Signal und System Theorie

Prof. Dr.-Ing. Frank Giesecke

28.10.2024

Wiederholung

1. Leistungssignale
   Gleichanteil/ linearer Mittelwert/ Moment 1. Ordnung
   $\bar{x} = (coming_soon)$
   $$f(x) = \lim_{T \to \infty} \int_{-T}^{T} x^2 \, dt$$
2. Signalgleichleistung
   (Leistung, die den Gleichanteil verursacht)
   $P_{x=} = \bar{x}^2 = m_1^2$
3. mittlere Signalleistung/ quadratische Mittelwert/ Gesamt-Signalleistung / Moment 2. Ordnung
   $P = \bar{x^2} = m_2 = (coming_soon)$
4. Effektivwert (Wurzel aus der mittleren Signalleistung)
   $x_{eff} = \sqrt{P} = \sqrt{x^2}$
5. Signalwechselleistung/ Varianz/ Zentral-Moment 2. Ordnung
   $P_x \ = \sigma^2 = \mu_2 = P_x - P_{x=} = \bar{x^2} - \bar{x}^2$
6. Standartabweichung
   $\sigma = \sqrt{P_x \ } = \sqrt{\mu_2}$

Alternative Berechnung der Signalwechselleistung/ Varianz/ Zentral-Moment 2. Ordnung

$P_x \ = (coming_soon)$
$P_x \ = P_x - P_x$

Direkte Berechnung der Varianz/ Signalwechselspannung aus einem Datensatz (digital)

Fallunterscheidung

linerer Mittelwert/ Gleichanteil ist bekannt oder kann exakt bestimmt werden.	linearer Mittelwert wird aus den N Werten bestimmt.
$\bar{x} ist bekannt$	$\bar{x} ist un-bekannt$
	$\bar{x_N} = (coming_soon)$
$\sigma^2 = P_x \ = \mu_2 = (coming_soon)$	$\sigma^2 = P_x = (coming_soon)$

N = Anzahl der Werte

Es folgt:

Angenäherter Einheitssprung, Einheitssprung-Funktion, Einheitsimpuls-Funktion, Deltaimpuls/ Dirac-Impuls, Einheitsanstiegs-Funktion

Angenäherter Einheitssprung (δ delta)

(grafic is coming soon)	$\overrightarrow{Differentation}$ $(\frac{d}{dt})$ $\overleftarrow{Integration}$ $\hookrightarrow$ Intigrationsgrenzen $-\infty bisaktuellerZeitpunkt(t)$ $\sigma = (coming_soon)$	(grafic is coming soon)

..2024 Vorlesung noch nicht nachgetragen

11.11.2024

Ergänzung: Kreuzrelation

$$E_{x1x2}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) * x_2(t+\tau) * dt$$

mindestens eines der Verläufe muss ein Energiesignal sein.
Wenn beide Verläufe x_1 und x_2 Leistungssignale sind, dann:

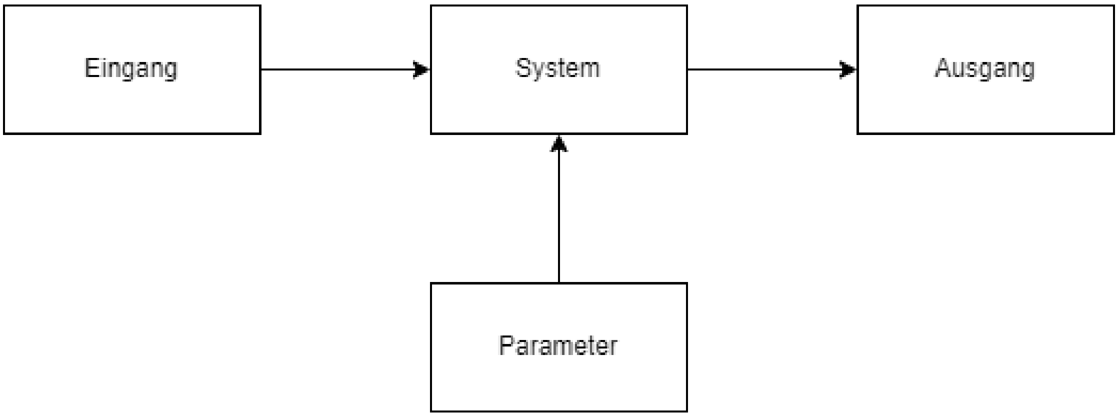
$$Allg.Variante : P_{x1x2}(\tau) = \lim_{T\to\infty} x_1(t)x_2 * x_2(t+\tau) * dt$$

bei Vorliegen einer Periodizität von x_1 und x_2

$$P_{x1x2}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} x(t) * x_2(t+\tau) * dt$$

entweder T als gleiche Periode bei den Verläufen oder T als gemeinsames Vielfaches der beiden Periodenduaer von x_1 und x_2

Das System



Im Zeitbereich:

z.B. Spannung $u_e(t) \to u_a(t)$
oder digital/zeitdiskret

System im Laplace Bereich

$s = \sigma + j\omega$
(system im laplace-bereich bild fehlt wurde aber schon erstellt)

System in Frequenzbereich

System-Eigenschaften

4 Grundeigenschaften:

- Linearität

  - linear
  - licht linear
- Zeitinvarianz
  - Zeit-konstant
  - Zeit-veränderlich
- Kausalität
  - kausal
    * statisch (speicherlos)
    * dynamisch (mit Speicherelementen)
  - a-kausal (nicht kausal)
- Stabilität
  - Stabil
  - Grenz-Stabil
  - In-Stabil

13.11.2024 (fehlt)

18.11.2024 (fehlt)

die Aufzeichnung dieser Stunde habe ich auf dem Papier gemacht und muss noch nachgetragen werden.

20.11.2024

Stabilitätsbestimmung über die Übertragungsfunktion

- analoge/zeitkontinuierliche Systeme $G(s)$ Übertragungsfunktion
  s: Laplace Variable
  $s = \delta + j\omega$
- digitale/zeitdiskrete Systeme $G(z)$ Übertragungsfunktion
  z: z-Variable
  $z = Re(z) + j * Im(z) = |z| * e^{j*\phi_z}$

Nullsetzen des ZählerTerms $(G(s)bzw.G(z))$ liefert die Nullstellen
Nullsetzen des Nenner-Terms $(G(s)bzw.G(z))$ liefert die Polstelle
Wenn eine Nullstelle nicht genau auf eine Polstelle fällt haben die Nullstellen keinen Einfluss auf die Stabilität.
Wenn eine Nullstelle genau auf eine Polstelle fällt, wird die entsprechende Polstelle ausgelöscht.

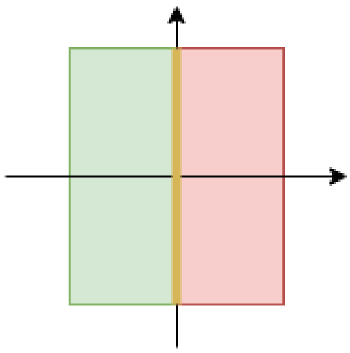
Bsp.:

$$G(s) = \frac{(s - s_{01}) * (s - s_{0n})}{(s - s_{p1}) * (s - s_{pn})} * K$$

Betrachtung der verbleibenden (nicht durch Nullstellen ausgelöschten) Polstellen zur Stabilitätsbestimmung

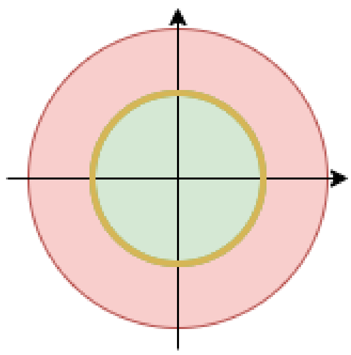
Betrachtung der Lage der Polstellen in den Ebenen

$G(s) \rightarrow$ s-Ebene



- Polstellen link von der $j\omega$-Achse
  $\rightarrow$ System ist Stabil
- mindestens eine Polstelle rechts der $j\omega$-Achse oder mindestens eine mehrfache Polstelle auf der $j\omega$-Achse
  $\rightarrow$ System ist stabil
- keine Posstelle rechts der $j\omega$-Achse und nur einfache Polstellen (be-

$G(z) \rightarrow$ z-Ebene



- alle Polstellen innerhalb des Einheitskreises (nicht auf dem Einheitskreis)
  $\rightarrow$ System ist stabil
- mindestens eine Polstelle außerhalb des Einheitskreises oder mindestens eine mehrfache Polstelle auf dem Einheitskreis
  $\rightarrow$ System ist stabil

liebiger Anzahl an unterschiedlichen Stellen)
$\rightarrow$ System ist grenzstabil

Bsp. Integrator

$$E \rightarrow G_I(s) = \frac{1}{s} = s^{-1} \rightarrow A$$

2 Intigratoren in Kette:

$$E \rightarrow s^{-1} \rightarrow s^{-1} \rightarrow A$$

$\rightarrow$ 2 grenzstabile Systeme werden zusammen 1 instabiles System

- keine Polstelle außerhalb des Einheitskreises und nur einfache Polstellen (beliebiger Anzahl an unterschiedlichen Stellen) auf dem Einheitskreis
  $\rightarrow$ System ist grenzstabil

Bsp. Integrator

$$E \rightarrow s^{-1} \rightarrow s^{-1} \rightarrow A$$

$$G_{ges} = G_1(s) * G_2(s) = s^{-2}$$

doppelte Polstelle bei 0
$\rightarrow$ 2 stabile Systeme werden zusammen 1 instabiles System