

Logique et programmation logique

J.-C. Boisson

Jean-Charles.Boisson@univ-reims.fr

(Auteur original Leonardo Brenner 2009-2010)

Licence 3 Informatique / Passerelle - Info0502 - Logique et programmation logique

2020-2021

Partie n°1

Philosophie, Mathématique, Informatique

Histoire de la logique

La logique dans la culture hellénique

- La logique a été considérée dans la culture classique et médiévale comme un instrument indispensable à la construction d'une pensée **scientifique** ;
- A cette époque, toute argumentation se devait d'être **claire** et basée sur des **démonstrations rigoureuses** afin d'être aisément défendable ;
- La logique était un outil importante pour discuter avec les **sophistes**.

Sophistes

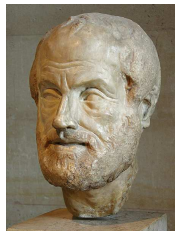
- Dans la Grèce antique, un sophiste désigne à l'origine un **orateur** et un professeur d'éloquence ;
- Aujourd'hui, désigne celui qui profite des ambiguïtés du langage pour produire de **faux** raisonnements.

Logique philosophique

- Aristote (384-322 A.C.) a construit une logique d'argumentation dont la base est la caractérisation de syllogisme.

Syllogisme

- Raisonnement logique à deux propositions conduisant à une conclusion.



Exemple :

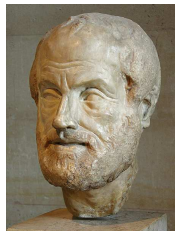
- Tous les hommes sont mortels ;
- Socrate est un homme ;
- Donc, Socrate est mortel.

Logique philosophique

- Aristote (384-322 A.C.) a construit une logique d'argumentation dont la base est la caractérisation de syllogisme.

Syllogisme

- Raisonnement logique à deux propositions conduisant à une conclusion.



Contre-exemple :

- Tout ce qui est rare est cher ;
- Un cheval bon marché est rare ;
- Donc, un cheval bon marché est cher.

Logique mathématique

- Avec son oeuvre intitulé *Éléments*, le mathématicien Euclide (325-265 A.C.) a donné une forme systématique au savoir géométrique ;
- À partir de quelques notions communes (des **axiomes**), Euclide déduit des nouvelles **propositions** ou **théorèmes** ;
- Ces nouvelles propositions et théorèmes constituent l'ensemble du savoir géométrique ;
- Les **déductions** doivent obéir à un ensemble de **règles**.



Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)



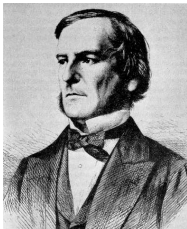
- Philosophe, scientifique, mathématicien, diplomate, bibliothécaire et homme de loi allemand ;
 - A commencé à définir la logique moderne dans le XVI^{ème} siècle.
-
- Basée sur la logique **symbolique** et de caractère purement algébrique ;
 - Les déductions logiques devraient être réalisées uniquement par des manipulations **symboliques** ;
 - La signification **réelle** des symboles n'avait pas d'importance.

Logique Mathématique du XIX^{ème} siècle

- La fin du XVIII^{ème} et le début du XIX^{ème} siècle ont été l'âge d'or des mathématiques ;
- On a commencé à définir les bases de l'**algorithmie** ;
- L'objectif de la logique mathématique de cette époque est de rendre explicites les formes d'inférences.

George Boole (1815-1864)

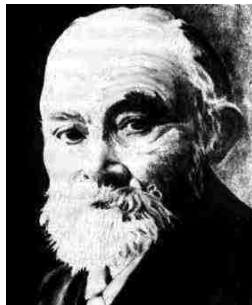
- Considéré comme le père de **logique symbolique** ;
- A défini les bases de la logique **symbolique** et de la *programmation*.



- A défini le premier système formel pour le raisonnement logique (**logique booléenne**) ;
- Application du **calcul formel** à différentes situations.

Gottlob Frege (1848-1925)

- A formulé la différence entre **constante** et **variable** ;
- A introduit la notion de **fonction logique** à plusieurs **variables** et le concept de **quantificateur**.



Quantificateurs

- L'emploi de **quantificateurs** pour lier des **variables** est la principale caractéristique du symbolisme logique moderne ;
- Rendre les fonctions logiques supérieures au symbolisme de Boole ;
- On les considère comme une des principales inventions intellectuelles du XIX^{ème} siècle.



Giuseppe Peano (1858-1932)

- A essayer de réduire l'arithmétique naturelle à la logique symbolique ;
- A introduit des axiomes pour des fonctions de base comme la **fonction successeur** et la **constance** pour 0 ;
- On appelle ces axiomes : **axiomes de Peano**.

David Hilbert (1862-1943)

- Essai de démonstration : toutes les vérités mathématiques peuvent être démontrées dans un **système formel** (**complétude**) ;
- Seules les vérités mathématiques peuvent être démontrées dans de tels systèmes (**consistance**).



Problème de décision de Hilbert

- Existence d'une procédure mécanique pour déterminer si tout énoncé mathématique vrai peut être ou non prouvés. Autrement dit, s'ils peuvent être déduits à partir d'un ensemble de prémisses ;
- Une machine alimentée d'énoncés mathématiques est-elle capable de dire si un énoncé est **vrai** ou **faux** ?



Kurt Gödel (1906-1978)

- "Si S est un système formel suffisamment fort pour contenir l'arithmétique élémentaire, alors S est **incomplet** ou **inconsistant**".

Exemple

- Dans une théorie sur les nombres naturels, il existe des vérités que ne peuvent pas être prouvées uniquement sur la logique (*symbolique*).

Logique Moderne ... *la fin d'un rêve*

Les limites de la logique symbolique

Toute l'arithmétique (encore moins toute la mathématique) ne peut être décrite sur un système logique qui soit **consistant** et **complet**.

Quelle vérité ???

Peu importe le formalisme, il existe des énoncés mathématiques vrais ne pouvant pas être démontrés.

Alan Turing (1912 - 1954)



- Dans article "On Computable Numbers, with an application to the Entscheidungs Problem", il introduit la **Machine de Turing**.
- Formalise la notion de **fonction calculable** ("*computable*") ;
- Une "*Fonction computable*" est un programme pour la **machine de Turing** (Thèse de Turing) ;
- **Problème de l'arrêt** : il existe des problèmes que la **machine de Turing** ne peut pas résoudre.

Problème de l'arrêt d'un programme

C'est un des premiers problèmes démontré comme **non décidable**.

Reformulation

Le problème de l'arrêt peut être reformulé sur des nombres naturels, par conséquent, les mêmes propriétés sont vérifiées.

Intelligence Artificielle (IA)

Logique et intelligence

Est-ce qu'un raisonnement logique signifie **intelligence** ?

Test de Turing

- Principe : un **juge** discute avec deux personnes par message
- Objectif : deviner quelle personne est en fait un **ordinateur**

Variante sonore du test de Turing

- Principe : un **juge** regarde deux vidéos
- Objectif : deviner quelle vidéo a un vrai son de celle qui a un son inventé par un **ordinateur**
- Explication : [IA du CSAIL](#)

Intelligence Artificielle (IA)

Logique et intelligence

Est-ce qu'un raisonnement logique signifie [intelligence](#) ?

Autour de l'édition d'image assistée par IA

- Encore une vidéo du CSAI ;
- [Ajustement d'éléments de décor.](#)

Bonus IA

[clic me !!!](#)