MINF0402 série 4

Exercice 1 -

Soit la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 11 & -8 & 8 \\ 4 & -1 & 4 \\ -8 & 8 & -5 \end{pmatrix}$$

Montrer que (-1) et (3) sont des valeurs propre de A et déterminer les espace propres associés, leurs dimensions et pour chacun d'eux une base.

Exercice 2 -

Soit la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 9 & -3 & -6 \\ 3 & 3 & -6 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Calculer le polynôme caractéristique de A
2. Déterminer les valeurs propres de A. Peut-on dire sans calcul si A est diagonalisable ? Pourquoi ?
3. Pour chaque valeur propre, déterminer une base et la dimension de l'espace propre associé.
4. Montrer que A est diagonalisable, c'est à dire donc qu'il existe une matrice S inversible telle que $D = S^{-1}AS$ soit diagonale. On donnera de plus les matrices S et D.

Exercice 3 -

1. Soit la matrice définie par :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ -2 & 4 & -2 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

   (a) Calculer le polynôme caractéristique de A

   (b) Déterminer les valeurs propres de A et pour chaque valeur propre, déterminer une base de l'espace propre associé.

   (c) A est -elle diagonalisable ? Pourquoi ? si oui effectuer sa diagonalisation, c'est à dire déterminer une matrice P inversible et une matrice diagonale D telles que $D = P^{-1}AP$.

2. Mêmes questions avec $B = \begin{pmatrix} -8 & 5 & 2 \\ -13 & 8 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

Exercice 4 -

Pour chacune des matrices suivantes, déterminer si elles sont diagonalisables ? dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ Effectuer cette diagonalisation quand cela est possible dans $\mathbb{R}$, on donnera à chaque fois la matrice diagonale D et la matrice de changement de base P telle que $P^{-1}AP = D$.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & -4 & 12 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$