

1. The Birthday Problem

(a) 2 명의 사람이 있을 때, 두 사람의 생일이 같은 날 확률을 구하세요 (1년=365일)

(b) 3 명의 사람이 있을 때, 이들 중 적어도 두 사람은 생일이 같은 확률을 구하세요

(c) n 명의 사람이 있을 때, 이들 중 적어도 두 사람은 생일이 같은 확률을 구하세요

(d) 위에서 구한 식을 계산하는 R함수를 만들어 n 명의 사람 중 적어도 두 사람의 생일이 같은 확률이 처음으로 0.5가 넘는 n 값을 구해보세요.

2. Conditional Probability

빨간 공과 검은 공이 담겨있는 주머니가 2개 있다. 첫 번째 주머니에는 a 개의 빨간 공과 b 개의 검은 공이 들어있고, 두 번째 주머니에는 각각 c , d 개가 들어있다. 각 주머니에서 한 개의 공을 임의로 선택하고, 선택된 2 개의 공 중 하나의 공을 임의로 선택했을 때, 최종 선택된 공이 빨간 공일 확률은? (답을 구한 후, $a=99$, $b=1$, $c=1$, $d=1$ 을 대입해보세요.)

3. Conditional Probability

어떤 물건이 A, B, C 세 종류의 기계에서 생산되고 있다. A에서 생산되는 비율은 50%, B에서 생산되는 비율은 30%, C에서 생산되는 비율은 20%이고, 각각의 기계에서 불량품이 생산될 확률은 4%, 2%, 4%이다. 불량품이 하나 발견되었을 때, 이 불량품이 A 기계에서 생산되었을 확률을 구하시오.

4. Independence

A, B가 독립이라는 것은 다음을 의미한다.

$$P(A|B) = P(A) \text{ or } P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

n개의 사건 A_1, A_2, \dots, A_n 이 있을 때, 이들이 서로 독립이라는 것은 다음을 의미한다. 임의의 $k(\leq n)$ 개의 사건을 선택했을 때 서로 독립이라는 의미이다. 즉, $\{B_1, B_2, \dots, B_k\} \subset \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 이면

$$P(B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_k) = P(B_1)P(B_2) \cdots P(B_k)$$

이 때, A_1, A_2, \dots, A_n 중 임의의 n-1개의 사건을 택하면 독립이지만 A_1, A_2, \dots, A_n 는 독립이 아닌 사건의 예를 들고 증명하시오.