DÉRIVÉE D'UNE FONCTION
THÉORÈME DES ACCROISSEMENTS FINIS

1 Théorème des accroissements finis

Théorème 1 *Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ une fonction telle que :*

1. *f est continue sur $[a, b]$,*
2. *f est dérivable sur $]a, b[$,*

alors il existe $c \in]a, b[$ tel que $f(b) - f(a) = f'(c)\,(b - a)$.

2 Sens de variations

Théorème 2 *Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I :*

1. *Si pour tout x de I, $f'(x) \geq 0$, alors f est croissante sur I.*
2. *Si pour tout x de I, $f'(x) \leq 0$, alors f est décroissante sur I.*
3. *Si pour tout x de I, $f'(x) > 0$, alors f est strictement croissante sur I.*
4. *Si pour tout x de I, $f'(x) < 0$, alors f est strictement décroissante sur I.*
5. *Si pour tout x de I, $f'(x) = 0$, alors f est constante sur I.*

3 Inégalité des accroissements finis

Théorème 3 *Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ une fonction telle que :*

1. *f est continue sur $[a, b]$,*
2. *f est dérivable sur $]a, b[$,*
3. *f' est bornée sur $]a, b[$, c'est-à-dire, il existe $(m, M) \in \mathbb{R}^2$ tel que*

$$\forall x \in]a, b[, \ m \leq f'(x) \leq M,$$

alors

$$m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a).$$