DÉRIVÉE D'UNE FONCTION
DÉRIVÉE

1 Définition

Définition 1 *Soient f une fonction définie sur un intervalle I et $a \in I$. f est dérivable en a si et seulement si*

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = l$$

est finie, ou encore $\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = l$ est finie.
Le nombre l est appelé nombre derivé de la fonction f en a et est noté $f'(a)$.

Remarque 1
1. *Le nombre $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ est appelé taux d'accroissement de f entre a et x.*
2. *Si $A(a, f(a))$ et $M(a+h, f(a+h))$, le quotient $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ est le coefficient directeur de la droite (AM).*

Définition 2 *On dit qu'une fonction f est dérivable sur un intervalle I si f est dérivable en tout point de I.*
La fonction dérivee de f sur I est la fonction f', qui à tout a dans I, associe $f'(a)$.

1.1 Tangente et approximation affine au voisinage de a

Soit C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé. Une équation de la tangente T à C_f au point A d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

Proposition 1 *Soient I un intervalle ouvert, $a \in I$ et $f : I \to \mathbb{R}$ une fonction.*

1. *Si f est dérivable en a alors f est continue en a.*
2. *Si f est dérivable sur I alors f est continue sur I.*