DÉRIVÉE D'UNE FONCTION
EXTREMUM LOCAL ET THÉORÈME DE ROLLE

1 Extremum local

Définition 1 *Soient f une fonction dérivable sur un intervalle I et a un point de I.*

1. *On dit que a est un point critique de f si $f'(a) = 0$.*
2. *Dire que $f(a)$ est un maximum local (resp. minimum local) signifie que l'on peut trouver un intervalle J inclus dans I et contenant a ($\exists \alpha > 0,\ ]a-\alpha, a+\alpha[\subset I$), tel que, pour tout x de J, $f(x) \leq f(a)$ (resp. $f(x) \geq f(a)$).*
3. *On appelle extremum local, un maximum ou un minimum local.*

Théorème 1 *(Caractérisation d'un extremum) Soient f une fonction dérivable sur un intervalle I ouvert et $a \in I$.*

1. *Si $f(a)$ est un extremum local alors $f'(a) = 0$.*
2. *Si $f'(a)$ s'annule en a en changeant de signe, alors $f(a)$ est un extremum local.*

2 Théorème de Rolle

Théorème 2 *Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ une fonction telle que :*

1. *f est continue sur $[a, b]$,*
2. *f est dérivable sur $]a, b[$,*
3. *$f(a) = f(b)$,*

alors il existe $c \in]a, b[$ telle que $f'(c) = 0$.