Calcul sécurisé - Contrôle continu

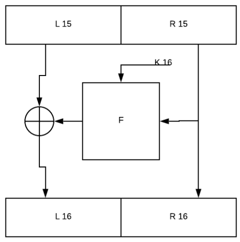
20 mars 2019

Table des matières

1 Question 1

Une attaque par faute contre le DES consiste à introduire une modification sur un bit du chiffré durant l'exécution du chiffrement de manière a compromettre son execution.De ce fait si on dispose d'un chiffré correct et d'un chiffré fauté par l'attaque on peut obtenir des informations sur une partie de la clé utilisée pour le chiffrement. Lors d'une attaque par force brute (recherche exhaustive) sur la clé du DES, la complexité est de 2^{56}. l'objectif de l'attaque par faute est de réduire cette complexitée.

En supposant que l'attaquant est capable d'effectuer une faute sur la valeur de sortie R_{15} du $15_{ème}$ tour une attaque par faute peut être décrite de la façon suivante :



Lors d'une utilisation normal de DES (sans attaque par faute), on obtiendrais les resultats suivant pour L_{16} et R_{16}.

— $L_{16} = L_{15} \oplus F(R_{15}, K_{16})$
— $R_{16} = R_{15}$

Maintenant, si on introduit une faute sur la valeur de sortie R_{15} du $15_{ème}$ tour, on obtient les valeurs suivantes :

— $R_{15} = R^*_{15}$
— $L_{16} = L^*_{16} = L_{15} \oplus F(R^*_{15}, K_{16})$
— $R_{16} = R^*_{15}$

On a donc une possibilité de retrouver K_{16} en utilisant L_{16} et L^*_{16}.
On va donc utiliser l'operation XOR ($\oplus$) sur L_{16} et L^*_{16} de façon a obtenir :

$$L_{16} \oplus L^*_{16} = L_{15} \oplus F(R_{15}, K_{16}) \oplus L_{15} \oplus F(R^*_{15}, K_{16})$$

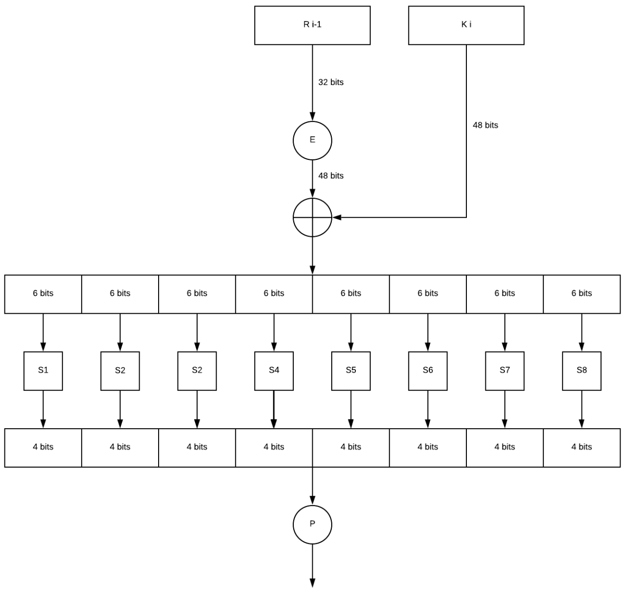
$$= \cancel{L_{15}} \oplus F(R_{15}, K_{16}) \oplus \cancel{L_{15}} \oplus F(R^*_{15}, K_{16})$$

On se retrouve donc avec :

$$L_{16} \oplus L^*_{16} = F(R_{15}, K_{16}) \oplus F(R^*_{15}, K_{16})$$

Pour continuer l'attaque on va devoir étudier la fonction F plus en détail soit :

F



On constate qie la fonction F prend le bloc R_{i-1} de 32 bits en entrée ainsi que la clé K_i. R_{i-1} passe ensuite par la fonction E qui a pour but d'appliquer une expansion sur le bloc, le passant de 32 à 48 bits.
Après l'expansion, l'opération XOR est appliquée entre R_{i-1} et K_i.
On a donc 48 bits , qui vont être "découpés" en 8 blocs de 6 bits. Chaque bloc va ensuite passer par une S-Box. Les S-Box prennent en entrée 6 bits et en renvoient 4, ce qui permet de ramener la nombre de bit à 32 (soit la taille initiale de R_{i-1}).
Ce bloc de 32 bits va finalement subir une permutation, la sortie de cette permutation étant le resultat renvoyé par la fonction F.
On peut donc écrire l'équation $L_{16} \oplus L_{16}^* = F(R_{15}, K_{16}) \oplus F(R_{15}^*, K_{16})$ de la façon suivante :

$$L_{16} \oplus L_{16}^* = P(S(E(R_{15}) \oplus K_{16})) \oplus P(S(E(R_{15}^*) \oplus K_{16}))$$

On sait également d'après le schéma d'exécution de la fonction F qu'on peut isoler individuellement le résultat de chaque S-box, ce qui permet de transformer cette équation.
$L_{16} \oplus L_{16}^* = F(R_{15}, K_{16}) \oplus F(R_{15}^*, K_{16})$ devient :

$$L_{16} \oplus L_{16}^* =$$

$$P(S_1(E(R_{15}) \oplus K_{16}^{0-5}))||S_2(E(R_{15}) \oplus K_{16}^{6-11}))||...)$$

$$\oplus$$

$$P(S_1(E(R_{15}^*) \oplus K_{16}^{0-5}))||S_2(E(R_{15}^*) \oplus K_{16}^{6-11}))||...)$$

On peut se permettre d'écrire l'équation ainsi car le contenu des différentes S-box est connu, on peut donc à partir des 6 bits d'entrée trouver les bits de sortie correspondants (par ailleurs on peut également retrouver à partir des 4 bits de sortie d'une S-box plusieurs bloc de 6 bits d'entrée possible).

Maintenant on souhaite se débarrasser de P dans notre équation, pour cela il suffit d'appliquer P^{-1} à $L_{16} \oplus L_{16}^*$ soit (possible car la permutation P est connue) :

$$P^{-1}(L_{16} \oplus L_{16}^*) =$$

$$S_1(E(R_{15}) \oplus K_{16}^{0-5}) \oplus S_1(E(R_{15}^*) \oplus K_{16}^{0-5})||S_2(E(R_{15}) \oplus K_{16}^{6-11}) \oplus S_2(E(R_{15}^*) \oplus K_{16}^{6-11})||$$
$$...$$

On peut maintenant mettre en pratique le fait que l'on puisse retrouver les bits d'entrée des 6 box grâce aux bit de sortie pour utiliser cette équation sur les S-box.
On va diviser $P^{-1}(L_{16} \oplus L_{16}^*)$ en 8 blocs de 4 bits. Chaque bloc correspond donc à une sortie de S-box. On aura donc 8 équations :

— $P^{-1}(L_{16} \oplus L_{16}^*)_{0-3} = S_1(E(R_{15}) \oplus K_{16}))_{0-3} \oplus S_1(E(R_{15}^*) \oplus K_{16})_{0-3}$
— $P^{-1}(L_{16} \oplus L_{16}^*)_{4-7} = S_2(E(R_{15}) \oplus K_{16}))_{4-7} \oplus S_2(E(R_{15}^*) \oplus K_{16})_{4-7}$
— ...

K_{16} est la seule valeur inconnue dans ces 8 équations. Chacune de ces équations va nous permettre de retrouver 6 bits de K_{16}, on va donc devoir faire une recherche exhaustive des bits de K_{16} pour chaque S-box afin de retrouver les 48 bits de la sous-clé (6 bits par S-box).
On fera donc 8 recherches de 6 bits pour une complexité de $8 * 2^6$.

2 Question 2

2.1 Décrire précisément ce que vous faites pour retrouver la clé

On a précédemment établi 8 équations qui devrait nous permettre de retrouver K_{16}, chaque équation permettant de trouver 6 bits de la clé rentrant dans la S-box correspondante. On va donc maintenant devoir attaquer chaque S-Box pour retrouver les 6 bits de K_{16}. Cependant comme vu précédemment les 4 bits de sorties d'une S-Box peuvent correspondre à plusieurs entrées de 6 bits différents. On va donc procéder de la façon suivante afin de trouver les 6 bon bits de la clé pour chaque S-Box :

- En premier lieu on va chercher pour chaque S-Box quels sont les chiffrés faux correspondants de la façon suivante :

chiffré juste	1E F4 9F 41 6D D5 57 8A	0001 1110 1111 0100 1001 1111 0100 0001 0110 1101 1101 0101 0101 0111 1000 1010
chiffré faux	1C E5 9F 45 6D D5 57 8E	0001 1100 1110 0101 1001 1111 0100 0101 0110 1101 1101 0101 0101 0111 1000 1110
Permutation IP	58, 50, 42, 34, 26, 18, 10, 2, 60, 52, 44, 36, 28, 20, 12, 4, 62, 54, 46, 38, 30, 22, 14, 6, 64, 56, 48, 40, 32, 24, 16, 8, 57, 49, 41, 33, 25, 17, 9, 1, 59, 51, 43, 35, 27, 19, 11, 3, 61, 53, 45, 37, 29, 21, 13, 5, 63, 55, 47, 39, 31, 23, 15, 7	
	L16	R16
chiffré juste permuté	0111 1010 0110 0111 0111 0111 0111 1100	1010 0110 0001 0010 1001 0101 1100 0101
	L16*	R16*
chiffré faux permuté	0111 1010 0110 0101 1111 1111 0111 1110	1010 0110 0001 0010 1001 0101 1100 0100
L16 XOR L16*	0000 0000 0000 0010 1000 1000 0000 0010	
P-1	0101 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0011	

- On constate ici au résultat de $L_{16} \oplus L_{16}^*$ que le 1^{er} et le $8^{\text{ème}}$ blocs de 4 bits sont différents de 0. On en déduit donc que ce chiffré peut être utilisé pour l'attaque des S-Box 1 et 8.
- La partie précédente nous à permis de définir 8 équations de cette forme :

$$P^{-1}(L_{16} \oplus L_{16}^*)_{0-3} = S_1(E(R_{15}) \oplus K_{16})_{0-3} \oplus S_1(E(R_{15}^*) \oplus K_{16})_{0-3}...$$

On a vu comment identifier quels chiffrés faux utiliser contre quels S-BOX, on va à partir de la devoir trouver tout les couples de 6 bits possibles $R_{15} \oplus K_{16}$ et $R_{15}^* \oplus K_{16}$ tel que :

$$S(E(R_{15}) \oplus K_{16})_{i-i+3} \oplus S(E(R_{15}^*) \oplus K_{16})_{i-i+3} = P^{-1}(L_{16} \oplus L_{16}^*)_{i-i+3}$$

On va ensuite devoir isoler K_{16}.
Pour ce faire on va :

- Récupérer le chiffré juste C. On notera
  $L_{16} = IP(C)_{0-31}$ et $R_{15} = R_{16} = IP(C)_{32-62}$

- On récupère un chiffré faux FC utilisable sur la s-box a attaquer. On notera
  $L_{16}^* = IP(FC)_{0-31}$ et $R_{15}^* = R_{16}^* = IP(FC)_{32-62}$

- Chacune de ces variables est connue est fait 32 bits.
  On va donc prendre en référence $P^{-1}(L_{16} \oplus L_{16}^*)$
  O va également appliquer une expansion E (présente dans la fonction F vue précédemment) à R_{15} et R_{15}^* tel que $E\_R_{15} = E(R_{15})$ et $E\_R_{15}^* = E(R_{15}^*)$ avec E_R_{15} et $E\_R_{15}^*$ de 48 bits.

- On effectue ensuite une recherche exhaustive de K_{16}.
  On note $Ctmp = E\_R_{15} \oplus K_{16}$
  et $FCtmp = E\_R_{15}^* \oplus K_{16}$, chacune de ces 2 variables composée de 48 bits.

- Maintenant, on va récupérer 6 bits correspondant à la S-box que l'on souhaite attaquer (les 6 premiers si on souhaite attaquer S_1 et ainsi de suite).
- On utilise ces 6 bits sur la S-Box à attaquer avec Ctmp et FCtmp. Puis on appliquer un XOR sur le resultat obtenue avec Ctmp et FCtmp sur la S-Box.

Si le résultat du XOR correspond à $P^{-1}(L_{16} \oplus L_{16}^*)$ alors on saura que les 6 bits de K_{16} utilisé pour créer Ctmp et FCtmp sont une solutions possible.
  - Enfin on réitère ce processus avec plusieurs chiffrés différents sur une même S-box (les chiffrés identifiés précédemment comme étant utilisable sur cette S-Box).
    On aura donc plusieurs solutions de 6 bits possibles pour K_{16}. Les 6 bon bits a conservé seront ceux communs a chaque attaque effectuée sur la S-Box.
- De cette façon on a réussi a identifier 6 bits de K_{16} grâce à une S-Box. Il nous suffit donc d'attaquer les 7 autres de la même manière pour réussir à obtenir 8 * 6 bits = 48 bits soit K_{16}.

2.2 Donnez les 48 bits de clé que vous obtenez grâce à cette attaque par fautes

On à pu, grâce à l'attaque décrite précédement identifier K_{16} comme étant :

- directement en sortie du programme :

$$b|8|3a|21|8|d|2a$$

- converti en binaire :

$$001011|001000|111110|110110|100001|001000|001101|101010$$

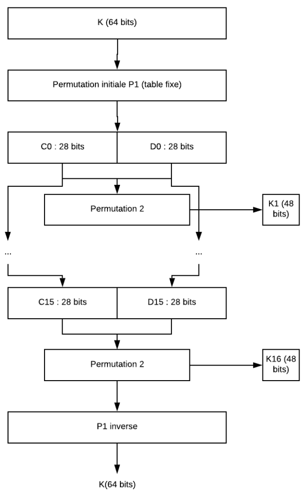
- converti en hexadécimal :

$$2C8FB684836A$$

3 Question 3

3.1 Expliquer comment on peut retrouver les 8 bits manquants

On à retrouvé à la question précédente la sous-clé K_{16}. On va maintenant essayer de retrouver la clé K complète.
Pour cela on devoir analyser le schéma de dérivation des sous-clé K_i à partir de K :



Après analyse de cet algorithme, on constate qu'on peut retrouver K si on à K_{16} car

$$K = P1^{-1}(P2^{-1}(K_{16}))$$

. En analysant les données d'entrées de P2, on constate qu'elle prend 56 bits en entrée et en renvoi 48 en sortie.
On va donc avoir un problème pour $P2^{-1}$ qui va prendre en entrée 48 bits pour en renvoyer 56 en sortie, en effet il manque 8 bits.
On va pouvoir cependant retrouver les positions de ces 8 bits en analysant la table de permutation $P2$:

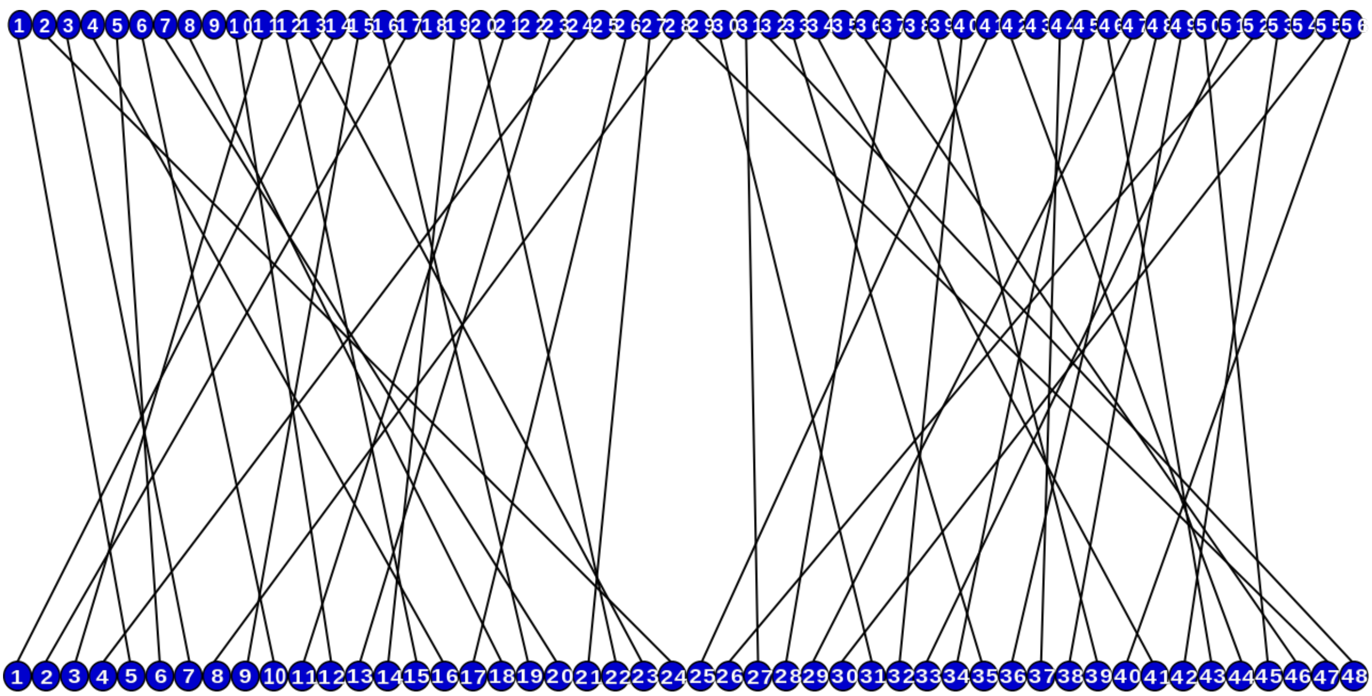
PC-2

14	17	11	24	1	5
3	28	15	6	21	10
23	19	12	4	26	8
16	7	27	20	13	2
41	52	31	37	47	55
30	40	51	45	33	48
44	49	39	56	34	53
46	42	50	36	29	32

En analysant cette table de permutation on peut retrouver les 8 bits manquant qui sont donc :

$$9, 18, 22, 25, 35, 38, 43, 54$$

En faisant quelques recherches on trouve facilement une représentation de la permutation P2 :



On va donc facilement pouvoir reconstituer la permutation inverse $P2^{-1}$:

$P2^{-1}$						
	5	24	7	16	6	10
	20	18	0	12	3	15
	23	1	9	19	2	0
	14	22	11	0	13	4
	0	17	21	8	47	31
	27	48	35	41	0	46
	28	0	39	32	25	44
	0	37	34	43	29	36
	38	45	33	26	42	0
	30	40				

Les positions identifiées précédemment sont donc mise à zéro dans cette table de permutation car ce sont celles pour lesquelles on n'a pas d'information.
on aura également besoin de $P1^{-1}$ que l'on retrouvera de la même façon que $P2^{-1}$:

$P1^{-1}$	8	16	24	56	52	44
	36	0	7	15	23	55
	51	43	35	0	6	14
	22	54	50	42	34	0
	5	13	21	53	49	41
	33	0	4	12	20	28
	48	40	32	0	3	11
	19	27	47	39	31	0
	2	10	18	26	46	38
	30	0	1	9	17	25
	45	37	29	0		

Une fois qu'on à récupéré ces 2 permutations, on va pouvoir construire $K = P1^{-1}(P2^{-1}(K_{16}))$. Cependant ce n'est toujours pas la bonne clé puisque 8 bits sont encore inconnu (les 8 bits mis à 0 par la permutation $P2^{-1}$).
On va donc devoir faire une recherche exhaustive sur ces 8 bits (soit 256 possibilités). On va simplement prendre K et tester ces possibilités pour les 8 bits manquants.
Après cette recherche on aura donc une clé K de 56 bits. Les 8 bits restants étant des bits de parités,il n'est pas important de les retrouver avant de chercher les 8 bits précédents.
On va pouvoir retrouver ces 8 bits en découpant K en 8 bloc de 7 bits. Pour chaque bloc on va rajouter un bit de parité, de façon à ce que chaque bloc de 8 bits ai un nombre impair de 1.

3.2 Faites-le, et donner ainsi la valeur complète de la clé qui vous a été assignée.

Pour retrouver K, on travaille donc avec $P1^{-1}(P2^{-1}(K_{16}))$.

- $K_{16} = 001011|001000|111110|110110|100001|001000|001101|101010$
- On retrouve facilement $P2^{-1}(K_{16})$:
  100110100*011101100*1100*100*1001000000*000*10100*00100011010*11
  * : bits perdus en passant par la table de permutations, ce sont les bits qu'on va devoir retrouver pour reconstituer K.
- On retrouve également $P1^{-1}(P2^{-1}(K_{16}$ tout en prenant soin de noter ou sont permutés les bits marqués * :
  01010000ř111110*0*0ř000*0*1000ř11010100ř11100000ř01100100ř000*110*00ř10*00*0010ř
  * : bits perdus a retrouver
  ř : bits de parités

- On remarque que certains bits de parités ne seront pas affectés par les changements sur les bits *, on peut donc déjà écrire :

  $K_{provisoire}$ = 01010001ř111110*0*0ř000*0*1000ř11010101ř11100000ř01100100ř000*110*00ř10*00*0010ř

On a ci-dessus toutes les donnes que l'on va devoir utiliser pour retrouver la clé K utilisé pour ce chiffrement. On teste donc toutes les possibilités (soit 2^8). On vérifie* ensuite chaque résultat en chiffrant le message clair avec la clé. trouvée. Si on retrouve le même chiffré juste que celui fourni dans l'énoncé, alors on aura retrouvé K :

$$0101000111111000000110001101010111100000011001000011110011000010$$

soit $51F818D5E0643CC2$
* : vérification des clés avec le lien fourni dans l'énoncé.

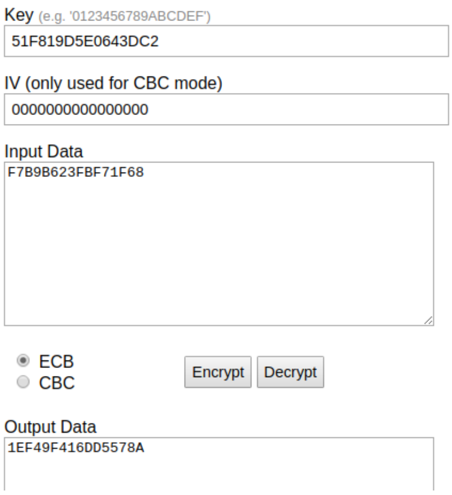
Cependant il manque encore les bits de parité à modifier(ces bits n'intervenant pas dans le calcul du chiffrement, on peu verifier la clé K sans les avoir modifier au préalable). On obtient donc K :

$$0101000111111000000110011101010111100000011001000011110111000010$$

soit K =

$$51F819D5E0643DC2$$

- Message clair : $F7B9B623FBF71F68$
- Chiffré juste : $1EF49F416DD5578A$

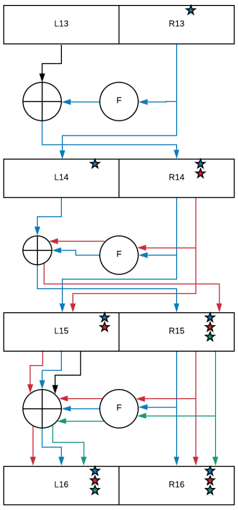


4 Question 4

Pour retrouver la clé K grâce à l'injection d'une faute sur la sortie R_{15} du $15^{ème}$ tour il à fallu :
- retrouver K_{16} : $8 * 2^6 = 2^3 * 2^6 = 2^9$ (complexité de la recherche exhaustive sur les 8 S-BOX).
- retrouver K : 2^8.

On a donc une complexité $2^9 + 2^8$ que l'on peut approximer comme $O(2^{10})$. Mais que ce passerait-il si la faute était injectée avant le $15^{ème}$ tour ?

...



Voici un aperçu du cheminement d'une faute si l'attaque avait été réalisé sur la sortie R_{14} du $14^{ème}$ tour (en rouge) ou encore celle R_{13} du $13^{ème}$ tour (en bleu).
On a également en vert l'attaque que nous avons réalisé.

5 Question 5