

Tangente vient du latin *tangere*, toucher : en géométrie, la **tangente** à une courbe en un de ses points est une droite qui « touche » la courbe au plus près au voisinage de ce point.

1. Ouvrir une fenêtre Geogebra  puis tracer la courbe représentative de la fonction  $f : x \mapsto x^2$

Méthode : Taper dans la barre de saisie :  $y = x^2$

2. Soit le point A d'abscisse 1 sur la courbe  $y = x^2$  alors on A( ..... ; .....). Placer A sur votre figure

Méthode : taper dans la barre de saisie :  $A = (1, 1)$

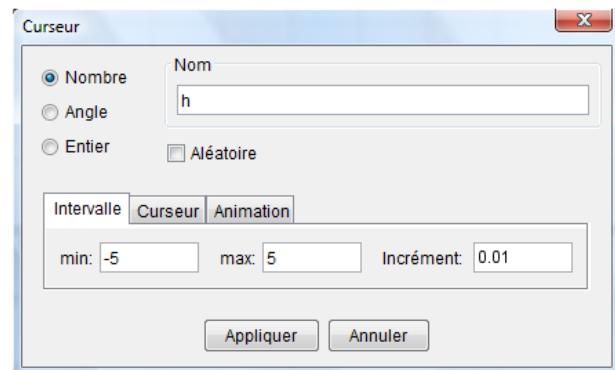
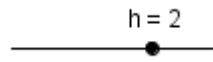


3. Créer le curseur h en cliquant sur le bouton  puis en cliquant sur votre fenêtre graphique.

La fenêtre ci-contre doit apparaître :

La remplir telle quelle :

Vous devez obtenir ceci :



Si vous cliquez sur la flèche de déplacement , vous pourrez alors déplacer la boule du curseur avec votre souris : h doit prendre alors des valeurs comprises entre -5 et 5.

*Remarque : après avoir cliqué sur la boule du curseur, vous pourrez également déplacer votre curseur à l'aide des flèches de déplacement de votre clavier ; ce qui d'ailleurs vous donnera des valeurs plus précises de h.*

4. Soit le point B d'abscisse  $(1+h)$  sur la courbe  $y = x^2$  alors on a B( ..... ; .....)

Placer le point B sur votre figure puis tracer la droite (AB).

5. Tracer la tangente en A à la courbe : à l'aide du bouton  puis en cliquant sur le point A et la courbe.

Que se passe-t-il graphiquement lorsque le point B se rapproche du point A ?

Que se passe-t-il pour la valeur de h lorsque le point B se rapproche de A ?

6. Faire apparaître la pente (ou coefficient directeur) de la droite (AB) : à l'aide du bouton  puis en cliquant sur la droite( AB).

En déplaçant votre curseur h (avec le clavier pour plus de précision), conjecturer la valeur du coefficient directeur de la tangente en A : .....

Le but de cette activité est donc de démontrer que le coefficient directeur de la tangente en A à la courbe  $y = x^2$  est bien égal à .....

### Démonstration

Rappel de cours :

On considère deux points  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  dans un repère du plan.

La formule pour calculer la pente (ou coefficient directeur ou encore taux d'accroissement) de la droite (AB) est :

$$m = \dots$$

On considère la courbe de la fonction carrée  $f : x \mapsto x^2$

Les points A d'abscisse 1 et B d'abscisse (1+h) sont sur la courbe de f.

On a alors A (..... ; ..... ) et B (..... ; ..... )

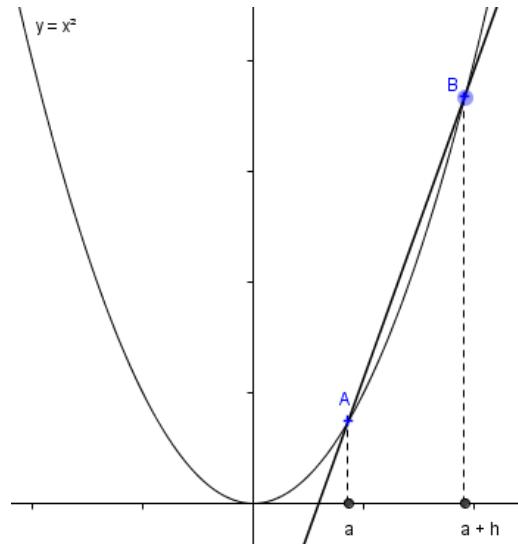
Le coefficient directeur de la droite (AB) est donc égal à :

$$m = \dots$$

$$m = \dots$$

$$m = \dots$$

$$m = \dots$$



Que se passe-t-il lorsque le point B se rapproche du point A ?

.....

Ce qu'il faut retenir :

Soit une fonction f définie sur un intervalle I ainsi que deux réels  $x_A$  et  $h$ , avec  $h \neq 0$  tels que  $x_A \in I$  et  $x_A + h \in I$ .

Le taux d'accroissement de f entre  $x_A$  et  $x_A + h$  est égal à  $\frac{f(x_A + h) - f(x_A)}{h}$ .

Lorsque le taux d'accroissement tend vers un nombre réel L quand h tend vers 0, on dit alors que f admet un nombre dérivé en  $x_A$ .

On le notera  $f'(x_A) = L$  et on dira aussi que f est dérivable en  $x_A$ .

Graphiquement,  $f'(x_A)$  correspondra alors au coefficient directeur de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse  $x_A$ .

**On vient ici de démontrer que la fonction carrée est dérivable en 1 et que  $f'(.....) = .....$**

**Application 1:**

1.Déterminer le nombre dérivé de la fonction carrée au point d'abscisse 0.

2.Que cela signifie-t-il graphiquement ?

**Application 2 :**

Soit la fonction  $g : x \mapsto \sqrt{x}$  définie sur l'intervalle  $[0; +\infty[$ .

1.Calculer le taux d'accroissement de g entre 0 et (0+h).

2.Que se passe-t-il quand h se rapproche de zéro ?

3.Qu'en déduire pour la fonction g ?