Séquence 1 - Probabilités

Activité : Calculer la probabilité d'un événement.

Un événement sportif est organisé dans un CFA. Chacun des 90 élèves doit choisir une activités sportives parmi les trois proposées, basket, football ou vélo, en répondant à un sondage numérique ou papier.

Le tiers des élèves a répondu au sondage numérique et a choisi de participer au tournoi de basket. Parmi les élèves ayant répondu au sondage papier, 2 ont choisi le basket.

28 élèves ont choisi l'activité football. Les autres élèves participent à la sortie vélo. Le CFA pourra financer la location des vélos si moins de 30% des élèves participent à la sortie vélo.



Problématique

Le CFA pourra-t-il financer la location des vélos?

On interroge au hasard un élève du CFA, on considère les événements suivants :

- B : "l'élève a choisi de participer au tournoi de basket"
- F: "l'élève a choisi l'activité football"
- V : "l'élève participe à la sortie vélo"
- 1. Donnez le nombre d'élèves ayant choisi le basket puis calculer P(B) et P(F).
- 2. (a) On note $B \cup F$ l'évènement "l'élève a choisi un sport collectif, c'est à dire le basket ou le football. C'est l'événement **réunion** de B et F. Calculez $P(B \cup F)$.
 - (b) Les événements B et F sont **incompatibles** (l'élève ne peut pas choisir le basket et le football). Vérifiez que $P(B \cup F) = P(B) + P(F)$.
- 3. (a) On désigne par \overline{V} l'événement contraire de V. Définissez \overline{V} par une phrase.
 - (b) Calculez P(V) et $P(\overline{V})$.
 - (c) Vérifiez que $P(V) + P(\overline{V}) = 1$.
- 4. Répondez à la problématique

Activité : Calculer la probabilité de la réunion et de l'intersection de deux événements.

Le proviseur d'un lycée professionnel propose aux élèves volontaires de Terminale des séances hebdomadaires de yoga. Trois mois plus tard, il présente le bilan du dispositif avec le diagramme ci-dessous.



Parmi ceux qui ont refusé de participer aux séances de yoga, il constate que 51~% sont stressés pour l'examen ou ont des difficultés à se concentrer.

Problématique

Les séances de yoga ont-elles eu un effet positif sur le bien-être des élèves?

Pour l'ensemble de l'activité, on s'intéresse à la situation d'un élève ayant suivi les séances de yoga, pris au hasard parmi les 45 élèves. On désigne les événements :

- C : "l'élève a des difficultés à se concentrer"
- S: "l'élève est stressé pour l'examen".
- 1. En utilisant les quatre données chiffrées du diagramme, complétez le tableau suivant.

	S	$\overline{\mathrm{S}}$	Total
С			
$\overline{\mathrm{C}}$			
Total			

- 2. Calculez P(C) et P(S).
- 3. On note $C \cap S$ l'événement "l'élève a des difficultés à se concenter et est stressé". C'est l'évènement intersection intersection de C et de S.

Donnez l'effectif correspondant à l'événement $C \cap S$ et calculez $P(C \cap S)$.

4. (a) On note $C \cup S$ l'évènement "l'élève a des difficultés à se concentrer ou il est stressé". C'est l'événement **réunion** de C et de S.

Donnez l'effectif correspondant à l'événement $C \cup S$ et calculez $P(C \cup S)$.

- (b) Entourez l'égalité vraie :
 - $P(C \cup S) = P(C) + P(S)$
 - $P(C \cup S) = P(C) + P(S) P(C \cap S)$
 - $P(C \cup S) = P(C) + P(S) + P(C \cap S)$
- 5. Répondez à la problématique.

1 Définition d'un ensemble

- Un **ensemble** est un regroupement d'objets suivant certaines caractéristiques. Ces objets sont les **éléments** de l'ensemble.
- On peut représenter des ensembles par un diagramme.
- Un ensemble A avec un nombre fini d'éléments peuvent être écrits sous la forme $A = \{\text{objet 1}; \text{objet 2}; ...\}$

Exemple: V est l'ensemble des voyelles de l'alphabet
V =
On note l'ensemble C des élèves du CFA et V l'ensemble des éléves dans les métiers de la vente et de l'accueil. Représenter ci-dessous le diagramme de cette situation.

2 Probabilité d'un événement

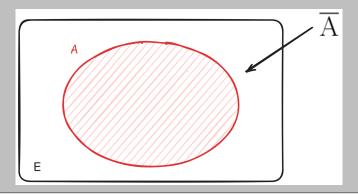
- Chaque issue d'une expérience aléatoire est un événement aléatoire.
- La probabilité d'un événement A est notée P(A) (dite "P de A") et est comprise entre 0 et 1 ($0 \le P(A) \le 1$).
- La **probabilité d'un événement** est la somme des probabilités des événements élémentaires qui constituent A.
- L'équiprobabilité correspond au cas où tous les événements élémentaires ont la même probabilité. On peut alors déterminer la probabilité de A avec :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Exemple : On lance un dé à 6 faces équilibré.

- Quelle est l'ensemble E des issues possibles de cette expérience aléatoire?
- La probabilité d'un événement élémentaire est
- Soit l'événement A, "le nombre obtenu est inférieur ou égal à 2", quel est sa probabilité ?

- L'événement contraire de l'événement A est le complémentaire de A. Il est noté \overline{A} (dit "A barre").
- Un événement et son contraire sont **incompatibles** (ils ne peuvent être réalisés en même temps).
- Pour tout événement A, $P(A) + P(\overline{A}) = 1$.

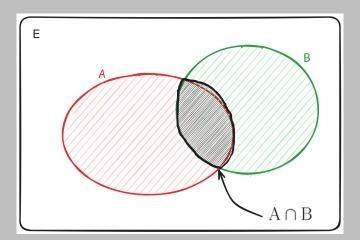


Exemple : On reprend l'exemple du dé à 6 faces équilibré et l'événement A, "le nombre obtenu est inférieur ou égal à 2".

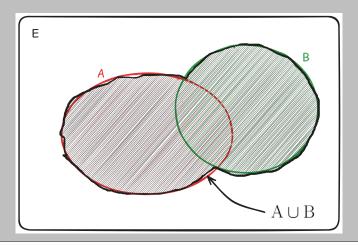
- Décrire par une phrase l'événement complémentaire de A, \overline{A} :
- Calculer la probabilité de $\overline{\mathbf{A}}$?

3 Probabilités de la réunion et de l'intersection de deux événements

L'intersection de deux événements A et B est notée $A \cap B$ (dite "A inter B") et correspond à l'ensemble des issues réalisant A et B (les deux à la fois).



L'intersection de deux événements A et B est notée $A \cup B$ (dite "A union B") et correspond à l'ensemble des issues réalisant A ou B (au moins l'un des deux).



Exemple: On lance un dé à 6 faces équilibré.

Soient les événements A, "le nombre obtenu est supérieur ou égal à 2", et B, "le nombre obtenu est impair", décrire par une phrase les événements $A \cap B$ et $A \cup B$ et donner l'ensemble des issues de ces événements.

• La probabilité de la réunion de deux événements A et B est donnée par la formule :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

• Si deux événements A et B sont **incompatibles** (ils ne peuvent pas être réalisés en même temps), $P(A \cap B) = 0$. Dans ce cas, on a $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Exemple: On lance un dé à 6 faces équilibré.
Soient les événements A, "le nombre obtenu est inférieur ou égal à 2", et B, "le nombre
obtenu est pair", quelles sont les probabilités de $A \cap B$ et $A \cup B$?

Construire un tableau croisé des effectifs.

- 1. Tracer un tableau croisé en faisant apparaître les lettres utilisées pour les événements ainsi qu'une ligne et une colonne "Total".
- 2. Compléter le tableau avec les données connues.
- 3. S'assurer que les totaux de chaque ligne et chaque colonne correspondent.

	В	$\overline{\mathrm{B}}$	Total
А	Effectif $A \cap B$	Effectif $A \cap \overline{B}$	Effectif A
Ā	Effectif $\overline{A} \cap B$	Effectif $\overline{A} \cap \overline{B}$	$\frac{\text{Effectif}}{\overline{A}}$
Total	Effectif B	Effectif $\overline{\mathrm{B}}$	Effectif Total

Exemple : Une enquête est menée auprès d'un groupe de 180 adolescents. Parmi eux, **la moitié sont des garçons**, les **deux tiers** jouent aux jeux vidéo. Parmi les garçons, 65 jouent aux jeux vidéo.

On choisit au hasard un adolescent dans le groupe.

Calculez la probabilité que l'adolescent soit une fille qui joue aux jeux vidéo.

On note les événements A, "l'adolescent est un garçon" et B, "l'adolescent joue aux jeux vidéos".

	В	$\overline{\mathrm{B}}$	Total
A			
Ā			
Total			

 •	 	•	 	•	 •			 •	•		•	 •		 •	•	 	•			 •	•	 •				 	•						•	 •
	 		 	•				 . .	•						•				•	 •		 •				 					 •		•	
	 	•	 					 . .	•		•								 •				•	 •		 	•						•	
	 	•	 					 . .	•							 	•									 						 		

Exercices d'entraînement

1 - Probabilité d'un événement

Un sac contient dix jetons, indiscernables au toucher, numérotés de 1 à 10.

On choisit au hasard un de ces jetons.

- 1. Donnez le nombre d'issues possibles.
- 2. Soit A l'événement : "le jeton choisi porte le numéro 3 ou un numéro multiple de 3" . Écrivez l'événement A sous forme d'un ensemble.
- 3. Calculez la probabilité de l'événement A.

2 - Probabilité d'un événement

Un sac contient 60 billes de différentes couleurs. Il y a 15 billes rouges et 18 billes bleues. On tire une bille au hasard.

- 1. Calculez la probabilité de tirer une bille rouge.
- 2. Calculez la probabilité de tirer une bille qui n'est pas rouge.
- 3. Calculez la probabilité de tirer une bille bleue.
- 4. Calculez la probabilité de tirer une bille rouge ou bleue.
- 5. Calculez la probabilité de tirer une bille ni rouge ni bleue.

3 - Probabilité d'un événement

Dans une boutique de matériel informatique d'occasion, 35 souris sont disponibles à la vente.

Parmi elles, 12 sont filaires, 15 sont sans fil Bluetooth, les autres sont sans fil à infrarouge. Un client achète une souris.

On considère les événements F : "le client achète une souris filaire"; B : "le client achète une souris Bluetooth" et I : "le client achète une souris à infrarouge".

- 1. Calculez P(B).
- 2. Calculez P(I).
- 3. Les événements F et B sont-ils incompatibles? Justifiez.
- 4. Calculez P(F).
- 5. Calculez $P(\overline{F})$.

4 - Réunion et intersection de 2 événements

On considère deux événements A et B tels que P(A) = 0,45; P(B) = 0,33 et $P(A \cap B) = 0,15$. Calculez $P(A \cup B)$.

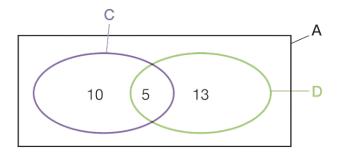
5 - Réunion et intersection de 2 événements

Au lancer d'un dé à 6 faces, on considère l'événement A: "obtenir un nombre impair" et l'événement B: "obtenir 1 ou 6".

- 1. Les événements A et B sont-ils incompatibles?
- 2. Calculez les probabilités P(A), P(B) et $P(A \cap B)$.
- 3. Calculez la probabilité $P(A \cup B)$.
- 4. Donnez l'effectif de l'événement $A \cup B$. Déduisez-en $P(A \cup B)$ et indiquez si l'on obtient le même résultat qu'à la question 3.
- 5. Construisez le diagramme des effectifs correspondant à cette situation.

6 - Réunion et intersection de 2 événements

Soit C et D deux événements dont les effectifs sont donnés dans le diagramme ci-dessous.



- 1. Donnez le nombre d'éléments de A.
- 2. Calculez la probabilité de l'événement C.
- 3. Calculez la probabilité de l'événement D.
- 4. Calculez la probabilité de l'événement C \cap D.
- 5. Construisez le tableau croisé des effectifs correspondant à cette situation.

nements

Soit E et F deux événements dont les effectifs sont donnés dans le tableau croisé suivant.

	Е	$\overline{\mathrm{E}}$	Total							
F	12		43							
F										
Total		51	100							

- 1. Complétez les cases vides du tableau.
- 2. Calculez $P(\overline{F})$.
- 3. Calculez P(E).
- 4. Calculez $P(\overline{F} \cap E)$.
- 5. Calculez $P(\overline{F} \cup E)$.
- 6. Créez le diagramme des effectifs correspondant au tableau.

8 - Probabilité d'un événement

On lance un dé truqué à 6 faces numérotées de 1 à 6. Les probabilités de tirage de chacune des faces sont données dans le tableau ci-dessous.

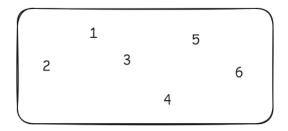
Face	1	2	3	4	5	6
Probabilités	0,17	0,2	0,11	0,23	0,14	0,15

- 1. Soit S l'événement : "obtenir le nombre 6". Définissez par une phrase l'événement \overline{S}
- 2. Calculez $P(\overline{S})$ de deux manières différentes.

7 - Réunion et intersection de 2 évé- 9 - Réunion et intersection de 2 événements

On lance un dé à 6 faces non truqué. On considère les événements I : "obtenir un nombre impair" et T: "obtenir un nombre inférieur ou égal à 3".

1. Identifiez sur le diagramme les éléments appartenant à chacun des événements I et T en utilisant 2 couleurs différentes.



2. Complétez. $I = \{ __; __; __ \};$

$$T = \{__; __; __\};$$

$$I \cap T = \{ __; __; __ \}$$

- 3. Calculez $P(I \cap T)$.
- 4. Calculez $P(I \cup T)$.
- 5. (Calculatrice) Simulez 50 lancers sur votre calculatrice et comparez les résultats obtenus avec vos réponses précédentes.

Approfondissement

1 - Recharge d'un véhicule électrique

Une étude portant sur la recharge des véhicules électriques indique que 10 % des recharges sont effectuées sur des bornes publiques. Dans les autres cas, la recharge s'effectue chez des particuliers. Il existe deux types de recharge : la recharge standard et la recharge accélérée. Les recharges standards représentent 25 % des recharges effectuées sur des bornes publiques et 95 % des recharges effectuées chez les particuliers. On choisit au hasard un véhicule électrique qui vient d'être rechargé et on



considère les événements suivants : U : "la recharge a été effectuée sur une borne publique" et S : "la recharge a été effectuée de façon standard".

- 1. En utilisant les données de l'énoncé, construisez le tableau croisé des effectifs.
- 2. Définissez par une phrase l'événement \overline{S} .
- 3. Calculez $P(\overline{S})$.

2 - Auto-école

Dans une auto-école, 20 % des personnes qui se sont présentées à l'épreuve du permis de conduire avait suivi la filière "conduite accompagnée". Parmi ces candidats, 75 % ont été reçus à l'examen. Pour les candidats n'ayant pas suivi la filière "conduite accompagnée", le taux de réussite était de 65 %. On choisit un candidat au hasard.

Déterminez, par la méthode de votre choix, la probabilité que ce candidat soit reçu à l'examen du permis de conduire.

3 - Baccalauréat

Dans un lycée, le taux de réussite à l'examen du baccalauréat est de 92 %. 16 % des élèves ont suivi le cursus section européenne au cours de leur formation. 14 % des candidats ont suivi le cursus section européenne et ont obtenu leur baccalauréat.

Un candidat a-t-il plus de chance de réussir au baccalauréat en suivant le cursus section européenne ?