

Travaux dirigés n° 1

Systèmes (de numération) binaire, octal et hexadécimal

Système de numération

On appelle système de numération tout système permettant d'écrire les nombres.

Nous utilisons usuellement le système de numération décimal.

$2745 = 5 + 4.10 + 7.10^2 + 2.10^3$. 10 est la base du système, on utilise dix symboles pour les chiffres, la position de chaque chiffre permet de connaître son poids : chiffre des unités, chiffre des dizaines ... La base 10 est commode car nous avons dix doigts mais rien n'empêche d'utiliser une autre base. Les sumériens utilisaient la base 60 pour leurs calculs astronomiques et il en reste quelques traces dans nos systèmes d'unités pour le temps et les angles.

Soit B un entier strictement supérieur à 1.

Définition On pose $(b_k b_{k-1} \dots b_1 b_0)_B = b_k.B^k + b_{k-1}.B^{k-1} + \dots + b_1.B + b_0$, avec pour chaque chiffre $0 \leq b_i < B$

Exemple $(342)_5 = (97)_{10}$

Remarque $(b_k b_{k-1} \dots b_1 b_0)_B = b_0 + B.(b_k b_{k-1} \dots b_1)_B$ avec $0 \leq b_0 < B$

Autrement dit si $N = (b_k b_{k-1} \dots b_1 b_0)_B$ alors b_0 est le reste de la division entière de N par B et $(b_k b_{k-1} \dots b_1)_B$ est la représentation en base B du quotient.

Exercice 1 (Base b vers base 10 ou inversement)

Compléter les tableaux suivants :

base 5	décimal
3	
31	
314	
3142	
31421	

décimal	base 5
1	
9	
45	
228	
1142	

décimal	base 8
0	
5	
42	
342	
2740	

La mémoire et le système binaire

Exercice 2 (Du binaire, octal et hexadécimal vers la base 10)

Exprimer $(110101)_2$ en base 10. De même pour $(456)_8$ et $(abc)_{16}$

Exercice 3 (De la base 10 vers le binaire, octal et hexadécimal)

Compléter le tableau suivant :

décimal	binaire	octal	hexadécimal	décimal	binaire	octal	hexadécimal
0				8			
1				9			
⋮				⋮			
7				15			

Exercice 4 (Changements de bases)

Compléter le tableau suivant :

décimal	binaire	octal	hexadécimal
1213 542	10001 111011001	473 756	a2b 123

Et les opérations ?

|| Dans un ordinateur, à côté de la mémoire (qui contient des entiers) il y a une deuxième unité importante : l'unité de calcul. Peut-on faire des calculs en base 2, 8 ou 16 ?

Exercice 5 (Les tables d'addition et de multiplication en octal)

Compléter les tables :

addition en octal

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0								
1								
⋮								
7	7	10	11	12	13	14	15	16

multiplication en octal

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0								
1								
⋮								
7	0	7	16					61

Exercice 6 (Opérations)

Effectuer les opérations suivantes :

a	b	a + b	a - b	a * b
(11011) ₂	(1101) ₂			
(45) ₈	(32) ₈			
(b2a) ₁₆	(92) ₁₆			

Exercice 7 (Les atomes de l'univers)

Le nombre total d'atomes dans l'univers est estimé à 10^{80} , combien faut-il de bits pour écrire ce nombre ?