

Grundpraktikum

M5 Oberflächenspannung

Ben J. F.

03.08.2021

Zusammenfassung

Ziel des Versuches ist es, die Oberflächenspannung σ mittels Bügelmethode zu bestimmen. Zudem werde ich die Feder-Waage kalibrieren. Der Versuch wurde vollständig durchgeführt werden, jedoch konnte ich aufgrund der Zeitknappheit die Kappilarsteighöhenmethode nicht durchführen.

	Platz 4
Bügelmethode [$\text{mN}\cdot\text{m}^{-1}$]	$\sigma = (65 \pm 6)$
Federkonstante Hinweg	$k = 1.28 \pm 0.04$
Federkonstante Rückweg	$k = 1.235 \pm 0.023$

Inhaltsverzeichnis

1. Versuchsbeschreibung	3
1.1. Bügelmethode	3
2. Versuchsdurchführung und Auswertung	4
2.1. Kalibrierung	4
2.2. Bügelmethode	5
2.3. Chi Quadrat	6
3. Fehlereinschätzung	7
3.1. Oberflächenspannung bei Kalibrierung	7
3.2. Ablesefehler	7
4. Schlussfolgerung	7
A. Anhang	9
A.1. Beantwortung der Fragen	9
A.1.1. Frage 1	9
A.1.2. Frage 2	9
A.1.3. Frage 3	9
A.2. Weiterführende Abbildungen	10
B. Quellenverzeichnis	13

Abbildungsverzeichnis

1. Bügelmethode	3
2. Regression 1	4
3. Regression 2	4
4. reduzierte Chi Quadrate	10
5. Regression 1 Korrektur 1	11
6. Regression 1 Korrektur 2	12

Tabellenverzeichnis

1. Ergebnisse der Kalibrierung	5
2. Oberflächenspannung	6
3. χ^2 Ergebnisse	6
4. Unsicherheiten bzgl. Messschraube & Spitzen	7
5. Vergleich	7
6. Ergebnisse	11
7. Ergebnisse	12

1. Versuchsbeschreibung

Der Versuch hat zweierlei Ziele: Zum einen die Kalibration der Feder-Waage und die Messung der Oberflächenspannung σ :

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{F}{l} \quad (1)$$

Für die Messung der Oberflächenspannung gibt es zwei Methoden: einmal die Bügelmethode und einmal die Kapillarsteighöhenmethode. Weitere Möglichkeiten die Oberflächenspannung zu messen, werden in Kap. (A.1.3) aufgeführt. Aufgrund der knappen Zeit wurde nur die Bügelmethode durchgeführt.

1.1. Bügelmethode

Der Versuchsaufbau für die Bügelmethode besteht aus einer mechanischen Kompensationseinrichtung (siehe Abb.(1)). Wir tauchen einen Messdraht D in die Messflüssigkeit und ziehen diesen vorsichtig wieder heraus. Dabei bildet sich eine Lamelle, welche versucht den Draht nach unten zu ziehen. Wir ziehen den Draht solange heraus, bis die Lamelle abreißt. Dann hat sie ihre Maximalkraft erreicht und wir können die Oberflächenspannung mittels

$$\sigma_B = \frac{F}{2l} \quad (2)$$

berechnen. Dabei gleichen wir mithilfe der Messschraube die beiden Spitzen, siehe Abb. (1), so aus, dass sie immer auf der gleichen Höhe sind.

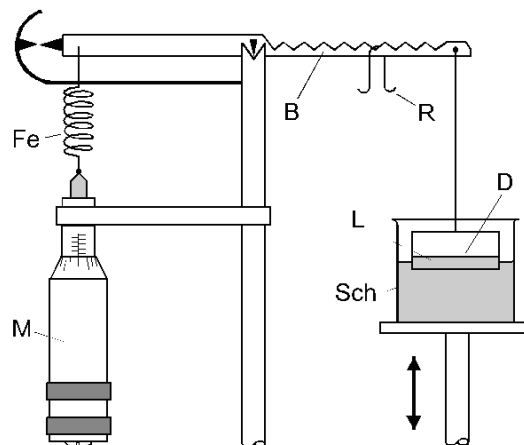


Abbildung 1: Bügelmethode; Fe = Feder; B = Balken; M = Messschraube; L = Flüssigkeitslamelle; Sch = Glasschälchen; D = Messdraht
Quelle: [Mül21]

Weitere Informationen sind im Versuchsskript¹ angegeben.

¹Mül21.

2. Versuchsdurchführung und Auswertung

2.1. Kalibrierung

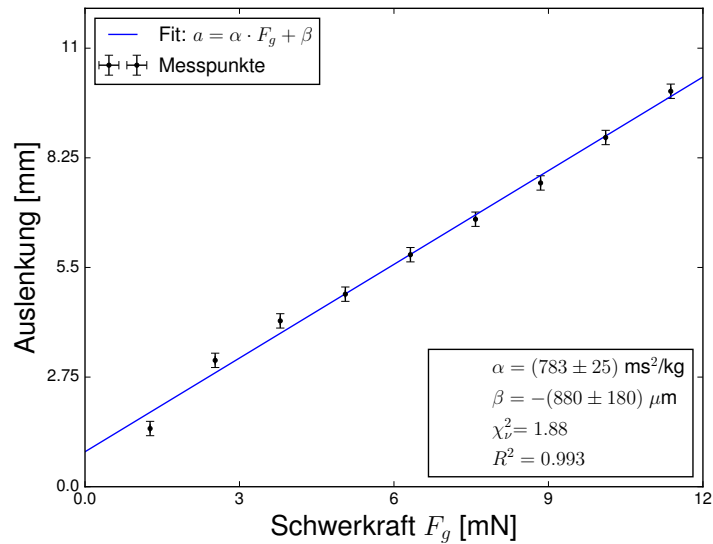


Abbildung 2: lineare Regression zwischen Auslenkung a und der Gewichtskraft F_g . Messpunkte sind an den einzelnen Kerben von 1 bis 9 (Hinweg, Zählung von 1, 2,...,9) in Abbildung (1) gemacht worden.

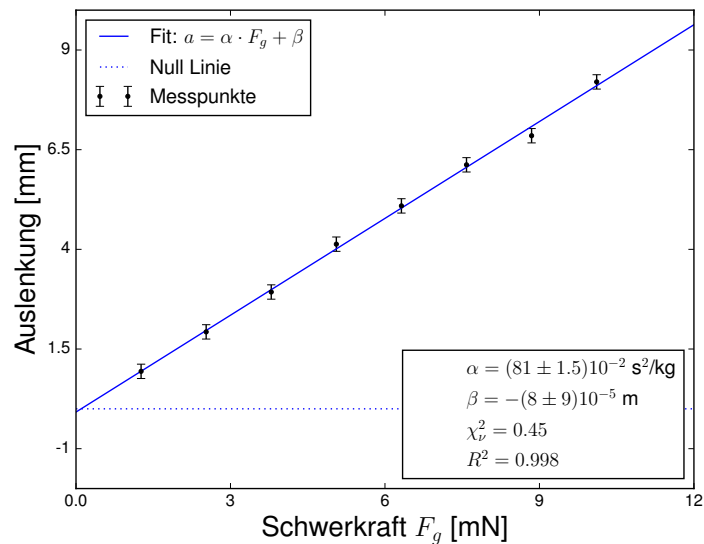


Abbildung 3: lineare Regression zwischen Auslenkung a und der Gewichtskraft F_g . Messpunkte sind an den einzelnen Kerben von 1 bis 8 (Rückweg, Zählung 8,7,...,1) in Abbildung (1) gemacht worden. Die Messung an der rechten Kerbe ($i=9$) wurde ignoriert.

Wir hängen eine kleine Masse ($R = 1.288 \text{ g}$) bei der ersten Messung an keine der Kerben und danach vom Drehpunkt nach außen in jede Kerbe ($i = 1, \dots, 9$) und gleichen den Höhenunterschied zwischen den Spitzen mit der Messschraube aus. Dazu siehe die Abb. (1).

Die Kalibrierung der Feder machen wir, um die Federkonstante zu berechnen, welche wir in der Bügelmethode brauchen, um die Kraft zu berechnen. Hierzu haben wir folgende Formel verwendet:

$$k = \frac{1}{\alpha} \quad (3)$$

Dabei bezeichnet k die Federkonstante und α den jeweiligen Anstieg der linearen Regression in den Abbildungen (2) und (3). Die Unsicherheit von k haben wir mittels Gauß'scher Fehlerfortpflanzung berechnet.

$$u_k = \sqrt{\left(-\frac{1}{\alpha^2} \cdot u_\alpha\right)^2} \quad (4)$$

Somit kommen wir zu folgenden Ergebnissen für die Federkonstanten:

Tabelle 1: Ergebnisse der Kalibrierung;
indirekt gemessene Federkonstante

Platz 4	Federkonstante [kg s^{-2}]
Hinweg	1.28 ± 0.04
Rückweg	1.235 ± 0.023

2.2. Bügelmethode

Der Versuch wird, wie in Kapitel 1.1 beschrieben, durch geführt. Um die aus den Messwerten die Oberflächenspannung zu berechnen, verwenden wir folgende Formel:

$$\sigma = \frac{F}{2l} \quad (5)$$

Für die Kraft F gilt $F = xk$, sodass für σ gilt:

$$\sigma = \frac{xk}{2l} \quad (6)$$

x ist die Auslenkung, die mithilfe der Messschraube gemessen wurde. k ist die oben berechnete Federkonstante und $l = (50.5 \pm 0.5) \text{ mm}$ ist die Länge des Drahtes.

Die Unsicherheit der Oberflächenspannung haben wir mittels Gauß'scher Fehlerfortpflanzung wie folgt berechnet:

$$u_\sigma = \sqrt{u_k^2 \left(\frac{x}{2l}\right)^2 + u_x^2 \left(\frac{k}{2l}\right)^2 + u_l^2 \left(-\frac{x}{2l^2}\right)^2} \quad (7)$$

Die Bedeutungen der Variablen in der Gleichung (7) lauten wie folgt:

x Auslenkungsdifferenz zwischen dem Draht unter dem Wasser und dem Draht über dem Wasser

l Länge des Drahtes ($l = 50.5\text{mm}$)

k Federkonstante

u_l Unsicherheit der Länge des Drahtes ($u_l = 0.5\text{mm}$)

u_x Unsicherheit der Auslenkungsdifferenz ($u_x = 0.13\text{mm}$)

u_k Unsicherheit der Federkonstante

Tabelle 2: indirekt gemessenes Ergebnis: Oberflächenspannung

	Platz 4
Oberflächenspannung [$\text{mN}\cdot\text{m}^{-1}$]	(65 ± 3)

Für die Berechnung der Oberflächenspannung haben wir x gemittelt.

2.3. Chi Quadrat

Tabelle 3: χ^2 Ergebnisse

Platz 4	χ^2
Hinweg	1.88
Rückweg	0.45

Für beide Regressionen passt die lineare Regression als Modell. Dennoch zeigen die χ^2_{ν} e, dass wir nicht alle physikalischen Vorgänge im Experiment berücksichtigt haben. Aus dem zweiten reduzierten χ^2 können wir schließen, dass wir die Fehler minimal zu groß gewählt haben. Dies könnte jedoch auch Rundungsfehler sein. Eine klare Aussage ist aufgrund der Größe der χ^2 e ist nicht möglich, ob es sich um statistische Schwankungen oder um andere Einflüsse handelt.² Beim ersten reduzierten χ^2 können wir die Vermutung im Kapitel (3.1) erhärten, dass die Oberflächenspannung einen Einfluss auf die Kalibrierung der Feder hatte. Schlussendlich können wir die reduzierten χ^2 nicht ablehnen. Eine Veranschaulichung der χ^2 e in Bezug auf die Konfidenzintervalle liefert die Abbildung (4)

²Grimm.13.07.2021.

3. Fehlereinschätzung

3.1. Oberflächenspannung bei Kalibrierung

Der Draht, welchen man in der Abb. (1) bei D sehen kann, befand sich am Anfang der Kalibrierung knapp unter der Wasseroberfläche. Während der Messung ist der Draht dann über die Wasseroberfläche gelangt und die Oberflächenspannung hat den Draht entsprechend zurückgehalten bis sich die Lamelle vom Draht gelöst hat. Aufgrund dessen ist am Anfang der ersten Messreihe (Abb. (2)) ein Sprung zu sehen, welcher sich eben auf die Oberflächenspannung zurückführen lässt. Jedoch ist der Fehler nicht berücksichtigt worden.

3.2. Ablesefehler

Tabelle 4: Unsicherheiten bzgl. Messschraube & Spitzen

	Unsicherheit
Ablesefehler, Messschraube	0.005 mm
Ablesefehler, Spitzen	0.130 mm

Der Ablesefehler von der Messschraube wurde in den Rechnungen nicht berücksichtigt, weil sie im Vergleich zu einem kleinen aber deutlichen Höhenunterschied zwischen den Spitzen in Abb. (1) geringer ist. Stattdessen wurde die Differenz einer deutlichen Veränderung der beiden Spitzen über der Feder (Fe) (siehe Abb. (1)) gemessen und als Fehler verwendet. Den Unterschied sieht der Leser in der Tabelle (4). Die Unsicherheit der Messschraube ist eine Abschätzung der Skaleneinteilung. Ich bin davon ausgegangen, dass der Ablesefehler bei etwa einer halben Skaleneinteilung liegt.

4. Schlussfolgerung

Der Versuch ist um einiges umfangreicher als hier dargestellt. Während des Experimentierens hatten, wir nur eine Stunde Zeit, deshalb konnten wir den Versuch nicht vollständig durchführen. Die Bügelmethode konnte nur geringfügig durchgeführt werden und die Kapillarsteighöhenmethode konnte nicht durchgeführt werden.

Tabelle 5: Vergleich des gemittelten Messwertes mit
Referenzdaten aus dem Internet und Literatur, Temperatur: 20°C

	Oberflächenspannung [$\text{mN}\cdot\text{m}^{-1}$]
Messwert	65 ± 3
Internet	72.75
Literatur	72.8

Um das Ergebnis der Oberflächenspannung (2) einschätzen zu können, haben wir aus dem Internet³ und aus der Literatur⁴ Vergleichswerte herangezogen. Eine Ungenauigkeit der Vergleichswerte konnte hingegen nicht gefunden werden, sodass eine vollständige Einschätzung des Ergebnisses nicht möglich ist. Jedoch können wir sagen, dass mit einbeziehen des Fehlers unser Ergebnis sehr nahe an die Vergleichswerte herankommt.

³Unbekannt.09.07.2021.

⁴vgl. EKS16, S. 88.

Es wurde vom Versuchsleiter mehrmals darauf aufmerksam gemacht, dass der Draht D (Abb. (1)) nicht ins Wasser gelangen sollte. Jedoch wurde schlussendlich nicht darauf geachtet. Dies hat zur Folge, dass die Oberflächenspannung die Messung der Federkonstanten stark beeinflusst.⁵ Eine Abschätzung des Fehlers durch die Oberflächenspannung konnte ich nicht durchführen. Die Ergebnisse lassen vermuten, dass die Oberflächenspannung am Anfang der Kalibrierung keine unherhebliche Rolle gespielt haben muss. Die Temperatur hatte in diesem Versuch auch ihren Einfluss gehabt. Jedoch wurde die Temperatur auf $(22^\circ \pm 2^\circ)\text{C}$ abgeschätzt. Durch die Schätzung und durch die fehlende Messung der Temperatur ist auch keine Fehlerabschätzung der Temperatur möglich. Desweiteren wäre es von Nutzen gewesen, auszu probieren, ob ein Eintauchen in das destillierte Wasser überhaupt bessere Werte liefert. Ein Vergleich ohne einhängen des Bügels in das destillierte Wasser hätte zeigen können, welche Methode besser geeignet wäre.

Bei der Bügelmethode wäre es gut gewesen, mehr Messreihen aufzunehmen, um ein genaueres Ergebnis zu erlangen. Zudem haben wir mechanische Einflüsse, wie Wind oder Erschütterungen, nicht beachtet, weil die nötigen Messgeräte nicht vorhanden waren. Die mechanischen Einflüsse sorgen dafür, dass es zu einem verfrühten Abreißen der Wasseroberfläche von der Limelle kommt. Daraus folgt, dass die Ergebnisse unter dem eigentlichen wahren Wert liegen. Somit ist das Ergebnis so zu interpretieren, dass die Oberflächenspannung von $\sigma = (65 \pm 3)\text{mN}\cdot\text{m}^{-1}$ eine untere Schranke darstellt.

⁵Diese Fehlerbetrachtung bezieht sich nur auf die erste lineare Regression (Abb. (2))

A. Anhang

A.1. Beantwortung der Fragen

Die Fragen sind auf der letzten Seite des Versuchsskripts zu finden.⁶ Wir beantworten im folgenden nur die ersten drei Fragen.

A.1.1. In welcher Weise ist die Oberflächenspannung von der Temperatur abhängig?

Wir können die Arbeitsdifferenz in (1) als die Arbeit aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik betrachten:⁷

$$\Delta W = \Delta U - Q \quad (8)$$

Die innere Energie U wiederum können wir als multiplikativen Zusammenhang zwischen der mittleren kinetischen Energie \bar{E}_{kin} und der Anzahl N von Teilchen betrachten:

$$U = \bar{E}_{kin} N \quad (9)$$

und die mittlere kinetische Energie \bar{E}_{kin} ist von der Temperatur T abhängig:⁸

$$\bar{E}_{kin} = \frac{3}{2} k T \quad (10)$$

Als k wird hier die Boltzmann Konstante bezeichnet.⁹

A.1.2. Warum nehmen Flüssigkeitstropfen oder Gasbläschen Kugeltropfen an?

Die Kugelform hat die geringste Oberfläche.¹⁰ Dies ist damit zu begründen, dass sich die Oberfläche auf ein Minimum zusammenzieht, um auf die geringste potentielle Energie zu kommen.¹¹

A.1.3. Welche alternativen Methoden (außerhalb des Versuchsskripts) sind zur Messung von Oberflächenspannungen geeignet?

Du-Noüy-Ringmethode:

«Gemessen wird die Kraft einer vom Ring hochgezogenen Flüssigkeitslamelle.»¹²

Wilhelmy-Plattenmethode:

«Gemessen wird die Kraft, die sich durch die Benetzung der senkrecht aufgehängten Platte ergibt.»¹³

Pendant-Drop-Methode:

«Optische Erfassung der Tropfengeometrie. Größe der Tropfen, die von einer Kapillare abtropfen, ist proportional zur Oberflächenspannung.»¹⁴

⁶Mül21.

⁷vgl. EKS16, S. 148.

⁸vgl. EKS16, S. 117.

⁹vgl. EKS16, S. 117.

¹⁰Unb21.

¹¹Mül21.

¹²Unb21.

¹³Unb21.

¹⁴Unb21.

A.2. Weiterführende Abbildungen

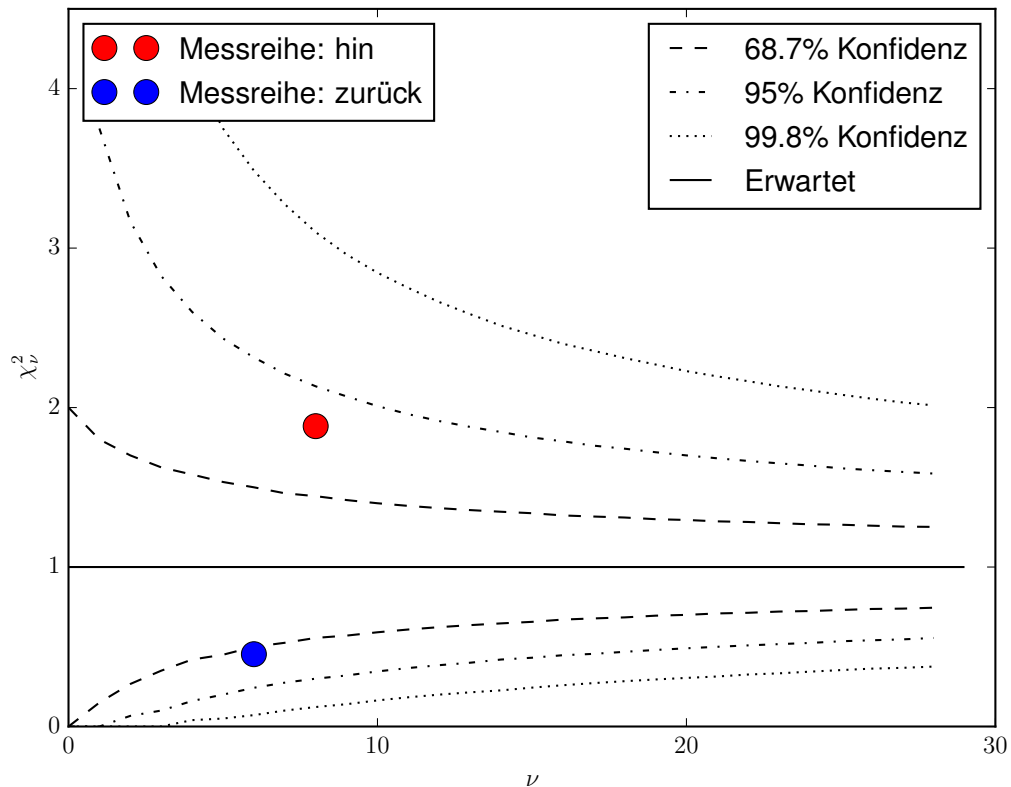


Abbildung 4: reduzierte χ^2 e von der Kalibrierung der Feder.
Reduziertes χ^2 in Abhängigkeit der Freiheitsgrade ν

Im folgenden habe ich für die Nachbesprechung die Abbildung (2) nochmal überarbeitet. Aus den linearen Regressionen habe ich die Federkonstanten bestimmt und mit deren Hilfe die Oberflächenspannungen bestimmt. Beide Werte habe ich jeweils in eine Tabelle unter die jeweilige Grafik angegeben. Das Endergebnis habe ich jedoch nicht weiter verbessert.

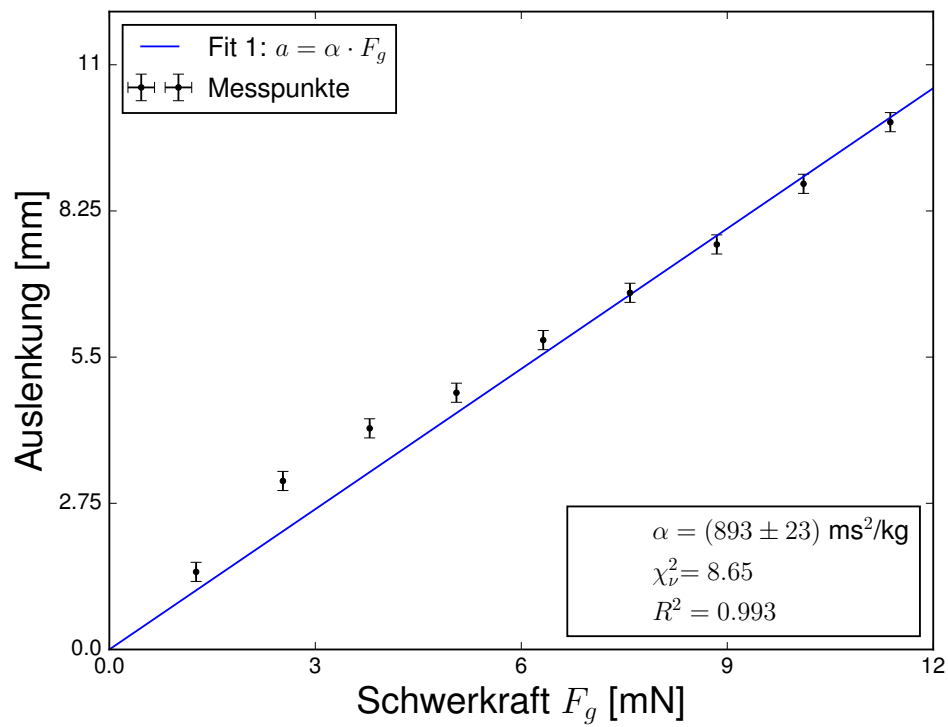


Abbildung 5: lineare Regression zwischen Auslenkung a und der Gewichtskraft F_g . Messpunkte sind an den einzelnen Kerben von 1 bis 9 (Hinweg, Zählung von 1, 2,...,9) in Abbildung gemacht worden.

Tabelle 6: Ergebnisse

	Platz 4
Federkonstante [kg s^{-2}]	$k_2 = 1.120 \pm 0.028$
Oberflächenspannung [$\text{mN} \cdot \text{m}^{-1}$]	$\sigma_2 = 58 \pm 5$

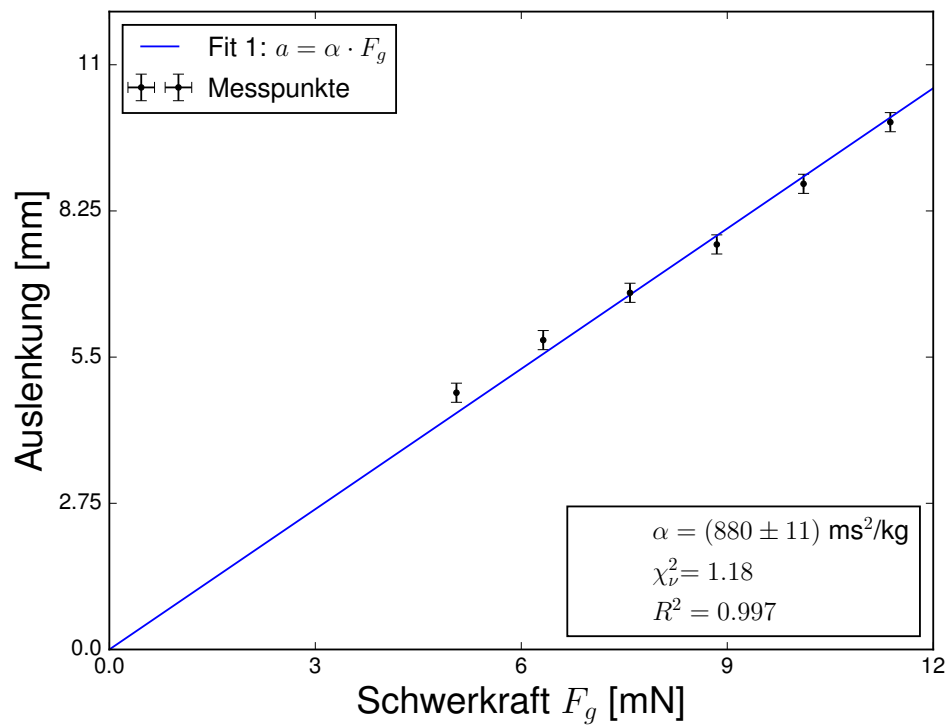


Abbildung 6: lineare Regression zwischen Auslenkung a und der Gewichtskraft F_g . Messpunkte sind an den einzelnen Kerben von 1 bis 9 (Hinweg, Zählung von 1, 2,...,9) in Abbildung gemacht worden.

Tabelle 7: Ergebnisse

	Platz 4
Federkonstante [kg s^{-2}]	$k_3 = 1.136 \pm 0.014$
Oberflächenspannung [$\text{mN} \cdot \text{m}^{-1}$]	$\sigma_3 = 59 \pm 5$

B. Quellenverzeichnis

- [EKS16] Hans-Joachim Eichler, Heinz-Detlef Kronfeldt und Jürgen Sahm. Das neue Physikalische Grundpraktikum. ger. 3., ergänzte und aktualisierte Auflage 2016. Springer-Lehrbuch. Eichler, Hans-Joachim (VerfasserIn) Kronfeldt, Heinz-Detlef (VerfasserIn) Sahm, Jürgen (VerfasserIn) Eichler, Hans-Joachim (VerfasserIn) Kronfeldt, Heinz-Detlef (VerfasserIn) Sahm, Jürgen (VerfasserIn). Berlin und Heidelberg: Springer Spektrum, 2016. 470 S. ISBN: 9783662490228. DOI: [10.1007/978-3-662-49023-5](https://doi.org/10.1007/978-3-662-49023-5).
- [Mül21] Müller, Dr., Uwe. M5 Oberflächenspannung. de; 4.7.2021.
- [Unb21] Unbekannt. Oberflächenspannung. 4.07.2021. URL: <https://www.chemie.de/lexikon/Oberfl%C3%A4chenspannung.html>.