

Grundpraktikum

M12 Saitenschwingung

Ben J. F.

12.05.2021

Inhaltsverzeichnis

1. Versuchsbeschreibung	3
2. Versuchsdurchführung und Versuchsauswertung	4
2.1. Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der Schwingungsbäuche	4
2.2. Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der Länge	5
2.3. Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der Zugspannung	6
2.4. Berechnungen zu μ	6
3. Diskussion	7
A. Anhang	8
A.1. Abbildungen	8
A.2. Angaben am Versuchsplatz	9

Abbildungsverzeichnis

1. Versuchaufbau; Sp1,Sp2=Einspannstellen; R1,R2=Reiter; M=Massestück; L=Lasthebel; JS=Justierschraube; ER=Erregerspule; DR=Detektorspule	3
2. lineare Regression zwischen Resonanzfrequenz und unterschiedlichen Bäuchen.	8
3. lineare Regression zwischen Resonanzfrequenz $f_{n=1}$ und der Saitenlänge l	8
4. lineare Regression zwischen Resonanzfrequenz f und unterschiedlichen Zugspannungen F_0	9
5. Angaben am Versuchsplatz für den Funktionsgenerator, die Massestücke und die Stahlsaite	9

Tabellenverzeichnis

1. Messreihe: Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der Schwingungsbäuche	4
2. Messreihe Resonanzfrequenz f_1 in Abhängigkeit von Länge l	5
3. Messreihe zwischen f_1 und Masse m	6

1. Versuchsbeschreibung

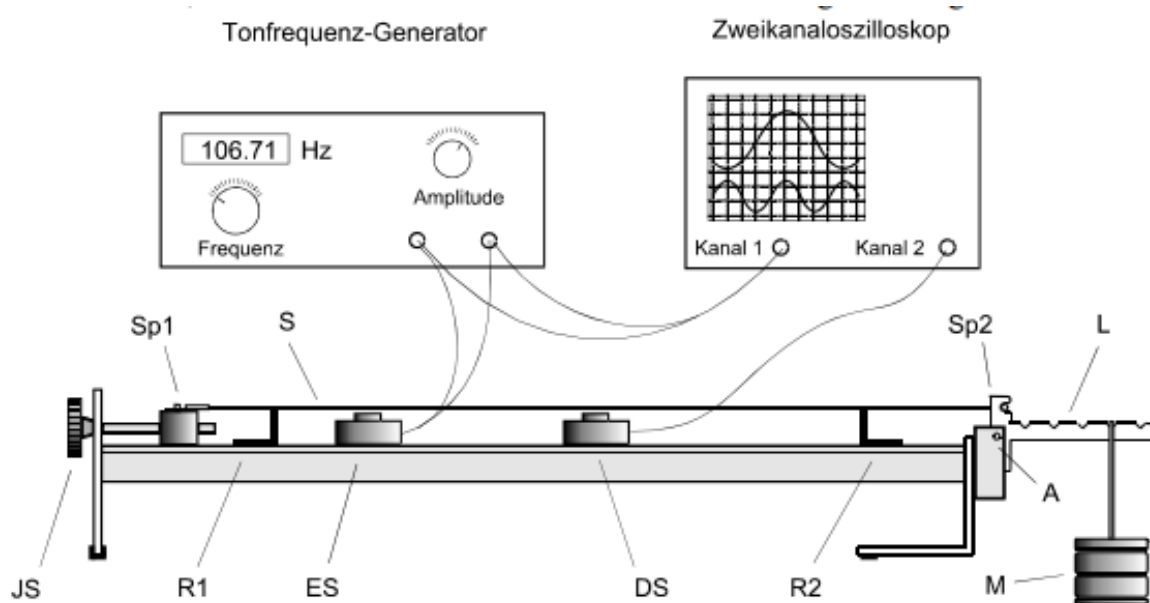


Abbildung 1: Versuchsaufbau; Sp1, Sp2=Einspannstellen; R1, R2=Reiter; M=Massestück; L=Lasthebel; JS=Justierschraube; ES=Erregerspule; DS=Detektorspule

Das Ziel des Versuchs ist es, die transversale Schwingung einer Saite zu untersuchen. Dabei betrachten wir die Schwingung als stehende Welle mit Ober- und Grundschwingungen. Im Versuch untersuchen wir den linearen Zusammenhang von der Resonanzfrequenz f_n mit der Anzahl n an Schwingungsbäuchen, unterschiedlichen Längen l und unterschiedlichen Zugspannung $\sqrt{F_0}$. Für die Resonanzfrequenz verwenden wir die Gleichung:

$$f_n^{trans} = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F_0}{\mu}} \quad (1)$$

Die Phasengeschwindigkeit, welche wir benötigen, ist folgendermaßen definiert:

$$c^{trans} = \sqrt{\frac{F_0}{\mu}} \quad (2)$$

Für ein tieferes theoretisches Verständnis ist das Material *M12-Saitenschwingung* hinzu zu ziehen.

Eine Stahlsaite ist zwischen zwei Einspannstellen eingespannt. Durch zwei Reiter können wir die Länge der Saite, die schwingt, einstellen. Die Saite wird durch eine Erregerspule angeregt. Knoten und Bäuche der schwingenden Saite können mit der Detektorspule ausfindig gemacht werden, welche dann auf dem Zweikanaloszilloskop angezeigt werden.¹ Die Saite wird durch die Zugspannung F_0 gespannt, welche durch den Lastenarm und an diesem befestigten Massen hervorgerufen wird. Den genauen Aufbau können wir in Abb. (1) betrachten.

¹Wenn der zweite Kanal nichts anzeigt, handelt es sich um einen Knoten. Wenn wir einen Schwingungsbauch gefunden haben, sind sich die Amplituden von Kanal 1 und 2 ähnlich.

2. Versuchdurchführung und Versuchsauswertung

2.1. Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der Schwingungsbäuche

Tabelle 1: Messreihe: Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der Schwingungsbäuche

f_n [Hz]	n
78.5 ± 0.8	1
157.00 ± 1.6	2
234.80 ± 2.4	3
314.30 ± 3.0	4
393.40 ± 4.0	5
472.80 ± 5.0	6
552.30 ± 6.0	7
631.20 ± 6.0	8
710.90 ± 7.0	9

Unsere Messergebnisse aus dem ersten Teilversuch stehen in der Tabelle (1). Die Unsicherheiten von f_n haben wir nach der Frequenzgenauigkeit aus Abb. (5) berechnet:

$$u_{f_n} = 0.01 \cdot f_n + 0.02 \quad (3)$$

Für die lineare Regression haben wir die folgende Gleichung verwendet:

$$f_n = a \cdot n + b \quad (4)$$

Wobei a der Anstieg ist und durch den Vergleich mit der Glg. (1) können wir den Anstieg a wie folgt definieren:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{F_0}{\mu}}}{2l} \quad (5)$$

Unser Ergebnis für den Anstieg a und den Achsenabschnitt b sind wie folgt:

$$a = 78.84 \pm 0.11 \text{ Hz} \quad (6)$$

$$b = -0.51 \pm 0.26 \quad (7)$$

Unsere Messwerte und der Fit mit den eben benannten Regressionsparametern sind in der Abb. (2) enthalten.

Die Phasengeschwindigkeit c^{trans} berechnen wir aus Glg. (5) und Glg. (2):

$$a = \frac{c}{2l} \quad (8)$$

$$\Leftrightarrow c = 2al \quad (9)$$

Sodass wir für c^{trans} herausbekommen:

$$c = (94.61 \pm 0.20) \text{ ms}^{-1} \quad (10)$$

2.2. Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der Länge

Tabelle 2: Messreihe Resonanzfrequenz f_1 in Abhängigkeit von Länge l

f_1 [Hz]	l [m]
235.7 ± 2.4	0.2 ± 0.007
187.0 ± 1.9	0.25 ± 0.007
156.5 ± 1.6	0.3 ± 0.007
134.5 ± 1.4	0.35 ± 0.007
117.2 ± 1.2	0.4 ± 0.007
103.93 ± 1.1	0.45 ± 0.007
94.0 ± 1.0	0.5 ± 0.007
78.8 ± 0.8	0.55 ± 0.007
72.6 ± 0.7	0.6 ± 0.007

Unsere Messergebnisse aus dem zweiten Teilversuch stehen in der nebenigen Tabelle (2). Die Unsicherheit von l haben wir folgendermaßen berechnet:

$$u_l = \sqrt{u_{\text{Anfangswert}}^2 + u_{\text{Endwert}}^2} \quad (11)$$

Auf diese Fehlerfortpflanzung kommen wir, weil wir l folgendermaßen berechnet haben:

$$l = l_{\text{Endwert}} - l_{\text{Anfangswert}}, \text{ mit } l_{\text{Anfangswert}} < l_{\text{Endwert}} \quad (12)$$

Dabei haben wir eine Ableseungenauigkeit von 0.5 mm angenommen.

Wie wir auf die Unsicherheiten von f_1 kommen, haben wir bereits in Glg. (3) erwähnt.

Die lineare Regression der Daten befindet sich in Abb. (3). Für die Fitgerade haben wir uns für die folgende Form entschieden:

$$f_1 = \frac{c}{2l} + b \quad (13)$$

Dabei bezeichnet c die Phasengeschwindigkeit, b den Achsenabschnitt und l bezeichnet die Länge, welche wir in der Tabelle (2) haben. Für c und b haben wir folgende Werte herausbekommen:²

$$c = (96.9 \pm 1.5) \text{ ms}^{-1} \quad (14)$$

$$b = (-5.5 \pm 2.2) \text{ Hz} \quad (15)$$

Der Anstieg ist

$$a = \frac{c}{2} = (48.45 \pm 0.75) \text{ ms}^{-1} \quad (16)$$

Vergleichen wir die Phasengeschwindigkeiten von diesem Teilversuch und dem ersten Teilversuch:

$$c = (94.61 \pm 0.20) \text{ ms}^{-1} \quad (17)$$

$$c = (96.9 \pm 1.5) \text{ ms}^{-1} \quad (18)$$

so sehen wir, dass die zweite Phasengeschwindigkeit etwas höher ist mit einer größeren Unsicherheit. Das lässt darauf schließen, dass wir bei dem zweiten Teilversuch etwas ungenauer gearbeitet haben.

²Wir haben uns für genau dieses vorgehen entschieden, weil wir von Python direkt die Phasengeschwindigkeit mit Unsicherheit bekommen und uns damit etwas Rechenarbeit erspart haben.

2.3. Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der Zugspannung

Tabelle 3: Messreihe zwischen f_1 und Masse m

f_1 [Hz]	m [kg]
77.88 ± 0.8	1.00 ± 0.000011
76.39 ± 0.8	0.95 ± 0.00001
71.76 ± 0.7	0.80 ± 0.00001
69.11 ± 0.7	0.75 ± 0.000009
63.95 ± 0.7	0.65 ± 0.000009
59.68 ± 0.6	0.55 ± 0.000007
53.12 ± 0.6	0.45 ± 0.000009
47.73 ± 0.5	0.35 ± 0.000009
42.24 ± 0.4	0.25 ± 0.000007
32.86 ± 0.3	0.15 ± 0.000007

Die Messdaten aus dem dritten Teilversuch sind hier in der Tabelle (3). Die Unsicherheiten von f_1 haben wir bereits besprochen. Die Unsicherheiten der Massen ergeben sich aus der Fehlerfortpflanzung, wobei wir einen konstanten Fehler für die einzelnen Massestücke³ haben. Deshalb können wir die Fehlerfortpflanzung folgendermaßen schreiben:

$$u_m = u_{\text{Massestück}} \cdot \sqrt{n_{\text{Anzahl an Massestücken}}} \quad (19)$$

Die lineare Regression zwischen f_1^2 und F_0 haben wir in Abb. (4). Für den Anstieg bekommen wir:

$$a = (202 \pm 4) \left(\frac{\text{Hz}}{\text{N}} \right)^2 \quad (20)$$

Für den Achsenabschnitt bekommen wir:

$$b = (240 \pm 70) \text{ Hz}^2 \quad (21)$$

Für den Lastenhebel bekommen wir eine Gewichtskraft von:

$$F_H = (1.2 \pm 0.3) \text{ N} \quad (22)$$

und für μ bekommen wir einen Wert von:

$$\mu = 0.00344 \pm 6 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \quad (23)$$

2.4. Berechnungen zu μ

Wir bekommen für μ aus den drei Teilversuchen folgenden Ergebnisse:

$$\mu_1 = 0.00340 \pm 4 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \quad (24)$$

$$\mu_2 = 0.00326 \pm 0.00011 \text{ kg m}^{-1} \quad (25)$$

$$\mu_3 = 0.00344 \pm 6 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \quad (26)$$

³siehe Abb. (5)

Das Mittel von μ ist:

$$\mu_{\text{mittel}} = 0.00337 \pm 4 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \quad (27)$$

3. Diskussion

Die große Unsicherheit bei b in den Ergebnissen (6) ist damit zu erklären, dass wir f_n hätten quadrieren müssen und dann wäre b wie folgt definiert gewesen:

$$b = \frac{F_H}{4l^2\mu} \quad (28)$$

Zweite Regression ist fällt ähnlich wie natürlicher Logarithmus. Dies könnte darauf hinweisen, dass wir ungenau gearbeitet haben.

Das wir ein gemitteltes μ von $0.00337 \pm 4 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1}$ bekommen, welches etwa dem Vierfachen vom Hersteller angegebenem $\mu = 0.00078 \text{ kg m}^{-1}$ ist, schließt darauf hin, dass wir sehr ungenau gemessen haben oder dass wir bei den Achsenabschnitten grobe Fehler gemacht haben.

A. Anhang

A.1. Abbildungen

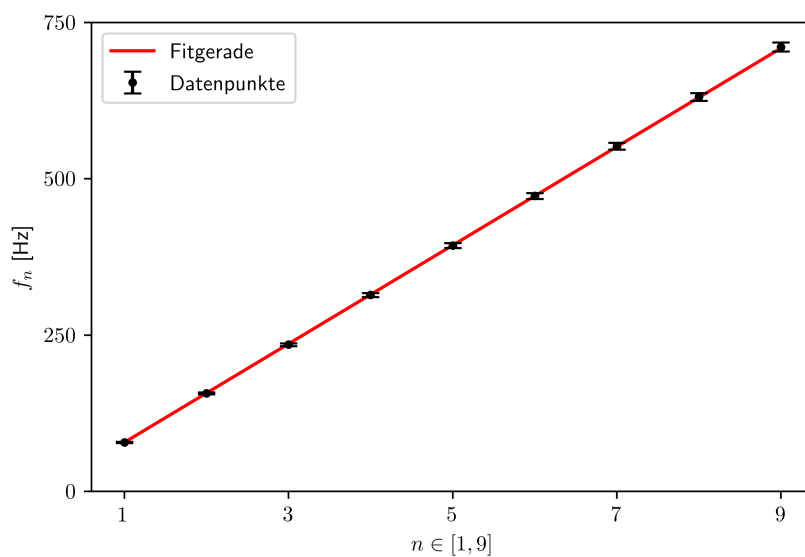


Abbildung 2: lineare Regression zwischen Resonanzfrequenz und unterschiedlichen Bäumen.

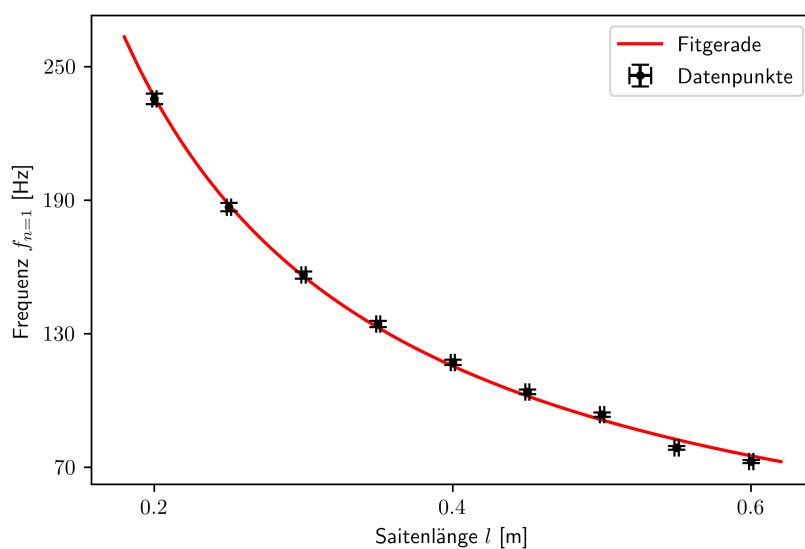


Abbildung 3: lineare Regression zwischen Resonanzfrequenz $f_{n=1}$ und der Saitenlänge l

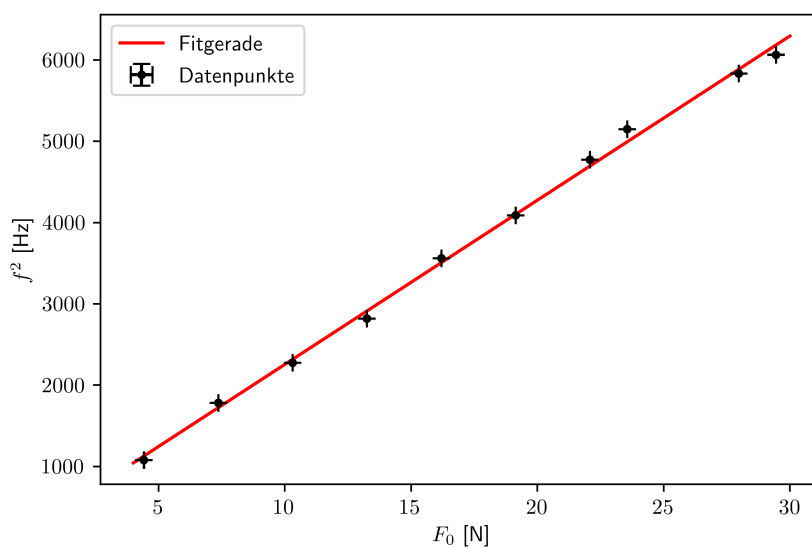


Abbildung 4: lineare Regression zwischen Resonanzfrequenz f und unterschiedlichen Zugspannungen F_0 .

A.2. Angaben am Versuchsplatz

Versuch „M12 Saitenschwingung“		
Funktionsgenerator LD 522.63		
Kenngröße	Wert	Anmerkung
Frequenzbereich	0,1 Hz bis 100 kHz	umschaltbar in 6 dekadischen Bereichen
Frequenzoffset	$\pm 2\%$	manuelle Feineinstellung
Stabilität	$0,3\% \cdot K^{-1}$	nach 30 min Einlaufzeit
Auflösung	4-stellig	Bereichsautomatik
Frequenzgenauigkeit	$0,01\% \pm 2 \text{ Digit}$	
Massestücke		
Kenngröße	Wert	Anmerkung
Stückelung	10, 20, 50, 100, 200, 500 g	Masse der Aufhängung mit 50 g Gesamtmasse 1150 g
Unsicherheit	$\pm 5 \text{ mg}$	für einzelnes Massestück
Stahlsaite		
Kenngröße	Wert	Anmerkung
Massendichte	$7,85 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$	Volumenmassendichte
Durchmesser	$(14/1000)''$	14 gauge string

Abbildung 5: Angaben am Versuchsplatz für den Funktionsgenerator, die Massestücke und die Stahlsaite