

**Exercice 1** (Inversion de matrice  $2 \times 2$ ) Déterminer si les matrices suivantes sont inversibles et dans ce dernier cas déterminer leurs inverses :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 11 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 9 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 20 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 16 \\ 7 & 56 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -8 & 6 \end{pmatrix}$$

**Exercice 2** (Inversion de matrice  $3 \times 3$ ) Déterminer si les matrices suivantes sont inversibles et dans ce dernier cas déterminer leurs inverses :

$$\begin{aligned} 1. \quad A &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -5 & -8 & -8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & -1 \\ -2 & 7 & 6 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 5 & 15 & 26 \end{pmatrix} \\ 2. \quad A &= \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 3 & -4 & -4 \\ -5 & 10 & 7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -5 & -9 & 4 \\ 3 & 9 & -9 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 8 & -6 & 2 \\ 4 & 6 & 11 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -12 & 3 & -6 \\ -4 & -3 & 0 \end{pmatrix} \\ 3. \quad A &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -3 \\ 2 & -3 & 6 \end{pmatrix} \\ 4. \quad A &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ -3 & 4 & -6 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ -4 & 8 & -9 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 8 & 12 & 4 \\ 7 & 9 & 5 \end{pmatrix} \\ 5. \quad A &= \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -2 & 7 & -1 \\ -5 & 12 & 12 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 1 & -1 \\ 20 & -2 & 3 \\ -10 & 4 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 7 \\ 2 & 2 & 3 \\ -2 & -4 & -3 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 10 & -4 & 15 \\ -6 & 2 & -12 \end{pmatrix} \\ 6. \quad A &= \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -3 & -1 & -7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 9 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -2 \\ 5 & 20 & 13 \\ -2 & -21 & -14 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

**Exercice 3** (Inversion de matrice  $4 \times 4$ ) Déterminer si les matrices suivantes sont inversibles et dans ce dernier cas déterminer leurs inverses :

$$\begin{aligned} 1. \quad A &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix} \\ 2. \quad A &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ -2 & 3 & 3 & 4 \\ -2 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & -1 \\ -6 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & -5 & 6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

**Exercice 4** Soient :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad Y' = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad Z = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

1. Calculer  $AX$  et  $BX$ , que remarque t-on par rapport à la multiplication usuelle dans  $\mathbb{R}$  ?
2. Calculer  $CY$  et  $CY'$  que remarque t-on par rapport à la multiplication usuelle dans  $\mathbb{R}$  ?
3. Calculer  $CZ$ .

**Exercice 5** 1. Soient  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ , et  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ . Calculer  $AB$  et  $BA$ , que remarque t-on par rapport à la multiplication usuelle dans  $\mathbb{R}$  ?

2. Soient  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ . Calculer  $AB$

3. Soit :  $C = \begin{pmatrix} -11 & 4 & 3 \\ -25 & 9 & 7 \\ -8 & 3 & 2 \end{pmatrix}$  Calculer  $C^2 = C \times C$  et  $C^3 = C \times C \times C$  que remarque t-on par rapport à la multiplication usuelle dans  $\mathbb{R}$  ?