INTÉGRALES
PRIMITIVE

1 Primitive d'une fonction

Définition 1 *Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$. On dit qu'une fonction $F : I \to \mathbb{R}$ est une primitive de f sur I si F est dérivable sur I et si, pour tout x de I, on a : $F'(x) = f(x)$.*

Proposition 1 *Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et soit F une primitive de f sur I. Alors*

1. *Les primitives de f sur I sont les fonctions $x \mapsto G(x) = F(x) + C$, où C est une constante réelle.*
2. *Pour tout a de I, il existe une unique primitive G de f telle que $G(a) = b$, où $b \in \mathbb{R}$.*

Proposition 2 *Soient F une primitive de f et G une primitive de g. Alors pour tout $(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2$, $\lambda F + \mu G$ est une primitive de $\lambda f + \mu g$.*

2 Fonctions usuelles

Fonctions	Primitives	I (domaine de définition de F)
a, a une constante dans $\mathbb{R}$	$ax + C$, où $C \in \mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
x^n, $n \in \mathbb{N}^\star$	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$\mathbb{R}$
x^α, $\alpha \in \mathbb{R} - \{-1\}$	$\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$	$\mathbb{R}$ ou $\mathbb{R}^\star$
$\dfrac{1}{x}$	$\ln\|x\| + C$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$
$\dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + C$	$]0, +\infty[$
e^x	$e^x + C$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$-\cos x + C$	$\mathbb{R}$
$\cos x$	$\sin x + C$	$\mathbb{R}$

3 Formules primitives

Fonctions	Primitives
$u'u^n, n \in \mathbb{N}^\star$	$\frac{u^{n+1}}{n+1} + C, C \in \mathbb{R}$
$\frac{u'}{u^2}$	$-\frac{1}{u} + C$
$\frac{u'}{u}, u(x) \neq 0, \ \forall x \in I$	$\ln\lvert u \rvert + C$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}, u > 0 \text{ sur } I$	$2\sqrt{u} + C$
$u'e^u$	$e^u + C$
$u' \sin u$	$-\cos u + C$
$u' \cos u$	$\sin u + C$

4 Relation primitive-intégrale

Théorème 1 *Soit* $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ *une fonction continue. La fonction* $F : I \to \mathbb{R}$ *définie par* $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ *est une primitive de* f*, c'est-à-dire* F *est dérivable et* $F'(x) = f(x)$*. Par conséquent,* $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$*.*