DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS
FORMULES DE TAYLOR

1 Formule de Taylor avec reste intégral

Théorème 1 *Soient $f : I \to \mathbb{R}$ une fonction de classe $\mathcal{C}^{n+1}$, $(n \in \mathbb{N})$ et $x_0 \in I$. Alors*

$$f(x) = f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)+\frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\ldots+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n+\int_{x_0}^{x}\frac{f^{(n+1)}(t)}{n!}(x-t)^n dt.$$

On note par $T_n(x)$ la partie polynomiale de la formule de Taylor (elle dépend de n, de f et x_0) :

$$T_n(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n.$$

2 Formule de Taylor-Young

Théorème 2 *Soient $f : I \to \mathbb{R}$ une fonction de classe $\mathcal{C}^n$, $(n \in \mathbb{N})$ et $x_0 \in I$. Alors pour tout $x \in I$, on a*

$$f(x) = f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)+\frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\ldots+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n+(x-x_0)^n\varepsilon(x),$$

où $\lim\limits_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$.