



# PHYSIQUE

TC

# PHYSIQUE

**Terminale C**



## Table des matières

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>I.</b>  | <b>MECANIQUE.....</b>   | <b>1</b>  |
|            | <b>Chapitre I: LA CINEMATIQUE.....</b>                            | <b>1</b>  |
|            | 1. Notion de référentiel.....                                     | 1         |
|            | 2. Repérage d'un point.....                                       | 1         |
|            | <b>CHAPITRE 2 LES CHAMPS ET INTERACTIONS UNIVERSELLES .....</b>   | <b>11</b> |
|            | I. Interaction gravitationnelle .....                             | 11        |
|            | 1) Loi de gravitation .....                                       | 11        |
|            | 2) Champ de gravitation.....                                      | 11        |
|            | II. Les forces électriques et le champ électrique .....           | 13        |
|            | III. Le champ magnétique .....                                    | 17        |
|            | <b>Chapitre 3 : LA RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE.....</b> | <b>21</b> |
|            | 1. Notions sur la dynamique des points matériels.....             | 21        |
|            | 2. Enoncé des lois de Newton sur le mouvement.....                | 21        |
|            | 3. Le théorème de l'énergie cinétique .....                       | 23        |
|            | 4. Les différentes applications .....                             | 23        |
|            | <b>Chapitre 4 : APPLICATION DES LOIS DE NEWTON .....</b>          | <b>34</b> |
|            | I. Mouvement dans le champ de gravitation .....                   | 34        |
|            | II. Mouvement dans un champ uniforme indépendant du temps .....   | 35        |
|            | III. Mouvement d'une particule chargée .....                      | 40        |
|            | <b>Chapitre 5: AUTO-INDUCTION .....</b>                           | <b>47</b> |
|            | 1. Mise en induction expérimentale de l'auto-induction .....      | 47        |
|            | 2. Un courant induit .....  | 47        |
|            | 3. Le flux magnétique.....  | 47        |
|            | 4. La loi de Lenz.....  | 48        |
|            | 5. Force électromagnétique auto-induite.....                      | 49        |
|            | 6. Auto-inductance d'une bobine .....                             | 49        |
|            | 7. Loi de Faraday-Lenz .....                                      | 50        |
|            | 8. Tension aux bornes de la bobine .....                          | 50        |
| <b>II.</b> | <b>ELECTRICITE .....</b>  | <b>54</b> |
|            | <b>Chapitre VI : LES OSCILLATIONS ELECTRIQUE .....</b>            | <b>54</b> |
|            | 1. Les condensations .....  | 54        |
|            | 2. Oscillations électriques : circuit LC.....                     | 57        |
|            | 3. Oscillations électriques en régime forcé .....                 | 58        |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Chapitre 8 : EFFET PHOTO ELECTRIQUES .....</b>                       | <b>68</b> |
| 1.Spectres atomiques .....  | 68        |
| 2.Interprétation des Spectres.....                                      | 68        |
| 3.Spectre de l'hydrogène.....   | 70        |
| <b>Chapitre 9 : DECROISSANCE RADIOACTIVE .....</b>                      | <b>72</b> |
| 1.Le noyau de l'atome .....   | 72        |
| 2.La Radioactivité.....   | 73        |
| 3.Loix de conservation et équation d'une désintégration nucléaire ..... | 73        |
| 4.Décroissance radioactive.....   | 74        |
| 5.Réaction nucléaire provoquée .....                                    | 77        |
| 6.Noyaux, masse et énergie .....  | 79        |
| <b>Bibliographie .....</b>  | <b>1</b>  |

## I. MECANIQUE

### Chapitre I: LA CINEMATIQUE

**Définition :** la Cinématique étudie les mouvements indépendamment des causes qui les engendrent ou les modifient.

#### 1. Notion de référentiel

La description d'un mouvement d'un point est relative au référentiel d'espace choisi. Dans l'étude d'un mouvement, il importe de toujours préciser le référentiel choisi.

#### 2. Repérage d'un point

##### 2.1. La trajectoire

La trajectoire d'un point est l'ensemble des positions successives qu'il occupe au cours de son déplacement par rapport à un repère d'espace donné.

##### 2.1.1. Trajectoires rectilignes

Plus généralement, si un point décrit une droite, sa trajectoire est dite rectiligne.

##### 2.1.2. Trajectoires Curvilignes

Plus généralement, quand la trajectoire d'un point n'est pas rectiligne, elle est dite curviligne.

#### 2.2. Vecteur-Position

La position d'un point  $M$  au cours de son mouvement peut être définie soit par :

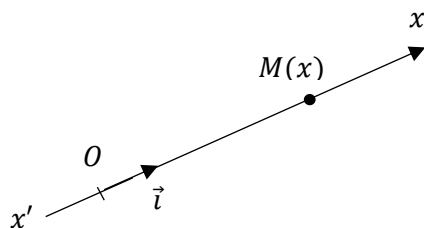
- Ses coordonnées, cartésiennes  $x, y, z$  dans un repère orthonormé lié au référentiel.
- Son abscisse curviligne  $S = \overline{OM}$
- Son abscisse angulaire  $\theta$

#### 2.3. Notion de repère d'espace et de repère temps

Pour décrire les caractéristiques d'un mouvement, il faut utiliser un repère d'espace et un repère temps :

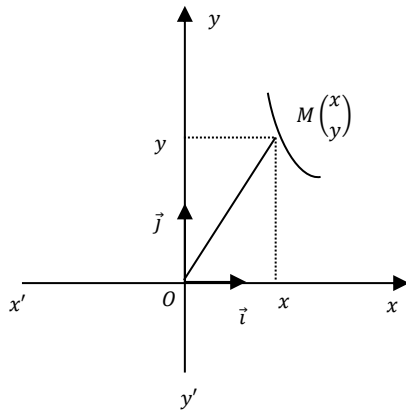
- un repère d'espace est déterminé par un point  $O$  lié au référentiel d'observation et une base.
- un repère temps permet de mesurer.

##### 2.3.1. Repérage sur une droite



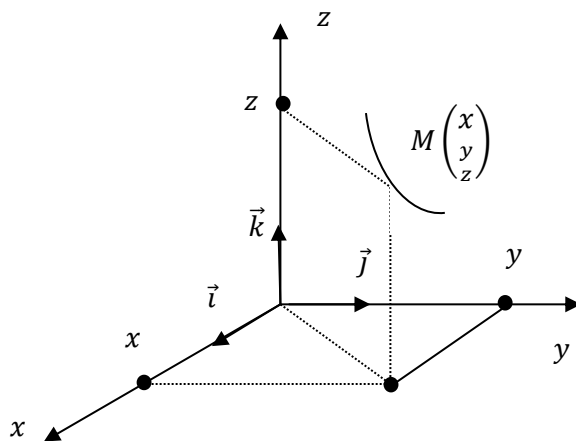
Le vecteur-position  $\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$

### 2.3.2. Repérage sur une droite



Le vecteur-position  $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$

### 2.3.3. Repérage dans l'espace



Le vecteur -position est repérée par ses coordonnées  $x, y, z$  telles que  $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ .

Les coordonnées cartésiennes  $x = f(t)$ ,  $y = g(t)$  et  $z = h(t)$  sont les équations horaires ou paramétriques de la trajectoire.

Dans le plan, l'équation cartésienne  $y = f(x)$  s'obtient en éliminant la variable  $t$  dans les expressions algébriques des deux lois horaires  $x(t)$  et  $y(t)$ .

Exemple : les coordonnées cartésiennes d'un point mobile sont :  $x = 4t - 4$  et  $y = 2t^2 - 2$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

Déterminons la trajectoire de ce point mobile.

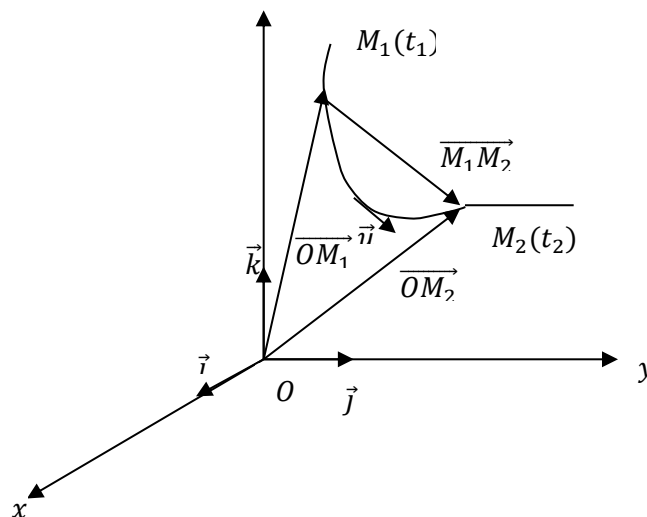
$$t = \frac{x+4}{4} \Rightarrow y = 2\left(\frac{x+4}{4}\right)^2 - 2 \Rightarrow y = 2\left(\frac{x^2+8x+16}{16}\right) - 2$$

$$\Rightarrow y = \frac{x^2+8x+16}{8} - \frac{16}{8} \Rightarrow y = \frac{x^2+8x+16-16}{8} \Rightarrow y = \frac{x^2+8x}{8}$$

$$y = \frac{x^2}{8} + x$$

### 3. Vecteur-vitesse

Définition : dans un référentiel d'espace muni du repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , un mobile ponctuel est considéré à deux instants différents de date  $t_1$  et  $t_2$  où il occupe les positions  $M_1$  et  $M_2$

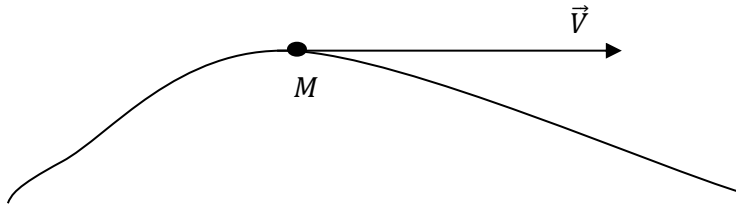


Le quotient  $\frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{t_2 - t_1}$  est le vecteur-vitesse moyen du point mobile pendant la durée  $t_2 - t_1$ .

$$\vec{V}_m = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{t_2 - t_1} = \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{t_2 - t_1}. \text{ C'est une grandeur vectorielle.}$$

Par définition, le vecteur-vitesse  $\vec{V}$  du point en  $M$  à la date  $t$  (dit vecteur-vitesse instantanée) est la limite de ce quotient lorsque  $t_2$  tend vers  $t_1$  :  $\vec{V} = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\overrightarrow{M_1 M_2}}{t_2 - t_1}$

Le vecteur -vitesse  $\vec{V}$  est la dérivée par rapport au temps du vecteur-position  $\overrightarrow{OM}$  ;  $\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$



Les caractéristiques du vecteur-vitesse à l'instant  $t$  sont :

- Origine : la position du mobile à l'instant  $t$ ,
- Direction : la tangente en  $M$  à la trajectoire
- Sens : le sens du mouvement
- mobile ou intensité : la vitesse instantanée du mobile à la date  $t$ .

### 3.1. Expression de $\vec{V}$ dans l'espace

Dans la base  $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , le vecteur -position  $\overrightarrow{OM}$  a pour expression :  $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ .

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

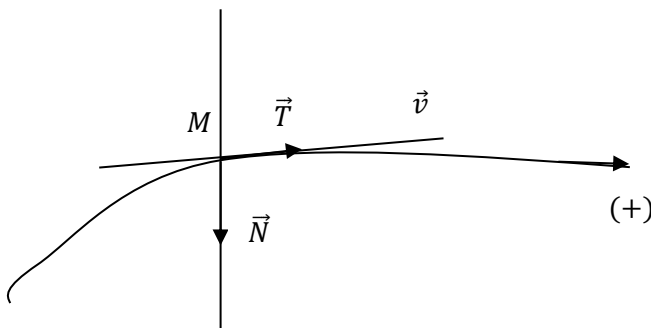
En notant  $V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$ ,  $V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}$  et  $V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$ ,

$$\text{Il vient} \begin{cases} \vec{V} = vx\vec{i} + vy\vec{j} + vz\vec{k} \\ V = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k} \end{cases}$$

$$\text{Et } W = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$$

La norme de vitesse s'exprime en mètre par seconde de symbole  $m/s$ .

### 3.2. Expression de $\vec{V}$ dans la base curviligne





Le vecteur -vitesse du point  $M$  dans la base  $(\vec{T}, \vec{N})$  est donnée par l'expression

$$\vec{V} = \frac{dS}{dt} \vec{T}$$

Dans la base  $(\vec{T}, \vec{N})$ , le vecteur vitesse  $\vec{V}$  est déterminé par les composantes :

$$V_T = V_S = \frac{dS}{dt} = S \text{ et } V_N = 0$$

Cas particulier d'une trajectoire circulaire où

$$S = R\theta \text{ on a alors : } V_T = V_S = \frac{dS}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} = RW \text{ avec } \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = W$$

$$V = RW$$

$W$  est la vitesse angulaire en  $rad/s$ .

#### 4. Le vecteur -accélération $\vec{a}$

Le vecteur-accélération d'un point mobile  $M$  est égal à la dérivée par rapport au temps de son vecteur vitesse en  $M$ .

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \text{ de plus } \vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \text{ donc } \vec{a} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$$

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$$

Le vecteur-accélération d'un point mobile  $M$  est égal à la dérivée seconde par rapport au temps de son vecteur position  $\vec{OM}$ .

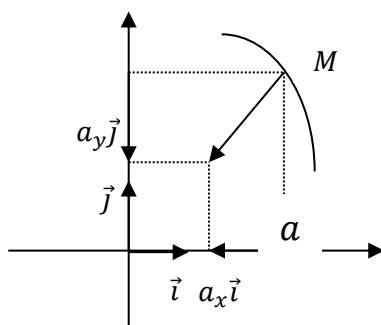
##### 4.1. Vecteur-accélération en coordonnées cartésiennes

Dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on a  $\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j}$ . Le vecteur-accélération  $\vec{a}$  s'écrit donc :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt} (V_x \vec{i} + V_y \vec{j}). \vec{i} \text{ et } \vec{j} \text{ sont des vecteurs constants.}$$

$$\vec{a} = \frac{dV_x}{dt} \vec{i} + \frac{dV_y}{dt} \vec{j} = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} = \ddot{x} \vec{i} + \ddot{y} \vec{j}$$

$$\vec{a} (a_x = V'_x = \ddot{x}; a_y = V'_y = \ddot{y})$$

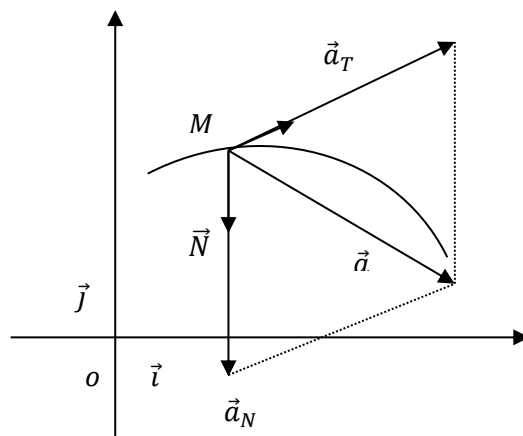


En coordonnées cartésiennes, les coordonnées du vecteur-accelération, sont égales :

- aux dérivées par rapport au temps des coordonnées du vecteur-vitesse ;
- aux dérivées secondes par rapport au temps des coordonnées du vecteur position du mobile

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2}$$

#### 4.2. Vecteur-accelération dans la base de Frenet



Dans la base de Frenet  $(\vec{T}, \vec{N})$  et par rapport au repère d'espace  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ , on a :

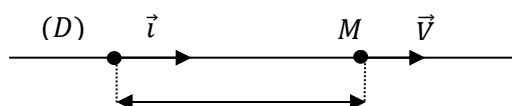
$$\vec{a} = a_T \vec{T} + a_N \vec{N}$$

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_T = \frac{dv}{dt} \\ a_N = \frac{v^2}{R} \end{array} \right.$$

On admet que  $a_T = \frac{dv}{dt}$  (accélération tangentielle) et  $a_N = \frac{v^2}{R}$  (accélération normale) où  $R$  est le rayon de courbure de la trajectoire  $\frac{v^2}{R} > 0$ , l'accélération normale est toujours positive donc le vecteur-accelération est toujours dirigé vers l'intérieur de la concavité de la trajectoire.

### 5. Etude cinématique de quelques mouvements

#### 5.1. Mouvement rectiligne uniforme



La position du mobile  $M$  est définie par son abscisse  $x$ . Le vecteur-position  $\overrightarrow{OM}$ , le vecteur-vitesse  $\vec{V}$  et le vecteur-accélération s'écrivent :  $\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$ ,  $\vec{V} = V_x\vec{i}$  et  $\vec{a} = a_x\vec{i}$

- Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne uniforme :
  - ❖ Si la trajectoire est une droite
  - ❖ et si la vitesse reste constante et l'accélération est nulle
- Equation cinématique d'un mouvement rectiligne uniforme.

$$V = \text{Constante ou } \vec{V} = V_x \vec{i}$$

$$a = \frac{dV}{dt} = 0 \text{ d'ou } a_x = 0$$

$$\text{L'équation horaire est : } x = Vt + x_0$$

Dans un mouvement rectiligne uniforme, l'abscisse est une fonction affine du temps.

## 5.2. Mouvement rectiligne Uniformément varié

Un mobile est animé d'un mouvement uniformément varié :

- Si la trajectoire est une droite
- et si le vecteur-accélération  $\vec{a}$  est constant (porté par la droite)
- L'expression de la vitesse est :  $V = at + v_0$  (1)
- L'expression de l'abscisse  $x$  est :  $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$  (2)

Cas particulier, si  $V_0 = 0$  et  $x_0 = 0$  les équations précédentes se simplifient :

$$V = at \text{ et } x = \frac{1}{2}at^2$$

Relation indépendante du temps entre  $V$  et  $x$ .

En éliminant  $t$  entre (1) et (2), on obtient :

$$V^2 - V_0^2 = 2a(x - x_0)$$

### ❖ Mouvements accélérés ou retardés

- Un mouvement est accéléré si le produit  $\vec{a} \cdot \vec{v}$  est positif, soit  $a_x \cdot v_x > 0$  selon  $(o, \vec{i})$ .  
 $a_x$  et  $v_x$  ont donc même signe.

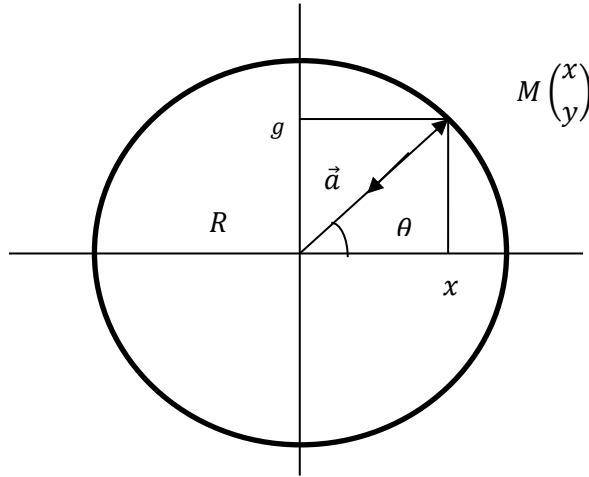
C'est l'exemple de la bille en chute libre.

- Un mouvement est retardé si le produit  $\vec{a} \cdot \vec{v}$  est négatif, soit  $a_x \cdot v_x < 0$  selon  $(o, \vec{i})$ .  
 $a_x$  et  $v_x$  ont donc de signes contraires.

C'est le cas d'une bille lancée verticalement vers le ciel.

### 5.3. Mouvement circulaire uniforme

Repérage par les coordonnées cartésiennes de  $M$



$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = R \cos \theta \\ y = R \sin \theta \end{cases}$$

- **Vitesse angulaire**

L'abscisse curviligne  $S = R\theta$  avec  $R = \text{constant}$ , on a :

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt}(R\theta) = R \frac{d\theta}{dt} = RW, \text{ avec } w = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$$

La vitesse angulaire en  $\text{rad/s}$  est la dérivée par rapport au temps, de l'abscisse angulaire (en  $\text{rad}$ ). L'équation horaire s'écrit :  $\theta = Wt + \theta_0$ . At  $= 0, \theta_0 = 0$  d'ou  $\theta = Wt$

En coordonnées cartésiennes, le vecteur-vitesse a pour expression :  $\vec{V} \left( V_x = \frac{dx}{dt}; V_y = \frac{dy}{dt} \right)$

$$x = R \cos wt \Rightarrow V_x = \frac{dx}{dt} = -RW \sin wt$$

$$y = R \sin wt \Rightarrow V_y = \frac{dy}{dt} = RW \cos wt$$

$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} = RW \sin wt \vec{i} + RW \cos wt \vec{j}$$

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{R^2 W^2 \sin^2 wt + R^2 W^2 \cos^2 wt} = RW$$

$$V = RW$$

- **Accélération du mobile**

Les coordonnées du vecteur-accélération en coordonnées cartésiennes sont :

$$\vec{a} \left( a_x = \frac{dV_x}{dt}; a_y = \frac{dV_y}{dt} \right)$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -RW^2 \cos wt \text{ et } a_y = \frac{dv_y}{dt} = -RW^2 \sin wt$$

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} = -RW^2 \cos wt \vec{i} - RW^2 \sin wt \vec{j}$$

$$\vec{a} = -W^2 (R \cos wt \vec{i} + R \sin wt \vec{j})$$

$$\vec{a} = -W^2 \overrightarrow{OM}$$

Les vecteurs  $\vec{a}$  et  $\overrightarrow{OM}$  ont même direction et sont de sens contraires.

Dans un mouvement circulaire uniforme, le vecteur-accélération est porté par le rayon et dirigé vers le centre. On dit qu'il est centripète. Sa norme est  $a = RW^2$

La période  $T$  d'un mouvement circulaire uniforme est la durée pendant laquelle le mobile effectue un tour.

$$\text{Pour un tour, } \theta = 2\pi \text{ et } t = T \quad \theta = wt \Rightarrow 2\pi = wT \Rightarrow T = \frac{2\pi}{w}$$

$$T = \frac{2\pi}{w}$$

La fréquence  $N$  du mouvement circulaire uniforme est le nombre de tours effectués par seconde.

$$N = \frac{1}{T} \text{ ou } N = \frac{w}{2\pi}$$

$N$  est en Hz et  $T$  en secondes

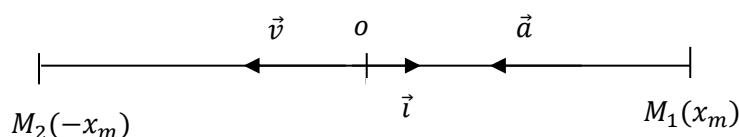
#### 5.4. Mouvement rectiligne sinusoïdale

Définition : un point est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal si sa trajectoire est rectiligne et si la loi horaire est une fonction sinusoïdale du temps.

$$x = x_m \cos(wt + \varphi)$$

$x_m$ ,  $w$  et  $\varphi$  sont des constantes

Le mobile se déplace entre deux positions externes  $M_1$  et  $M_2$  d'abscisse  $x_m$  et  $-x_m$  dans le repère  $(o, \vec{i})$



Les caractéristiques du mouvement rectiligne sinusoïdal sont :

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} \text{ avec } x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$$

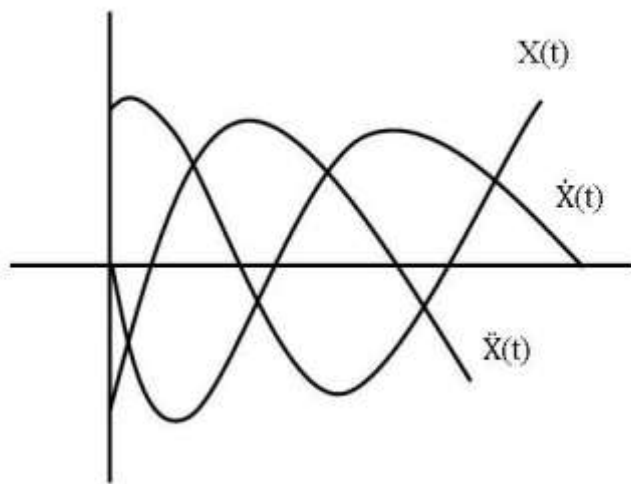
$$\vec{V} = \frac{dx}{dt}\vec{i} \text{ avec } V_x = \dot{x} = -x_m \omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\vec{a} = a_x\vec{i} = \frac{dV_x}{dt}\vec{i} \text{ avec } a_x = \ddot{x} = -x_m \omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$a_x = \ddot{x} = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 x \text{ ou } \ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

$$\text{Exemple : } x = 3 \cos\left(\frac{2\pi t}{6}\right); x_m = 3; \varphi = 0 \text{ et } \omega = \frac{\pi}{3}$$

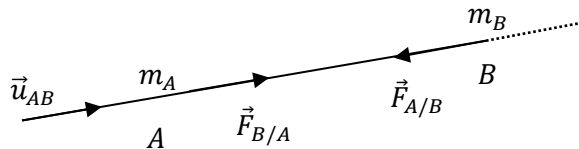


$$\begin{cases} x(t) = 3 \cos\left(\frac{2\pi}{6}t\right) \\ \dot{x}(t) = -\pi \sin\left(\frac{2\pi}{6}t\right) \\ \ddot{x}(t) = \frac{-\pi^2}{3} \cos\left(\frac{2\pi}{6}t\right) \end{cases}$$

## CHAPITRE 2 LES CHAMPS ET INTERACTIONS UNIVERSELLES

### I. Interaction gravitationnelle

#### 1) Loi de gravitation



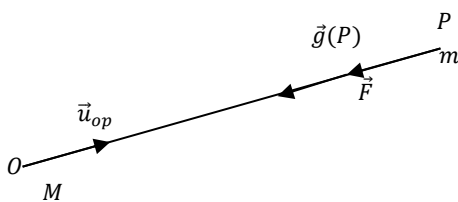
Deux corps ponctuels A et B de masses  $m_A$  et  $m_B$  exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction directement opposées, dirigées suivant la droite (AB), de valeurs proportionnelles aux masses et inversement proportionnelles au carré de leur distance :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G \frac{m_A m_B}{r^2} \vec{u}_{AB} \text{ avec } r = AB \text{ et } \vec{u}_{AB} = \frac{\overrightarrow{AB}}{r} \text{ vecteur unitaire}$$

- La valeur de la force s'exprime en Newton (N), la distance r en mètre et les masses en kg.
- La constante G est appelée constante de gravitation universelle, une valeur approchée est :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

#### 2) Champ de gravitation

##### 2.1 Champ de gravitation pour un objet ponctuel



Un objet ponctuel de masse M en O et un point P, un objet ponctuel de masse m. La force gravitationnelle exercée par la masse M sur la masse m s'écrit :

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \vec{u}_{op} \text{ soit: } \vec{F} = m\vec{g}(P) \text{ avec } \vec{g}(P) = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}_{op} \text{ et } g(P) = \frac{GM}{r^2}$$

Le vecteur  $\vec{g}(P)$  est appelé vecteur champ de gravitation créé par la masse M en tout point P de l'espace. Il caractérise la propriété de l'espace due à la présence de l'objet ponctuel de masse M situé en O ; il ne dépend pas de la masse placée en P. La valeur du champ de gravitation s'exprime en  $\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$  ou en  $\text{m/s}^2$

## 2.2 Force exercée sur un objet placé dans un champ de gravitation

Un objet ponctuel de masse  $m$ , placée en  $P$  dans le champ de gravitation  $\vec{g}(P)$ , est soumis à une force :  $\vec{F} = m\vec{g}(P)$

Exemple : Pour évaluer la constante de gravitation  $G$ , Cavendish, en 1798, mesure la force qui s'exerce entre deux sphères : l'une de platine, de masse 50g, l'autre de plomb, de masse 30kg.

La distance entre les centres des sphères est  $r=15\text{cm}$ .

Calculons la valeur de la force d'interaction

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\text{AN : } F = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 50 \cdot 10^{-3} \times 30}{(0,15)^2}$$

$$F = 4,45 \cdot 10^{-9} \text{N}$$

### 3) Champ de gravitation et champ de pesanteur

La terre peut être considérée comme un corps à répartition de masse symétrie sphérique, de centre  $O$ , de rayon  $R_T$  et de masse  $M_T$

Elle est donc en tout point  $P$ , située à une distance  $Op = r \geq R_T$ , un champ de gravitation :

$$\vec{g}(P) = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}_{op}$$

En tout point de la surface de la terre ( $r = R_T$ ), ce champ de gravitation a la même valeur notée  $g_0$

$$g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2} \text{ soit } g_0 = 9,8 \text{m/s}^2$$

### Champ de Pesanteur

Supposons que la Terre est une sphère de centre  $O$ , de rayon  $R_T$  et de masse  $M_T$ .

En un point  $M$  situé à une distance ( $r = R_T + h$ ) où  $h$  est l'altitude du point  $M$ , la Terre crée un champ de gravitation  $\vec{g}_h = -G \frac{M_T}{(R_T+h)^2} \vec{u}$

Nous pouvons déduire l'intensité du champ de gravitation en  $M$ .

$$g_h = G \frac{M_T}{(R_T+h)^2} = \frac{GM_T}{r^2}$$

Au point  $M_0$  d'altitude nulle ( $h=0$ ), l'intensité de champ de pesanteur a pour expression :

$$g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2}$$



La relation entre  $g_h$  et  $g_0$

Nous pouvons établir  $g_h = G \frac{M_T}{(R_T+h)^2}$  et  $g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2}$

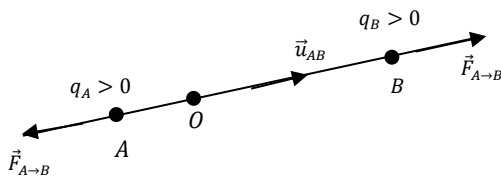
$$\frac{g_h}{g_0} = \frac{\frac{GM_T}{(R_T+h)^2}}{\frac{GM_T}{R_T^2}} = \frac{GM_T}{(R_T+h)^2} \times \frac{R_T^2}{GM_T} = \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{g_h}{g_0} = \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$$

Nous en déduisons que  $g_h = g_0 \times \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2}$  est l'intensité du champ de pesanteur terrestre à l'altitude  $h = 0$  (au niveau de la mer).

## II. Les forces électriques et le champ électrique

### 1) La loi de Coulomb



Les charges  $q_A$  et  $q_B$  sont de même signe : elles se repoussent.

Dans le vide, deux particules A et B, séparées d'une distance  $r = AB$  et portant respectivement des charges électriques  $q_A$  et  $q_B$ , sont soumises à deux forces opposées : la force  $\vec{F}_{A \rightarrow B}$  exercée par la particule A sur la particule B est donnée par la relation :

$$\vec{F}_{A \rightarrow B} = k \frac{q_A q_B}{r^2} \vec{u}_{AB} \text{ où } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.10^9 \text{ m/F} ; \vec{u}_{AB} = \frac{\overrightarrow{AB}}{r}$$

Avec  $\epsilon_0$ , la permittivité du vide et  $\vec{u}_{AB}$ , le vecteur unitaire de la droite (AB) dirigé de A vers B.

**Exemple :** Dans une molécule d'hydrogène, les protons constituant les noyaux de deux atomes sont distancés de  $74,1 \text{ pm}$ .

- Calculer la valeur de la force d'interaction électrique entre les deux protons sachant que  $q = e = 1,6.10^{-19} \text{ C}$ .
- La comparer à la force de gravitation s'exerçant entre les deux protons.  
 $m_p = 1,67.10^{-27} \text{ kg}$  et  $G = 6,67.10^{-11} \text{ S.I}$

**Solution**

- a) Calculons la valeur de la force d'interaction électrique en appliquant la loi de Coulomb.

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_A q_B}{r^2} \Rightarrow F_e = 9 \cdot 10^9 \left( \frac{e^2}{d^2} \right)$$

$$\text{AN : } F_e = 9 \cdot 10^9 \left( \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(74,1 \cdot 10^{-12})^2} \right)$$

$$F_e = 4,2 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

- b) La force de gravitation

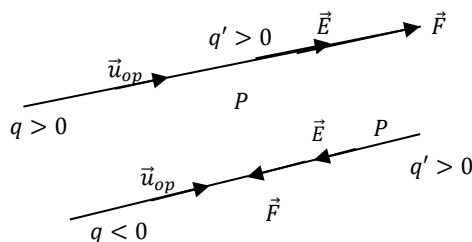
$$F_g = G \frac{mp^2}{d^2} \quad \text{AN : } F_g = 9 \cdot 10^9 \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{(74,1 \cdot 10^{-12})^2}$$

$$F_g = 3,39 \cdot 10^{-44} \text{ N}$$

$$\frac{F_e}{F_g} = 1,24 \cdot 10^{36} \Rightarrow F_e = 1,24 \cdot 10^{36} F_g$$

La force  $F_e$  est environ  $10^{36}$  fois plus grande que la force  $F_g$

## 2) Champ électrique



On considère un point O du vide, un corps ponctuel portant la charge  $q$  et, en un point P, un corps ponctuel portant la charge  $q'$ .

La force électrique exercée par la charge  $q$  sur la charge  $q'$  est donnée par la relation

$$\vec{F}(P) = k \frac{qq'}{r^2} \vec{u}_{op}$$

L'expression de la force électrique peut aussi s'écrire sous la forme

$$\vec{F}(P) = q' \vec{E}(P) \quad \text{avec} \quad \vec{E}(P) = k \frac{q}{r^2} \vec{u}_{op}$$

Où  $\vec{E}(P)$  est un vecteur champ électrique créé par la charge  $q$  au point P de l'espace.

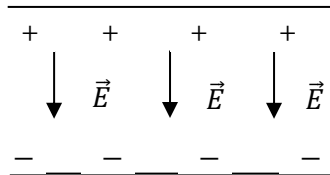
La valeur du champ électrique  $E$  s'exprime en volt par mètre de symbole  $V/m$  ou  $V \cdot m^{-1}$

### \* Champ uniforme

Si le champ est uniforme, les lignes du champ sont des droites parallèles.

\* Dans le cas d'un condensateur plan à air, le champ électrique a pour valeur :

$$E = \frac{U}{d} = \frac{q}{\epsilon_0 S} \text{ avec } d, \text{ la distance entre les armatures en m et } S \text{ la surface d'une armature en m}^2.$$



Avec **d** : distance entre les armatures en m et S, la surface d'une armature m<sup>2</sup>.

Les lignes du champ  $\vec{E}$  sont parallèles entre elles, perpendiculaires aux armatures et orientées de la plaque positive vers la plaque négative ou du potentiel le plus élevé vers le potentiel le moins élevé.

Exemple 1 : Les armatures d'un condensateur plan ont une surface  $S=1\text{dm}^2$  et sont séparées par une couche d'air d'épaisseur  $d=5\text{mm}$ . Une tension  $U=4\text{kv}$  est appliquée entre les armatures.

- Calculer la valeur du champ électrique entre les armatures
- Calculer la valeur de la charge q du condensateur

Solution :

$$\text{a) } E = \frac{U}{d} \text{ AN : } E = \frac{4 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-3}}$$

$$E = 8 \cdot 10^5 \text{ V/m}$$

$$\text{b) } E = \frac{q}{\epsilon_0 S} \Rightarrow q = E \times \epsilon_0 \times S$$

$$\text{Sachant que } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ S.I} \Rightarrow \epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-2} \text{ S.I}$$

$$\Rightarrow q = 8 \cdot 10^5 \times 8,84 \cdot 10^{-2} \times 10^{-2} = 7,1 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

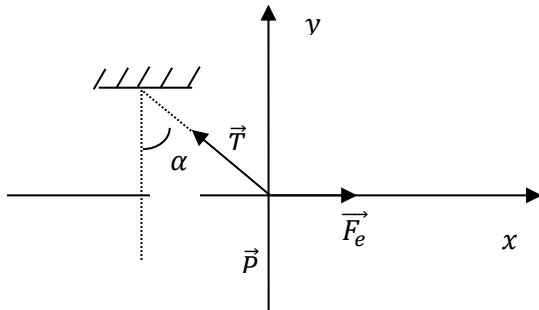
$$q = 71 \text{ nC}$$

Exemple 2 : La boule d'un pendule électrique, de masse  $m=2,5\text{g}$  porte une charge  $q = 0,5\mu\text{C}$

Elle est placée dans un champ électrique uniforme et horizontal.

- Quel doit être la valeur du champ électrique E horizontal pour que le fil s'incline d'un angle de  $30^\circ$  par rapport à la verticale ?
- De quel angle le fil s'inclinera-t-il par rapport à la verticale, si le champ a pour valeur  $10\text{V/m}$  ? Prendre  $g=10\text{ms}^{-2}$

Solution :



1) La valeur de E

- Système : la boule de masse m
- Référentiel
- Bilan des forces :  $\vec{P}$ ,  $\vec{T}$ ,  $\vec{F}_e$

Condition d'équilibre :  $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_e = \vec{0}$

Sur  $x'x$ , on a :  $Px + Tx + F_ex = 0$

$$\Rightarrow qE - T \sin \alpha = 0$$

$$\Rightarrow T \sin \alpha = qE$$

Sur  $y'y$ , on a :  $Py + Ty + F_ey = 0$

$$\Rightarrow -P + T \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow T \cos \alpha = P$$

$$\tan \alpha = \frac{qE}{P} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{qE}{mg}$$

$$\Rightarrow E = \frac{mg \tan \alpha}{q}$$

$$\text{AN : } E = \frac{2,5 \cdot 10^{-3} \times 10 \times \tan 30^\circ}{0,5 \cdot 10^{-6}}$$

$$E = 2,9 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

2) Calcul de l'angle  $\alpha'$  pour  $E = 2,9 \cdot 10^4 \text{ V/m}$

$$\tan \alpha' = \frac{qE'}{mg} \Rightarrow \alpha' = \tan^{-1} \left( \frac{qE'}{mg} \right)$$

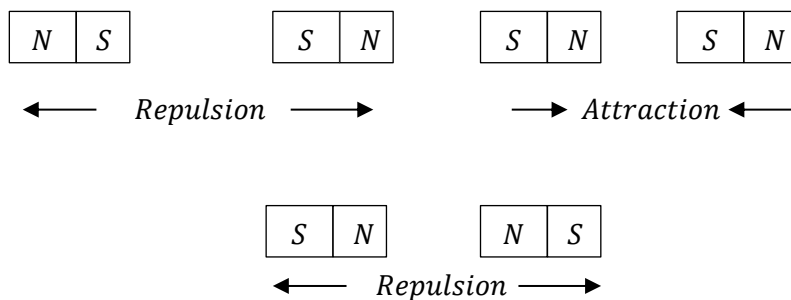
$$\text{AN : } \alpha' = \tan^{-1} \left( \frac{0,5 \cdot 10^{-6} \times 10^4}{2,5 \cdot 10^{-3} \times 10} \right)$$

$$\alpha' = 11,3^\circ$$

### III. Le champ magnétique

#### 3.1) Forces magnétiques

On appelle force magnétique, la force d'interaction entre deux aimants ou un aimant et un objet ferromagnétique.



Plus généralement, les interactions électromagnétiques se manifestent entre les fils ou des bobines parcourues par des courants et entre les diamants.

Des pôles des aimants de même nom se repoussent et des pôles de noms différents s'attirent.

Des bobines ou des fils parcourus par un courant de sens contraire se repoussent et ils s'attirent s'ils sont de même sens.

Une bobine parcourue par un courant se comporte comme un aimant droit.

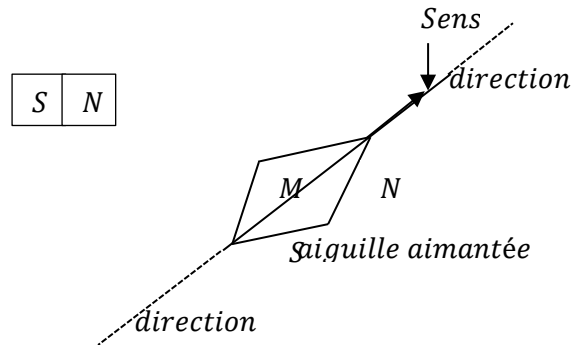
#### 3.2) Champ magnétique

On appelle champ magnétique, une région de l'espace dans laquelle une aiguille aimantée ou un objet ferromagnétique est soumis à des forces magnétiques.

##### 3.2.1) Vecteur champ magnétique

Le vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  est une grandeur associée à une région de l'espace. Les caractéristiques du vecteur champ magnétique sont les suivantes :

- Direction et sens : on utilise une aiguille aimantée pour les déterminer. Ainsi, la direction du champ magnétique  $\vec{B}$  est celle de l'axe Sud-Nord de l'aiguille aimantée. Le sens est du Sud vers le Nord.
- L'intensité du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  est mesurable avec un tesla mètre et s'exprime en tesla de symbole T.



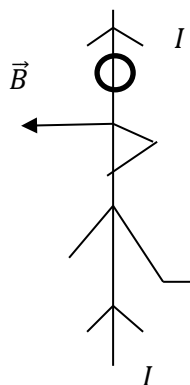
### 3.2.2) Spectre magnétique

On appelle ligne de champ une courbe qui en chacun des points est tangente au vecteur champ magnétique.

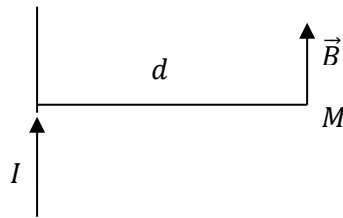
Lorsque les lignes de champ sont des droites parallèles comme celles du champ magnétique entre les branches d'un aimant en U, ce champ magnétique est dit uniforme.

### 3.2.3) Orientation du champ $\vec{B}$

\* Observateur d'Ampère : l'observateur d'Ampère regardant le point M est couché sur le conducteur de telle sorte que le courant le traverse des pieds vers la tête. Son bras gauche tendu de côté, indique le sens du champ magnétique  $\vec{B}$



- D'autres règles telles que la règle du tire-bouchon de Maxwell et celle de la main droite peuvent être aussi utilisées pour déterminer le sens du champ.
- \* Champ créé par un conducteur rectiligne parcouru par un courant en un point M tel que  $OM = d$ ,  $B = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I}{d}$



\* Champ créé par une bobine plate ou conducteur circulaire de N spires et de rayon

$$R \quad B = 2\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{R} I$$

Exemple : N=50 Spires ; I=20A et R=0,1m

$$AN : B = 2\pi \cdot 10^{-7} \times \frac{50}{0,1} \times 20$$

$$B = 6,28 \cdot 10^{-3} T$$

\* Cas d'un solénoïde  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 I n \quad \text{avec } n, \text{ le nombre de spires par unité de longueur}$$

Exemple : On veut produire au centre d'un solénoïde de longueur l=60cm, un champ magnétique de  $2 \cdot 10^{-2} T$ . L'intensité du courant est de 8A.

Calculons le nombre de spires nécessaires.

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I \Rightarrow N = \frac{Bl}{I\mu_0}$$

$$AN : N = \frac{2 \cdot 10^{-2} \times 0,6}{4 \times 3,14 \cdot 10^{-7} \times 8}$$

$$N = 1200 \text{ spires}$$

#### 4. Action d'un champ magnétique sur un conducteur : Force de Laplace

Une portion rectiligne de conducteur de longueur l, parcourue par un courant d'intensité I et plongée dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  subit une force électromagnétique appelée force de Laplace qui a pour expression vectorielle :  $\vec{F} = I \vec{l} \wedge \vec{B}$

Les caractéristiques de cette force  $\vec{F}$  sont :

- Direction : perpendiculaire au plan défini par  $(\vec{l}, \vec{B})$
- Sens : donné par la règle d'observateur d'Ampère, celui-ci couché sur la portion de conducteur, traversé par le courant des pieds vers la tête et regardant fuir devant lui, les lignes de champ, tend son bras gauche dans le sens de la force  $\vec{F}$ .

- Module  $F = IlB\sin(\vec{l}, \vec{B})$
- Point d'application : le milieu de la portion rectiligne du conducteur plongé dans le champ  $\vec{B}$

Remarque : on peut aussi trouver le sens de la force de Laplace en utilisant entre autres la règle des trois doigts de la main droite.

Etant donné que  $\vec{F}$ ,  $I\vec{l}$  et  $\vec{B}$  forment un trièdre direct, leurs sens permettent d'être déterminés par la règle des trois doigts de la main droite avec successivement :

- Le pouce tend, indique le sens du courant (ou  $I\vec{l}$ ).
- L'index tendu perpendiculairement à  $I\vec{l}$  indique le sens du champ  $\vec{B}$
- Le majeur tendu perpendiculairement à  $I\vec{l}$  et  $\vec{B}$  indique le sens de la force  $\vec{F}$
- L'intensité :  $F = IlB\sin(\vec{l}, \vec{B})$

### 5. Action d'un conducteur sur une particule chargée : Force de Lorentz

Une particule de charge  $q$  en mouvement à la vitesse  $\vec{V}$  dans une région où règne un champ magnétique  $\vec{B}$  est soumise à une force magnétique  $\vec{F}$  par la relation vectorielle

$$\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$$

Nous pouvons établir une expression de la force de Lorentz en partant de la force de Laplace

$$\vec{l} = \vec{V}t \text{ et } I = \frac{q}{t}$$

$$\vec{F} = I\vec{l} \wedge \vec{B} \text{ devient } \vec{F} = \frac{q}{t}\vec{V}t \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$$



## Chapitre 3 : LA RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE

### 1. Notions sur la dynamique des points matériels

#### 1.1. Le point matériel

Un point matériel est un point de l'espace auquel on lui affecte une masse  $m$ . Les dimensions d'un point matériel sont négligeables par rapport aux autres dimensions dans le référentiel.

#### 1.2. Système matériel :

Un système matériel ou système mécanique est un ensemble de points matériels. Le système matériel est dit indéformable ou solide si les distances entre ses points sont invariables.

#### 1.3. Forces extérieures et forces intérieures

- les forces extérieures sont celles qui agissent sur le point du système et proviennent d'autres points donnés étrangers au système.
- Les forces intérieures sont celles qui agissent sur un point du système et proviennent d'autre point appartenant à ce système.

La distinction entre ces deux types de forces dépend des limites arbitrairement choisis pour définir le système.

### 2. Énoncé des lois de Newton sur le mouvement

#### 2.1. Première loi de Newton

Lorsque la somme vectorielle des forces appliquées au système est nulle, son centre d'inertie est :

- au repos, si le système est initialement au repos,
- animé d'un mouvement rectiligne uniforme si le système est initialement en mouvement à vitesse constant :  $\sum \vec{F} = \vec{0}$  ou  $\vec{V}_G = \overrightarrow{\text{Constante}}$

#### 2.2. Référentiel galiléen

La première loi de Newton caractérise un ensemble de référentiels

Les référentiels galiléens sont des référentiels particuliers où le principe de l'inertie et le théorème de l'énergie cinétique sont appliqués.

- Le référentiel héliocentrique est un référentiel qui a pour origine le centre du soleil et des axes dirigés vers les trois étoiles lointaines. Il est une approximation du référentiel galiléen. Ce référentiel convient à l'étude du mouvement des planètes et des sondes spatiales.
- Le référentiel géocentrique a pour origine le centre de la Terre et des axes dirigés vers les trois étoiles lointaines. Il convient à l'étude du mouvement des satellites et à l'interprétation des phénomènes marins.
- Le référentiel terrestre ou de laboratoire a pour origine un point de la surface de la Terre peut être considéré comme référentiel galiléen pour des expériences courantes de courte durée.

### 2.3. La Quantité de mouvement

a) **Définition :** Pour le point matériel, de masse  $m$  et dont la vectrice vitesse est  $\vec{v}$ , le vecteur quantité de mouvement  $\vec{p}$  obtient par la relation vectorielle :  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

$\vec{p}$  a une même direction et même sens que  $\vec{v}$  ( car  $m > 0$  ), sa norme  $P$  porte le nom de quantité de mouvement du point matériel  $P = mv$   $\left\{ \begin{array}{l} m : \text{en kg} \\ v : \text{en m/s} \\ p : \text{en kgm/s}^{-1} \end{array} \right.$

Le vecteur quantité de mouvement d'un solide est celui de son centre d'inertie  $G$  (vecteur vitesse  $\vec{V}_G$ ) ou serait concentrée la masse totale  $M$  su solide.

$$\vec{P} = M\vec{V}_G$$

Dans un repère galiléen, le vecteur quantité de mouvement d'un solide isolé ou pseudo-isolé est constant.

$$\vec{P} = M\vec{V}_G = \overrightarrow{\text{Constante}}$$

#### b) Conservation de la quantité de mouvement lors d'un choc

La loi de conservation

On construit alors le vecteur-quantité de mouvement du système  $\{S_1, S_2\}$  avant le choc, et le vecteur :  $\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$

Le vecteur-quantité de mouvement de ce même système après le choc est :  $\vec{P}' = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2$

On constate expérimentalement que  $\vec{P} = \vec{P}'$

Lors d'un choc, le vecteur-quantité de mouvement d'un système de deux solides isolés ou pseudo-isolés demeure constant.

Dans un repère galiléen, le vecteur-quantité de tout système mécanique isolé ou pseudo-isolé demeure constant lors de son évolution :  $\Delta\vec{P} = \vec{P}'(\text{après le choc}) - \vec{P}(\text{avant le choc}) = \vec{0}$

### 2.4. Deuxième loi de Newton ou la relation fondamentale de la dynamique

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un solide est égale au produit de la masse par le vecteur-accélération de son centre d'inertie  $G$ .

$$\text{On écrit } \sum \vec{f}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

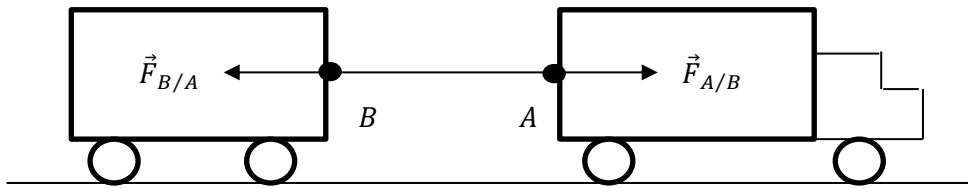
Sous cette forme, la deuxième loi de Newton est appelée relation fondamentale de la dynamique :  $\sum \vec{f}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt}$

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^n \vec{P}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_i = \vec{V}_{ct} \sum_{i=1}^n m_i \text{ avec } M = \sum_{i=1}^n m_i = \text{constante et } \frac{d\vec{V}_G}{dt} = \vec{a}_G$$

$$\text{Donc } \sum \vec{f}_{ext} = M \vec{a}_G$$

### 2.5. Troisième loi de Newton ou Principe de l'action réciproque

Si un corps  $A$  exerce sur un corps  $B$  une force  $\vec{F}_{A/B}$  (appelle action), simultanément le corps,  $B$  exerce sur le corps  $A$  une force  $\vec{F}_{B/A}$  (dénommée réaction) et ces deux forces ont la même ligne d'action, des sens inverses et de même intensité.



$$\vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B}$$

### 3. Le théorème de l'énergie cinétique

Dans un référentiel galiléen, la variation de l'énergie cinétique d'un solide en translation, entre deux instants  $t_1$  et  $t_2$  est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les forces qui lui sont appliquées dans l'intervalle  $[t_1, t_2]$ .

$$\Delta E_C = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2 = \sum W_{1 \rightarrow 2}^{(F_{ext})}$$

Remarque : le théorème de l'énergie cinétique se démontre de la même manière pour un solide en rotation autour d'un axe fixe.

$$\Delta E_C = \frac{1}{2} J_D W_2^2 - \frac{1}{2} J_D W_1^2 = \sum W_{1 \rightarrow 2}^{(F_{ext})}$$

### 4. Les différentes applications

Pour résoudre un problème de mécanique proposé, il faut adopter une méthode résumée suivante :

- Préciser le système étudié
- Choisir le référentiel
- faire le bilan de forces appliquées au système et schématiser ces forces par des vecteurs
- Appliquer dans le référentiel galiléen choisi le théorème d'inertie pour déterminer l'accélération et la nature du mouvement ou le théorème de l'énergie cinétique pour déterminer la vitesse, la distance ou bien la force.
- Choisir un repère orthonormal de projection ou sera projetée la relation.

## Bac 2013 et 2019

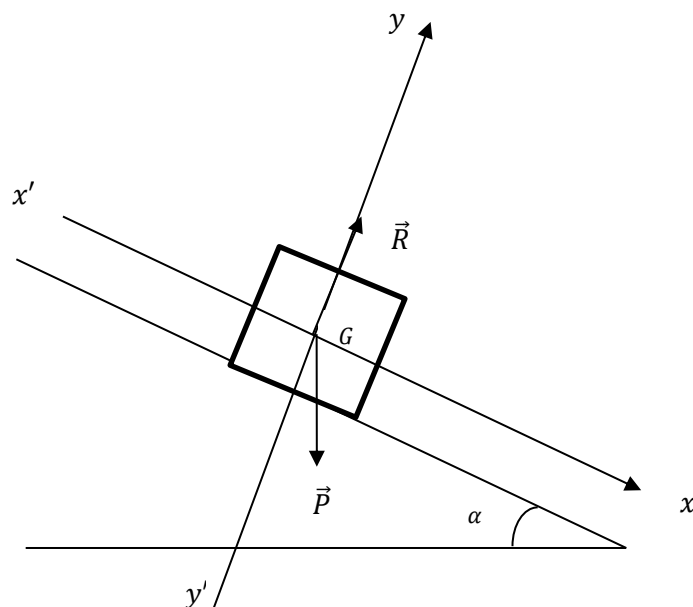
Exemple1 : un Skieur de masse  $m = 80\text{kg}$ , équipement compris, prend le départ sur une piste de descente rectiligne incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$

- 1) La piste étant verglacée, on néglige tout frottement sur la piste et dans l'air
  - a) Calculer l'accélération  $a_1$  du skieur dans la descente. On prendra  $g = 9,8\text{m/s}^2$
  - b) On suppose que le skieur part avec une vitesse initiale  $V_0 = 0\text{m/s}$ . Calculer sa vitesse  $V_1$  lorsqu'il a parcouru la distance  $d = 25\text{m}$
- 2) La piste est maintenant recouverte de neige fraîche créant une force de frottement. L'ensemble des forces de frottement agissant sur le skieur est équivalent à une force unique et constante  $f = 90\text{N}$  de même direction que sa vitesse et de sens opposé.
  - a) Calculer la nouvelle accélération  $a_2$  du skieur dans la descente.
  - b) On suppose que ce dernier part toujours avec la même vitesse initiale  $V_0$ . calculer la nouvelle vitesse  $V_2$  lorsqu'il a parcouru la distance  $d = 25\text{m}$ .

Solution :

- 1) La piste de descente est verglacée.
  - a) Calculons l'accélération  $a_1$  du skieur
    - Système : le skieur et son équipement de masse  $m$
    - Référentiel terrestre supposé galiléen
    - Bilan des forces :
      - ❖ Le poids  $\vec{P}$ , appliqué en  $G$ , vertical et vers le bas
      - ❖ La réaction  $\vec{R}$  perpendiculaire au déplacement car il n'y a pas de frottement
      - Appliquons le théorème du centre d'inertie

$$\sum \vec{f}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$$



- $\sin x'x$  on a:  $P_x + R_x = ma_1$   
 $P \sin \alpha + 0 = ma_1$

$$mg \sin \alpha = ma_1 \Rightarrow a_1 = g \sin \alpha$$

$$\text{AN : } a_1 = 9,8 \times \frac{1}{2} = 4,9 \text{ m/s}^2$$

$$a_1 = 4,9 \text{ m/s}^2$$

b) Calculons la vitesse  $V_1$  lorsqu'il a parcouru une distance  $d = 25 \text{ m}$

Le mouvement est uniformément accéléré d'accélération  $a_1 = 4,9 \text{ m/s}^2$ . On a la relation  $V_1^2 - V_0^2 = 2a_1(x_1 - x_0)$

$$x_1 - x_0 = d \text{ et } V_1^2 - V_0^2 = 2g \sin \alpha d$$

$$V_1 = \sqrt{V_0^2 + 2g \sin \alpha d}$$

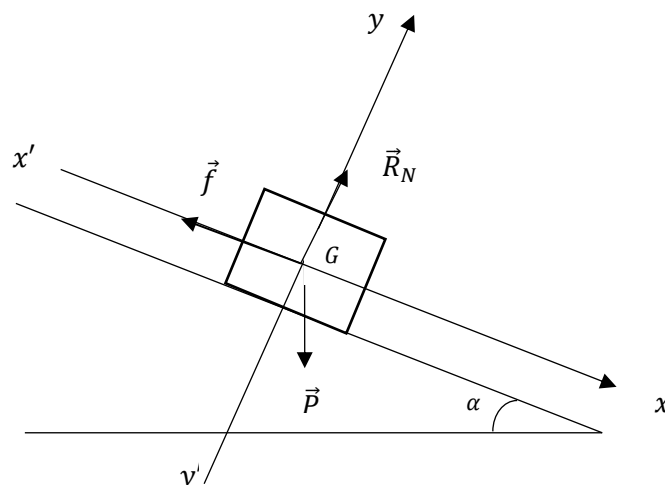
$$V_1 = 15,8 \text{ m/s}$$

On peut aussi appliquer le théorème de l'énergie cinétique.

2) La piste est couverte de neige fraîche : il y a frottement

a) Calculons l'accélération  $a_2$

- Système : Skieur et son équipement de masse  $m$
- Référentiel terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces :
  - ❖ Le poids  $\vec{P}$
  - ❖ La réaction  $\vec{R}$
  - ❖ La force de frottement  $\vec{f}$



- Appliquons le théorème du centre d'inertie :  $\sum \vec{f}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m\vec{a}_G$

$$\sin x' x \text{ on } a : P_x + R_{Nx} + f_x = ma_2$$

$$mgsin\alpha + 0 - f = ma_2$$

$$a_2 = gsin\alpha - \frac{f}{m}$$

$$AN : a_2 = 9,8 \times \frac{1}{2} - \frac{90}{80} = 3,8m/s^2$$

$$a_2 = 4,5 - 1,125 \approx 3,8m/s^2$$

$$a_2 = 3,8m/s^2$$

- b) Calculons la nouvelle vitesse  $V_2$  du skieur

$$V_2^2 - V_0^2 = 2a_2(x_1 - x_0) = 2a_2d$$

$$V_2^2 = \sqrt{V_0^2 + 2a_2d} = 14,1m/s$$

$$V_2 = 14,1m/s$$

### Exemple 2 :

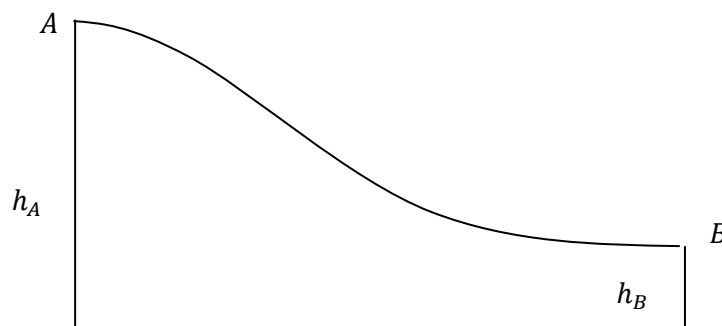
- a) On suppose qu'un skieur glisse sans frottement le long d'une piste  $AB$ . On donne les altitudes des points  $A$  et  $B$  :  $h_A = 1850m$  et  $h_B = 1780m$ . Le skieur part de  $A$  avec une vitesse  $V_A = 1,5m/s$

Calculer sa vitesse  $V_B$  lors de son passage en  $B$ .  $g = 8,9m/s^2$

- b) En réalité, le skieur passe en  $B$  avec une vitesse  $V'_B = 30m/s$

Calculons la valeur de la force de frottement qui s'exerce sur le skieur si l'on suppose qu'elle reste constante.

Pendant toute la durée de la descente. On donne :  $M = 75kg$ , la longueur de la piste  $l = 315m$



## Solution

a) Calculons la vitesse  $V_B$  du skieur à son passage  $B$

- Système : Skieur de masse  $m$
- Référentiel terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces
  - ❖ Le poids  $\vec{P}$
  - ❖ La réaction  $\vec{R}$
- Appliquons le théorème de l'énergie cinétique

$$DE_C = \sum \vec{f} \text{ ext. } EC_B - EC_A = W_{A \rightarrow B}^{\vec{P}} + W_{A \rightarrow B}^{\vec{R}}$$

$W^{\vec{R}} = 0$  car  $\vec{R}$  est perpendiculaire à la piste

$$\frac{1}{2}mV_B^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = mg(h_A - h_B)$$

$$V_B = \sqrt{V_A^2 + 2g(h_A - h_B)}$$

$$V_B = \sqrt{(1,5)^2 + 2 \times 9,8(1850 - 1780)} = 37,1 \text{ m/s}$$

$$V_B = 37,1 \text{ m/s}$$

b) Calculons la vitesse de la force de frottement

- Système : Skieur de masse  $m$
- Référentiel terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces
  - ❖ Le poids  $\vec{P}$
  - ❖ La réaction normale  $\vec{R}_N$
  - ❖ La force de frottement  $\vec{f}$
- Appliquons le théorème de l'énergie cinétique

$$DE_C = \sum \vec{W}_{A \rightarrow B}^{\text{ext}}$$

$$\frac{1}{2}mV_B'^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W^{\vec{P}} + W^{\vec{f}} + W^{\vec{R}_N} \text{ lorsque } W^{\vec{R}_N} = 0$$

$$\frac{1}{2}mV_B'^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = mg(h_A - h_B) - fl$$

$$V_B'^2 - V_A^2 = 2g(h_A - h_B) - \frac{2fl}{m}$$

$$\frac{2fl}{m} = V_A^2 - V_B'^2 + 2g(h_A - h_B)$$

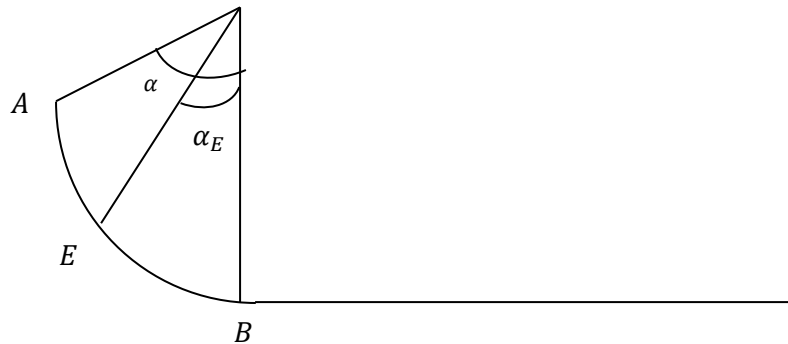
$$f = \frac{m}{2l}(V_A^2 - V_B'^2 + 2g(h_A - h_B))$$

$$f = 56,5 \text{ N}$$

### Exemple3

Un skieur assimilé à un point  $G$ , de masse  $m = 80kg$ , glisse sur une piste formée de deux parties  $AB$  et  $BC$  situées dans un même plan vertical. L'arc  $\widehat{AB}$  de rayon  $r = 50m$  et  $BC$  est la partie rectiligne horizontale de longueur  $= 50m$ . Le skieur part sans vitesse initiale de  $A$  tel que  $(\widehat{OB} \widehat{OA}) = \alpha = \frac{\pi}{3}$

- 1) En négligeant les frottements, calculer la vitesse du skieur au point  $E$ , tel que  $(\widehat{OB} \widehat{OE}) = \alpha_E = \frac{\pi}{6}$ , puis calculer sa vitesse en  $B$ .
- 2) En fait, sur le trajet, existent des forces de frottements assimilables à une force tangente à la trajectoire et d'intensité constants  $F$ . Si le skieur arrive en  $C$  sans vitesse, quelle est la valeur  $F$  de cette force de frottement ?  
On prendra  $g = 10m/s^2$ .



### Solution

- 1) Calculons la vitesse du skieur en  $E$  puis en  $B$ 
  - Système : Skieur de masse  $m$
  - Référentiel terrestre supposé galiléen
  - Bilan des forces :
    - ❖ Le poids  $\vec{P}$
    - ❖ La réaction normale  $\vec{R}$
  - Appliquons le théorème de l'énergie cinétique

$$DE_C = \sum \vec{W}_{A \rightarrow B}^{ext}$$

$$\frac{1}{2}mV_E^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = mg(z_E - z_B) = mgr(\cos\alpha_E - \cos\alpha)$$

$$\frac{1}{2}mV_E^2 = mgr(\cos\alpha_E - \cos\alpha)$$

$$V_E = \sqrt{2gr(\cos\alpha_E - \cos\alpha)}$$



$$AN: V_E = \sqrt{2 \times 10 \times 50 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \right)} \simeq 19,13 \text{ m/s}$$

$$V_E = 19,13 \text{ m/s}$$

$$\text{Puis } V_E = \sqrt{2gr(1 - \cos\alpha)}$$

$$AN: V_B = \sqrt{2 \times 50 \times 10 \left( 1 - \frac{1}{2} \right)} = \sqrt{500} = 22,36 \text{ m/s}$$

$$V_B = 22,36 \text{ m/s}$$

2) Calculons la valeur  $F$  de la force de frottement.

- Système : Skieur de masse  $m$
- Référentiel terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces :
  - ❖ Le poids  $\vec{P}$
  - ❖ La réaction normale  $\vec{R}$
  - ❖ La force de frottement  $\vec{f}$
- Appliquons le théorème de l'énergie cinétique

$$DE_C = \sum \vec{W}_{A \rightarrow B}^{ext}$$

$$V_A = 0 \text{ et } V_C = 0 \Rightarrow 0 = mgr(1 - \cos\alpha) - Fr\alpha \text{ or } r = l$$

$$0 = mgl(1 - \cos\alpha) - Fl\alpha - Fl$$

$$Fl(\alpha + 1) = mgl(1 - \cos\alpha)$$

$$F = \frac{mgl(1 - \cos\alpha)}{\frac{\pi}{3} + 1} = \frac{mg(1 - \cos\alpha)}{\alpha + 1}$$

$$AN: F = \frac{80 \times 10 \left( 1 - \frac{1}{2} \right)}{\frac{\pi}{3} + 1} = \frac{400}{\frac{3,14}{3} + 1} = 195,43 \text{ N}$$

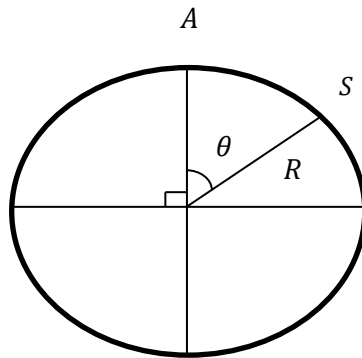
$$F = 195,43 \text{ N}$$

#### Exemple 4

Un solide  $S$  de petite dimension et de masse  $m$  assimilable à un point matériel, est placé au sommet  $A$ , d'une sphère de rayon  $R$  et de centre  $O$ . On déplace légèrement le point matériel  $S$  pour qu'il quitte la position  $A$  avec une vitesse quasiment nulle et glisse sans frottements le long de la sphère en décrivant un arc de cercle dans le plan vertical passant par  $A$ . La position de  $S$  est repérée par l'angle  $\theta = (\widehat{OA AS})$ .

- 1) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, trouver une relation entre  $v, g, R$  et  $\theta$ .
- 2) Appliquer la deuxième loi de Newton au solide ponctuel

- 3) Déterminer la position du solide au moment où il quitte la sphère. Quelle est alors sa vitesse?



### Solution

- 1) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, trouvons la relation entre  $v, g, R$  et  $\theta$

- Système : Solide de masse  $m$
- Référentiel terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces :
  - ❖ Le poids  $\vec{P}$
  - ❖ La réaction normale  $\vec{F}$  de la sphère sur le solide
- Appliquons le théorème de l'énergie cinétique

$$DE_C = \sum \vec{W}_{A \rightarrow B}^{ext}$$

$$\frac{1}{2}mV_S^2 - \frac{1}{2}mV_A^2 = W^{\vec{P}} + W^{\vec{F}} \text{ or } W^{\vec{F}} = 0$$

$$\frac{1}{2}mV_S^2 = mgh \text{ or } h = R - R\cos\theta = R(1 - \cos\theta)$$

$$\frac{1}{2}mV_S^2 = mgR(1 - \cos\theta)$$

$$V_S = \sqrt{2gR(1 - \cos\theta)}$$

- 2) En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminons la relation  $\vec{F}$  de la sphère sur le solide.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$$

Dans la base de Freinet, projetons cette relation suivant la normale  $\vec{n}$

$$P\cos\theta - F = m \frac{V_S^2}{R}$$

$$mg\cos\theta - F = m \times \frac{(2gR(1 - \cos\theta))}{R} \Rightarrow mg\cos\theta - 2mg + 2mg\cos\theta = F$$

$$F = mg(3\cos\theta - 2)$$

3) Déterminons la position du solide au moment où il quitte la sphère

Le solide quitte la sphère lorsque  $F \geq 0$

Cas limite  $F = 0 \Rightarrow mg(3\cos\theta - 2) = 0$

$$mg \neq 0 \text{ et } \cos\theta = \frac{2}{3}$$

$$\theta = \arccos \frac{2}{3} = 48,18^\circ$$

La vitesse est alors de :

$$V = \sqrt{2gR \left(1 - \frac{2}{3}\right)} = \sqrt{\frac{2}{3}gR}$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{3}gR}$$

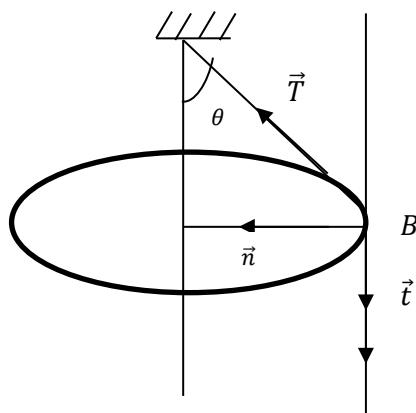
**Exemple 5 :** On considère un pendule constitué d'une boule  $B$  (de masse  $m$  et de centre  $G$ ) et d'un fil inextensible de longueur  $l$  et de masse négligeable. Ce pendule est mis en mouvement de rotation uniforme au tour d'un axe vertical  $\Delta$  d'un référentiel galiléen.

Montons qu'un tel mouvement n'est possible que si la vitesse angulaire  $w$  est supérieure à la valeur  $w_0$  que l'on calculera.

Déterminons alors la valeur de l'angle d'inclinaison  $\theta$  que prend le fil par rapport à l'axe  $\Delta$ , ainsi que la tension du fil.

### Solution

- Système : boule de masse  $m$
- Référentiel terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces :
  - ❖ Le poids  $\vec{P}$
  - ❖ La réaction  $\vec{T}$
- Appliquons le théorème de l'énergie cinétique



$$\sum \vec{f}_{ext} = m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G \quad r = l \sin \theta$$

Suivant la tangentielle on a :  $T \cos \theta = mg$  (1)

Suivant la normale on a :  $T \sin \theta = mw^2 l \sin \theta$  (2)

(1) donne :  $T \sin \theta = \frac{w^2 l \sin \theta}{g}$

(2)  $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{w^2 l \sin \theta}{g} \Rightarrow \frac{1}{\cos \theta} \Rightarrow \frac{1}{\cos \theta} = \frac{w^2 l}{g}$

D'où  $\cos \theta = \frac{g}{w^2 l}$  or  $\cos \theta < 1 \Rightarrow \frac{g}{w^2 l} < 1$

Le pendule ne s'écarte de la vitesse que si  $w > w_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$

Si  $w > w_0$  le pendule prend une inclinaison  $\theta$  déterminée par  $\cos \theta = \frac{g}{w^2 l}$

La tension  $T$  du fil a pour expression :

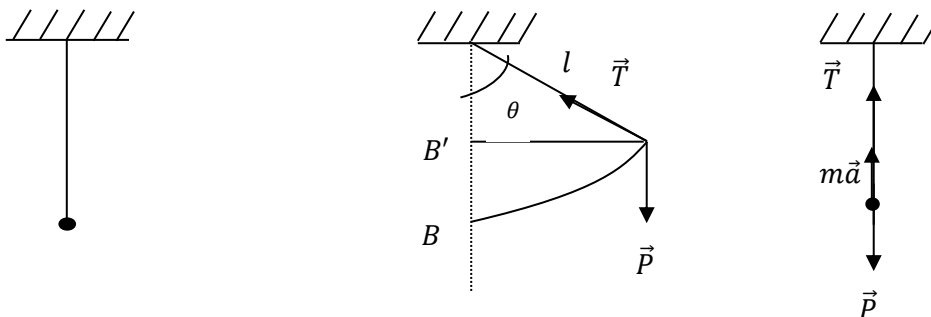
$$T = \frac{mg}{\cos \theta} = \frac{mg}{\frac{g}{w^2 l}} = \frac{mg \times w^2 l}{g} = mw^2 l$$

$$T = mw^2 l$$

**Exemple 6 :** Un pendule est constitué par une petite boule de petite dimension, de masse  $m$ , suspendue à un point fixe par un fil inextensible de longueur  $l$ . Le pendule est écarté d'un angle  $\theta$  de sa position d'équilibre et abandonné sans vitesse initiale.

- Déterminer la vitesse  $V$  du pendule lorsqu'il passe par sa position d'équilibre.
- quelle est alors la tension du fil ?

**Solution**



a) Déterminer la vitesse  $V$  du pendule lorsqu'il passe par sa position d'équilibre.

- Système : boule de masse  $m$
- Référentiel terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces :
  - ❖ Le poids  $\vec{P}$
  - ❖ La réaction  $\vec{T}$
- Appliquons le théorème de l'énergie cinétique

$$DE_C = \sum W \vec{F}_{ext}$$

$$\frac{1}{2} m V^2 = mgh = mgl(1 - \cos\theta)$$

$$V = \sqrt{2gl(1 - \cos\theta)}$$

b) Déterminons la tension du fil

Appliquons le théorème du centre d'inertie

$$\sum \vec{f}_{ext} = m \vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m \vec{a}_G$$

Suivant  $k$  verticale on a :  $T - mg = m \frac{V^2}{l}$

$$T = mg + m(2gl \frac{(1 - \cos\theta)}{l})$$

$$T = mg + 2mg - 2mg \cos\theta = 3mg - 2mg \cos\theta$$

$$T = mg(3 - 2\cos\theta)$$

## Chapitre 4 : APPLICATION DES LOIS DE NEWTON

### I. Mouvement dans le champ de gravitation

#### 1.1) Première Loi de Kepler

Par rapport au référentiel héliocentrique (ou de Copernic), les trajectoires des planètes sont des ellipses dont le soleil occupe le foyer. En réalité, ces ellipses sont très proches des cercles.

Remarque : une planète est soumise essentiellement à l'attraction du soleil et l'action des autres ne se manifeste que par de très faibles perturbations qui sont négligeables par la suite.

#### 1.2) Démonstration des 2e et 3e lois de Kepler dans l'approvisionnement des trajectoires circulaires

\* La 2<sup>e</sup> loi se simplifie : la vitesse angulaire d'une planète sur la trajectoire est une constante donc le mouvement est circulaire uniforme.

D'où  $\vec{a} = \frac{\vec{f}}{m}$  est centripète.

$$a_t = \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = \text{constante et } \omega = \frac{V}{R}$$

\* La 3<sup>e</sup> loi

Le carré de la période de révolution est proportionnel au cube du rayon de la trajectoire.

$$T = \frac{2\pi R}{V} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{V^2} \text{ et } a = g_0 = \frac{V^2}{R} = \frac{GM}{R^2}$$

$$\Rightarrow V^2 = \frac{GMR}{R^2} = \frac{GM}{R}$$

$$\text{L'expression devient } T^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{\frac{GM}{R}} = \frac{4\pi^2 R^3}{GM}$$

$$\text{D'où } \frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

Le deuxième membre de cette expression ne dépend pas de la planète considérée puisque M est la masse du soleil.

Pour toutes les planètes,  $\frac{T^2}{R^3} = \text{Constante}$

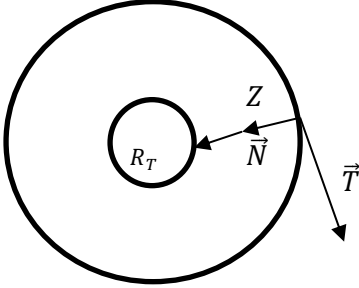
#### 1.3) Mouvement d'un satellite

Lors d'un lancement d'un satellite autour de la Terre, il est soumis au champ de gravitation terrestre. Considérons les satellites de trajectoires circulaires. On démontre que le plan de la trajectoire contient le centre de la Terre. On établit les relations donnant la vitesse et la période de révolution en fonction de l'altitude Z du satellite.

- Choisissons le référentiel géocentrique supposé galiléen
- Le système : satellite
- Bilan des forces :  $\vec{F} = m\vec{g}$
- Le théorème du centre d'inertie

$$\begin{aligned}\sum \vec{f}_{ext} &= m\vec{a}_G \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}_G \\ \Rightarrow \vec{a}_G &= \vec{g}\end{aligned}$$

Dans la base de Frenet  $(\vec{T}, \vec{N})$ , on a :



$$\vec{G} \begin{pmatrix} 0 \\ g \end{pmatrix} \text{ et } \vec{a}_G \begin{pmatrix} \frac{dV}{dt} \\ \frac{V^2}{r} \end{pmatrix}, \text{ donc } \frac{dV}{dt} = 0 \text{ et } G = \frac{V^2}{r} \text{ avec } r = R_T + Z$$

Le mouvement étant uniforme,  $G = \frac{V^2}{r} \Rightarrow V = \sqrt{rG}$

$$\Rightarrow V = \sqrt{G(R_T + Z)} \text{ or } G = \frac{GM}{(R+Z)^2} = G_0 \frac{r^2}{(R+Z)^2}$$

Avec  $G_0 = g_0$ , la valeur du champ de pesanteur à l'altitude  $Z=0$

$$\text{D'où } V = R \sqrt{\frac{g_0}{(R+Z)}}$$

$$a_G = \frac{V^2}{R} = \frac{R^2 g_0}{R(R+Z)} = \frac{Rg_0}{R+Z}$$

$$a_G = \frac{Rg_0}{R+Z}$$

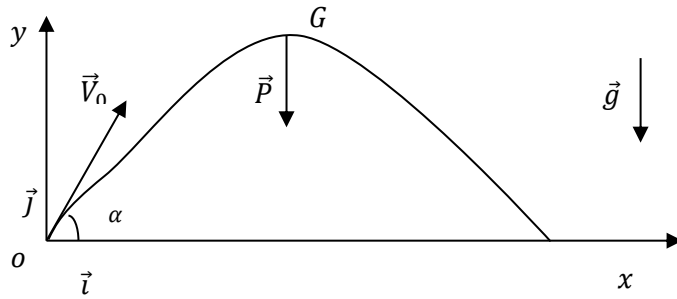
La vitesse diminue quand l'altitude augmente et est indépendante de la masse du satellite.

Ainsi, pour une altitude donnée  $Z=300\text{km}$ , on trouve ( $V=7,72\text{km/s}$ ). La période ou la durée

$$\text{d'un tour du satellite est : } T = \frac{2\pi(R+Z)}{V} = 2\pi \sqrt{\frac{(R+Z)^3}{g_0 R^2}} \text{ pour } Z=300\text{km}, T = 5429\text{s} \cong 1\text{h}30\text{min}$$

## II. Mouvement dans un champ uniforme indépendant du temps

Un projectile de masse  $m$  est lancé dans un champ de pesanteur  $\vec{g}$  considéré localement comme uniforme. La vitesse de lancement  $\vec{V}_0$  fait un angle de tir  $\alpha$  avec le plan horizontal. La résistance de l'air et la poussée d'Archimède sont négligeables. On étudie le mouvement du centre d'inertie du projectile.



### 1. Accélération du centre d'inertie

La deuxième loi de Newton permet de déterminer l'accélération du point G.

- \* Choix du référentiel terrestre supposé Galiléen
- \* Système : projectile de masse  $m$
- \* Bilan des forces appliquées :  $\vec{P} = m\vec{g}$
- \* Appliquons le théorème du centre d'inertie :  $\vec{P} = m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g}$

Lors d'un mouvement de chute libre dans le champ de pesanteur  $\vec{g}$  uniforme, le vecteur accélération du centre d'inertie  $\vec{a}_G$  du projectile est égal à  $\vec{g}$ . Le mouvement est indépendant de la masse du projectile.

### 2. Equations universelles du mouvement du centre d'inertie

$\vec{a}_G = \vec{g}$  : Equation 1

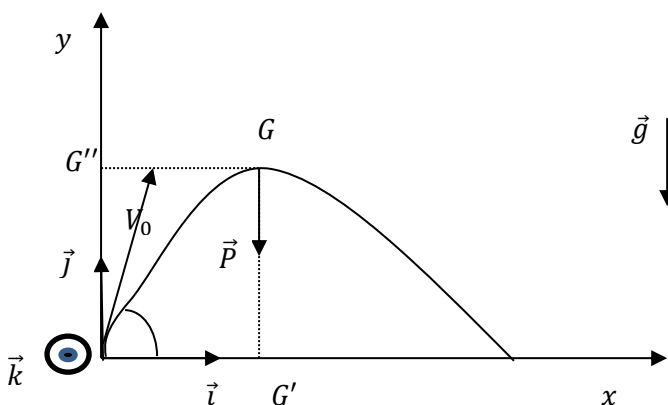
A  $t_0 = 0$ , G occupe  $G_0$  avec une vitesse  $V_0$ . Les équations vectorielles du mouvement s'obtiennent par intégration successives de l'équation 1.

$\vec{V} = \vec{g}t + \vec{V}_0$  : Equation 2

$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{V}_0t + \overrightarrow{OG_0}$  : Equation 3

### 3. Equations horaires

Choisissons le repère  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  le mieux adapté pour déterminer les coordonnées des vecteurs accélération, vitesse et position du centre d'inertie.





- \* Le point G' décrit l'axe horizontal  $(o, \vec{i})$  avec un mouvement uniforme.
- \* Le point G'' décrit l'axe vertical  $(o, \vec{j})$  avec un mouvement uniformément varié.
- \* L'axe  $(o, \vec{j})$  vertical ascendant, alors  $\vec{g} = -g\vec{j}$  avec  $\|\vec{g}\| = g$
- \* L'axe  $(o, \vec{i})$  horizontal, le plan  $(\vec{i}, \vec{j})$  contenant le vecteur vitesse initiale  $\vec{V}_0$ , caractérisé par la mesure de l'angle  $(\vec{i}, \vec{V}_0)$  telle que  $0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ .

Alors,  $\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin \alpha \end{cases}$

$\vec{V}_0 = V_0 \cos \alpha \vec{i} + V_0 \sin \alpha \vec{j}$  avec  $\|\vec{V}_0\| = V_0$

Les équations cartésiennes du mouvement s'obtiennent :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ a_z = 0 \end{cases} ; \vec{V}_G \begin{cases} V_x = V_0 \cos \alpha \\ V_y = -gt + V_0 \sin \alpha \\ V_z = 0 \end{cases} ; \vec{OG} \begin{cases} x = V_0 \cos \alpha t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha t \\ z = 0 \end{cases}$$

Les équations horaires du mouvement nous montrent que :

- Le mouvement du projeté G selon l'horizontale est uniforme ;
- Le mouvement du projeté G selon la verticale est uniformément varié.
- ❖ Cas particuliers

Pour  $\vec{V}_0 = \vec{0}$ , nous obtenons l'équation d'un mouvement de chute libre sans vitesse initiale :  
 $y = -\frac{1}{2}gt^2$

Pour  $\alpha = \pi/2$ , le vecteur vitesse initiale est parallèle à  $\vec{g}$  ; le mouvement est rectiligne, uniformément varié, selon la verticale :  $y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t$

#### 4. Etude de la trajectoire

Pour  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , l'équation cartésienne de la trajectoire dans le repère  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , s'obtient en éliminant le temps t entre les expressions  $x(t)$  et  $y(t)$ , il vient :

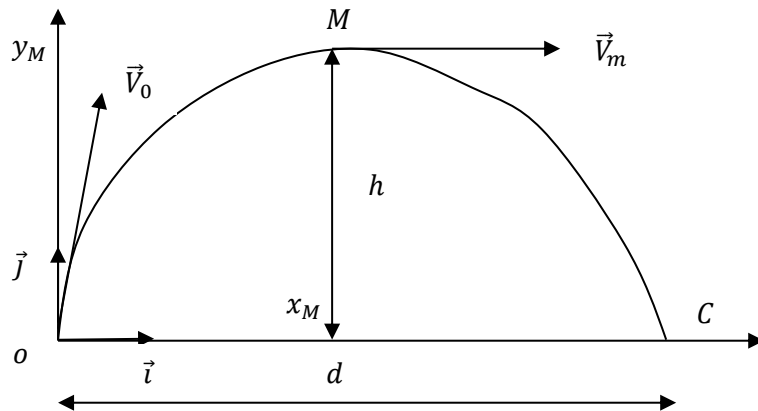
$$t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha} \text{ d'où } y = -\frac{1}{2} \frac{g}{V_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

Soit avec  $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$ , on obtient :

$$y = -\frac{g}{2V_0^2} (1 + \tan^2 \alpha) x^2 + x \tan \alpha$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$$

La trajectoire est une parabole située dans le plan de tir  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  et dont la concavité est tournée vers le bas.



Exprimons quelques caractéristiques de la trajectoire parabolique.

- La flèche est l'altitude maximale  $h = Z_m$  atteinte par le projectile.

Au point M, le vecteur vitesse  $\vec{V}_M$  est parallèle à  $(ox)$  donc  $V_y = 0 \Leftrightarrow -gt + V_0 \sin \alpha = 0$

$$\Rightarrow t_M = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}$$

En reportant  $t_M$  dans l'expression de  $y$ , on obtient :

$$y_M = h = -\frac{1}{2}g \left( \frac{V_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 + V_0 \sin \alpha \left( \frac{V_0 \sin \alpha}{g} \right)$$

$$\Rightarrow h = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{g} \left( -\frac{1}{2} + 1 \right)$$

$$\Rightarrow y_M = h = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

La flèche est évidemment maximale pour  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  (*tir vertical*)

- La portée horizontale est l'abscisse du point C de la trajectoire d'ordonnée nulle, c'est-à-dire situé dans le plan horizontal passant par O.

Avec  $Z_c = 0$ , on obtient :  $0 = -\frac{1}{2} \frac{gx_c^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha} + x_c \tan \alpha$

$$\Rightarrow x_c \left( -\frac{1}{2} \frac{gx_c}{V_0^2 \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \right) = 0$$

$x_c = 0$  correspond au point de lancement O, l'autre solution au point C, d'où :

$$-\frac{1}{2} \frac{gx_c}{V_0^2 \cos^2 \alpha} = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow x_c = \frac{2V_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} \text{ Or } \cos \alpha \sin \alpha = \sin 2\alpha$$

$$\text{Donc, } x_c = \frac{2V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Pour une vitesse initiale  $V_0$  donnée, la portée est maximale pour  $\sin 2\alpha = 1$  soit  $\alpha = 45^\circ$

$$\text{D'où } d_{\max} = \frac{V_0^2}{g}$$

$$\text{Pour } d < d_{\max}, \sin 2\alpha = \frac{gd}{V_0^2}$$

Cette équation admet deux solutions  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  telles que :

$$2\alpha_2 = \pi - 2\alpha_1 \text{ soit } \alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha_1$$

Exemple : un projectile est lancé dans le champ de pesanteur avec une vitesse  $V_0 = 200\text{m/s}$

Calculer, pour une portée horizontale de 25000m

- 1) Les angles de tir possibles
- 2) La flèche
- 3) La durée de tir, l'impact se reproduisant sur le sol, plan horizontal contenant le point de lancement
- 4) La vitesse lors de l'impact. ( $g=9,8\text{m/s}^2$ )

Solution

- 1) Les angles de tir possible

$$\text{Nous avons : } \sin 2\alpha_1 = \frac{gd}{V_0^2}$$

$$\text{AN : } \sin 2\alpha_1 = \frac{9,8 \times 2500}{(200)^2} = 0,6125$$

$$\Rightarrow 2\alpha_1 = \arcsin(0,6125) = 37,8^\circ \text{ soit } \alpha_1 = 18,9^\circ \text{ et}$$

$$2\alpha_2 = \pi - 2\alpha_1 \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha_1$$

$$\alpha_2 = 90^\circ - 18,9^\circ = 71,1^\circ$$

$$2) \text{ La flèche } h = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$* \text{ Avec } \alpha_1 = 18,9^\circ, h = 214\text{m} \text{ (tir tendu)}$$

$$* \text{ Avec } \alpha_2 = 71,1^\circ, h = 1825\text{m} \text{ (tir en cloche)}$$

- 3) La durée du tir

$$Z_C = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \sin \alpha t = 0$$

$$\Rightarrow t(-\frac{1}{2}gt + V_0 \sin \alpha) = 0$$

$$\Rightarrow t = 0 \text{ ou } t = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g}$$

$$* \text{ Avec } \alpha_1 = 18,9^\circ, t_1 = 13,2\text{s}$$

$$* \text{ Avec } \alpha_2 = 71,1^\circ, t_2 = 38,6\text{s}$$

4) La vitesse lors de l'impact

$$\begin{cases} \dot{x}_c = V_0 \cos \alpha \\ \dot{y}_0 = -V_0 \sin \alpha \\ \dot{z}_c = 0 \end{cases} \text{ d'où, } V_c = \sqrt{\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 + \dot{z}_c^2} = V_0 = 200 \text{ m/s}$$

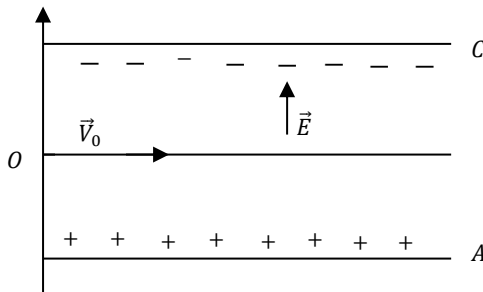
$$V_c = V_0 = 200 \text{ m/s}$$

### III. Mouvement d'une particule chargée

Considérons un champ électrique uniforme  $\vec{E}$  existant entre deux plaques parallèles  $A$  et  $C$  tel que  $V_A - V_B = U_{AC} > 0$

Une particule de masse  $m$  et de charge  $q$  est lancée dans ce champ à partir du point  $O$  avec une vitesse initiale  $\vec{V}_0$ .

Pour déterminer les caractéristiques du mouvement de son centre d'inertie, appliquons à la particule le théorème du centre d'inertie.



- Accélération

La seule force appliquée à la particule est la force électrique  $\vec{F}$ , son poids est négligeable.

Dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen, on peut écrire :  $\sum \vec{f}_{ext} = m\vec{a}_G$

$$\vec{F} = m\vec{a}_G \text{ or } \vec{F} = q\vec{E}$$

$$\text{D'où } q\vec{E} = m\vec{a}_G \text{ et } \vec{a}_G = \frac{q\vec{E}}{m}$$

- Vitesse

La vitesse du centre d'inertie de la trajectoire dans la zone où règne le champ est  $\vec{V}_G$  tel que  $\frac{d\vec{V}_G}{dt} = \vec{a}_G \Rightarrow \vec{V}_G = \vec{a}_G t + \vec{V}_0$  où  $\vec{V}_0$  est la vitesse initiale du centre d'inertie de la particule à la date prise comme origine des dates.

- Position

La position du centre d'inertie de la particule est donnée par le vecteur  $\overrightarrow{OG}$  où  $O$  est l'origine du repère d'espace choisi.

$$\overrightarrow{OG} \text{ est tel que } \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = \overrightarrow{V_G} = \overrightarrow{a_G}t + \overrightarrow{V_0} \Rightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{a_G}t^2 + \overrightarrow{V_0}t + \overrightarrow{OG_0}$$

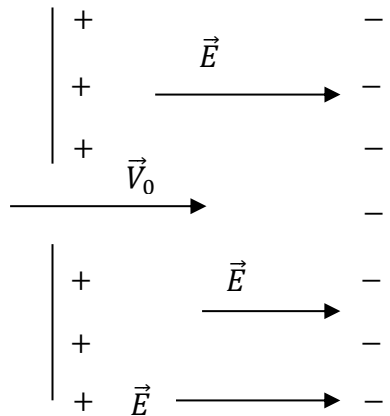
- Trajectoire

Les équations paramétriques de la trajectoire du centre d'inertie de la particule s'obtiennent en faisant les projections sur les axes du repère d'espace du vecteur position. On a donc :

$$\overrightarrow{OG} = \begin{cases} x = \frac{1}{2}a_{Gx}t^2 + V_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}a_{Gy}t^2 + V_{0y}t + y_0 \\ z = \frac{1}{2}a_{Gz}t^2 + V_{0z}t + z_0 \end{cases}$$

Les conditions initiales du mouvement peuvent apporter des simplifications qui permettent de déterminer la nature géométrique de la trajectoire de la particule.

\* Cas où  $\vec{E}$  est parallèle à  $\vec{V_0}$



Considérons une particule de charge  $q$  et de masse  $m$  qui pénètre à une date prise comme origine des dates dans un espace où règne un champ électrique uniforme  $\vec{E}$ , avec une vitesse  $\vec{V_0}$  de même direction que  $\vec{E}$ .

Appliquons la 2<sup>e</sup> loi de Newton

$$\sum \vec{f}_{ext} = m\vec{a} \text{ sachant que } P \ll F_e$$

$$\Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a}_G$$

$$\Rightarrow \vec{a}_G = \frac{q\vec{E}}{m}$$

Faisons la projection de  $\vec{a}_G$  sur les axes du repère d'étude et nous obtenons :

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = \frac{qE}{m} \\ a_y = 0 \\ a_z = 0 \end{cases}$$

De cette projection, on peut obtenir les composantes du vecteur vitesse du centre d'inertie de la particule :

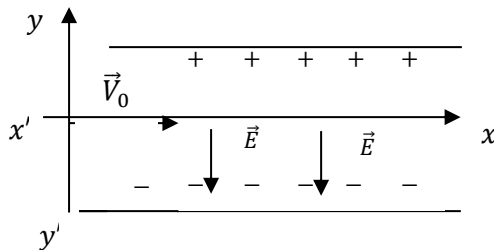
$$\vec{V}_G \begin{cases} V_x = \frac{qE}{m}t + V_0 \\ V_y = 0 \\ V_z = 0 \end{cases}$$

Puis celles du vecteur position

$$\vec{OG} \begin{cases} x = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 + V_0 t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

Les équations paramétriques du mouvement montrent que la particule se déplace suivant l'axe  $x'ox$  ( $y=0$  et  $z=0$ ).

\* Cas où  $\vec{E}$  est orthogonal à  $\vec{V}_0$



Considérons une particule de charge  $q$  et de masse  $m$  qui pénètre à une date prise comme origine des dates dans un espace où règne un champ électrique  $\vec{E}$ , avec une vitesse  $\vec{V}_0$  orthogonal à  $\vec{E}$ . Prenons comme origine des espaces le point d'entrée de la particule dans la région et comme axes des coordonnées de la direction du champ  $\vec{E}$ , celle de  $\vec{V}_0$  et une direction qui leur est normale.

Appliquons le théorème du centre d'inertie :

$$\sum \vec{f}_{ext} = m\vec{a}_G \text{ suivant } \vec{P} \ll \vec{F}_e$$

$$\Rightarrow q\vec{E} = m\vec{a}_G$$

$$\Rightarrow \vec{a}_G = \frac{q\vec{E}}{m}$$

La projection de  $\vec{a}_G$  sur les axes donne :

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{qE}{m} \\ a_z = 0 \end{cases} \text{ d'où } \vec{V}_G \begin{cases} V_x = 0 \\ V_y = -\frac{qE}{m}t \\ V_z = 0 \end{cases} \text{ et } \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_0t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 & (2) \\ z = 0 \end{cases}$$

Les équations paramétriques montrent que le mouvement de la particule est :

- Uniforme sur l'axe  $x'ox$
- Uniformément varié suivant l'axe  $y'oy$

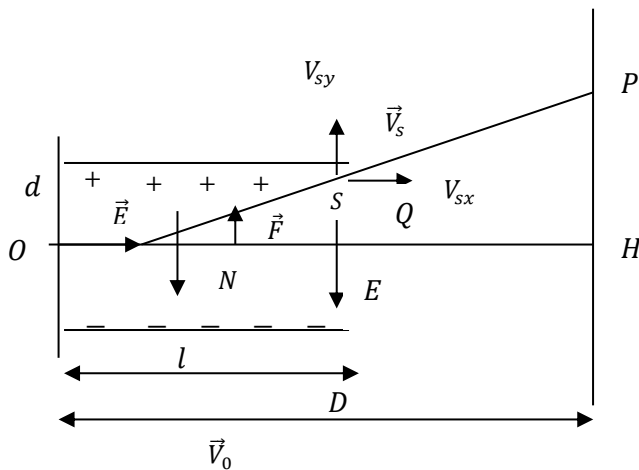
Comme  $z=0$  à chaque instant, la particule se déplace donc dans le plan contenant  $\vec{V}_0$  et  $\vec{E}$ .

En calculant  $t$  dans (1) on a :  $t = \frac{x}{V_0}$  (3) et en le remplaçant par sa valeur dans (2), on obtient :

$$y = -\frac{1}{2}\frac{qEx^2}{mV_0^2} \quad (4)$$

La trajectoire de la particule est une parabole de sommet  $O$ .

- Déviation et déflexion



Considérons une particule de charge  $q < 0$  et de masse  $m$  animée d'un vecteur vitesse  $\vec{V}_0$  horizontale qui pénètre entre les armatures d'un condensateur plan chargé sous une tension  $U$ . La distance entre les armatures est  $d$  et leur longueur  $l$ .

A la sortie du condensateur la particule frappe un écran en  $P$ . L'écran est situé à une distance  $D$  de  $O$ .

#### \* Equation du mouvement

La particule est soumise à la force électrostatique  $\vec{F} = q\vec{E}$  de même direction que  $\vec{E}$  et de sens opposé, d'intensité  $F = qE$ . Le mouvement se fait dans le plan  $xoy$ .

La 2<sup>e</sup> loi de Newton donne  $\vec{a}_G = \frac{q\vec{E}}{m}$

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_{Gx} = 0 \\ a_{Gy} = \frac{qE}{m} \end{cases} \text{ d'où } \vec{V}_G \begin{cases} V_{Gx} = V_0 \\ V_{Gy} = \frac{qE}{m}t \end{cases} \text{ et } \overrightarrow{OG} \begin{cases} x = V_0t \\ y = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire

$$x = V_0t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0}$$

Donc  $y = -\frac{1}{2}\frac{qEx^2}{mV_0^2}$  Pour  $x=l$ , on a :

$y = -\frac{1}{2}\frac{qEl^2}{mV_0^2}$  la trajectoire est un arc de parabole.

\* Vitesse à la sortie du condensateur

1<sup>ère</sup> méthode : Théorème de Pythagore

$$V_s^2 = V_{sx}^2 + V_{sy}^2 \Rightarrow V_s = \sqrt{V_{sx}^2 + V_{sy}^2}$$

$$V_{sx} = \frac{dx}{dt} = V_0 \text{ et } V_{sy} = \frac{dy}{dt} = \frac{qEl}{mV_0} \text{ or } E = \frac{U}{d} \text{ d'où } V_{sy} = \frac{qUl}{mV_0d}$$

$$\Rightarrow V_s = \sqrt{V_0^2 + \left(\frac{qUl}{mV_0d}\right)^2}$$

2<sup>e</sup> méthode : théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta Ec = \sum W_{fext}$$

$$\frac{1}{2}mV_s^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = Fy$$

$$\frac{1}{2}mV_s^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = qE \times \frac{qEl^2}{2mV_0^2}$$

$$V_s^2 - V_0^2 = \frac{q^2U^2l^2}{m^2V_0^2d^2}$$

$$V_s^2 = V_0^2 - \frac{q^2U^2l^2}{m^2V_0^2d^2}$$

$$\Rightarrow V_s = \sqrt{V_0^2 - \frac{q^2U^2l^2}{m^2V_0^2d^2}}$$

\* Déviation et déflexion

Entre l'entrée et la sortie  $S$  du champ  $E$ , la trajectoire de la particule est déviée d'un angle  $\alpha$  appelé déviation. La distance  $HP$  est la déflexion.

$$\tan\alpha = \frac{V_{sy}}{V_{sx}} = \frac{\frac{qUl}{mV_0d}}{V_0} = \frac{qUl}{mV_0^2d} \quad (1)$$



$$\tan \alpha \frac{HP}{HN} = \frac{y(P)}{D - \frac{l}{2}} = \frac{y_S}{\frac{l}{2}} \quad (2)$$

$$(1)=(2) \Leftrightarrow \frac{qUl}{mV_0^2 d} = \frac{y(P)}{D - \frac{l}{2}} \Rightarrow y(P) = \frac{qUl}{mV_0^2 d} (D - l/2)$$

La charge massique est déterminée par la relation :  $\frac{q}{m} = \frac{y(P)V_0^2 d}{Ul(D - l/2)}$

La condition pour que les particules sortent du champ E.

Le faisceau sort des plaques si  $x = l$  et  $y < \frac{d}{2}$

$$\text{Soit } y = \frac{qUl^2}{2mdV_0^2} < \frac{d}{2} \Rightarrow \frac{qUl^2}{md^2V_0^2} < 1$$

Pour la tension U donnée, les particules sortent du champ si  $V_0^2 > \frac{qUl^2}{md^2}$ . Sinon, elles sont trop déviées et heurtent une des armatures.

**(page 9 et 10 manquantes)**

De S et arrivent en I et J avec une vitesse.

Pour la première particule de masse  $m_1$  et de rayon  $R_i$

D'après  $\Delta Ec$

$$\frac{1}{2} m_1 V_1^2 = qU_0 \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2qU_0}{m_1}}$$

$$\text{On sait que } R_1 = \frac{m_1 V_1}{qB} = \frac{m_1}{qB} \sqrt{\frac{2qU_0}{m_1}} = \sqrt{\frac{m_1^2 2qU_0}{m_1 q^2 B^2}}$$

$$R_1 = \sqrt{\frac{2m_1 U_0}{qB^2}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_1 U_0}{q}}$$

La seconde particule de masse  $m_2$  et de rayon  $R_2$

$$\text{On a : } \frac{1}{2} m_2 V_2^2 = qU_0 \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2qU_0}{m_2}}$$

$$\text{Or } R_2 = \frac{m_2 V_2}{qB} = \frac{m_2}{qB} \sqrt{\frac{2qU_0}{m_2}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_2 U_0}{q}}$$

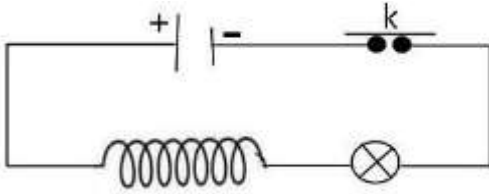
$$R_2 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m_2 U_0}{q}}$$

$$\text{Le rapport } \frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2}$$

Ce dispositif permet de séparer les isotopes. Les particules de plus grandes masses tombent plus loin que les particules de petites masses.

## Chapitre 5: AUTO-INDUCTION

### 1. Mise en induction expérimentale de l'auto-induction



Le circuit est constitué par un générateur de tension continue, une bobine emportant un noyau de fer doux, une lampe et un interrupteur.

- Lorsque l'on ferme le circuit en baissant l'interrupteur, la lampe ne brille de tout, son éclat qu'après 1 à 2 secondes. Il y'a donc un retard à l'établissement du courant électrique dans le circuit.
- Lorsque l'on ouvre le circuit en soulevant l'interrupteur, la lampe brille encore pendant 1 à 2 secondes avant de s'éteindre. Il y'a donc un retard à la coupure du courant dans le circuit.

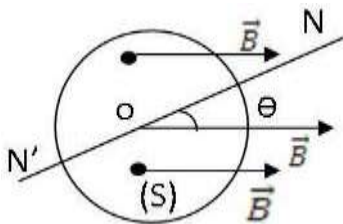
### 2. Un courant induit

Quand approche rapidement le pôle nord de l'aimant de l'une des faces de la bobine, le galvanomètre détecte le passage d'un bref courant dans un sens déterminé.

Le courant est apparu dans un circuit qui ne compte pas un générateur. ce courant porte le nom de courant induit : le phénomène physique qui l'engendre s'appelle l'induction électromagnétique. Le circuit dans lequel il apparaît (la bobine) constitue l'induit et l'aimant qui permet de le créer est l'inducteur.

- Un courant induit apparaît dans un circuit si on déplace un aimant dans son voisinage ou si on déplace le circuit devant un aimant
- le courant induit s'annule lorsque le déplacement relatif cesse

### 3. Le flux magnétique



Lorsqu'un circuit parcouru ou non par un courant est plongé dans un champ magnétique que l'on note  $\vec{B}$

- On choisit de manière arbitraire un sens positif sur le circuit.
- On définit le vecteur surface  $\vec{S}$  du circuit dont les caractéristiques sont :
  - ❖ Direction : la normale au circuit

- ❖ Sens : vers la gauche du bonhomme d'ampère couché sur le circuit de façon que le sens positif choisi entre par ses pieds et sort par la tête et qui regarde l'intérieur du circuit.
- ❖ Norme : égale à la surface  $S$  du circuit.

Le flux magnétique à travers le circuit vaut :

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \theta$$

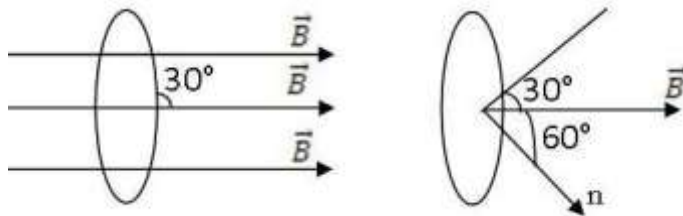
$$\theta = (\vec{B}, \vec{S}) \text{ et } 0 < \theta < 180^\circ$$

$$B \text{ en } T ; S \text{ en } m^2 \text{ et } \Phi \text{ en } wb$$

Dans le système international d'unité, le flux se mesure en webers de symbole  $wb$

Exemple : Une bobine plate d'aire  $S = 30 \text{ cm}^2$  comporte  $N = 50 \text{ spires}$ . Elle est placée dans un champ magnétique uniforme d'intensité  $B = 0,02 \text{ T}$ , comme l'indique la figure ci-dessous.

Traçons un vecteur normal  $\vec{n}$  tel que  $(\vec{B}, \vec{n}) = 60^\circ$



Le flux est  $\Phi = NBS \cos 60^\circ$

$$\text{AN: } \Phi = 50 \times 0,02 \times 30 \cdot 10^{-4} \times \cos 60^\circ = 1,5 \cdot 10^{-3} wb$$

$$\Phi = 1,5 \cdot 10^{-3} wb$$

Si l'orientation imposée avait été de sens contraire nous aurions trouvé :

$$\Phi = -1,5 \cdot 10^{-3} wb$$

**Remarque** : toute variation du flux magnétique à travers un circuit fermé  $\gamma$  fait apparaître un courant induit.

#### 4. La loi de Lenz

Le sens du courant induit est tel que le flux magnétique qu'il crée à travers l'induit s'oppose à la variation du flux qui lui donne naissance.

Quand le champ magnétique inducteur  $\vec{B}$  augmente le courant induit crée un champ  $\vec{B}'$  de sens opposé à celui de  $\vec{B}$ .

$$\Phi_{total} = \Phi + \Phi' = NS(B - B')$$

Quand le champ magnétique inducteur  $\vec{B}$  diminue, le courant induit crée un champ  $\vec{B}'$  de même sens que  $\vec{B}$ .

$$\Phi_{total} = \Phi + \Phi' = NS(B - B')$$

### 5. Force électromagnétique auto-induite

Pour une bobine sans noyau en fer, on a l'expression suivant :  $e = -L \frac{di}{dt}$  avec  $L > 0$  (1)

$e$  s'exprime en V;  $i$  en ampère(A),  $t$  en secondes et  $L$  en Henrys de symbole H

La force électromotrice auto-induite instantané est donnée par la relation :

$$e = -L \frac{di}{dt} \quad (2)$$

### 6. Auto-inductance d'une bobine

Le calcul de l'inductance  $L$  d'une bobine comportant  $N$  spires, de surface  $S$ , sur une longueur  $l$  créant un champ uniforme  $B$ . Cette bobine est assimilée à un solénoïde théorique :

Son flux magnétique vaut :

$$\Phi_p = \vec{B} \cdot \vec{S} = B.S \quad (1) \text{ car } \theta = 0$$

Son flux magnétique a pour expression

$$\Phi_p = Li$$

A travers  $N$  spires

$$\Phi_p = NBS \text{ or } B = \mu_0 n_i = \mu_0 \frac{N}{l} i$$

$$\Phi_p = N\mu_0 \frac{N}{l} S i = \mu_0 \frac{N^2}{l} S i$$

$$\Phi_p = \mu_0 \frac{N^2}{l} S i \quad (1)'$$

Egalisons : (1)' et (2)  $\Phi_p = \Phi_p$

$$Li = \mu_0 \frac{N^2}{l} S i \Rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$$

**Définition** : Le coefficient positif  $L$ , s'appelle auto-inductance de la bobine. On le désigne simplement par inductance de la bobine. L'inductance est caractéristique de la bobine, elle est indépendante de l'intensité du courant électrique qui parcourt la bobine.

**Exemple** : calculer l'inductance d'un solénoïde dont la longueur  $l$  est très grande devant le rayon  $r$ . Le nombre de spires par unité de longueur est  $n$ .

### Application numérique

$$l = 0,5m, r = 2,5cm, n = 2.10^4 \text{ spires.m}^{-1}$$

### Solution

Calculons l'inductance  $L$  de la bobine

$$B = \mu_0 n i$$

- Le flux magnétique pour une spire est :  $\Phi_0 = BS = \mu_0 n \pi r^2 i$
- Le flux propre traversant  $N$  spires avec  $N = nl$  est :  $\Phi = nl\Phi_0 = \mu_0 n^2 l \pi r^2 i$  (1)
- Cette expression est aussi de la forme :  $\Phi = Li$  (2)

$$(1) = (2)$$

$$Li = \mu_0 n^2 l \pi r^2 i$$

$$L = \mu_0 n^2 l \pi r^2$$

$$AN: L = 4\pi \cdot 10^{-7} \times 4 \cdot 10^4 \times 0,5 \times \pi \times (2,5 \cdot 10^{-2})^2 = 0,5 \text{ H}$$

$$L = 0,5 \text{ H}$$

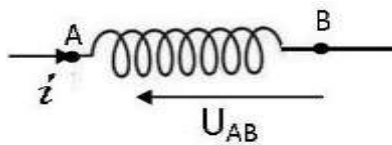
### 7. Loi de Faraday-Lenz

La force électromagnétique d'auto-induction  $e$  est proportionnelle à l'imposée de la dérivée de l'intensité du courant par rapport au temps.

$$e = \frac{d\Phi}{dt} \text{ or } \Phi = Li$$

$$e = -L \frac{di}{dt}$$

### 8. Tension aux bornes de la bobine



$$U_{AB} = ri - e$$

$$U_{AB} = ri + L \frac{di}{dt}$$

Aux bornes (A, B) d'une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$ , orientée de A vers B et traversée par un courant d'intensité  $i$ , la tension est égale à :  $U_{AB} = A + L \frac{di}{dt}$

#### • Intensité du courant induit

Si  $R$  est la résistance d'un circuit induit en l'absence de toute autre force électromotrice dans le circuit, l'intensité algébrique du courant induit est donnée par la relation :  $i = \frac{e}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt}$

Si  $i > 0$ , le courant induit circule dans le sens positif d'orientation ; si  $i < 0$ , il circule dans le sens inverse.

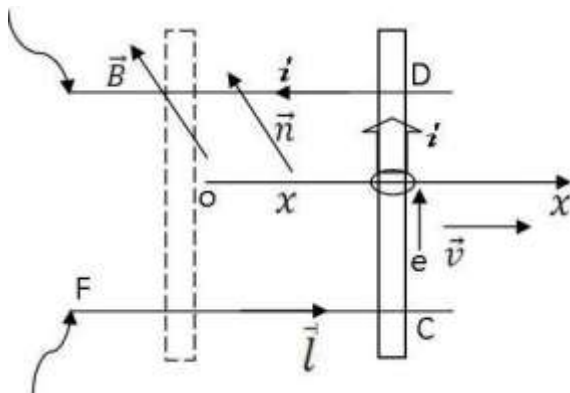
**Remarque :** Le plus souvent, on se borne à calculer  $|e| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|$  et  $|i| = \left| \frac{e}{R} \right|$ , le sens du courant induit étant directement donné par la loi Lenz.

**Exemple :** Un conducteur rectiligne  $CD$  de longueur  $l$  est posé sur deux rails parallèles et horizontaux, perpendiculairement à ceux-ci. L'ensemble est placé dans l'entre-fer d'un aimant en  $U$ . Les lignes du champ uniforme  $\vec{B}$  sont perpendiculaires au plan des rails. Un milliampèremètre, branché aux extrémités  $E$  et  $F$ , ferme le circuit  $FCDEF$ . On provoque le déplacement de la barre  $CD$  le long des rails : le microampèremètre détecte un courant induit. La résistance du circuit, supposée constante est égale à  $R$

Etablir l'expression de l'intensité  $i$  du courant induit en fonction de  $B, l$  et  $v$  vitesse de la barre par rapport au laboratoire.

AN:  $B = 0,1 \text{ T}$  ;  $V = 1 \text{ m/s}$  ;  $l = 5 \text{ cm}$  ;  $R = 200 \Omega$

**Solution**



Le vecteur normal  $\vec{n}$  au plan est orienté dans le sens de  $\vec{B}$ . Le sens positif de  $i$  est dans le sens de  $FCDB$

Soit  $\Phi_0$  le flux à travers le circuit comprenant la barre et les rails.  $DS = x l$

Etablissons l'expression de  $i$

$$\Phi = \Phi_0 + \vec{B} \cdot \vec{n} l x$$

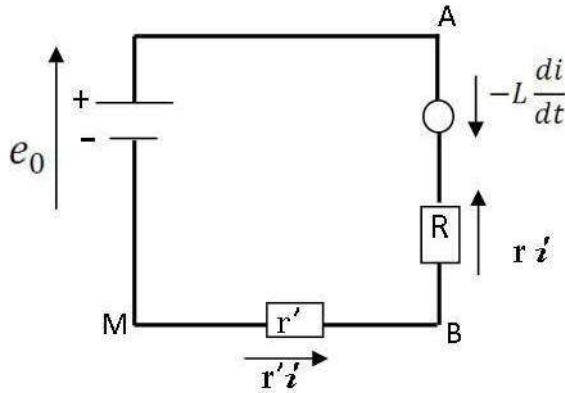
$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -B \frac{dx}{dt} \quad \text{or} \quad \frac{dx}{dt} = v$$

$$\text{Soit } e = -Blv \quad \text{d'où} \quad i = \frac{e}{R} = \frac{Blv}{R}$$

$$\text{AN: } i = \frac{0,1 \times 5 \cdot 10^{-2} \times 1}{200} = 2,5 \cdot 10^{-5} = 25 \mu\text{A}$$

$$i = 25 \mu\text{A}$$

9. Etablissement et annulation du courant dans un circuit induit ; constante de temps.



Durant l'établissement du courant, le générateur de résistance négligeable, délivre une tension constante  $e_0$  il convient  $U_{AM} = e_0 = U_{AB} + U_{BM}$

$$\text{Soit } e_0 = \frac{L di}{dt} + ri + r'i$$

En posant  $R = r + r'$  résistance totale du circuit :  $L \frac{di}{dt} + Ri = e_0$

Compte tenu de la condition initiale  $i = 0$  pour  $t = 0$  la solution de cette équation différentielle est :

$$\frac{L di}{dt} + Ri = 0$$

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L} dt$$

$$\ln i = -\frac{R}{L} t$$

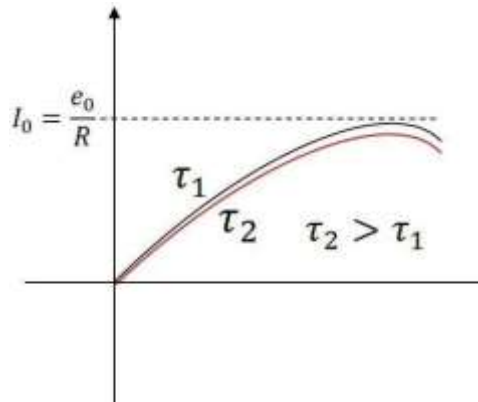
$$i = A e^{-\frac{R}{L} t}$$

$$i = \frac{e}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right)$$

En posant  $I_0 = \frac{e}{R}$  et  $\tau = \frac{L}{R}$ , on a  $i(t) = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$

$\tau = \frac{L}{R}$  est appelée constante temps du circuit et s'exprime en seconde





La durée d'établissement du courant augmente avec la constante de temps du circuit :  
 $(\tau_2 > \tau_1)$

### Annulation du courant

Durant l'annulation du courant, le générateur de résistance négligeable, délivre une tension nulle ; il convient :  $U_{AM} = 0 = \frac{L di}{dt} + Ri = 0$

Compte tenu de la condition initiale  $I = I_0$  pour  $t = 0$  la solution de l'équation différentielle est :

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

### Conclusion

L'établissement et l'annulation du courant dans le circuit inductif de résistance totale  $R$  et d'inductance  $L$ , ne se font pas instantanément dans un tel circuit, l'intensité ne varie jamais de façon discontinue.

Les durées d'établissements et d'annulations du courant sont caractérisées par la constante de temps du circuit :  $\tau = \frac{L}{R}$  .  $\tau$  en (s) ;  $L$  en (H) et  $R$  en ( $\Omega$ )

### Energie emmagasinée

L'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine d'induction  $L$  est proportionnelle au carré de l'intensité du courant qui la traverse.


$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} Li^2$$

## II. ELECTRICITE

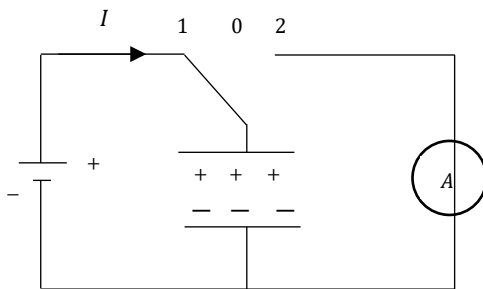
### Chapitre VI : LES OSCILLATIONS ELECTRIQUE

#### 1. Les condensations

Définition : Un condensateur est un ensemble de deux conducteurs qui se font face et qui sont séparés par une faible épaisseur de substance isolante. Les conducteurs s'appellent armatures du condensateur et l'isolant est un diélectrique.

Le condensateur est symbolisé par 

#### 1.1.Charge et décharge du condensateur



- Quand l'interrupteur est dans la position 1, le courant électrique circule dans le sens de flèche c'est-à-dire du générateur vers l'armature  $A$ . On dit que le condensateur se charge. La circulation des charges se traduit par : la plaque  $A$  se charge positivement et la plaque  $B$  négativement.
- Quand l'interrupteur est en position 2, les porteurs de charge circulent dans l'autre sens : On dit que le condensateur se décharge. La charge de l'armature  $A$  diminue et s'annule à la fin de la décharge.

#### 1.2.Relation entre la charge $q$ et l'intensité $i$

L'intensité  $i$  du courant qui arrive sur l'armature d'un condensateur portant la charge  $q$  est égale à la dérivée de la charge par rapport au temps.

$$i = \frac{dq}{dt} \begin{cases} i: \text{en } A \\ q: \text{en } C \\ t: \text{en } S \end{cases}$$

$i > 0$ ; la charge

$i < 0$ ; la décharge

#### 1.3.Capacité du condensateur

La capacité du condensateur plan est proportionnelle à la surface  $S$  commune aux armatures en regard et inversement proportionnelle à la distance  $d$  qui les sépare.

$$C = \frac{\epsilon \cdot S}{d}$$

$\varepsilon$  est le coefficient de proportionnalité appelé permittivité du diélectrique.

Pour le vide  $\varepsilon$  est noté  $\varepsilon_0$  qui est la permittivité du vide.  $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} = 8,84 \cdot 10^{-12} F \cdot m^{-1}$

La permittivité des milieux matériaux est supérieure à celle du vide  $\varepsilon > \varepsilon_0$

On pose  $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$  et l'expression de la capacité devient  $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{d}$

L'expression de la charge d'un condensateur de capacité  $C$  est :  $q = C \cdot u$

### ▪ Unité de la capacité

Dans le système international, l'unité de la capacité est farad de symbole  $F$ . Le farad est l'unité très grande pour les condensateurs usuels. On utilise couramment :

- Le microfarad ( $\mu F$ ):  $1\mu F = 10^{-6} F$
- Le nanofarad ( $nF$ ):  $1nF = 10^{-9} F$
- Le picofarad ( $PF$ ):  $1PF = 10^{-12} F$

Exemple : Un condensateur plan a deux armatures circulaires de rayon  $r = 5cm$ , distantes de  $d = 1mm$

- Calculer sa capacité si le diélectrique est du mica ( $\varepsilon_r = 8$ )
- On maintient une  $ddp$  de  $500V$  entre ses bornes. Quelle est sa charge ?
- La  $ddp$  précédente étant toujours maintenue, on retire le mica. La charge du condensateur varie-t-elle ? Si oui, quelle est la nouvelle valeur.

### **Solution**

Données :  $S = \pi r^2 = 3,14 \times 25 \cdot 10^{-4} m^2 = 25\pi \cdot 10^{-4} m^2$

$d = 10^{-3} m$  ;  $\varepsilon_r = 8$  ;  $\varepsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12}$

- Calculons la capacité  $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{d}$

$$C = \frac{8}{36\pi \cdot 10^9} \times \frac{25\pi \cdot 10^{-4}}{10^{-3}} = 5,56 \cdot 10^{-10} F$$

$$C = 5,56 \cdot 10^{-10} F = 5,56 nF$$

- Calculons la charge

$$q = CU \Rightarrow q = 5,56 \cdot 10^{-10} \times 500 = 2,78 \cdot 10^{-7} C$$

$$q = 2,78 \cdot 10^{-7} C$$

- Si on retire le mica

$$C' = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \text{ ou } C = 8C' \Rightarrow C' = \frac{C}{8}$$

$$C' = 6,93.10^{-11}F$$

La nouvelle charge

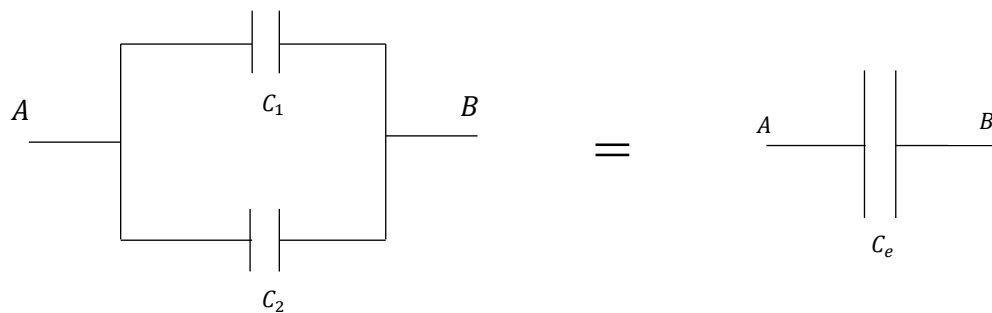
$$q' = C'U$$

$$q' = 6,93.10^{-11} \times 500 = 3,47.10^{-8}C$$

$$q' = 3,47.10^{-8}C$$

#### 1.4.Association des condensateurs

##### 1.4.1. Association en parallèle



$$q_1 = C_1 U_{AB} \text{ et } q_2 = C_2 U_{AB} \cdot q = C_e U_{AB}$$

$$q = q_1 + q_2$$

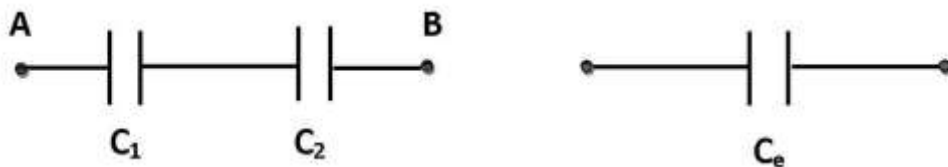
$$C_e U_{AB} = C_1 U_{AB} + C_2 U_{AB} \Rightarrow C_e = C_1 + C_2$$

La capacité  $C_e$  du condensateur équivalent à l'association de deux condensateurs en parallèle est égale à la somme des capacités de ces deux condensateurs.

$$C_e = C_1 + C_2$$

- pour  $n$  condensateurs de capacités différentes, on a :  $C_e = \sum_{i=1}^n C_i$
- Pour  $n$  condensateurs de capacités identiques : on a :  $C_e = nC_i$

##### 1.4.2. Association en série



$$U = U_1 + U_2 \text{ et } q = q_1 + q_2$$

$$\frac{q}{C_e} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

L'inverse de la capacité du condensateur équivalent à l'association des condensateurs en série est égal à la somme des inverses des capacités de ces deux condensateurs.  $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

- pour  $n$  condensateurs de capacités différentes, on a :  $\frac{1}{C_e} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$
- Dans le cas où l'on associe  $n$  condensateurs identiques de capacité  $C_0$ , on a :  $C_e = \frac{C_0}{n}$

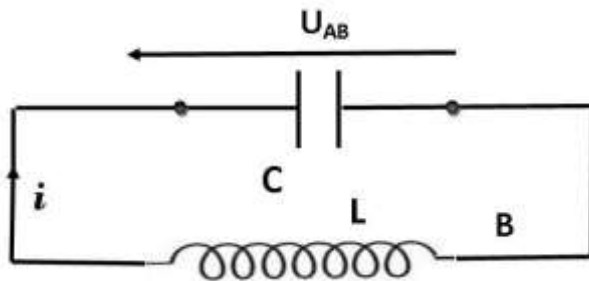
### 1.4.3. Energie emmagasinée dans le condensateur

Energie emmagasinée dans un condensateur de capacité  $C$  portant une charge  $q$  a pour expression :

$$E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

Si  $U_{AB}$  est la tension aux bornes du condensateur de capacité.  $q = CU_{AB}$ , l'expression de l'énergie devient :  $E = \frac{1}{2} CU_{AB}^2$  ou  $E = \frac{1}{2} qU_{AB}$

## 2. Oscillations électriques : circuit LC



Considérons un oscillateur électrique constitué par une bobine d'inductance  $L$ , de résistance négligeable et un condensateur de capacité  $C$ . En l'absence du courant et de tension, le système n'évolue pas : il est en équilibre. Pour que des oscillateurs prennent naissance, il faut avoir écarté le système en chargeant le condensateur.

### 2.1. Etude théorique

Soit un circuit constitué d'une bobine et d'un condensateur initialement chargé. Choisissons le sens positif arbitrairement.  $q_A$  est la charge de l'armature rencontrée en tournant dans le sens positif.

A l'instant  $t$   $U_{AB} = \frac{q}{C}$  aux bornes des condensateurs.

La tension aux bornes de la bobine est :  $U_{AB} = L \frac{di}{dt} = -U_{AB}$  ; donc  $\frac{q_A}{C} = -L \frac{di}{dt}$

$$i = \frac{dq_A}{dt} \text{ et } \frac{di}{dt} = \frac{d^2 q_A}{dt^2}$$

Nous déduisons que  $\frac{q_A}{C} = -\frac{d^2 q_A}{dt^2}$

Nous retrouvons l'équation différentielle analogue à celle obtenue par le pendule élastique.  
L'oscillateur  $LC$  est un oscillateur harmonique.

Posons :  $W_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow W_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Une solution de cette équation différentielle est donc de la forme  $q(t) = Q_m \cos(W_0 t + \varphi)$  de charge  $q$  du condensateur est une fonction sinusoïdale du temps de pulsation  $W_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  et de période  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

$Q_m$  est l'amplitude maximale de la charge qui est constante et dépend des conditions initiales.

$\varphi$  est la phase à l'origine des dates.

- La tension aux bornes du condensateur est :  $U_{AB} = \frac{q_K}{C} = \frac{Q_m}{C} \cos(W_0 t + \varphi)$ . En posant  $U_m = \frac{Q_m}{C}$

L'expression devient :  $U(t) = U_m \cos(W_0 t + \varphi)$

- L'intensité du courant est :  $i = \frac{dq}{dt} = -W_0 Q_m \sin(W_0 t + \varphi)$

$$i = I_m \cos\left(W_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Le circuit est parcouru par un courant alternatif sinusoïdal de pulsation  $W_0$ .

## 2.2. Etude énergétique

L'énergie cinétique totale du circuit à la date  $t$  est la somme de l'énergie du condensateur  $\varepsilon_c$  et l'énergie de la bobine  $\varepsilon_b$  :  $\varepsilon_t = \varepsilon_c + \varepsilon_b$

$$\varepsilon_c = \frac{q_A^2}{2C} = \frac{Q_m^2}{2C} \cos^2(W_0 t + \varphi)$$

$$\varepsilon_b = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} L Q_m^2 W_0^2 \sin^2(W_0 t + \varphi) = \frac{1}{2} L Q_m \frac{1}{LC} \sin^2(W_0 t + \varphi)$$

$$\varepsilon_b = \frac{Q_m}{2C} \sin^2(W_0 t + \varphi)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_c + \varepsilon_b = \frac{Q_m^2}{2C} [\cos^2(W_0 t + \varphi) + \sin^2(W_0 t + \varphi)]$$

$$\varepsilon_t = \frac{Q_m^2}{2C} = \text{constante}$$

L'énergie totale du circuit oscillant  $LC$  est constante. L'énergie de la bobine correspond à l'énergie cinétique et l'énergie du condensateur correspond à l'énergie potentielle.

## 3. Oscillations électriques en régime forcé

Quand le circuit oscillant est excité par un générateur qui impose une tension sinusoïdale, on dit qu'il est le siège d'oscillations forcées ou alors qu'il fonctionne en régime forcé.

L'excitation est un dispositif qui impose à l'oscillateur sa fréquence propre  $N_0$  soit ainsi la fréquence  $N$ .

### 3.1. Circuit *RLC* en régime sinusoïdal forcé

#### 3.1.1. Généralités sur les régimes variables

##### a. Les grandeurs variables

Les lettres minuscules  $i(t)$  et  $\mu(t)$  représentent les grandeurs variables

##### b. Les grandeurs alternatives sinusoïdales

La fonction  $i(t)$  telle que  $i(t) = I_m \cos(wt)$  est l'expression d'une intensité alternative sinusoïdale. Un courant alternatif sinusoïdal change de sens deux fois pendant une période.

De la même façon, une tension alternative sinusoïdale se présente par des fonctions telles que :

$$\mu(t) = U_m \cos wt \text{ ou } U(t) = U_m \cos(Wt + \varphi)$$

$I_m$  et  $U_m$  sont respectivement l'intensité maximale et la tension maximale.

##### c. Notion de Phase

Considérons deux grandeurs alternatives sinusoïdales  $i = I_m \cos wt$  et  $\mu = U_m \cos(Wt + \varphi)$

Définition : La phase  $\varphi$  de la fonction  $U(t)$  est par définition la phase de  $\mu(t)$  par rapport à la fonction  $i(t)$ .  $\varphi$  est exprimée en radians

On dit que :

- $\varphi$  mesure l'avance de phase de  $\mu(t)$  par rapport à  $i(t)$  ou le retard de phase de  $i(t)$  par rapport  $\mu(t)$ . L'angle  $\varphi$  est algébrique.
- Lorsque l'angle  $\varphi$  est nul, les deux grandeurs sinusoïdales sont en phase.

Exemple :  $i = I_m \cos wt$  et  $\mu = U_m \cos Wt$  donc  $i$  et  $\mu$  sont en phase.

- ❖ Pour  $\varphi = \pm \pi \text{ rad}$ , elles sont en opposition de phase  
 $i = I_m \cos wt$  et  $U = U_m \cos(Wt + \pi) = -U_m \cos Wt$
- ❖ Quand  $\varphi = \pm \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ , elles sont en quadrature

$$\text{Exemple : } i = I_m \cos wt \text{ et } \mu = U_m \cos\left(Wt + \frac{\pi}{2}\right) = -U_m \sin Wt$$

$\mu$  est en quadrature avance par rapport à  $i$

#### 3.1.2. Les Grandeurs efficaces

Le voltmètre et l'ampèremètre en alternatif mesurent respectivement la tension efficace et l'intensité efficace :  $U_{eff}$  et  $I_{eff}$

$$U_{eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

### 3.2. Notion d'impédance

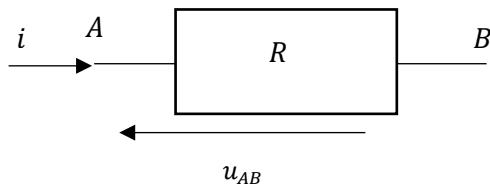
L'impédance d'un dipôle est le quotient de la tension maximale  $U_{max}$  à ses bornes par l'intensité maximale  $I_{max}$  du courant qui le traverse.

$$Z = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \frac{U_{eff}\sqrt{2}}{I_{eff}\sqrt{2}} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

$$Z = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

L'impédance est toujours positive et dépend de la fréquence.

### 3.3. Etude de quelques dipôles



Soit un dipôle  $AB$  orienté de  $A$  vers  $B$ . Soit  $i$  l'intensité instantanée du courant dans le dipôle. Choisissons l'origine des dates de sorte que  $i = I_m \cos \omega t$ . Soit  $\mu = \mu_{AB}$  la tension aux bornes du dipôle  $\mu = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ .

Déterminons l'expression de l'impédance  $Z$  et celle du déphasage  $\varphi$  de la tension par rapport à l'intensité.

#### 3.3.1. Conducteur ohmique

Soit un conducteur ohmique de résistance  $R$ . D'après la loi d'ohms, on a :  $\mu = Ri$

$$\mu = RI_m \cos \omega t = RI_m \cos(\omega t + \varphi).$$

Posons :  $U_m = RI_m$

L'expression de l'impédance  $Z$  est donc :

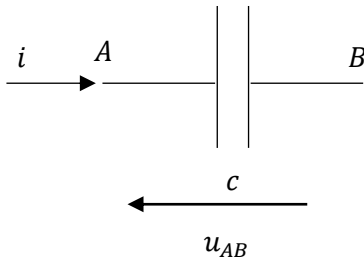
$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{RI_m}{I_m} = R$$

$$Z = R \quad \text{et} \quad \varphi = 0$$

L'impédance d'un conducteur ohmique est égale à sa résistance. La tension à ses bornes est en phase de l'intensité du courant qui le traverse.



### 3.3.2. Le Condensateur



$i = \frac{dq_A}{dt}$ . Donc  $q_A$  est la primitive de  $i$

$$i = I_m \cos \omega t \text{ et } q = \frac{I_m}{\omega} \sin \omega t \times A$$

Si le condensateur est initialement déchargé,  $A = 0$

$$q_A = \frac{I_m}{\omega} \sin \omega t = \frac{I_m}{\omega} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\text{Nous savons que } q_A = C U_{AB} \Rightarrow U_{AB} = \frac{q_A}{C}$$

$$\text{Donc } u = \frac{I_m}{C\omega} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

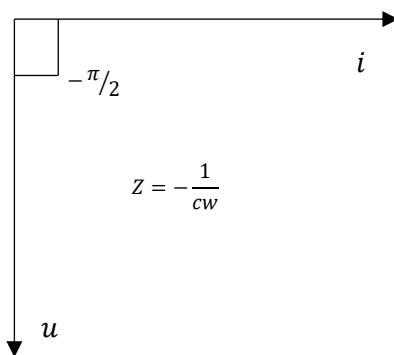
En identifiant les deux expressions, on a :  $U_m = \frac{I_m}{C\omega}$

L'impédance d'un condensateur de capacité  $C$  est :

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{I_m}{C\omega} \times \frac{1}{I_m} = \frac{1}{C\omega}$$

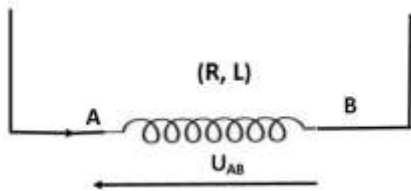
$$Z = \frac{1}{C\omega}$$

Le déphasage de la tension par rapport à l'intensité est donc  $\varphi = \frac{\pi}{2}$



La tension aux bornes du condensateur est en retard de phase par rapport à l'intensité :  $\varphi = \frac{\pi}{2}$

### 3.3.3. La Bobine



Posons  $i = I_m \cos \omega t$  et  $\mu = U_{AB} = Ri + L \frac{di}{dt}$

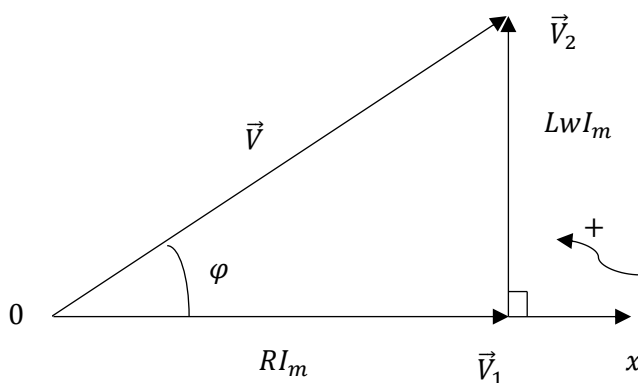
$$U = RI_m \cos \omega t - L\omega I_m \sin(\omega t) \text{ ou}$$

$$U = RI_m \cos \omega t - L\omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Faisons la somme de deux fonctions sinusoïdales de même pulsation en utilisant la construction de Fresnel.

Soit un axe de phase  $ox$  et un sens trigonométrique positif choisis.

- ❖ A la tension  $U_1 = RI_m \cos \omega t$ , on associe le vecteur  $\vec{V}_1$  tel que  $\|\vec{V}_1\| = RI_m$  et  $\overrightarrow{ox}, \vec{V}_1 = 0 \text{ radian}$
- ❖ A la tension  $U_2 = L\omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ , on associe en vecteur  $\vec{V}_2$  tel que  $\|\vec{V}_2\| = L\omega I_m$  et  $\overrightarrow{ox}, \vec{V}_2 = \frac{\pi}{2}$
- ❖ A la tension  $\mu = \mu_1 + \mu_2 = U_m \cos(\omega t + \varphi)$ , on associe un vecteur  $\vec{V}$  tel que  $\|\vec{V}\| = U_m$  et  $(\overrightarrow{ox}, \vec{V}) = \varphi$



D'après le théorème de Pythagore, on a :  $V^2 = V_1^2 + V_2^2$  donc  $U_m^2 = R^2 I_m^2 + L^2 \omega^2 I_m^2$

$$U_m^2 = I_m^2 (R^2 + L^2 \omega^2) \Rightarrow U_m = I_m \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$$

L'impédance d'une bobine de résistance  $R$  et d'inductance  $L$  est :

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{I_m \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}{I_m} = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$$

Le déphasage  $\varphi$  de la tension par rapport à  $i$  l'intensité est alors :  $\tan \varphi = \frac{V_2}{V_1} = \frac{L \omega I_m}{R I_m} = \frac{L \omega}{R}$

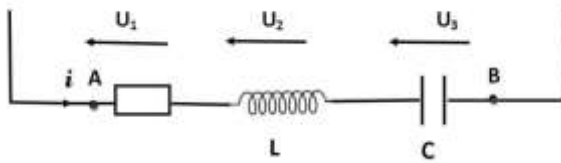
$$\tan \varphi = \frac{L \omega}{R}$$

$$\cos \varphi = \frac{V_1}{V} = \frac{R I_m}{I_m \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} = \frac{R}{Z}$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

Remarque : Pour une inductance pure, ( $R = 0$ ), on a :  $Z = L \omega$ ,  $\tan \varphi = +\infty$  et  $\varphi = +\frac{\pi}{2}$

### 3.3.4. Dipôle RLC série



D'après la loi des tensions  $U = U_1 + U_2 + U_3 = U_{AB}$

Soit  $q_A = q$  la charge de la première armature rencontre en tournant dans le sens positif et  $i = \frac{dq}{dt}$

$$U_1 = R i = R \frac{dq}{dt} ; U_2 = L \frac{di}{dt} = L \frac{d^2 q}{dt^2} \text{ et } U_3 = \frac{q}{C}$$

On obtient l'équation différentielle d'un circuit RLC série qui est la suivante :

$$U = L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

#### ❖ Impédance et déphasage

Posons  $i = I_m \cos \omega t$  et la loi des tensions donne :

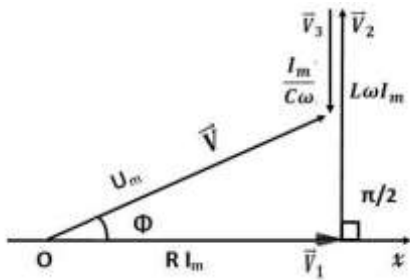
$$U = R I_m \cos \omega t + L \omega I_m \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{I_m}{C \omega} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

Faisons la somme des trois fonctions sinusoïdales en utilisant la construction de Fresnel

❖ On associe à la tension  $U_1$  un vecteur  $\vec{V}_1$  de norme

$$\|\vec{V}_1\| = R I_m \text{ et } \varphi_1 = (\vec{Ox}, \vec{V}_1) = 0 \text{ rad}$$

- ❖ On associe à la tension  $U_2$  un vecteur  $\vec{V}_2$  de norme  $\|\vec{V}_2\| = L\omega I_m$  et  $\varphi_2 = \overrightarrow{Ox}, \vec{V}_2 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$
- ❖ On associe à la tension  $U_3$  un vecteur  $\vec{V}_3$  de norme  $\|\vec{V}_3\| = \frac{I_m}{C\omega}$  et  $\varphi_3 = \overrightarrow{Ox}, \vec{V}_3 = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$
- ❖ On associe à la tension  $U$  un vecteur  $\vec{V}$  de norme  $\|\vec{V}\| = U_m$  et  $\varphi = (\overrightarrow{Ox}, \vec{V})$  et  $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3$



D'après le théorème de Pythagore, on a :  $V^2 = V_1^2 + (V_2 - V_3)^2$

$$U_m^2 = \left[ R^2 + \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2 \right] I_m^2$$

L'impédance  $Z$  dépend de la pulsation  $\omega$ . Le déphasage de la tension sur l'intensité  $i$  du courant est tel que :

$$\tan \varphi = \frac{V_2 - V_3}{V_1}$$

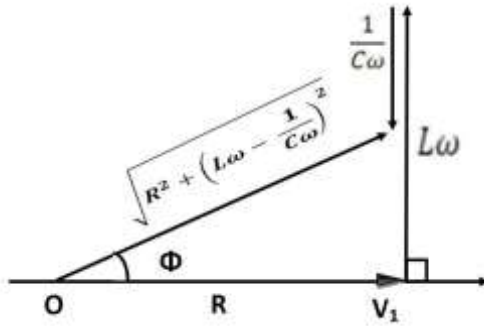
$$\tan \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

$$\text{Ou } \cos \varphi = \frac{V_1}{V} = \frac{RI_m}{ZI_m} = \frac{R}{Z}$$

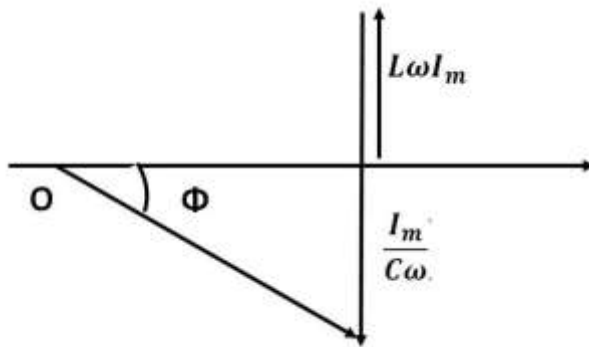
$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

Remarque :

- Si  $\varphi > 0$  c'est - à - dire  $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ , la tension est en avance sur l'intensité. Le circuit est dit inductif



- Si  $\varphi < 0$  c'est - à - dire  $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ , l'intensité est en avance sur la tension. Le circuit est capacitif



- Si le circuit comporte une bobine de résistance interne  $r$ , l'expression de l'impédance devient :  $Z = \sqrt{(R + r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$
- Si par contre  $L\omega = \frac{1}{C\omega}$  alors  $\varphi = 0$ . Cela veut dire que l'intensité et la tension sont en phase. On dit alors que le circuit est à la résonance. Donc  $Z = R$
- Pour un circuit  $R, C$  l'expression de l'impédance est :

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}} ; \tan\varphi = \frac{-1}{RC\omega}$$

$\mu$  est en retard de phase sur  $i$

#### 4. Circuit *RLC* série à la résonance

Puissance en alternatif

##### 4.1. Phénomène de résonance électrique

L'impédance  $Z$  du dipôle *RLC* série dépend de la pulsation  $\omega$  imposée. La tension efficace imposée est constante. L'intensité imposée efficace dépend de la pulsation  $\omega$ .

$$I = \frac{U}{Z} \Rightarrow I(\omega) = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

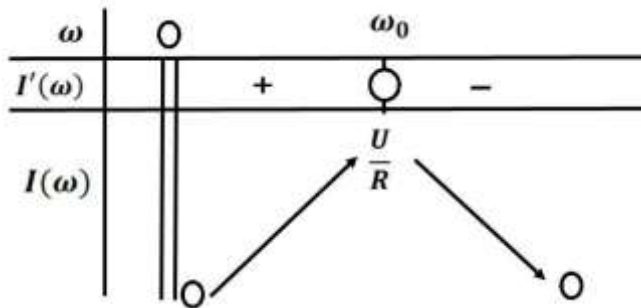
Etudions cette fonction  $I(\omega)$

- ❖ Domaine de définition :  $D_I = ]0, +\infty[$
- ❖ Dérivée :  $\frac{dI}{d\omega} = -U \left[ R^2 + \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2 \right]^{-3/2} \left( L + \frac{1}{\omega^2} \right)$

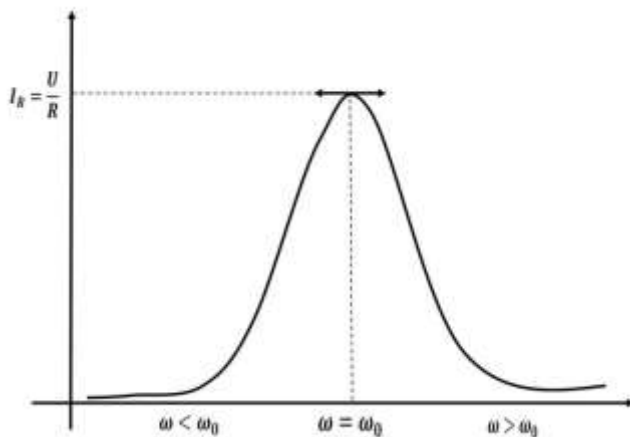
Le signe de la dérivée est celui de  $-\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$

$$\frac{dI}{d\omega} = 0 \Rightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \text{ soit } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Tableau de variation



$$I_R(\omega_0) = \frac{U}{R}$$



$$\omega < \omega_0 ; \omega = \omega_0 ; \omega > 0$$

$\omega < \omega_0 \Rightarrow \frac{1}{C\omega} > L\omega$ . L'effet de capacité l'emporte sur l'effet d'inductance.

$\omega > 0 \Rightarrow L\omega > \frac{1}{C\omega}$ . L'effet d'inductance l'emporte sur l'effet de capacité

La résonance correspond au maximum de la courbe. A la résonance, la fréquence imposée par le générateur est égale à la fréquence propre de l'oscillateur :  $N = N_0$

❖ Fréquence à la résonance

L'impédance d'un circuit  $RLC$  série  $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$

## Chapitre 8 : EFFET PHOTO ELECTRIQUES

### 1. Spectres atomiques

#### 1.1.Spectres d'émission :

Les spectres atomiques d'émission sont constitués de raies fines correspondant à des radiations monochromatiques bien déterminées. Les spectres d'émission sont caractéristiques des atomes qui les produisent.

#### 1.2.Spectres d'absorption

Les spectres atomiques d'absorption sont formés de raies noires et fines dans le spectre continu de la lumière blanche. Les longueurs d'ondes correspondantes ont des valeurs bien déterminées.

#### 1.3.Caractérisation d'un élément chimique

Chaque élément chimique donne un spectre d'émission de raies caractéristique et qui permet de l'identifier

### 2. Interprétation des Spectres

#### 2.1.Quantification de l'énergie d'un atome

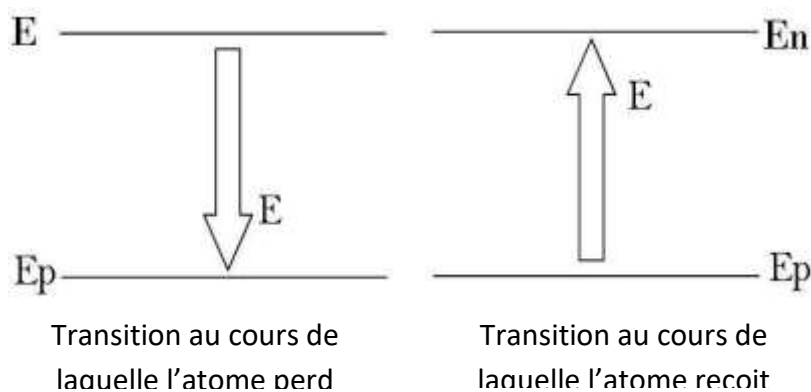
L'énergie d'un atome ne peut prendre que certaines valeurs bien déterminées des électrons d'un atome. On dit que l'atome est dans un niveau d'énergie.

Mécanique classique :  $E_C = \frac{1}{2} mV^2$

Energie potentielle électro statique :  $E_p = qV = CV$  pour un électron

#### 2.2.Les transitions électroniques

Le passage d'un atome d'un niveau d'énergie à un autre est une transition électronique.



Cette énergie de transition est considérée de l'ordre quelques électro volts (ev)

$$1ev = 1,6 \cdot 10^{-19} J$$

A chaque transition électronique correspond une énergie  $E = E_n - E_p$ . L'énergie associée aux transitions électroniques d'un atome est quantifiée



### 2.3.L'énergie d'un Photon

Un faisceau lumineux dans le vide, peut être considéré comme un onde qui se propage ou bien un ensemble de photons en mouvement à la vitesse  $C$ . La longueur d'onde vaut alors :

$$\frac{\lambda}{m} = \frac{C(m)}{U(Kz)}.$$

L'énergie d'un photon est proportionnelle à sa fréquence  $U$ .  $E = hU$  ;  $h$  en  $J.s$  et  $\nu$  en  $Hz$

$h$  est une constante universelle qui porte le nom de constante de planck :  $h = 6,62.10^{-34}SI$

**Exemple** : Calculer, en Joules et en  $ev$  l'énergie d'un photon

- Ultraviolet de fréquence  $3.10^{15}Hz$
- De lumière visible jaune de longueur d'onde  $589nm$  ( dans le vide)
- infrarouge de longueur d'onde  $10\mu m$ (dans le vide)

On donne  $C = 300000km/s$ .  $h = 6,6310^{-34}J.S$ .  $e = 1,6.10^{-19}C$ .

**Solution**

a) calculons l'énergie d'un photon en joules et en  $ev$

- Photon ultraviolet

$$E = hU$$

$$AN : E = 6,3.10^{-34} \times 3.10^{15} = 1,99.10^{-18} J$$

$$ou E = \frac{1,99.10^{-18} J \times 1 er}{1,6.10^{-19} j} = 12, u ev$$

- Photon de la lumière jaune

$$E = hU \text{ ou } U = \frac{C}{\lambda} \Rightarrow E = h \frac{C}{\lambda}$$

$$AN : E = \frac{6,63.10^{-34} \times 3.10^8}{589.10^{-19}} = 3,38.10^{-19} j$$

$$ou E = \frac{3,38.10^{-19} \times 1ev}{1,6.10^{-19}} = 2,11 ev$$

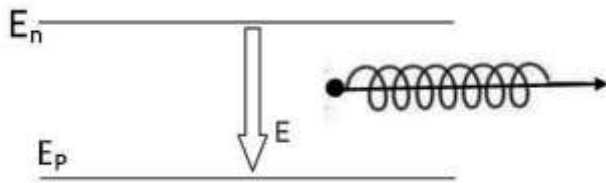
- Photon infrarouge :

$$E = h \frac{C}{\lambda}$$

$$AN : E = \frac{6,63.10^{-38} \times 3.10^8}{3.10^{-6}} = 1,99.10^{-20} J$$

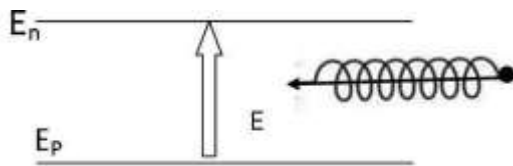
$$ou E = \frac{1,99.10^{-20} \times 1 ev}{1,610^{-19}} = 0,124 ev$$

## 2.4. Transition électronique avec émission ou absorption d'un photon



- Si l'atome passe au niveau d'énergie  $E_n$  au niveau d'énergie inférieur  $E_p$ , un photon est produit qui emporte l'énergie  $E$  et sa fréquence  $U_{np}$  est telle que :

$$E = E_n - E_p = hU_{np}$$



- Pour que l'atome passe du niveau d'énergie  $E_p$  au niveau d'énergie supérieure  $E_n$ , il faut qu'il capte un photon qui lui fournit l'énergie  $E$

$$E = E_n - E_p = hU_{np}$$

L'énergie du photon produit ou abordé est égale à l'énergie des transactions électronique mise en jeu.

## 2.5. Interprétation d'un Spectre d'émission

A toute transaction possible :  $n \rightarrow p$  ( $E_n, E_p$ ) correspond un photon d'énergie  $hU_{np}$  et donc une lumière monochromatique émise de fréquence  $U_{np}$  et de longueur d'onde  $\lambda_{np}$  telle

$$\text{que : } U_{np} = \frac{E_n - E_p}{h} \text{ et } \lambda_{np} = \frac{c}{U_{np}} = \frac{hc}{E_n - E_p}$$

Cette radiation apparait dans le spectre sous forme d'une raie fine et brillante.

Les raies brillantes des spectres d'émission correspondent aux transitions électroniques au cours desquelles l'énergie de l'atome diminue.

## 3. Spectre de l'hydrogène

### 3.1. Niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène

L'atome d'hydrogène étant le plus simple de tous les atomes, son spectre est relativement facile à interpréter. Nous allons donc admettre la formule qui donne l'énergie des niveaux de l'atome d'hydrogène. L'électron de l'atome se situe dans la couche ( $n = 1$ ), c'est l'état fondamental ou de plus basse énergie. Dans les états excités, il se place dans la couche  $L(n = 2)$ , dans la couche  $M(n = 3)$ ...

A chacun de ces états, il correspond l'énergie  $E_n$  relative à l'électron dans la couche  $n$ , ce nombre  $n$  étant le nombre quantique principal. L'énergie  $E_n$  de l'atome est de la forme :

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} ; n \in \mathbb{N}^*$$

$E_n$  est toujours négatif,  $E_0$  est l'énergie

- $E_n$  Joules :  $E_0 = 2,18.10^{-18}J$  ;  $E_n = \frac{2,18.10^{-18}J}{n^2}$
- $E_n$  électronvolt :  $E_0 = 13,6 \text{ ev}$  ;  $E_n = \frac{13,6 \text{ ev}}{n^2}$
- ❖  $n = 1$  :  $E = E_1 - E_0 = 13,6 \text{ ev}$ . (état fondamental)
- ❖  $n = 2$  :  $E = E_2 = \frac{-E_0}{4} = -3,4 \text{ ev}$   
(premier état excité, l'électron est dans la couche L)
- ❖  $n = 3$  :  $E = E_3 = \frac{-E_0}{9} = -1,51 \text{ ev}$ .  
(secod état excité, l'électron est dans la couche L)

Ensuite, les niveaux se resserrent

$$E_4 = -0,85 \text{ ev} ; E_5 = -0,54 \text{ ev} ; E_6 = -0,38 \text{ ev}$$

Lorsque  $n$  tend vers l'infini  $E_n$  tend vers 0

L'origine des énergies ( $E = 0$ ) correspond donc à l'électron infiniment éloigné du noyau, c'est-à-dire à l'atome ionisé  $H^+$ .

### 3.2. Interprétation du Spectre d'hydrogène

Lorsqu'une transition s'effectue du niveau  $E_n$  au niveau  $E_p$  avec  $E_n > E_p$ , il y'a émission d'un photon d'énergie

$$h\nu_{np}. \text{ Tel que : } E = E_n - E_p = h\nu_{np}$$

$$E_n > E_p \text{ impose } \frac{-E_0}{n^2} > \frac{-E_0}{p^2} \text{ donc } \frac{E_0}{n^2} < \frac{E_0}{p^2}$$

$$n^2 > p^2 \text{ et } n > p$$

$$E_n - E_p = E_0 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) = h\nu_{np}$$

$$\nu_{np} = \frac{-E_0}{h} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) = \frac{E_0}{h} \left( \frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

## Chapitre 9 : DECROISSANCE RADIOACTIVE

### 1. Le noyau de l'atome

#### 1.1. La composition d'un noyau

Le noyau d'un atome correspondant à un élément  $X$  comportant  $A$  nucléon et  $Z$  proton est noté  ${}^A_ZX$ . La masse d'un noyau ou d'un atome est souvent exprimée en unité de masse atomique de symbole  $\mu$ .

L'unité de masse atomique est le douzième de la masse de carbone 12.

$$1\mu = \frac{12 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{12 N_A} \text{ avec } N_A \text{ la valeur de la constante d'Avogadro}$$

$$1\mu = \frac{12 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{12 \times 6,02 \cdot 10^{23}} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

|                | Proton                   | Neutron                  | Electron             |
|----------------|--------------------------|--------------------------|----------------------|
| Masse en $\mu$ | 1,00728                  | 1,00686                  | 0,00055              |
| Masse en $kg$  | $1,67263 \cdot 10^{-27}$ | $1,67492 \cdot 10^{-27}$ | $9,1 \cdot 10^{-31}$ |
| Charge         | $+ e$                    | 0                        | $- e$                |

### Caractéristique des particules constituant l'atome .

#### 1.2. Les Isotopes d'un élément

Deux noyaux isotopes possèdent le même nombre de protons, mais différent par leur nombre de neutrons plus généralement les noyaux  ${}^A_ZX$  et  ${}^{A'}_ZX$  sont des noyaux isotopes de l'élément  $X$ .

L'abondance naturelle est le pourcentage en masse de chacun des isotopes dans le mélange naturel d'un élément.

Exemple d'abondance isotopique naturelle pour les éléments oxygène et chlore.

|              |        |                  |       |
|--------------|--------|------------------|-------|
| ${}^{16}_8O$ | 99,76% | ${}^{35}_{17}Cl$ | 75,4% |
| ${}^{17}_8O$ | 0,04%  | ${}^{37}_{17}Cl$ | 24,6% |
| ${}^{18}_8O$ | 0,2%   |                  |       |

## 2. La Radioactivité

Un noyau radioactif est un noyau instable qui se désintègre spontanément en donnant un noyau différent et en émettant des particules  $\alpha$  ou  $\beta$  et, souvent, un rayonnement. Le noyau qui se désintègre est appelé noyau-père et le noyau obtenu est appelé noyau-fils.

## 3. Lois de conservation et équation d'une désintégration nucléaire

Une désintégration nucléaire peut être modélisée par une équation qui obéit aux deux lois suivantes.

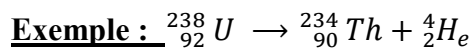
❖ Loi de conservation du nombre de charge

La somme des nombres de charge du noyau-fils et de la particule qui sont formés est égale au nombre de charge du noyau désintégré (noyau-père)  $Z = z_1 + z_2$

❖ Loi de conservation du nombre de nucléons

La somme des nombres de nucléons du noyau-fils et de la particule qui sont formés est égale aux nombres de nucléons du noyau désintégré (noyau-père)  $A = A_1 + A_2$

Exemple :

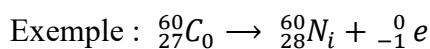


On constate que cette équation de désintégration vérifie les deux lois énoncées ci-dessus.

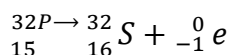
- Conservation du nombre de nucléons :  $A=A_1+A_2$   
 $238=234+4$
- Conservation du nombre de charges  $Z=z_1+z_2$   
 $92=90+2$

Les particules  $\alpha$  sont émises avec des vitesses de l'ordre de  $20.000 km/s$ . Ce sont des noyaux d'hélium  ${}^4_2 H_e$

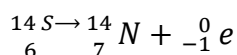
- **Radioactivité  $\beta^-$**  : Ce sont des électrons, notés  ${}^0_{-1} e$ . Ils sont émis à très grandes vitesses de l'ordre de  $280.000 km/s$ . et possèdent une grande énergie. L'équation s'écrit :  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} X + {}^0_{-1} e$



Dans la classification périodique, le noyau-fils est placé dans la case suivante de celle du noyau-père



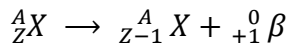
*Phosphore  $\rightarrow$  Soufre*



Carbone  $\rightarrow$  azote

○ **Radioactivité  $\beta^+$  :**

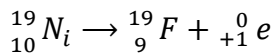
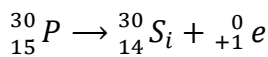
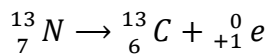
Dans la radioactivité  $\beta^+$  il y'a émission de positron ( ${}^0_{+1}e$ ). Le bilan s'écrit donc :



Dans la classification périodique, le noyau-fils est placé dans la case précédant de celle du noyau-père.

Cette fois « le fils précède le père ». La position est l'antiparticule de l'électron.

Exemple :



○ **Désintégration  $\gamma$**

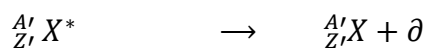
Le rayonnement  $\gamma$  est un rayonnement électromagnétique de très courte longueur d'onde ; il est donc visible. Ce rayonnement se propage à la vitesse de la lumière.

L'énergie  $E$  du photon est liée à la fréquence  $\nu$  ou à la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde par les formules :

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$$

Le photon  $\gamma$  emporte la quasi-totalité de l'énergie de désexcitation du noyau.

Une radioactivité  $\gamma$  pour un noyau excité issu d'une désintégration  $\alpha, \beta^-, \beta^+$  peut se schématiser comme suit :



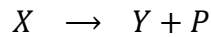
*Noyau excité*                      *Noyau dans son état fondamental*

#### 4. Décroissance radioactive

Le nombre de noyau (ou d'atome) d'une source radioactive diminue constamment au cours du temps par transformation en d'autres noyaux. La loi de décroissance radioactive permet le calcul du nombre de noyaux (atomes) restant à un instant  $t$  quelconque.

##### 4.1. Etablissement de la loi

Lors de la désintégration, notons  $N_0$  le nombre initial des noyaux radioactifs  $X(t=0)$ ;  $N$  leur nombre à l'instant  $t$  et  $N + dN$  leur nombre à l'instant infiniment voisin  $t + dt$ :



$$t = 0 \quad N_0$$

$$t \quad N$$

$$t + dt \quad N + dN$$

$N$  diminue au cours du temps, donc  $dN$  est négatif.

$$N - (N + dN) = -dN$$

Le nombre de noyaux désintégrés entre les instants  $t$  et  $t + dt$  est égal à  $-dN$

$$\text{Notons : } -dN = \lambda N dt$$

$\lambda$  est une constante de proportionnalité qui dépend de la nature du noyau  $X$  et porte le nom de constante radioactive du nucléide.

Par intégration, on obtient :

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

$$\ln N = -\lambda t + \text{constante}$$

$$\text{At } t = 0 \quad \text{on a : } N = N_0; \text{ donc Constante} = \ln N_0$$

$$\ln N = -\lambda t + \ln N_0$$

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda t \Rightarrow \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

Et en prenant l'exponentielle de chaque membre :

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

La fonction  $N(t)$  est une exponentielle décroissante. C'est pourquoi on utilise l'expression décroissance radioactive

Le nombre des noyaux radioactifs diminue exponentiellement en fonction du temps.

La loi de décroissance radioactive peut aussi s'exprimer en fonction de la masse sous la forme :  $m = m_0 e^{-\lambda t}$

#### 4.2. Période radioactive

- a) **Définition** : La période radioactive  $T$  d'un nucléide est le temps nécessaire pour que la moitié des noyaux de ce nucléide subisse la désintégration. Elle porte aussi le nom de demi-vie.

### b) Relation entre $\lambda$ et $T$

Utilisons la loi de décroissance radioactive sous la forme  $\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$

At  $t = 0$  le nombre est  $N_0$  et à  $T$ , il vaut  $\frac{N_0}{2}$  donc  $\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T}$  ;  $\ln \frac{1}{2} = -\lambda T$

$$-\ln 2 = -\lambda T$$

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \simeq \frac{0,69}{\lambda}$$

La période  $T$  est inversement proportionnelle à la constante radioactive  $\lambda$ . Par conséquent, la loi de décroissance radioactive s'écrit :

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \text{ ou } N = N_0 e^{-0,693 \frac{t}{T}}$$

Dans le système international,  $\lambda$  s'exprime en  $S^{-1}$

### 4.3. Activité d'une source radioactive

a) **Définition** : l'activité d'une source radioactive est le nombre de désintégration qui s'y produisent pendant l'unité de temps (1S).

Dans le système international, l'activité d'une source radioactive s'exprime en désintégration par seconde, soit  $S^{-1}$ . Pour éviter une confusion avec l'unité de fréquence ou de constante radioactive, on a donné un nom à l'unité, SI d'activité : le becquerel, (Bq).

Le becquerel (Bq) est l'unité SI d'activité, il représente 1 désintégration par seconde.

Remarque : L'ancienne unité d'activité : le curie (Ci) est encore utilisée ; c'est l'activité de 1g de radium et  $1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$

### b) L'expression de l'activité d'une source

Soit  $A$  l'activité d'une source à l'instant  $t$ . Avec  $-dN$  le nombre de désintégration pendant le temps  $dt$ , en 1s, le nombre de désintégration vaut donc  $\frac{-dN}{dt}$ . Ainsi :  $A = \frac{-dN}{dt}$

La relation différentielle :  $-dN = \lambda N dt$  nous conduit à l'expression

$$A = \frac{-dN}{dt} = \lambda N \text{ ou } A = \lambda N$$

Utilisons la loi de décroissance radioactive :  $N = N_0 e^{-\lambda t}$  ;  $A = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$

$\lambda N_0$  est l'activité de la source à l'instant  $t = 0$ , on peut donc écrire :  $A = A_0 e^{-\lambda t}$

Exemple : Le Thorium  $^{227}_{90} \text{Th}$  est la radioactif.

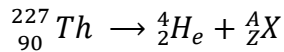
a) Ecrire l'équation bilan de sa désintégration radioactive sachant qu'elle conduit au radium  $R_a$



- b) La période (ou demi-vie) du thorium 227 vaut :  $T = 18,3 \text{ jours}$  . Calculer l'activité  $A_0$  d'un échantillon de masse  $1 \text{ mg}$  de thorium  ${}^{227}_{90}\text{Th}$ .  $N = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- c) Quelle masse de thorium 227 de l'échantillon. Considéré a-t-elle disparu au bout de 36h ? Quelle est alors l'activité de l'échantillon ?

Solution :

- a) Ecrivons l'équation bilan de la désintégration radioactive.



La courbe conduit à :

$$\begin{cases} 227 = 4 + A \\ 90 = 2 + Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 223 \\ Z = 88 \end{cases}$$

D'où finalement on a :  ${}^{227}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^{223}_{88}\text{Ra}$

- b) L'activité de la source radioactive est égale au nombre de désintégration par seconde

$$A_0 \frac{-dN}{dt} = \lambda N_0$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{18,3 \times 24 \times 3600} = 4,38 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$$

$$N_0 = \frac{10^{-3}}{227} \times 6,02 \cdot 10^{23} = 2,65 \cdot 10^{18} \text{ noyaux}$$

$$A_0 = \lambda N_0 = 4,38 \cdot 10^{-7} \times 2,65 \cdot 10^{18} = 1,16 \cdot 10^{12} \text{ Bq}$$

$$A_0 = 1,16 \cdot 10^{12} \text{ Bq}$$

- c) La masse de thorium présente au temps.

$$t = 36 \text{ h} = 36 \times 3600 = 1,30 \cdot 10^5 \text{ s}$$

$$m = m_0 e^{-\lambda t} = 1 \times e^{-4,38 \cdot 10^{-7} \times 1,30 \cdot 10^5} = 0,945 \text{ mg}$$

$$m = 0,945 \text{ mg}$$

La masse de thorium disparu

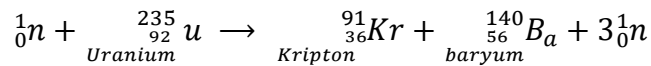
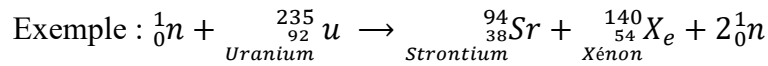
$$m' = 1 - 0,945 = 0,055 \text{ mg}$$

## 5. Réaction nucléaire provoquée

Il y'a réaction provoquée lorsque le choc d'un noyau projectile sur un noyau cible engendre de noyaux nouveaux

### 5.1. La Fission

Il y'a fission 'un noyau lorsque le choc avec un neutron le brise en deux noyaux plus légers.



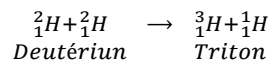
La fission de l'Uranium s'effectue en chaîne, car elle produit d'avantage de neutrons qu'elle consomme. Les réactions de fission de l'uranium sont provoquées par des neutrons thermiques.

## 5.2. Les nucléides fissiles

- Un nucléide est fissile si le noyau correspondant est capable de subir la réaction de fission.
- Un nucléide est fertile si le noyau correspondant peut par réaction nucléaire, engendrer un nucléide fissile.

## 5.3. La Fusion

Il y'a fusion lorsque deux noyaux légers s'unissent et constituent un noyau plus lourd.



## Exercice d'application

- 1) L'activité  $A$  d'une substance radioactive représente le nombre de désintégration par seconde et peut s'exprimer par la relation  $A = \frac{-dN}{dt}$ . D'autre part la loi de décroissance radioactive se traduit par la relation  $(Nt) = N_0 e^{-\lambda t}$  ou  $N_0$  représente le nombre de particules radioactive à  $t = 0$ 
  - a) Quelle est l'unité légale d'activité et comment nommé -t-on  $\lambda$  ?
  - b) Etablir la relation donnant  $A(t)$  en fonction de  $N$  et  $\lambda$  ou  $A(t)$  est l'activité de la substance radioactive à l'instant  $t$ . En déduire l'expression donnant  $A_0$  (activité à  $t = 0$ ) et exprimer le rapport  $\frac{A(t)}{A_0}$  que vous pouvez utiliser à la dernière question du 2)
  - c) Qu'appelle-t-on période radioactive  $T$  ? Etablir la relation entre  $\lambda$  et  $T$
- 2) L'isotope 14 du carbone est radioactif. Sa formation est provoquée par le choc des neutrons présents à haute altitude, son azote  ${}_{7}^{14}\text{N}$ . On obtient ainsi un atome  ${}_{6}^{14}\text{C}$  et une particule de type  ${}_Z^AX$  que l'on identifiera en appliquant les lois de conservation.
  - a) Ecrire l'équation de cette réaction nucléaire
  - b) L'Isotope 14 du carbone est émetteur  $\beta^-$ . Ecrire l'équation de cette désintégration.
  - c) La période ou demi-vie du carbone 14 a pour valeur  $T = 5590$  années. Pour dater un échantillon de bois ancien, on mesure son activité  $A$  et on la compare à celle d'un bois récent. On rappelle que le carbone de l'atmosphère contient en proportion constante les différents isotopes de carbone. Les plantes vivantes assimilent le carbone dans l'atmosphère. A leur mort, le processus d'assimilation s'arrête. Un échantillon de bois ancien donne 325 désintégrations par minute. Un échantillon de même masse de bois récent donne 1350 désintégrations par minute. Quel est l'âge du bois ancien ?

**Solution :**

1) a- L'unité légale d'activité d'un corps radioactif est le becquerel (Bq). La constante  $\lambda$  est la constante radioactive.

b- L'activité d'une source est par définition

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} \text{ or } N = N_0 e^{-\lambda t} \text{ d'où } A(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}. \text{ On a alors } A(t) = \lambda N$$

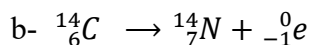
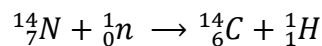
$$\text{At } t = 0, \text{ on a } N = N_0 \text{ d'où } A_0 = \lambda N_0. \text{ Il convient } A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \text{ d'où } \frac{A(t)}{A_0} = e^{-\lambda t}$$

c- La période radioactive est la durée  $T$  au bout de laquelle la moitié des noyaux initialement présents dans l'échantillon a disparu.

$$N = \frac{N_0}{2} \text{ pour } t = T \text{ dans la formule } N = N_0 e^{-\lambda t} \text{ où on obtient } e^{-\lambda t} = \frac{1}{2}$$

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

2) a- L'équation



c- Calcul de l'âge du bois ancien

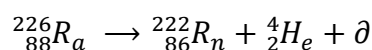
$$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \text{ d'où } \ln \frac{A_0}{A} = \lambda t = \frac{\ln 2}{T} t$$

$$t = \frac{T}{\ln 2} \ln \frac{A_0}{A}$$

$$\text{AN : } t = \frac{5590}{\ln 2} \ln \frac{1350}{325} = 11484 \text{ années environ}$$

**6. Noyaux, masse et énergie****6.1. Aspect énergétique des réactions nucléaires****6.1.1. Énergie libérée par une désintégration radioactive**

Considérons la désintégration spontanée du radium :  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$



Cette réaction nucléaire libère de l'énergie sous deux formes : l'énergie cinétique et de l'énergie rayonnante.

**6.1.2. Perte de masse**

- Avant la réaction :  $m_a V = m({}^{226}\text{Ra}) = 225,9770 \text{ N}$

- Après la réaction :  $m_a p = m(^{226}\text{Rn}) + m(^4\text{He})$   
 $m_a p = 221,970 + 4,0015 = 225,9718 \mu$

On constate que  $m_a p < m_a V$

Conclusion : Dans toute réaction nucléaire spontanée, la masse des noyaux après la réaction est inférieure à la masse des noyaux avant la réaction

On appelle perte de masse la différence entre la masse totale  $m_a V$  avant la réaction et la masse totale  $m_a p$  après la réaction : perte de masse  $= m_a V - m_a p > 0$

Calculons la perte de masse dans l'exemple précédent :

$$m_a V - m_a p = 225,9770 - 225,9718 = 0,0052$$

C'est la perte de masse qui est à l'origine de l'énergie libérée par une réaction nucléaire.

### 6.1.3. Relation d'Einstein

Toute particule de masse  $m$  possède au repos, une énergie  $\varepsilon_0$  donnée par la relation :

$$\varepsilon_0 = mc^2 \text{ avec } c = 3.10^8 \text{ m/s}$$

### 6.2. Unité de masse et énergie

- Les Chimistes expriment parfois les énergies des liaisons chimiques en  $eV$
- Les physiciens utilisent couramment le méga .

$$1MeV = 10^6 eV$$

$$1eV = 1,6.10^{-19} \text{ J et } 1MeV = 1,6.10^{-13} \text{ J}$$

D'après la relation d'Einstein, à une masse  $m = 1U = 1,66055.10^{-27} \text{ kg}$  . Correspond une énergie d'environ  $931,5 \text{ MeV}$

### 6.3. Défaut de masse d'un noyau

On appelle défaut de masse d'un noyau, la différence entre la masse des nucléons séparés et au repos, et la masse du noyau au repos

Pour un nucléide  $^A_Z X$  , le défaut de masse est :  $[Zm_P + (A - Z)m_n] - m(^A_Z X)$  où  $m_P$  et  $m_n$  sont respectivement la masse du proton et du neutron.

#### 6.3.1. Energie de liaison

L'énergie de liaison  $E_e$  d'un noyau du nucléide  $^A_Z X$  est l'énergie libérée, lors de sa formation à partir des nucléons séparés et au repos :  $E_e = [Zm_P + (A - Z)m_n].c^2 - m \times c^2$

L'énergie de liaison  $E_e$  d'un noyau est l'énergie qu'il faut lui fournir lorsqu'il est au repos, pour le dissocier en ses nucléons isolés et séparés.

### 6.3.2. Fission et fusion

- La fission est une réaction nucléaire provoquée au cours de laquelle un noyau lourd éclate généralement en deux fragments sous l'impact de neutron. La fission de certains noyaux libère de l'énergie.
- La fusion est une réaction nucléaire provoquée au cours de laquelle deux noyaux légers fusionnent pour former des noyaux plus lourds.

La fusion des noyaux légers libère de l'énergie

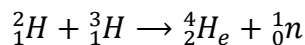
### 6.3.3. Bilan énergétique

Les réactions de fusion et de fission vérifient les équations de conservation : conservation de la charge électrique, conservation du nombre de nucléon et conservation de l'énergie.

L'énergie  $Q$  libérée sous la forme d'énergie cinétique et de rayonnement lors d'une réaction nucléaire est égale au produit de la perte de masse par :  $c^2$

$$Q = (m_a V - m_a P) c^2$$

Exemple : Le combustible des réactions de fusion dans les futures centrales est un mélange de deutérium ( $d$ ) et de tritium ( $t$ ). La réaction de fusion est la suivante :



- 1) Calculer la quantité d'énergie libérée au cours de cette réaction nucléaire.
- 2) Calculer la quantité d'énergie en joule libérée lors de la formation d'une mole d'hélium soit environ  $4g$

Données :

$$m(d) = 2,01355 \text{ U} ;$$

$$m(t) = 3,01550 \text{ U} ;$$

$$m(n) = 1,00866 \text{ U} ;$$

$$m({}^4_2\text{He}) = 4,00150 \text{ U}$$

**Solution :**

- 1) Calculons la perte de masse

$$\begin{aligned} m_a V - m_a P &= (2,01355 + 3,01550) - (1,00866 + 4,00150) \\ &= 1,889 \cdot 10^{-2} \text{ U} \end{aligned}$$

$$Q = (m_a V - m_a P) c^2$$

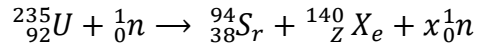
$$Q = 1,889 \cdot 10^{-2} \times 931,5 = 17,6 \text{ MeV}$$

2) L'énergie libérée lors de la formation d'une mole d'hélium vaut :

$$E = N_A \times Q$$

$$E = 6,02.10^{23} \times 17,6 \times 1,6.10^{-13} = 1,70.10^{12} J$$

Exemple : Dans un « pile atomique » ; une des réactions est la suivante :



- 1) Déterminer en les justifiant, les valeurs de  $Z$  et de  $x$
- 2) a- Calculer la perte de masse  
b- calculer en joule et en  $MeV$  l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235
- 3) a- Calculer l'ordre de grandeur de l'énergie libérée par la fission de 5,00g d'uranium 235  
b- Calculer la masse de pétrole libérant, par combustion, la même énergie

Données :  ${}^{235}U$ : 234,99332  $U$  ;  ${}^{94}Sr$  : 93,89446  $U$  ;  ${}^{140}Xe = 139,89194 U$  . ;

$${}^1_0n = 1,00866 U$$

Pouvoir calorifique du pétrole  $U2MJ.kg^{-1}$

$$N_A = 6,02.10^{23}mol^{-1} . U = 1,66054.10^{-27}kg$$

### Solution

- 1) Les valeurs de  $x$  et  $z$  doivent vérifier la conservation des nombres de nucléons et de charge.

$$235 + 1 = 94 + 140 + x \Rightarrow x = 2$$

$$92 \neq 38 + z$$

$$\Rightarrow Z = 54$$

$$\text{L'équation est } {}^{235}_{92}U + {}^1_0n \rightarrow {}^{94}_{38}Sr + {}^{140}_{54}Xe + 2 {}^1_0n$$

- 2) a- La perte de masse

$$m_aV - m_aP = m({}^{235}U) + m_n - m({}^{94}Sr) - m({}^{140}Xe) - m_n$$

$$m_aV - m_aP = 0,19826 U$$

- b- Energie

$$\varepsilon = (m_aV - m_aP)C^2$$

$$\text{AN : } \varepsilon = 0,19826 \times 1,6605410^{-27} \times (3.10^8)^2 = 2,9588.10^{-11} J$$

$$\varepsilon = 2,9588.10^{-11} J$$

$$\diamond e_A - MeV$$

$$\varepsilon = \frac{2,9588.10^{-11}}{1,6022.10^{-13}} = 184,67 MeV$$

3) a- L'énergie libérée par 5g d'uranium

$$n = \frac{5}{235} = 2,13.10^{-2} mol$$

$$\text{Nombre d'atome } N = n \times N_A$$

$$N = 2,13.10^{-2} \times 6,02.10^{23} = 1,28.10^{22} \text{ atomes}$$

$$\varepsilon = 2,9588.10^{-11} \times 1,28.10^{22} = 3,79.10^{11} J$$

b- La masse du pétrole

$$m_z = \frac{3,79.10^{11}}{42.10^6} = 9.10^3 kg$$

### **Bibliographie**

- Guy Fontaine, Physique Terminale D, Nathan, 1989
- J Bourdais, Physique Terminale CE, Bordas 1989
- Physique Terminale CE, Collection Eurin-Gie, Hachette 1989
- L'Essentiel Terminale CDE, BETTENG, 2006



**Partenariat**

Lycée Saint François Xavier  
Label 109



**Livret à ne pas vendre**

**Contact**

info@label109.org

Télécharger gratuitement les applications et livres numériques sur le site:  
<http://www.tchadeducationplus.org>



Mobile et WhatsApp: 0023566307383



Rejoignez le groupe: <https://www.facebook.com/groups/tchadeducationplus>