MA0407- DS Mars 2017 - *Durée 1h00*

L'usage de tout document, calculatrice, téléphone, boulier ou divination est interdit, toutes les réponses doivent être justifiées.

N'oubliez pas - d'écrire votre nom, vos prénoms, de numéroter chacune de vos copies, d'y reporter votre numéro de place et d'en indiquer le nombre total (-1pt par omission). Pour l'évaluation de la copie, il sera tenu compte de la rigueur, de la qualité et de la propreté de la rédaction.

ic-ctot. v0.101

Exercice 1 (Inversions)

Déterminer les inverses des matrices suivantes par la méthode des tableaux (la méthode magique) ou par la méthode de Gauss - ce qui comme vous devez le savoir est la même chose. (Toute autre méthode est exclue).

Indiquer systématiquement les transformations effectuées.

1. $$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -3 \\ 2 & -6 & 5 \end{pmatrix}$$

2. $$B = \begin{pmatrix} -4 & 3 & -6 \\ 2 & -2 & 3 \\ 1 & -3 & 6 \end{pmatrix}$$

3. $$C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 & -3 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Exercice 2 (scilab)

Que donne à l'affichage, l'exécution des commandes successives suivantes, c'est à dire que contiennent t, A, B, C et D après ces instructions.

```
>t = linspace(10,12,5)
>A = [ 2 3 4 5]
>B = [ 2 3;4 5]
>C = matrix(1:20,4,5)
>D = C([4:-2:1],[1:2:5])
```

Exercice 3 (Algo)

On cherche à résoudre un système linéaire de la forme $AX = B$ de la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \cdots & \cdots\cdots & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & \cdots & \cdots & \vdots & a_{2n} \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & \cdots & \cdots & \vdots & a_{3n} \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & \cdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \cdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & 0 & a_{(n-1)(n-2)} & a_{(n-1)(n-1)} & a_{(n-1)(n)} \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & a_{n(n-1)} & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ b_{n-1} \\ b_n \end{pmatrix}$$

A est donc une matrice (n, n) "ressemblant" à une matrice triangulaire supérieure, mais avec donc des termes supplémentaires a priori non nuls juste en dessous de la diagonale principale. On a en fait :

$$a_{i,j} = 0 \text{ pour } i > j + 1 \quad i, j \in \{1, 2, 3, ..., n\}$$

Par rapport à une matrice triangulaire supérieure, on a donc des termes $a_{21}, a_{32}, a_{43}, ..., a_{(n-1)(n-2)}, a_{n(n-1)}$ devant a priori être considérés comme non nuls. Ecrire l'algorithme de résolution à la Gauss correspondant en pseudo code. C'est en fait très simple : la première étape fera en fait une réduction de Gauss adaptée et tranformera le système en système triangulaire supérieure qu'il suffira de résoudre dans la seconde étape. (On suppose bien entendu qu'il n'y a pas de problème de résolution : on peut effectuer la réduction de Gauss, sans devoir effectuer de permutation de lignes)

— **Bonne Chance** —