

Erreurs à ne pas faire

$$(5) \begin{cases} 3x + 5y + 7z = 1 \\ 3x + 6y + 2z = 7 \\ 2x + 6y + 7z = 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ L_3 \leftarrow 3L_3 - 2L_1 \end{array}$$

$$\begin{cases} 3x + 5y + 7z = 1 \\ y - 5z = 6 \\ 8y + 7z = 1 \end{cases} \quad L_3 \leftarrow L_3 - 8L_2$$

$$\begin{cases} 3x + 5y + 7z = 1 \\ y - 5z = 6 \\ 47z = -47 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = -1 \\ y = 6 + 5z = 1 \\ x = \frac{1}{3} (1 - 5y + 7z) = 1 \end{cases}$$

$$S = \{ (1, 1, -1) \}$$

$$\begin{cases} 3x + 5y + 7z = 1 \\ 3x + 6y + 2z = 7 \\ 2x + 6y + 7z = 1 \end{cases}$$

~~$$\begin{aligned} L_1 &\leftarrow L_1 - L_2 \\ L_2 &\leftarrow L_2 - L_3 \\ L_3 &\leftarrow L_3 - L_1 \end{aligned}$$

non valides~~

$$(S') \begin{cases} -y + 5z = -6 \\ x - 5z = 6 \\ -x + y = 0 \end{cases}$$

$$L_3 \leftarrow L_3 + L_2$$

$$\begin{cases} x & -y + 5z = -6 \\ & -5z = 6 \\ y & -5z = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6 + 5z \\ y = 6 + 5z \end{cases}$$

$$S' = \{ (6 + 5z, 6 + 5z, z) \mid z \in \mathbb{R} \}$$

Où est l'erreur ?

Reprenons le système de départ

$$S \begin{cases} 3x + 5y + 7z = 1 \\ 3x + 6y + 2z = 7 \\ 2x + 6y + 7z = 1 \end{cases}$$

les transformations à l'étape 1
étaient

$$L_1 \leftarrow L_1 - L_2$$

$$L_2 \leftarrow L_2 - L_3$$

$$L_3 \leftarrow L_3 - L_1$$

effectuons les l'une après l'autre

a) $L_1 \leftarrow L_1 - L_2$

$$\begin{cases} -y + 5z = -6 \\ 3x + 6y + 2z = 7 \\ 2x + 6y + 7z = 1 \end{cases}$$

b) $L_2 \leftarrow L_2 - L_3$

$$\begin{cases} -y + 5z = -6 \\ x - 5z = 6 \\ 2x + 6y + 7z = 1 \end{cases}$$

c) $L_3 \leftarrow L_3 - L_1$

$$\begin{cases} -y + 5z = -6 \\ x - 5z = 6 \\ 2x + 7y + 2z = 7 \end{cases}$$

Et ce système n'est pas le même
qu'à la fin de la première étape

Et ce système n'est pas le même
qu'à la fin de la première étape !

Car la ligne L_1 a été modifiée
dès l'étape a) et n'est donc plus
accessible !

en fait toute solution de (S) est
solution de (S') mais la réciproque
n'est pas vraie !

Par Gauss on ne visque pas de
faire ce type d'erreur car
on ajoute une ligne (qu'on ne touche pas)
aux autres lignes avec les bons coeff's.

$$\begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \leftarrow L_2 - \alpha_2 L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - \alpha_3 L_1 \\ \vdots \\ L_n \leftarrow L_n - \alpha_n L_1 \end{array}$$