NOMBRES COMPLEXES
RACINES CARRÉES, ÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ

1 Racines carrées d'un nombre complexe non nul

1.1 Définition

On appelle racine carrée d'un nombre complexe z, tout nombre complexe dont le carré est égal à z, c'est-à-dire un nombre complexe ω tel que $\omega^2 = z$.

1.2 Propriété

Tout nombre complexe non nul admet exactement deux racines carrées opposées.

2 Equations du second degré

2.1 Equations du second degré à coefficients dans $\mathbb{C}$

Théorème : Étant donnés trois **nombres complexes** a, b, c avec $a \neq 0$, l'équation $az^2 + bz + c = 0$ de discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ admet deux solutions :

$$z_1 = \frac{-b-\delta}{2a} \text{ et } z_2 = \frac{-b+\delta}{2a} \text{ où } \delta^2 = \Delta.$$

On a

$$az^2 + bz + c = a\left(z - z_1\right)\left(z - z_2\right).$$

2.2 Equations du second degré à coefficients dans $\mathbb{R}$

Théorème : Étant donnés trois nombres réels a, b, c avec $a \neq 0$, l'équation $az^2 + bz + c = 0$ de discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ admet :

1. si $\Delta = 0$, une solution réelle $z_0 = \frac{-b}{2a}$ et
$$az^2 + bz + c = a\left(z - z_0\right)^2.$$
2. Si $\Delta \neq 0$, deux cas à distinguer :
   - si $\Delta > 0$, deux solutions réelles $z_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $z_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
   - si $\Delta < 0$, deux solutions complexes conjuguées
   $$z_1 = \frac{-b-i\sqrt{|\Delta|}}{2a} \text{ et } z_2 = \frac{-b+i\sqrt{|\Delta|}}{2a}.$$

   Dans les deux cas, on a :
   $$az^2 + bz + c = a\left(z - z_1\right)\left(z - z_2\right).$$

Remarque 1 1. *Si z_1 et z_2 sont les solutions de $az^2 + bz + c = 0$, alors*

$$z_1 + z_2 = \frac{-b}{a} \text{ et } z_1 z_2 = \frac{c}{a}.$$

2. *Lorsque les coefficients de l'équation sont complexes, les solutions ne sont pas conjuguées.*