epo-cpge-mp
Durée : 3 heures

Année Académique : 2022-2023

Devoir D'Algèbre 3

Exercice 1 : 6 points

Soit G un groupe. On note A l'ensemble des éléments de G d'ordre fini impair.

1. Montrer que A est non vide.

2. Montrer que l'application $x \longmapsto x^2$ est une bijection de A.

Exercice 2 : 6 points

Soit n un entier ≥ 3.

1. Dénombrer les éléments inversibles de l'anneau $\mathbb{Z}/2^n\mathbb{Z}$.

2. Montrer que le groupe des inversibles de $\mathbb{Z}/2^n\mathbb{Z}$ n'est pas cyclique.

Indication : Montrer que pour x impair et $n \geq 3$, on a $x^{2^{n-2}} \equiv 1(mod\ 2^{n-1})$.

Exercice 3 : 8 points

Soient A un anneau commutatif et I un idéal strict de A (distincts).

Définition 0.0.1. On dit que I est premier lorsque $(a, b) \in (A \setminus I)^2$, $ab \in A \setminus I$.

1. Montrer que I est maximal pour l'inclusion parmi les idéaux stricts de A si et seulement si pour tout $a \in A \setminus I$, $I + aI = A$.

2. Montrer que tout idéal maximal est premier.

3. Montrer que si A est un anneau principal (c'est-à-dire un anneau intègre tel que tout idéal est principal), alors les idéaux premiers non nuls et maximaux de A sont les mêmes.

4. Soit $A = \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ et $I = \{f \in A \mid f(0) = 0\}$. L'idéal I est-il principal ? Premier ? Maximal ?

Scanné avec CamScanner

epo-cpge-mp
Durée : 3 heures

Année Académique : 2022-2023

Composition D'Algèbre 3

Exercice 1 : 5 points

Soit $A \in \mathcal{M}_n(K)$ une matrice de rang 1 sur un corps K.
1. Montrer que A est annulée par un polynôme de degré inférieur ou égal à deux.
2. En déduire que si $tr(A) \neq 0$, alors A est diagonalisable. Que dire si $tr(A) = 0$?
3. Application : Montrer que la matrice $A = (i/j)_{1 \leq i,j \leq n}$ est diagonalisable et trouver ses éléments propres.

Exercice 2 : 5 points

Soient E un espace vectoriel sur $\mathbb{C}$ de dimension finie n et g un endomorphisme de E.
1. Montrer que l'application T définie sur $\mathcal{L}(E)$ par $T(f) = fog - gof$ est un endomorphisme.
2. Montrer que si g est nilpotent, alors T l'est aussi. Indication : on pourra remarque que $T = G - D$ avec $G(f) = fog$ et $D(f) = gof$ et justifier que $GoD = DoG$.
3. La réciproque est-elle vraie ?
4. Montrer que si g est diagonalisable, alors T l'est aussi.

Exercice 3 : 5 points

On considère trois suites réelles $(u_n)_{n\geq 0}$, $(v_n)_{n\geq 0}$, $(w_n)_{n\geq 0}$ vérifiant, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = -u_n + v_n + w_n$, $\quad v_{n+1} = u_n - v_n + w_n$, $\quad w_{n+1} = u_n + v_n - w_n$. Exprimer u_n, v_n et w_n en fonction de n et trouver une condition nécessaire et suffisante sur $(u_0,\ v_0,\ w_0)$ pour que ces trois suites convergent.

Exercice 4 : 5 points

Soient E un $\mathbb{R}$-espace vectoriel de dimension 3 et $f \in \mathcal{L}(E)$ tel que $f^2 \neq 0$ et $f^3 = 0$.
1. Montrer qu'il existe $x \in E$ tel que $(x, f(x), f^2(x))$ soit une base de E.
2. Montrer que la seule droite de E stable f est $\mathbb{R}f^2(x)$.

Scanné avec CamScanner

Devoir d'Analyse III

: 03 heures

Exercice 1 : Maniement et Connaissances des Concepts Fondamentaux (Minimum Vital)

1. Représenter graphiquement dans un repère du plan R^2 l'enveloppement convexe de la famille $\mathbb{P} := \{M_0(-3,-2), M_1(0,-1/2), M_2(3,-3), M_3(3,3), M_4(0,1/2), M_5(3,2)\}$ de $\mathbb{R}^2$.

2. Soit E un espace vectoriel normé. Soit C une partie non vide et convexe de E.

   Montrer que : $\forall \lambda \in]0,1] \quad \lambda \overset{\circ}{C} + (1-\lambda)\overline{C} \subset \overset{\circ}{C}$.

3. Soient I un intervalle de $\mathbb{R}$, et $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ une application.
   (a) Montrer que f est convexe si et seulement si pour tout segment $[a,b] \subset I$ et pour tout $\mu \in \mathbb{R}$, l'application $\varphi : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto f(x) + \mu x$ est bornée et atteint sa borne supérieure en a ou en b.
   (b) On suppose que $I = \mathbb{R}$ et que f est convexe. Montrer que f est continue.

4. Soient $E = \mathscr{C}([0;1],\mathbb{R})$ muni de $||\cdot||_\infty$ et $F = \mathscr{C}^1([0;1],\mathbb{R})$ muni de la norme suivante :

$$||f||_F = ||f||_\infty + ||f'||_\infty \quad (\forall f \in F).$$

   On considère l'application $T : E \longrightarrow F, f \longmapsto T[f]$, tel que : $\forall x \in [0;1], \quad T[f](x) = \int_0^x f(t)dt.$

   Montrer que T est continue et Calculer sa norme.

Exercice 2 : Restitution Organisée de Connaissance sur les Convexes & Points Extrémaux

Soit C un polyèdre convexe fermé de $\mathbb{R}^n$. On dit qu'un point x^* est **extrémal** (ou un **point extrémal**) s'il n'y a pas deux points distincts y et z de C tels que : $x^* = (1-\lambda)y + \lambda z$ avec $\lambda \in]0,1[$.

1. On suppose ici que C est borné ; plus précisément on a $C = \text{conv}\{v_1, \cdots, v_k\}$.

   Montrer qu'un point extrémal de C est nécessairement l'un des v_i.

2. On suppose C décrit de la manière suivante : $C = C_0 + K \quad (\clubsuit)$,

   où C_0 est un polyèdre convexe compact et K un cône convexe fermé polyédrique.
   (a) Montrer que tout point extrémal de C est nécessairement dans C_0 et qu'il est aussi extrémal dans C_0.
   (b) Donner un exemple de C décrit comme en ($\clubsuit$) mais sans point extrémal.
   (c) Quelle condition portant sur C (ou sur K) assurerait que C a effectivement des points extrémaux ?

Scanné avec CamScanner

Exercice 3 : Métrique sur l'e.v. des fonctions lipschitiziennes (Rudolf Lipschitz (1832-1903))

Soit $L_{\text{ip}}([0,1];\mathbb{R})$ l'ensemble des fonctions lipschitziennes sur $[0,1]$ à valeurs dans $\mathbb{R}$. On considère la fonction Ψ définie par :

$$\Psi : L_{\text{ip}}([0,1];\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f \longmapsto \Psi(f) = |f(0)| + \sup\left\{\frac{|f(x)-f(y)|}{|x-y|}; 0 \leqslant x < y \leqslant 1\right\}.$$

Pour tout $f \in L_{\text{ip}}([0,1];\mathbb{R})$, on pose : $\mathscr{L}_f := \{k \in \mathbb{R}_+ : \forall x, y \in [0,1], |f(x)-f(y)| \leqslant k|x-y|\}$.

1. Montrer que $L_{\text{ip}}([0,1];\mathbb{R})$ est un sous-espace vectoriel de $\mathscr{C}^0([0,1];\mathbb{R})$.
2. Démontrer que les éléments de $L_{\text{ip}}([0,1];\mathbb{R})$ sont des fonctions bornées.
3. Soit $f \in L_{\text{ip}}([0,1];\mathbb{R})$.
   (a) Démontrer que $\mathscr{L}_f$ admet une borne inférieure que notera $\mathscr{R}_f$, puis justifier que $\mathscr{R}_f \in \mathscr{L}_f$.
   (b) Démontrer que si $f, g \in L_{\text{ip}}([0,1];\mathbb{R})$ alors $\mathscr{R}_{f+g} \leqslant \mathscr{R}_f + \mathscr{R}_g$.
4. Montrer que Ψ est bien définie sur $L_{\text{ip}}([0,1];\mathbb{R})$.
5. Montrer que l'application Ψ est une norme, puis calculer $\Psi(h)$ où $h : x \mapsto \frac{1}{2}\sqrt{x+1}$. Que peut - on dire ?
6. On définie sur $L_{\text{ip}}([0,1];\mathbb{R})$ la norme infinie $\|\cdot\|_\infty$ par : $\forall f \in L_{\text{ip}}([0,1];\mathbb{R}),\ \|f\|_\infty = \sup\limits_{[0,1]} |f|$.
   (a) Montrer qu'il existe une constante $\alpha > 0$ telle que $\forall f \in L_{\text{ip}}([0,1];\mathbb{R}),\ \|f\|_\infty \leqslant \alpha\Psi(f)$.
   (b) Existe-t-il une constante $\beta > 0$ telle que $\forall f \in L_{\text{ip}}([0,1];\mathbb{R}),\ \Psi(f) \leqslant \beta\|f\|_\infty$? **Conclure !**
7. On note d_Ψ la distance associée à la norme Ψ, et on pose : $P : x \mapsto 2021x^{2022}$, $Q : x \mapsto 2022\sin\left(\frac{x\pi}{2}\right) - 2023$.
   (a) Donner l'expression analytique de d_Ψ.
   (b) Montrer que $P, Q \in L_{\text{ip}}([0,1];\mathbb{R})$, puis calculer $d_\Psi(P,Q)$.

FIN

Date : 02 Décembre 2022.

Scanné avec CamScanner

Examen d'Analyse III

: 04 heures

Exercice : Questions de Cours

1. Soient $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ avec $a < b$ et $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction croissante. Pour tout $x \in]a,b[$, on définit le « saut » de f en x par $\delta(x) = \lim\limits_{y \to x^+} f(y) - \lim\limits_{y \to x} f(y)$.

   (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, montrer que $E_n = \left\{ x \in]a,b[\mid \delta(x) > \dfrac{1}{n} \right\}$ est fini.

   (b) En déduire que l'ensemble des points de discontinuité de f est au plus dénombrable.

2. Déterminer le rayon de convergence, les ensembles de convergence (simple) $\mathfrak{D}_s$ et de convergence absolue $\mathfrak{D}_a$ de la série entière de coefficients a_n $(n \in \mathbb{N})$ dans les cas suivants (dans ce qui suit $m \in \mathbb{N}^*$) :

   (a) $a_n = \dfrac{(n!)^m}{(mn)!}$; (b) $a_n = E(\sqrt{2^n + 1})$.

3. Enoncez clairement le théorème de convergence uniforme et dérivation (caractère de Classe C^1) des suites de fonctions.

Problème : Nombres de Bernoulli et ses Applications au Calcul de Valeurs Particulières de la fonction de Riemann

$\boxed{\text{I}}$ Définition des Nombres de Bernoulli

On introduit l'endomorphisme φ de $\mathbb{R}[X]$ défini par : $\forall P \in \mathbb{R}[X], \quad \varphi(P)(X) = P(X+1) - P(X)$.

I.1(a) Déterminer le noyau de φ.

I.1(b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, la restriction de φ à $\mathbb{R}_n[X]$ définit un endomorphisme φ_n de $\mathbb{R}_n[X]$. Préciser le noyau et l'image de φ_n.

I.1(c) Soit $Q \in \mathbb{R}[X]$. Etudier l'existence et l'unicité des solution de l'équation $\varphi(P) = Q$ d'inconnue $P \in \mathbb{R}[X]$.

I.2(a) Montrer qu'on définit une unique suite de polynômes $(B_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par :

$$B_0 = 1, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*, \ B_n(X+1) - B_n(X) = nX^{n-1}, \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*, \ \int_0^1 B_n(t)dt = 0.$$

Préciser le degré et le coefficient dominant de B_n, $\forall n \in \mathbb{N}$. Préciser enfin B_1.

Définition 1 : *Les polynôme B_n sont appelés Polynômes de* Bernoulli.

I.2(b) Montrer que la suite $(B_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est la seule suite de polynômes $(P_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de $\mathbb{R}[X]$ vérifiant les conditions :

$$P_0 = 1, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*, \ P_n' = nP_{n-1}, \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*, \ \int_0^1 P_n(t)dt = 0.$$

I.2(c) Expliciter B_2 et B_3 .

I.2(d) Montrer qu'il existe une unique suite de réels $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telle que : $\forall n \in \mathbb{N}, \ B_n(X) = \sum\limits_{k=0}^{n} b_k C_n^k X^{n-k}$.

Expliciter b_0, b_1, b_2, et b_3.

Définition 2 : *Les réels $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sont appelés nombres de* Bernoulli.

$\boxed{\text{II}}$ Etude des Nombres de Bernoulli

Scanné avec CamScanner

II.1(a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, calculer $B_n(0)$ et $B_n(1)$ en fonction de b_n.

II.1(b) Préciser une relation de récurrence vérifié par $b_0, b_1, \cdots, b_n$ où $n \in \mathbb{N}$. Calculer alors b_4, et b_5.

II.1(c) Etablir que : $\forall p \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, \displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^p = \frac{B_{p+1}(n+1) - b_{p+1}}{p+1}$.

II.1(d) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, en déduire une expression explicite de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^4$ en fonction de n.

II.2(a) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N},\ B_n(X) = (-1)^n B_n(1-X)$ et en déduire une propriété de symétrie de la courbe représentative de B_n (distinguer selon la parité de n). *Indication : On pourra utiliser la question I.2(b).*

II.2(b) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N},\ B_n(X) = 2^{n-1}\left(B_n\left(\frac{X}{2}\right) + B_n\left(\frac{X+1}{2}\right)\right)$.

II.2(c) En déduire des relations précédentes que : $\forall p \in \mathbb{N}^*,\ b_{2p+1} = 0$.

II.2(d) Montrer que : $\forall p \in \mathbb{N}, p \geqslant 2 \implies b_{2p} = -\dfrac{1}{(p+1)(2p+1)} \displaystyle\sum_{k=0}^{2p-2} \mathrm{C}_{2p+2}^{k} b_k$. et en déduire b_6.

On introduit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(0) = 1$ et $\forall t \in \mathbb{R}^*, f(t) = \dfrac{t}{e^t - 1}$.

II.3(a) Montrer que tout $n \in \mathbb{N}$, $1/f$ et f admettent des développement limités á l'ordre n en 0.
On pose : $f(t) = c_0 + c_1 t + \cdots + c_n t^n + o(t^n)$.

II.3(b) À l'aide de la question II.1(b), montrer que : $\forall n \in \mathbb{N},\ b_n = n! c_n$ (ce qui montre que la suite $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ peut être définie par le développement limité de f en 0).

II.3(c) À l'aide de la question I.2(b), montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $x \mapsto B_{2n+1}(x)$ est négative (resp. positive) sur $[0, 1/2]$ (resp. sur $[1/2, 1]$). Établir aussi que : $\forall n \in \mathbb{N},\ (-1)^n b_{2n+2} > 0$.

$\boxed{\text{III}}$ Utilisation des Nombres de BERNOULLI

Le but de cette partie est d'établir et d'appliques la : $\forall p \in \mathbb{N}^*,\ \mathcal{S}_{2p} = \displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^{2p}} = \frac{(2\pi)^{2p}}{2(2p)!}|b_{2p}|.\quad (\star)$

III.1 En utilisant une comparaison série/intégrale, montrer que la série $\displaystyle\sum_{k\geqslant 1} \frac{1}{k^{2p}}$ converge pour tout $p \in \mathbb{N}^*$.

III.2 Soient $p \in \mathbb{N}^*$, h eth_p deux fonctions définies sur $[0,1]$ par :

$$\forall u \in]0,1[,\quad h(u) = \frac{u^2 - u}{\sin(\pi u)},\quad \text{et}\quad h(0) = h(1) = -\frac{1}{\pi}.$$

$$h_p(u) = \frac{B_{2p}(u) - b_{2p}}{\sin(\pi u)},\ \text{si } u \in]0,1[;\quad \text{et}\quad h_p(0) = h_p(1) = 0.$$

III.2(a) Comparer $h_p(u)$ et $h_p(1-u)$, puis vérifier que h_p est continue sur $[0,1]$.

III.2(b) Démontrer l'existence d'une fonction polynôme Q_p telle que : $\forall u \in [0,1],\quad h_p(u) = Q_p(u) h(u)$.
En déduire que h_p est de classe C^1 sur $[0,1]$.

III.3 Soient $p, k \in \mathbb{N}^*$, on pose : $H_k(p) = \displaystyle\int_0^1 B_{2p}(t)\cos(2k\pi t)\,dt$ et $I_k(p) = \displaystyle\int_0^1 (B_{2p}(t) - b_{2p})\cos(2k\pi t)\,dt$.

III.3(a) Calculer $H_k(1)$, puis exprimer pour tout $p \in \mathbb{N}^*$, $H_k(p+1)$ en fonction de $H_k(p)$.

III.3(b) En déduire les expressions de $H_k(p)$ et $I_k(p)$ en fonction de k et p.

III.3(c) En calculant de deux façons la somme $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} I_k(p)$, démontrer l'égalité $(\star)$.

III.3(d) En déduire la valeur exacte des sommes $\mathcal{S}_2$, $\mathcal{S}_4$ et $\mathcal{S}_6$.

III.3(e) Conclure !

FIN

Date : Mardi 14 Février 2023.

Scanné avec CamScanner

Ecole Polytechnique de Ouagadougou **Année Académique 2022-2023**

Niveaux: MP2 et PC2

Devoir d'anglais **Durée : 2 heures**

Enseignant : M. H. Malgoubri **Documents autorises : Néant.**

Part I: Reading – Comprehension

Read the following text and answer the questions about it.

Engineering in Africa: the Scale and Nature of Capacity Needs

Sub-Saharan Africa suffers a chronic lack of indigenous capacity in engineering. Quantitatively, there are insufficient numbers of engineers graduating to meet demand in some Sub-Saharan African countries. According to one minister, "We do not have enough manpower in engineering. That is the basic problem." Evidence of shortages of engineers was found in all of the countries for which data was available: South Africa, Rwanda, Mozambique, Malawi and Tanzania. Often, the public sector is the main victim of this shortage because most unfilled posts appear to be in government positions in rural areas. However, there are also notable levels of unemployment among engineering graduates, indicating that the problem is more complex than a simple lack of numbers.

Unemployment among engineering graduates may be, in part, due to a reluctance on their part to take poorly paid positions in rural areas, or due to the dominance of foreign engineering firms who import foreign labor. However, the predominant reason identified in this study was that engineers were graduating without the necessary skills and experience to be employable. One interviewee from Zambia explained that, "The universities are able to produce the engineers in numbers… but many of them do not have the skills to be able to operate in a global economy." Reflecting the scale of this problem, last year the Kenyan Engineering Board withdrew recognition for engineering degrees from three of Kenya's public universities.

All three parts of this study indicate that low engineering capacity in Sub-Saharan Africa is more accurately described as an inadequate number of engineers with sufficient skills and experience, than as an insufficient number of engineers per se. The scale of the problem varies between engineering sectors, across the different professional levels, and between countries, but it is a problem that is prevalent right across the region. There is a variety of factors that combine to contribute to this lack of capacity, ranging from global market forces to inadequate education.

Exercise 1: Write T (true), F (false) or NG (not given) in front of the following statements

1. There are many more engineers than necessary in Africa. F
2. African governments are developing strategies to attract engineers in villages. NG
3. Working in villages does not pay well for some engineers. T
4. Engineers with a poor training can easily find jobs. F
5. The problem of engineers in Africa is about their numbers as well as their capability. T
6. All branches of engineering face the same problems. F

Scanné avec CamScanner

Exercise 2: Answer the following questions about the text. Use your own words

1. Why is Africa lacking engineers? (1 pt) (2 lines max.)
2. Why do African engineers find government jobs less attractive? (1 pt) (2 lines max.)
3. What are the two main factors causing unemployment among engineers? (1 pt) (2 lines max.)
4. What makes African engineers less competitive vis-à-vis their foreign counterparts? (1 pt) (2 lines max.)

Exercise 3: Writing

Write a 10-line paragraph to suggest ONE way African countries can produce well-trained engineers. (5 pts)

Part II – Grammar

Write the number of the sentence and the letter corresponding to the correct answer. Examples: 1-A; 2-B; 3-C; 4-D (5 pts)

1. How __ your finger? A) are you cutting B) were you cutting C) did you cut D) you cut C
2. Isabel is a flight attendant. She __ passengers. A) serve B) to serve C) serves D) serving C
3. __ three languages: French, Spanish, and English. A) I'm speak B) I'm speaking C) I speaking D) I will speaking B
4. Most of the people __ work at 8 o'clock every morning. A) finishes B) goes C) does D) starts B
5. A: What __ Natalie's nephew do? B: He is an architect. A) doing B) do C) does D) * C
6. __ she __French? A) Do/speaks B) Does/speaks C) Does/speak D) Is/speak C
7. "Are __?" "No, I'm single." A) he marries B) you married C) you marry D) she married B
8. I __ to be __ artist when I __ a child. A) wanted/an/was B) want/a /was C) wants/an/was D) to want / an / is A
9. He __ his passport and__ car keys yesterday. A) forgot/lose B) forget/lost C) forgot/lost D) forgot/lost C - D
10. She __ traveled to most parts of the world. A) have B) is C) has D) will C
11. She __ to Russia in the 1990s. A) go B) went C) gone D) goes B
12. I __ born in Nouna in 1970. A) was B) is C) did C) been A
13. I haven't done it __. A) yet B) already C) just D) since A
14. A- When ___ it ___ raining? B- At 7 AM. A) Did/started B) Does/start C) Does/starts D) Did/start D
15. We __ to have a cup of coffee. A) decided B) were deciding C) decides D) will deciding A
16. I eat __ apple every day. A) the B) a C) an D) * D
17. It was a great party. __ loved it. A) Everything B) Anyone C) Somebody D) Everybody D
18. I __ the champion last week. A) saw B) have seen C) see D) seen A
19. Anna __ a good job. A) finds B) has found C) founded D) has been finding B
20. I __ an essay all day. A) write B) have been written C) am writing D) have been writing A

Scanné avec CamScanner

Ecole Polytechnique de Ouagadougou **Année Académique 2022-2023**

Devoir d'anglais **Niveaux: MP2 et PC2**

Enseignant : M. H. Malgoubri **Durée : 2 heures**

Part I: Reading – Comprehension

Read the following text and answer the questions about it.

Engineering Issues Arise after Turkey Earthquake

In November 2022, after a magnitude 6 earthquake damaged more than 2,000 buildings in Duzce, northern Turkey, environment and urbanisation minister Murat Kurum underlined that the authorities were working towards making every building in the country "earthquake safe by 2035". "We already rebuilt 3.2 million residences," Kurum said in a social media post. "250,000 residences across 81 provinces and 992 districts are currently being transformed [to meet current regulations]. 6.6 million houses and businesses have been audited. 24 million of our citizens are currently living in earthquake-safe abodes." These ambitious efforts, however, were not able to prevent the disaster. "On paper, Turkey's seismic design code is up to global standards – it is actually better than most," Turkkan said. "In practice, however, the situation is very different." This is why, experts say, more than 20 years after the Marmara earthquake, Turkey is full of buildings constructed using sub-par materials and long-discredited construction techniques that immediately crumble when faced with a strong tremor. "This saddens me deeply as an engineer," Turkkan said. "If we managed to get everyone on board, we could have either reinforced or rebuilt all defective buildings in the past 20 years. We could have saved at least 5,000 of the buildings that we lost on Monday from complete destruction. We could have saved many, many lives."

Experts believe the government and local authorities could have taken further precautions to ensure all buildings were safe and earthquake design regulations are being implemented in all contexts. "For years we held conferences, wrote reports and sent them to local authorities. We told them big earthquakes will inevitably hit cities like Hatay and Gaziantep again," Tuysuz said. "We explained to them however strong, no building built directly on a fault line can survive an earthquake – it would be torn apart. We said we should create accurate fault-line maps for the entire country and transform areas directly on active fault lines into green zones with construction bans. No one listened." Several schools, administrative buildings, hospitals and even the headquarters of Turkey's Disaster and Emergency Management Authority (AFAD) in Hatay also collapsed on Monday.

Exercise 1: Write T (true), F (false) or NG (not given) in front of the following statements

1. Turkish authorities decided to change building regulations after the earthquake of 2022. T
2. Murat Kurum became influential in the Turkish government. NG
3. Building standards in Turkey are not the cause of the devastation caused by the recent earthquake. T
4. Not all buildings we build according to national standards. T
5. Fault lines are not supposed to have building on them. T.
6. The last earthquake demonstrated that experts' voices were not taken into account. T

Exercise 2: Answer the following questions about the text. Use your own words

1. What did the Turkish authorities pledge to do after the 2022 earthquake? (1 pt) (2 lines max.)
2. Does Turkey have a good construction code regarding earthquakes? (1 pt) (2 lines max.)
3. Why did the last earthquake have such a devastating effect? (2 pt) (3 lines max.)

Exercise 3: Writing

Scanné avec CamScanner

Burkina Faso is in an area with a very low risk of earthquakes. Write a 10-line message to your a friend to explain him/her why it is still important for the country to have quality infrastructure. (5 pts)

- Quality infrastructures are durable
- Avoid accidents → save lives
- Economical: Avoid repairing every time.

Part II – Grammar

Write the number of the sentence and the letter corresponding to the correct answer. Examples: 1-A; 2-B; 3-C; 4-D (5 pts)

1. My favorite subject is _____ history, but I'm not very good at _____ math.
   A) * / the B) a / a C) the / the D) * / *
2. Ankara is _____ capital of Turkey. A) the B) a C) * D) an
3. I need _____ help with my homework. Are you free? A) a few B) much C) any D) some
4. Please have _____ cake. A) a B) * C) the D) an
5. How often do you eat _____ chocolate? A) the B) an C) * D) a
6. How long _____ in Paris? A) do you live B) are you living C) have you been living D) you live
7. Anna _____ a good job. A) finds B) has found C) founded D) has been finding
8. _____ I was in Paris, I made a lot of friends. A) While B) During C) For D) In
9. I was in hospital _____ three weeks. A) while B) during C) for D) in
10. _____ my stay in hospital, the nurses looked after me very well. A) While B) During C) For D) In
11. Sarah's English is getting better. She _____ a lot of English since she _____ here. A) learnt / has come B) has learnt / has come C) has learnt / came D) learnt / came
12. 32. Mike and Jack _____ here five months ago. They _____ in this city for five months.
    A) came / have been B) have come / have been C) come / were D) has come / has been
13. I _____ a new flat a few months ago. A) bought B) have been buying C) have bought D) buy
14. The phone rang _____ I was having supper. A) while B) during C) for D) in
15. I lived in Paris _____ several years. A) while B) during C) for D) in
16. David can go to bed now. He _____ his homework. A) finish B) has finished C) finishes D) finished
17. Alison _____ in Chicago, but she would like to go there one day.
    A) was B) has been C) wasn't D) has never been
18. Let's have _____ ice-cream. A) a B) * C) an D) the
19. I eat _____ apple every day. A) the B) a C) an D) *
20. I'd like _____ glass of milk, please. A) the B) a C) an D) *

Scanné avec CamScanner

Ecole polytechnique de Ouagadougou 2022/2023

CPGE-MP

Devoir d'électrochimie

Durée : 3 heures

Exercice 1

On se propose d'étudier l'électrolyse d'une solution de chlorure de sodium (5 mol.L^{-1}, pH =5) à 25 °C. Le compartiment anodique et le compartiment cathodique sont séparés et reliés entre eux par un pont salin. L'anode est en graphite et la cathode en mercure. Dans ce problème, on assimilera activités et concentrations. De plus, on considèrera les pressions égales à 1 bar.

1. Schématiser le montage d'électrolyse décrit dans l'énoncé.
2. Quelles réactions électrochimiques peut-on envisager à l'anode ?
3. Quelles réactions électrochimiques peut-on envisager à la cathode ?
4. Calculer les potentiels d'équilibre associés à ces transformations électrochimiques
5. Donner l'allure du diagramme théorique i = f(E) attendu
6. En réalité, la dissolution des ions sodium dans le mercure de la cathode rend la réduction de ces derniers plus aisée (une surtension de 0,9 V apparaît). De plus, la surtension de réduction des protons sur le mercure est très grande (nc = -1,5 V). Enfin, la surtension d'oxydation de l'eau en dioxygène sur le graphite est élevée (na = 1,6 V). A l'aide de ces données, corriger le diagramme précédent. Conclure

Donneés :

$E°(Cl_2/Cl^-) = 1,36$ V/ESH

$E°(O_2/H_2O) = 1,23$ V/ESH

$E°(H^+/H_2O) = 0,00$ V/ESH

$E°(Na^+/Na) = -2,67$ V/ESH

Exercice 2

L'or, à l'état de métal, est présent dans certaines roches où il est intimement dispersé parmi d'autres métaux à des teneurs très variables.

L'or est alors extrait de la roche broyée à l'aide d'une solution aqueuse de cyanure de sodium oxygénée par un courant d'air. Durant ce traitement, le métal or est oxydé en ions complexes. Cette solution est ensuite traitée par le métal zinc. On se propose d'étudier plus particulièrement ces deux réactions.

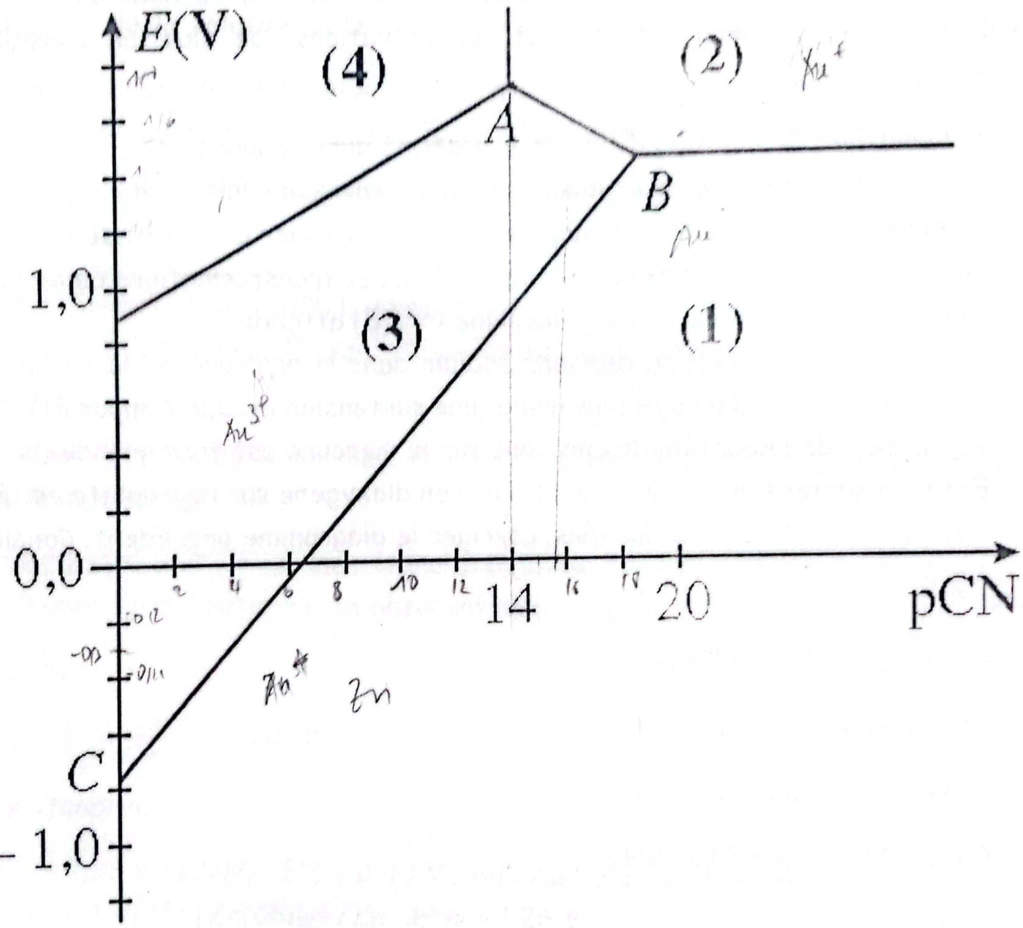
A. Traitement du métal or par le dioxygène en présence de cyanure de sodium

1. De même que $pH = -\log[H_3O^+]$, on pose : $pCN = -\log[CN^-]$

a) Donner le domaine de prédominance de l'élément or au degré d'oxydation (I) sous toutes ses formes en fonction de pCN.

b) Même question pour l'élément or au degré d'oxydation III.

2. Le diagramme E = f (pCN) de l'élément or (analogue un diagramme E = f (pH)), représenté ci-après, a été établi pour une concentration $C = 0{,}001\ mol.L^{-1}$ en élément or en solution sous formes d'ions. Le plan (E, pCN) est partagé en quatre domaines (1), (2), (3) et (4).



a) Identifier, en justifiant le choix effectué, les domaines d'existence ou de prépondérance des différentes espèces contenant l'élément or.

b) Discuter de la stabilité de l'or (I) en fonction de la concentration en ions cyanure.

c) Déterminer l'équation du segment de droite AB et celle du segment de droite BC. Vérifier les calculs à l'aide du graphe.

3. Dans le traitement des minerais, on utilise des solutions de cyanure de sodium de concentration $0{,}01\ mol.L^{-1}$.

Scanné avec CamScanner

a) Quel est le pH d'une telle solution ?

b) On sature cette solution en dioxygène, par barbotage d'air. Quel est, au pH calculé, le potentiel du couple O_2/H_2O sous une pression de dioxygène de 0,20 bar ?

4. Lire, sur le graphe, les potentiels des couples de l'or présents pour une solution de NaCN telle que la concentration en ions cyanure libres soit de 0,010 mol.L^{-1}. En déduire la réaction observée lorsque l'or métal est mis en contact avec la solution de cyanure de sodium saturée en dioxygène (« cyanuration » de l'or). Écrire l'équation de cette réaction. Cette réaction est-elle quantitative ? Justifier en calculant la constante d'équilibre.

B. Cémentation de la solution obtenue

1. La solution obtenue à la question **A. 4)** est traitée par le zinc métal en poudre (procédé Merryl-Crowe). Au cours de la réaction, le zinc forme des ions complexes

$[Zn(CN)_4]^{2-}$. Écrire l'équation de la réaction. La réaction est-elle quantitative ? Calculer la constante d'équilibre.

2. Lors d'un essai industriel, 1 000 L de solution obtenue au **A. 4)** contenant l'ion complexe à la concentration 0,0010 mol.L^{-1} sont évaporés au quart de la valeur initiale, puis traités par le zinc métal.

a) Quelle est la masse minimale de zinc à utiliser pour réaliser cette opération ? Quelle masse d'or obtient-on ?

b) En réalité, il faut utiliser à peu près deux fois plus de zinc que ce qui a été calculé ci-dessus. Interpréter cette observation en précisant la réaction impliquée.

Données à 298 K :

• À 25 °C, $a\,(T) = \frac{RT\ln 10}{F} = 0{,}06\,V.$

• Potentiels standard :

O_2/H_2O : $E°_1$ = 1,23 V ; H^+/H_2 : $E°_2$ = 0,00 V ; Au^+/Au : $E°_4$ = 1,68 V ; Au^{3+}/Au : $E°_5$ = 1,50 V ; Au^{3+}/Au^+ : $E°_6$= 1,41 V ; $[Zn(CN)_2]^-/Zn$: $E°_7$= – 1,26 V.

• Constantes globales de formation des complexes :

$[Au(CN)_2]^-$: $\log\beta_{I}$ = 38 ; $[Au(CN)_4]^{2-}$: $\log\beta_{III}$ = 56.

• Constante d'acidité : $pKa_1(HCN/CN^-)$ = 9,2.

Scanné avec CamScanner

Ecole Polytechnique de Ouagadougou (EPO) Année Université 2022-2023

Classes Préparatoire aux Grandes Ecoles

(CPGE)

Contrôle des connaissances

Mathématiques-Physique-Sciences de l'Ingénieur (MPSI) :

L2S3 / Session normale

Composition de Cinétique chimique : 2 H

I°) Questions de cours (5 points)

1°) Définir la cinétique chimique (1 point)

2°) Qu'appelle-t-on vitesse d'une réaction chimique ? (1 point)

3°) Quels sont les facteurs qui influencent la vitesse d'une réaction chimique ? (1 point)

4°) Soit l'écriture d'une réaction de la façon suivante (2 points) :

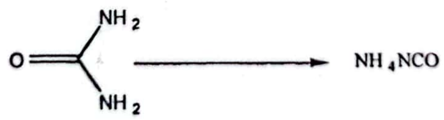
$$A + B \rightarrow \textit{produits}$$

Pour $[A]_0$ (a) $\neq$ $[B]_0$ (b) $\rightarrow \Delta[A] = \Delta[B] = x$, exprimer l'expression de la vitesse de la réaction. En déduire l'expression de la constante de vitesse k en fonction du temps t et des concentrations des réactifs A et B.

II°) Exercices (15 points)

Exercice 1 (8 points)

En milieu neutre l'urée s'isomérise en isocyanate d'ammonium selon la réaction :



La concentration initiale en urée est $[\text{urée}]_0 = 10^{-1}$ M

Les valeurs des constantes de vitesse au cours de la réaction ci-dessus sont consignées dans le tableau ci-dessous (la réaction est effectuée à 50 °C) :

t (min)	k (min^{-1})
120	$7{,}94.10^{-5}$
300	$7{,}88.10^{-5}$
480	$8{,}06.10^{-5}$

1°) Montrer que la réaction est du premier ordre par rapport à l'urée.

2°) Etablir l'expression de la vitesse de cette réaction d'ordre 1 par rapport à l'urée.

3°) Etablir l'expression du temps de demi-réaction $t_{1/2}$ et en déduire sa valeur ?

Scanné avec CamScanner

4°) Calculer les concentrations de l'urée aux différents temps.

5°) Quel serait l'impact de la variation de la concentration initiale de l'urée sur la valeur du temps de demi-réaction. Justifier votre réponse.

Exercice 2 (7 points)

En mesurant la constante de vitesse de la réaction suivante à différentes températures, on a obtenu les résultats suivants :

$$N_2O_5\ (g) \rightarrow 2NO_2\ (g) + 1/2O_2\ (g)$$

T (°C)	0	25	35	45	55	65
K (s^{-1})	8.10^{-7}	$3{,}5.10^{-5}$	$1{,}4.10^{-4}$	5.10^{-4}	$1{,}5.10^{-3}$	$4{,}9.10^{-3}$

1°) Rappeler la loi d'Arrhenius (relation entre la température absolue, la constante de vitesse et l'énergie d'activation) pour cette réaction.

2°) Déterminer graphiquement les paramètres suivants :

a°) L'énergie d'activation.

b°) Le facteur de fréquence Ko.

c°) La constante de vitesse à 30 °C.

Bonne inspiration !

Scanné avec CamScanner

École polytechnique de Ouagadougou (E.P.O.) Année académique 2022-2023
Classes préparatoires d'entrée dans les grandes écoles (C.P.G.E.)
MP et PC – Semestre 2

Devoir de français
Durée de l'épreuve : 2 heures
Documents autorisés : néant

Exercice 1 (/ 10 points)

Complétez les phrases suivantes à l'aide de l'une des formes de *quel que, quels que, quelle que, quelles que, quelque* ou *quelques* qui convient :

1. Aucun ouvrier ne fera ce travail pour quelque rétribution que ce soit.
2. Ils ont réussi à parcourir une distance de quelque deux kilomètres.
3. Quelque compliquées que soient ces opérations, nous avons obligation de les effectuer.
4. Quelles qu'aient été vos intentions, les résultats sont décevants.
5. Les sportifs parcoururent tout de même quelques milliers de mètres.
6. Quelque vexantes que soient ces paroles, je te demande de ne rien dire.
7. Les secouristes tentèrent de lui venir en aide quelles qu'en fussent les difficultés.
8. Leur appareil a réussi à parcourir une distance de quelque cinq cents mètres.
9. Son compagnon est convaincu qu'elle continuera quelles q puissent être vos réticences. quelles que
10. Je suis sûr qu'il le fera quelles qu'en soient les conséquences.
11. Quelque bons mécaniciens qu'ils soient, ils ne pourront pas réparer ta machine.
12. Elles ont cultivé quelque cinq hectares en quelques dizaines de jours.
13. Quelle que soit votre responsabilité et _____ soient les difficultés rencontrées, le problème sera difficile à résoudre. quelles que
14. Quelque humiliantes que soient ces propos, il faut savoir garder son calme.
15. Quels q soient les dons que montrent les premiers essais auxquels il s'arrête, et quelle que soit la forme de son apprentissage, il sait pourtant qu'il commence un voyage vers un pays inconnu.
16. À quelque personne que tu t'adresses, tu obtiendras de l'aide.
17. Quel que doive être le prix de l'opération, nous devons la réaliser.

Exercice 2 (/ 5 points)

Considérons les extraits ci-après.

Extraits

a. La Haute-Volta obtint son indépendance en août 1960. Le pays est donc dans sa 62è année de souveraineté internationale. Sa population en 2022 est estimée à 21.497.097 habitants. Son budget est 2.349.112.550 000 francs CFA.
b. Les 171 femmes professeurs de l'établissement ont décidé de créer une association dont la 1ière réunion, appelée communément Assemblée générale constitutive, se tient dans la salle 51. On note un certain nombre d'absences : 81 n'ont pas pu venir et 21 ont remis des procurations.

Scanné avec CamScanner

Travail à faire

1° Les graphies de certains nombres ou adjectifs numéraux cardinaux ou ordinaux en chiffres ne sont pas conformes aux règles du français. Corrigez les maladresses des graphies de ces nombres ou adjectifs numéraux cardinaux ou ordinaux en chiffres.

2° Écrivez en toutes lettres les nombres en chiffres, en vous servant des règles antérieures aux rectifications de l'orthographe de 1990.

<u>Exercice 3</u> (/ 5 points)

Écrivez, comme il se doit, les adjectifs qualificatifs entre parenthèses dans les phrases suivantes :

1. J'adore la couleur (bleu), peu importe qu'elle soit (bleu clair), (bleu ciel) ou (bleu foncé). Dans tous les cas, il faut éviter de confondre les tissus (rouge) et les tissus (orange) ou (rouge orangé).
2. Les procédures (express) permettent de résoudre de nombreux problèmes mais les modèles (standard) en la matière sont les démarches administratives classiques. Beaucoup d'entre elles sont (bancal)es
3. S'il est vrai que les pneus ne sont pas (bon marché) et même coûtent (cher) actuellement, il a été obligé de changer ceux des roues (arrière) de sa voiture.
4. Il a acheté trois (demi-douzaines) de cahiers et deux tonnes et (demi) de ciment avec l'argent qu'il a reçu de son frère.
5. J'aime bien les trois quartiers de cette ville à cause des couleurs des maisons. Dans les deux premiers, il y a une couleur unique pour chacun d'eux. Les murs sont (rose et violet). Dans le troisième, les constructions mélangent les deux couleurs, ce qui des bâtisses (rose et violet).

Scanné avec CamScanner

École polytechnique de Ouagadougou (E.P.O.) Année académique 2022-2023
Classes préparatoires d'entrée dans les grandes écoles (C.P.G.E.)
MP et PC – Semestre 3

Examen de français
Durée de l'épreuve : 2 heures
Documents autorisés : néant

Considérons le sujet et le plan de dissertation suivants.

Sujet

« La grande faute où l'on tombe d'ordinaire dans l'éducation des enfants, c'est qu'on ne prend pas soin d'eux au moment voulu - c'est qu'on ne sait pas former leurs esprits à la discipline, les habituer à plier devant la raison, à l'âge où ils sont le plus dociles, le plus en état de recevoir un pli. » John LOCKE (1693), *Quelques pensées sur l'éducation*, p. 30.

Dans une réflexion ordonnée, expliquez et discutez ce propos de John LOCKE en vous inspirant des ouvrages au programme.

Plan

I. Explication : l'éducation des enfants à la discipline et à la raison
   - Les étapes de l'éducation de l'enfant
   - La discipline dans l'éducation de l'enfant
   - La raison comme moyen et finalité de l'éducation de l'enfant

II. Discussion : quelle place pour la liberté de l'enfant dans sa propre éducation ?
   - L'importance de la liberté dans l'éducation de l'enfant
   - Le développement naturel de l'enfant et sa préservation des préjugés (cf. Rousseau).
   - Le risque de façonner l'enfant à l'image des besoins de la société de production

Travail à faire

Proposez pour le plan du sujet de dissertation proposé plus haut :

1. Une introduction,
2. Une conclusion.

Scanné avec CamScanner

EPO
CPGE

Examen en Informatique

MP
Année scolaire : 2022-2023

Programmation Orientée Objet

Documents et appareils (téléphones portables, tablettes, ordinateurs) : non autorisés

Calculettes non programmables : autorisées pour les calculs numériques

Durée : 3 heures

Exercice 1: QCM (10 points)

1.1. Lequel des instructions suivantes sont invalide :

(a) _x = 1
(b) __x = 1
x (c) __str__=1
(d) Toutes les réponses sont vraies

1.2. Une méthode privée est ______________________

(a) Accessible de n'importe quelle classe
x (b) Accessible seulement à partir de la même classe

1.3. Quelle est la sortie du code suivant :

```
class Library:
  def __init__(self, name='lib') :
      self.name = name
  def practice(self, language='Java'):
    print(language)
l = Library()
l.practice('Python')
```

x (a) Python
(b) Java
(c) Language
(d) Python Java

Scanné avec CamScanner

1.4. Que fait la fonction __init__() en Python ?

(a) Initialise la classe pour l'utilisation.
(b) Cette fonction est appelée lorsqu'un nouvel objet est instancié.
(c) Initialise tous les attributs de données à zéro lors de l'appel.
(d) Aucune de ces réponses n'est vraie.

1.5. Quelle est la sortie du code suivant :

```
class Point:

    def __init__(self, x = 0, y = 0):
      self.x = x
      self.y = y

    def __sub__(self, other):
        x = self.x + other.x
        y = self.y + other.y
        return Point(x,y)

point1 = Point(30, 40)
point2 = Point(10, 20)
point3 = point1 - point2
print(point3.x, point3.y)
```

(c) 20 30
(d) 40 60
(e) 10 20
(f) 20 40

1.6. L'encapsulation permet ________________________________

(a) D'avoir un contrôle complet sur ces données et sur des contraintes à imposer sur ces données
(b) De documenter le code
(c) De contrôler l'accès aux données du constructeur

1.7. Un accesseur est une méthode permettant de _________________________

(a) Modifier le contenu d'un attribut privé
(b) Récupérer le contenu d'un attribut privé

1.8. Quel est le rapport entre une classe et un objet ?

(a) Un objet est une instance de classe
(b) Un objet est une intendance de classe
(c) Il n'ya aucun rapport

Scanné avec CamScanner

1.9. Le constructeur ______________________________

(a) Permet d'initialiser les valeurs des attributs d'une classe

(b) Ne sert à rien

(c) Permet de documenter la classe

1.10. Une méthode publique est :

(a) Accessible de n'importe quelle classe

(b) Accessible seulement à partir de la même classe

Exercice 2 : (3 points)

Ecrire une classe nommée « **Personne** » ayant trois attributs définissant certaines caractéristiques d'une personne réelle :

- Taille
- Poids
- age

En plus du constructeur, cette classe aura comme méthode :

- « ***imc(self)*** » qui détermine l'IMC de la personne,
- « ***interpretation(self)*** » qui affiche "Insuffisance pondérale" si l'IMC est inférieur ou égale à 18,5 et qui affiche "obésité" si l'IMC est supérieur ou égale à 30.

Rappel : l'IMC (Indice de masse corporelle) est donné par la formule $imc = \frac{poids}{taille^2}$ avec le poids en kg et la taille en m.

Implémenter cette classe en Python.

Scanné avec CamScanner

Exercice 3 : (7 points)

La formule de Minac et Willans permet de déterminer les nombres premiers. Elle définit par :

$$p_n = 2 + \sum_{m=2}^{2^n} \left[\left[\frac{n}{1 + \sum_{k=2}^{m} \left[\frac{(k-1)!+1}{k} - \left[\frac{(k-1)!}{k} \right] \right]} \right]^{\frac{1}{n}} \right].$$

On propose d'implémenter une classe permettant de générer les nombres premiers grâce à cette formule. Ecrire la classe « MinacWillans » ayant les attributs suivants :

- N : un entier correspondant aux nombres premiers à générer

Implémenter les méthodes suivantes :

- « *factoriel* » prenant en paramètre un entier « m » puis retournant m !
- « *minac* » prenant en paramètre un entier « n » puis effectuant l'opération suivante :

$$\sum_{k=2}^{n} \left[\frac{(k-1)!+1}{k} - \left[\frac{(k-1)!}{k} \right] \right]$$

  Nb : cette formule correspond à une partie du dénominateur de l'équation « p_n ». La méthode « minac » est **privée**
- « *generer* », ne prenant pas de paramètres mais retournant le résultat de la formule de Minac et Wilans.

Scanné avec CamScanner

ECOLE POLYTECHNIQUE DE OUAGADOUGOU
L'excellence au service de la Nation

Devoir d'électromagnétisme

Classe : CPGE/ MP

Durée : 2H00

Exercice 1 :

1. En utilisant une propriété du vecteur champ et du déplacement élémentaire le long d'une ligne de champ, montrer que les équations différentielles des lignes de champ peuvent s'écrire en coordonnées cartésiennes :

$$\frac{d_x}{B_x} = \frac{d_y}{B_y} = \frac{d_z}{B_z}$$

2. Déterminer de même les équations des lignes de champ en coordonnées cylindriques.
3. On donne les expressions d'un champ magnétique dans le plan (OXY).
   $B_x = \frac{-\alpha y}{x^2+y^2}$ et $B_y = \frac{\alpha x}{x^2+y^2}$ avec α une constante.

Établir l'équation cartésienne des lignes de champ dans ce plan. En déduire le spectre du champ magnétique. Quelle peut être la source de champ ?

Exercice 2 :

Une tige homogène rigide OA de masse m et de longueur l est fixée en une extrémité O. en n O une liaison pivot parfaite autorise le mouvement autour d'un axe horizontal Δ. La tige est parcourue par un courant d'intensité constante I dans le sens AO. On applique dans l'espace occupé par la tige un champ magnétique colinéaire à l'axe Δ. On admettra que le moment de la force de Laplace peut se calculer à l'aide de la résultante établie dans le cours et appliquée au centre d'inertie de la tige.

Rappel : $J_\Delta = ml^2/3$

$\vec{F} = IlB\vec{e}_\theta$: la force de Laplace

$\vec{\Omega} = \overrightarrow{\dot{\theta} e_z}$: le vecteur rotation

$L_\Delta = J_\Delta \Omega$: moment cinétique

1. Déterminer les positions d'équilibre de la tige. Existent-elles toujours ? on admettra (et on pourra le vérifier) que, lorsqu'elles existent, la position la plus basse est stable et l'autre non.
2. On écarte la tige de la position d'équilibre stable d'un petit angle α_0 et on l'abandonne sans vitesse initiale. Etablir l'équation différentielle du mouvement de la tige et l'équation horaire du système.

Scanné avec CamScanner

Exercice 3 :

Une onde plane monochromatique, de pulsation ω, de champs électrique

$\vec{E} = E_0 expi(\omega t - kz)\vec{e}_z$ et magnétique $\vec{B} = B_0 expi(\omega t - kz)\vec{e}_y$ (E_0 et B_0 constants), se propage selon l'axe OZ dans un milieu de permittivité ε, non magnétique, non chargé et non parcouru par un courant.

1) a) Rappeler les équations de Maxwell dans ce milieu matériel.
   b) Écrire quatre relations vectorielles entre $\vec{k}$, $\vec{E}$, et $\vec{B}$.

2) Etablir la relation entre k et ω (relation de dispersion).

3) on suppose que le milieu a une permittivité complexe $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r^*$ avec $\varepsilon_r^* = \varepsilon_r' + i\varepsilon_r''$, ε_r' et ε_r'' sont des réels positifs. On introduit l'indice complexe n = $n' + in''$ tel que $k = n\frac{\omega}{c}$.

Etablir les relations vérifiées par n, n'et n''. En déduire les indices respectifs d'un milieu diélectrique parfait et d'un milieu bon conducteur.

Scanné avec CamScanner

Ecole Polytechnique de Ouagadougou (EPO) **Année universitaire 2022 – 2023**

Classes Préparatoires d'entrée

dans les Grandes Ecoles (CPGE)

Niveau d'étude : MP

EXAMEN DE PHYSIQUE 3 – Semestre 3

Documents non autorisés, calculatrice autorisée

Durée : 4 heures

Les 2 parties sont indépendantes, chaque partie doit être traitée sur une feuille séparée

Partie1 : Eléments de traitement du signal

Durée approximative : 1h30

Exercice 1

Soit le signal $s(t) = a_1\cos(2\pi f_1 t) + a_2\cos(2\pi 4 f_1 t)$

Soit $s_e(t)$, le signal issu de l'échantillonnage de $s(t)$ avec une fréquence d'échantillonnage f_e

1) Le signal $s(t)$ est-il périodique ? Si oui donner sa période.
2) On choisit $f_1 = 20\ Hz$, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$ et $f_e = 130\ Hz$
   a) Pour cette valeur de f_e, la condition de Shannon est-elle respectée ? Justifier votre réponse
   b) Représenter sur une figure le spectre du signal $s(t)$ entre 0 et $260\ Hz$
   c) Représenter sur une autre figure le spectre du signal $s_e(t)$
3) Expliquer les différences entre le spectre de $s(t)$ et celui de $s_e(t)$.
4) Quel est l'effet de l'échantillonnage sur le spectre du signal $s(t)$?

Exercice 2

A/ Etude d'un signal périodique

Scanné avec CamScanner

On considère le signal $U_\alpha(t)$ de rapport cyclique $\alpha = \frac{T_f}{T}$ *(figure 1)*. On note $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Figure 1

1- Calculer U_{moy} et U_{eff} , les valeurs moyenne et efficace de $U_\alpha(t)$.

2- Justifier que $U_\alpha(t)$ peut s'écrire sous la forme :

$$U_\alpha(t) = U_{moy} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega t - \theta_n)$$

3- On rappelle que $C_n = 2|\underline{D}_n|$ et $\theta_n = \arg(\underline{D}_n)$ où $\underline{D}_n = \frac{1}{T}\int_0^T U_\alpha(t)\, e^{-jn\omega t}\, dt$.

Montrer que :

$$C_n = 2\alpha E \left|\frac{\sin(n\pi\alpha)}{n\pi\alpha}\right|$$

4- Tracer $U_\alpha(t)$ et son spectre pour les deux cas particuliers $\alpha \ll 1$ et $\alpha = \frac{1}{2}$. Commenter.

5- *a.* Calculer, pour $\alpha = \frac{1}{2}$, le taux de distorsion harmonique $\eta = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} {C_n}^2}}{C_1}$ en %. Commenter.

b. Vérifier l'égalité de Perceval pour $\alpha = \frac{1}{2}$.

On donne $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$

B/ Etude d'un filtre analogique

On considère le circuit suivant *(figure 2)*.

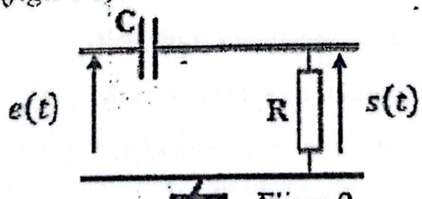


Figure 2

6- La tension d'entrée s'écrit $e(t) = E\cos(\omega t)$.

a. Montrer que $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$. On exprimera $\omega_0 = \frac{1}{\tau}$ en fonction de R et C.

b. Déterminer le gain $G(\omega) = |\underline{H}(j\omega)|$ et le déphasage $\phi(\omega) = arg\left(\underline{H}(j\omega)\right)$.

c. Représenter le diagramme de Bode de ce filtre.

7- La tension d'entrée $e(t)$ s'identifie maintenant à $U_{\frac{1}{2}}(t)$ de rapport cyclique $\alpha = \frac{1}{2}$

a. Déterminer l'équation différentielle liant $e(t)$ et $u_c(t)$ la tension aux bornes de C.

b. Résoudre cette équation puis tracer l'allure du $s(t)$ pour $\omega \ll \omega_0$. Le condensateur est, initialement, déchargé.

c. Retrouver ces résultats en utilisant le comportement du filtre aux basses fréquences.

Scanné avec CamScanner

ECOLE POLYTECHNIQUE DE OUAGADOUGOU
L'excellence au service de la Nation

Partie2 : Électromagnétisme-Optique physique

Durée approximative : 2h30

Exercice1 :

Une onde plane monochromatique, de pulsation ω, de champs électrique $\vec{E} = E_0 expi(\omega t - kz)\vec{e}_z$ et magnétique $\vec{B} = B_0 expi(\omega t - kz)\vec{e}_y$ (E_0 et B_0 constants), se propage selon l'axe OZ dans un milieu de permittivité ε, non magnétique, non chargé et non parcouru par un courant.

1) a) Rappeler les équations de Maxwell dans ce milieu matériel.

   b) Écrire quatre relations vectorielles entre $\vec{k}$, $\vec{E}$, et $\vec{B}$.

2) Etablir la relation entre k et ω (relation de dispersion).

3) on suppose que le milieu a une permittivité complexe $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r^*$ avec $\varepsilon_r^* = \varepsilon_r' + i\varepsilon_r''$, ε_r' et ε_r'' sont des réels positifs. On introduit l'indice complexe $n = n' + in''$ tel que $k = n\frac{\omega}{c}$.

Etablir les relations vérifiées par n, n'et n''. En déduire les indices respectifs d'un milieu diélectrique parfait et d'un milieu bon conducteur.

Exercice2 :

On considère un conducteur cylindrique homogène de base circulaire de rayon R et de longueur L *supposée grande* (L tendant vers l'infini). Ce conducteur est parcouru par un courant volumique axial d'intensité I et de densité volumique $\vec{j} = j\vec{e}_z$.

1) Par des considérations de symétrie, déterminer:

a) Les variables dont dépend l'induction magnétique $\vec{B}(M)$,

b) La direction de $\vec{B}(M)$,

c) Vérifier que div $\vec{B} = 0$,

2) Déterminer l'expression du champ $\vec{B}(M)$ en tout point de l'espace,

3) Déterminer les variables dont dépend le potentiel vecteur $\vec{A}(M)$,

4) Déterminer la direction de $\vec{A}(M)$,

5) Vérifier que div $\vec{A} = 0$,

6) A partir de la relation $\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$, déterminer l'expression de $\vec{A}(M)$ en tout point de l'espace,

7) En déduire la constante d'intégration pour la condition $\vec{A}(\rho = R)$.

Scanné avec CamScanner

Exercice3 :

A) On considère deux vibrations lumineuses, monochromatiques et polarisées suivant la même direction ($E_1 = a_1 \cos(\omega t)$ *et* $E_2 = a_2 \cos(\omega t + \varphi)$),qui se superposent en un point M de l'espace.

1. Pour $a_1 = a_2 = a$, représenter graphiquement la vibration résultante (E=$E_1 + E_2$), en fonction du temps t, dans les cas suivant : $\varphi = \frac{\pi}{2}, \varphi = \pi$ *et* $\varphi = 2\pi$. Pour quelles valeurs du déphasage φ l'amplitude est-elle maximale ou minimale ?
2. Calculer l'intensité I de la vibration résultante en utilisant la représentation complexe.
3. Retrouver le résultat par application de la formule générale établie en cours.
4. Représenter I en fonction du déphasage.

B) Une onde lumineuse a une fréquence $\nu = 510^{14} Hz$ dans le vide.

1. Calculer la période de cette onde.
2. Calculer la longueur d'onde de cette onde dans le vide.
3. De quelle couleur agit-il ?
4. Que devient la longueur d'onde et la fréquence de cette onde dans un verre ordinaire d'indice n = 1,5 ?

C) Deux fentes de Young sont distantes de 0,2 mm L'écran d'observation est distant de 1 m.

1) La 3^{eme}frange brillante est située à 7,5 mm de la frange centrale. Calculer la longueur d'onde de la lumière utilisée.
2) Même question en supposant que c'est la 3^{eme} frange sombre qui est à 7,5 mm de la frange centrale.

Scanné avec CamScanner

Année universitaire : 2022-2023
CPGE/MP/L2
Devoir de Probabilité 2,Durée : 3h30

Ecole Polytechnique de Ouagadougou

La table de la loi normale et les calculatrices non programmables sont autorisées

Exercice 1 :

1. Soit X une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}^*$ telle que :
$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad \mathbb{P}(X = n+1) = \frac{3}{n+1}\mathbb{P}(X = n).$$
   (a) Déterminer $\mathbb{P}(X = 1)$.
   (b) Calculer $E(X)$ et $V(X)$.
2. (a) Déterminer $\alpha \in \mathbb{R}$ pour que les nombres $\mathbb{P}(X = k) = \alpha\left(\frac{2k^2+1}{k!}\right)$ avec $k \in \mathbb{N}$, définissant la loi de probabilité d'une variable aléatoire X.
   (b) Déterminer $E(X)$ pour la valeur de α trouvée précédemment.

Exercice 2 :

Soient U et V deux v.a indépendantes de même loi $U[0, 1]$.

1. Calculer $\mathbb{P}(\inf(U, V) \geq t)$ pour tout $t \in \mathbb{R}$.
2. Déterminer la fonction de répartition de $\inf(U, V)$.
3. Quelle est la loi de $U + V$?
4. Calculer $\mathbb{P}(|U - V| \leq \frac{1}{10})$.

Exercice 3 :

Une urne contient 4 boules rapportant 0, 1, 1, 2 points. On y effectue n tirages avec remise et l'on note S le score total obtenu.
Déterminer la fonction génératrice de S et en déduire la loi de S.

Exercice 4 :

Dans un bureau de poste, il y a deux guichets. Chacune des personnes arrivant à la poste choisit le premier guichet avec une probabilité p, ou le deuxième avec guichet avec une probabilité $q = 1 - p$. Les personnes effectuent leur choix de facon independante. En une heure, le nombre X de personnes arrivées à la poste suit une loi de Poisson $\mathcal{P}(m)$. On désigne par Y le nombre de personnes ayant choisi le premier guichet.

1. Exprimer la probabilité conditionnelle de $Y = k$ sachant que $X = n$.
2. En déduire la loi conjointe du couple (X, Y).
3. Déterminer la loi de Y.

Exercice 5 : Sur un espace probabilisé $(\Omega, F\ P)$, on considère un couple de v.a. (X, Y) valeurs dans $\mathbb{R}^2$ dont la loi $P(X, Y)$ admet la densité :
$$f(x, y) = \alpha(1 - x^2)1_{[0,1]}(x)ye^{-3y}1_{]0,+\infty[}(y)$$
où α est un réel, par rapport à la mesure de Lebesgue $\lambda^{(2)}$ sur $\mathbb{R}^2$.

Scanné avec CamScanner

1. Déterminer la valeur de α.
2. Déterminer les lois marginales du couple (X, Y).
3. Calculer $P(0 < X < 2, Y \geq 1)$.
4. Calculer la matrice de dispersion D de (X, Y).

Exercice 6 : En 2007, 37% des africains partis en France le sont pour des raisons professionnelles, 62% pour des raisons touristiques ou personnelles. Soit la variable aléatoire qui, à tout groupe de 10africains presents en France, associe le nombre de ceux venus pour des raisons professionnelles. On suppose que le nombre d'africains partis en France est suffisamment grand pour assimiler le choix aléatoire de dix de ces africains à un tirage avec remise.

1. Quelle loi suit la v.a. X ? Justifier la reponse en precisant les paramètres de la loi.
2. Dix africains se retrouve dans un maquis parisien.
   (a) Quelle est la probabilité que neuf d'entre eux soient présents pour des raisons touristiques ou professionnelles ?
   (b) Déterminer la probabilité $P(X \geq 1)$. Interpréter le résultat obtenu.
3. Soit Y la variable aléatoire qui, à tout africain présent en France, associe la distance en km qu'il aura parcouru durant son séjour. On admet que Y suit la loi normale de moyenne $m = 200km$ et d'écart type $550km$.
   (a) Déterminer $P(Y \leq 3200)$ et interpréter, à l'aide d'une phrase, le résultat obtenu.
   (b) Déterminer la probabilité qu'un africain, choisi au hasard, parcourt en France une distance comprise entre 1300 km et 2700 km.

Scanné avec CamScanner

Ecole Polytechnique de Ouagadougou

Année universitaire : 2022-2023
CPGE/MP/L2
Examen de Probabilité
Date : 13/01/23 Durée : 1 heure 20

Exercice 1

Soit X une variable aléatoire de carré intégrable et positive.

1. Énoncer l'inégalité de Markov et en faire la preuve.
2. En déduire celle de Bienaymé-Tchebysev avec preuve à l'appui.
3. Application :
   Soit $n \in \mathbb{N}$. On lance une pièce de monnaie n fois de suite. Soit X_n la variable aléatoire associée au nombre de faces obtenues lors des n lancers de la pièce. On pose $Y_n = \dfrac{X_n}{n}$.
   (a) Donner la loi de X_n. En déduire l'espérance et et la variance de X_n puis de Y_n.
   (b) Donner une borne inférieure pour la probabilité de l'évènement $\{Y_n \in]0.4; 0.6[\}$.
   (c) Donner une estimation du nombre minimal n de tirage nécéssaire pour que la probabilité de l'évènement $\{Y_n \in]0.4; 0.6[\}$ soit au moins 0.9.

Exercice 2

Soit X une variable normale d'espérance m et de variance σ^2, telle que :

$$\mathbb{P}(X \leq -1) = 0.448 \quad \text{et} \quad \mathbb{P}(X \leq 3) = 0.998.$$

Déterminer une valeur approchée de m et et de σ à l'aide d'une table numérique.

Exercice 3

1. Soit X une variable aléatoire discrète à valeurs dans $\mathbb{N}^*$ telle que $P(X = k) = \dfrac{\alpha}{k!}$
   (a) Calculer α.
   (b) Calculer $E(X)$, $V(X)$ et l'écart-type de X.
2. Soit X une variable aléatoire continue dont la densité f est une fonction continue vérifiant : $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(b - x) = f(x)$, où b est un réel donné. On suppose que $E(X)$ existe. Calculer $E(X)$ en fonction de b.

Scanné avec CamScanner

EPO-MP&PC

Année 2022- 2023

Devoir N°1 DE MECANIQUE DU SOLIDE INDEFORMABLE 2

(sans document ; durée = 2h30)

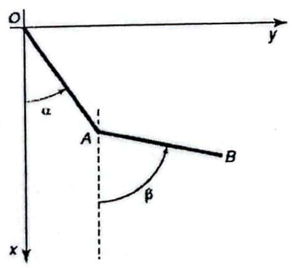
Exercice 1

A l'aide du théorème de Guldin, donner la position du centre de masse d'un demi-cercle de masse homogène (distribution linéique de masse) de rayon R.

Faire un dessin.

Exercice 2

On considère le système ci-dessous, formé de deux barres articulées OA et AB de mêmes longueurs et se déplaçant dans le plan (Oxy)



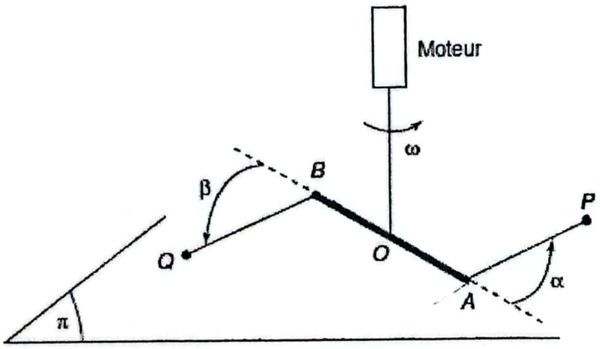
1. Donner l'expression du vecteur rotation instantanée de la barre [OA] en fonction de α.
2. De même, donne l'expression du vecteur vecteur rotation instantanée de la barre [OA] en fonction de β.
3. Quelle est la relation entre la vitesse en O et celle de A ?
4. Quelle est la relation entre la vitesse en A et celle de B ?
5. Peut-on écrire le même type de relation simple sur les vitesses en O et en B ?

Scanné avec CamScanner

Exercice 3

Une tige AB de masse négligeable, de longueur 2L, de centre O tourne dans un plan horizontal (π).

Un moteur impose une vitesse angulaire ω à la tige. Deux autres tiges AP et BQ de masses négligeables et de longueur L portent chacune en leur extrémité respective P et Q un point matériel de masse m. Ces tiges sont articulées en A et B et peuvent donc tourner par rapport à la tige AB. L'ensemble forme le système (S).



1. On considère dans un premier temps que les articulations en A et B sont bloquées et donc que α = cte et β = cte.

a. Exprimer la résultante cinétique $\vec{P}$ de (S) en fonction de L, m, ω, α et β.

b. Exprimer le moment cinétique $\vec{\sigma}_O$ de (S) en O.

2. Les articulations sont à présent débloquées. Exprimer $\vec{P}$ et $\vec{\sigma}_O$ en fonction de L, m, ω, α, β, $\dot{\alpha}$ et $\dot{\beta}$.

PS : La résultante cinétique est la résultante de la quantité de mouvement

Scanné avec CamScanner

EPO

CPGE

Année universitaire 2022 – 2023

Niveaux d'études : MP-PC

EXAMEN D'AUTOMATIQUE – SEMESTRE 3

Documents non autorisés, calculatrice autorisée

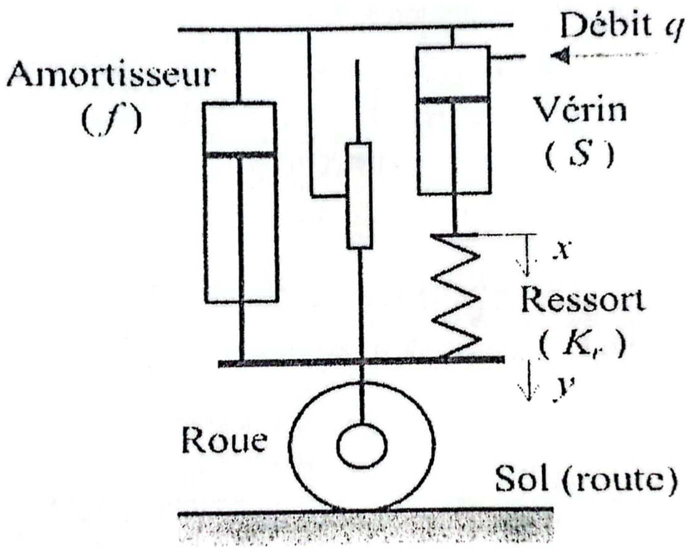
Durée : 2 heures

Exercice 1 :

Suspension hydraulique simplifiée

Présentation

Le schéma ci-dessous représente de manière très simplifiée un dispositif de suspension hydraulique d'un véhicule.



Ce dispositif est régi par les équations temporelles suivantes :

$$m\frac{d^2y(t)}{dt^2} = z(t) - y_r(t) + f_r(t) \qquad (1)$$

$$z(t) = K_r\left(x(t) - y(t)\right) \qquad (2)$$

$$y_r(t) = f\,\frac{d\,y(t)}{dt} \qquad (3)$$

$$q(t) = S\,\frac{dx(t)}{dt} \qquad (4)$$

$$q(t) = K_d\left(y_c(t) - y(t)\right) \qquad (5)$$

Scanné avec CamScanner

Avec, $q(t)$, débit d'huile envoyé vers le vérin;

$x(t)$, position de la tige du vérin;

$y_c(t)$, position désirée de la roue;

$y(t)$, position actuelle de la roue;

$y_r(t)$, frottement visqueux;

$z(t)$: translation verticale;

$f_s(t)$: perturbation provoquée par les inégalités du sol.

m, masse de l'ensemble (roue + axe);

K_r, raideur du ressort de l'amortisseur;

f, constante de l'amortisseur;

S, section du vérin hydraulique;

K_a, gain de l'amplificateur de pression du vérin.

On considère que jusqu'à l'instant $t=0$, le système est au repos et qu'il quitte cet état à l'instant $t=0$. On pose : $X(p)$, $Y(p)$, $Y_c(p)$, $Q(p)$, $Z(p)$ et $F_s(p)$ les transformées de Laplace respectifs de $x(t)$, $y(t)$, $y_c(t)$, $q(t)$, $z(t)$ et $f_s(t)$.

Travail demandé

1. Ecrire les équations (1), (2), (3), (4) et (5) dans le domaine de Laplace.
2. Recopier et compléter le schéma bloc de la figure n°1 à partir des équations précédentes.

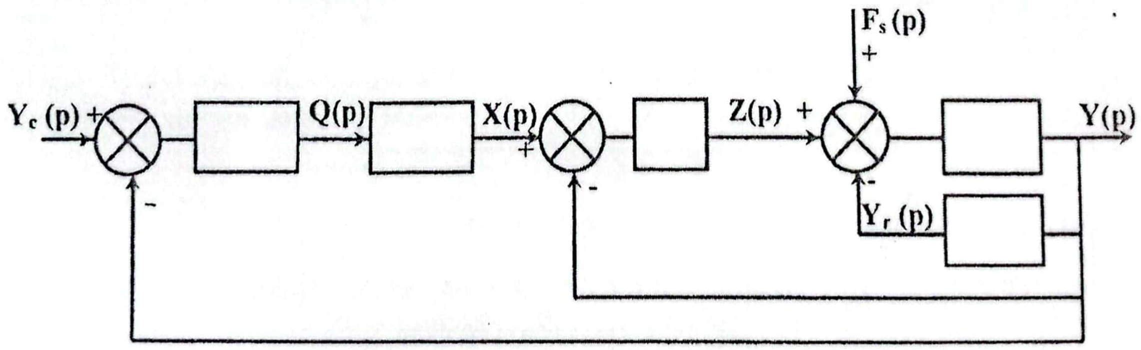


Figure n°1. Schéma blocs à compléter

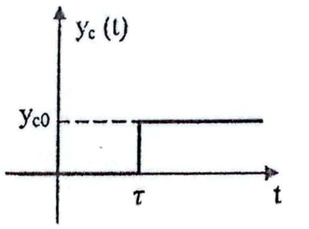
3. En prenant $F_s(p)=0$, donner le nouveau schéma bloc et calculer la fonction de transfert $H_1(p)=\left.\dfrac{Y(p)}{Y_c(p)}\right]_{F_s(p)=0}$.
4. En prenant $Y_c(p)=0$, représenter le nouveau schéma bloc et calculer la fonction de transfert $H_2(p)=\left.\dfrac{Y(p)}{F_s(p)}\right]_{Y_c(p)=0}$
5. Exprimer $Y(p)$ en fonction de $Y_c(p)$ et de $F_s(p)$.

Scanné avec CamScanner

Pour la suite de l'exercice, on considère que m est négligeable ($m \approx 0$) et que $F_s(p) = 0$.

6. Donner la nouvelle expression de $H_1(p)$. Déduire l'ordre 'n', la classe 'α' et le gain statique 'K'.

7. On applique à l'entrée du système asservi une consigne de la forme suivante.



7.1. Donner l'expression de $y_c(t)$. Calculer sa transformée de Laplace $L(y_c(t))$.

7.2. Déterminer l'expression de la sortie $y(t)$ en sachant que la fonction de transfert $H_1(p)$ peut être notée sous la forme suivante : $H_1(p) = \dfrac{1}{(p-p_1)(p-p_2)}$.

Exercice 2

On considère le système dont la fonction de transfert est donnée ci-dessous :

$$H(p = \frac{10\,p}{(p+10)(p+100)}$$

asymptotiq

Tracer le double diagramme de Bode (Gain et Phase) de ce système

Scanné avec CamScanner