nur die Millimeterschraube die kleinen Längenänderungen messen kann. Da würde ich nur empfehlen etwas mehr zu üben, um ein besseres Gefühl zu bekommen.

Ebenso könnte versuchen zu überprüfen, ob die Temperatur wirklich die Elastizität verändern würde, indem man zum Beispiel einen Heizstrahler verwenden könnte.

Alles in allen ist das Experiment gelungen und die Ergebnisse zufriedenstellend.

⁷Mül21b.

A. Quellenverzeichnis

- [Mül20] Müller, Dr., Uwe. Physikalisches Grundpraktikum. Einführung. 6.03.2020.
- [Mül21a] Müller, Dr., Uwe. F4 Bestimmung von Federkonstanten. de; 26.05.2021.
- [Mül21b] Müller, Dr., Uwe. M3 Elastizität und Torsion. de; 23.06.2021.
- [Unb19] Unbekannter Autor. Photodynamische Therapie. de. Hrsg. von Wikipedia. Creative Commons Attribution-ShareAlike License Page Version ID: 188320652. 2019. URL: https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Photodynamische_Therapie&oldid=188320652 (besucht am 13.04.2023).