Corrections exos

Exo 6

$n_i = n \times f_i$

1g)

classes	F_i	f_i	n_i	
$[5,7[$	0,04	0,04	6	
$[7,11[$	0,14	0,10	15	
$[11,13[$	0,44	0,30	45	
$[13,15[$	0,96	0,52	78	
$[15,19[$	1	0,04	6	
Total		1	150	

Calcul de n.

$$\text{Var}(x) = \sum_{i=1}^{k} f_i x_i^2 - \bar{x}^2 \simeq 4,93$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=k} n_i x_i = \frac{1905}{n}$$

Comme $\sum_{i=1}^{k} f_i x_i^2 = 166,23$, alors on a

$$166,23 - \left(\frac{1905}{n}\right)^2 = 4,93$$

Ainsi,

$$\left(\frac{1905}{n}\right)^2 = 166,23 - 4,93 = 161,30$$

$$n = \sqrt{\frac{(1905)^2}{161,30}} = 150$$

2°) $\gamma = \frac{N_3}{(\sigma_x)^3}$ $\quad N_3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i (c_i - \bar{x})^3$.

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i = \frac{1905}{150} = 12$

On a

$$N_3 = \frac{1}{150}\left[6(6-12)^3 + 15(9-12)^3 + 45(12-12)^3 + 78(14-12)^3 + 6(17-12)^3\right]$$

$$= \frac{1}{150}\left[-1296 - 405 + 0 + 624 + 750\right] = -2,18$$

Ainsi,

$$\gamma = \frac{-2,18}{(\sqrt{4,93})^3} = -0,199 < 0$$

Comme $\gamma < 0$, la distribution est étalée à gauche, oblique à droite.

Ex07

X \ Y	15	25	35	45	Marge de X
-1	40	168	320	68	596
0	84	28	48	16	176
1	128	32	24	44	228
Marge de Y	252	228	392	128	1000

$$\bar{X} = \frac{1}{1000}\left[596 \times (-1) + 176 \times 0 + 228 \times 1\right] = -0,368$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{1000}\left[252 \times 15 + 228 \times 25 + 392 \times 35 + 128 \times 45\right] = 28,96$$

$$Var(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i X_i^2 - \bar{X}^2 \quad (3)$$

$$= \frac{1}{1000}\left[596 \times (-1)^2 + 176 \times 0^2 + 228 \times 1^2\right] - (-0,368)^2$$

$$= 0,6886$$

$$Var(Y) = \frac{1}{1000}\left[252 \times 15^2 + 228 \times 25^2 + 392 \times 35^2 + 128 \times 45^2\right] - (28,96)^2$$

$$= 99,91$$

2) Distribution de Y sachant $X = 0$

$$f_{Y=15/X=0} = \frac{84}{176} = 0,477 \quad , \quad f_{Y=25/X=0} = \frac{28}{176} = 0,159$$

$$f_{Y=35/X=0} = \frac{48}{176} = 0,272 \quad , \quad f_{Y=45/X=0} = \frac{16}{176} = 0,090$$

$$\bar{Y}_2 = \frac{1}{176}\left[84 \times 15 + 28 \times 25 + 48 \times 35 + 16 \times 45\right]$$

$$= 24,77$$

$$Var_2(Y) = \frac{1}{176}\left[84 \times 15^2 + 28 \times 25^2 + 48 \times 35^2 + 16 \times 45^2\right] - (24,77)^2 = 111,312.$$

$$\sigma_2(Y) = \sqrt{Var_2(Y)} = 10,55$$

Ex08

(4)

Distribution marginale des effectifs de X $\rightarrow n_i$

a_i	X \ Y	[5,8[	[8,10[	[10,12[	[12,15[	[15,19[	Marge de X	f_i	F_i
3	[5,8[	9	12	1	3	0	25	0,166	0,166
2	[8,10[	3	16	12	10	0	41	0,273	0,44
2	[10,12[	0	1	30	13	1	45	0,3	0,74
3	[12,15[	0	0	3	24	8	35	0,233	0,973
4	[15,19[	0	0	0	1	3	4	0,026	1
	Total	12	29	46	51	12	150	1	

$h_1 = \frac{0,166}{3} = 0,055$, $h_2 = \frac{0,273}{2} = 0,136$

$h_3 = \frac{0,3}{2} = 0,15$ $h_4 = \frac{0,233}{3} = 0,077$

$h_5 = \frac{0,026}{4} = 0,0085.$

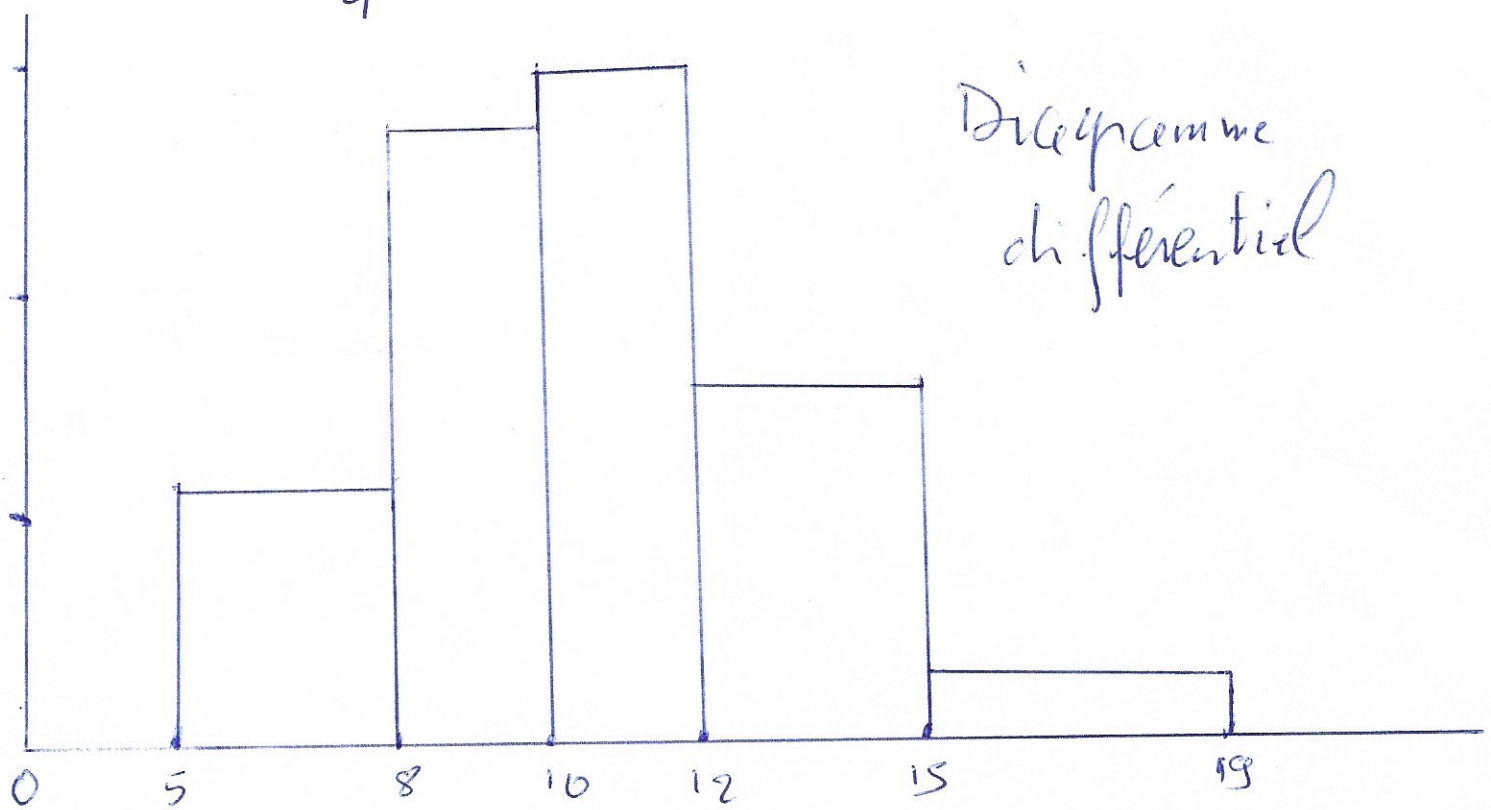


Diagramme différentiel

Tracez la courbe cumulative.

Moyenne de X (5)

$$\bar{X} = \frac{1}{150}\left[25\times 6{,}5 + 41\times 9 + 45\times 11 + 35\times 13{,}5 + 4\times 17\right] = 10{,}44667$$

classe médiane : $[10, 12[$.

les pts : $(10, 0.44), (\nu, 0.5), (12, 0.74)$

on a

$$\frac{\nu - 10}{0.5 - 0.44} = \frac{12 - 10}{0.74 - 0.44}$$

$$\nu - 10 = 0.06 \times \frac{2}{0.3} = 0.4 \Rightarrow \nu = 10.4$$

calculer la variance.

2°) $f_{1/3} = \frac{1}{46}$, $f_{2/3} = \frac{12}{46}$, $f_{3/3} = \frac{30}{46}$,

$f_{4/3} = \frac{3}{46}$, $f_{5/3} = \frac{0}{46} = 0$. (distribution conditionnelle de X sachant $10 \le Y \le 12$)

$f_{3/3}$ signifie que l'étudiant est moyen en math sachant qu'il est moyen en économie.

$\sum_{i=1}^{2} f_{i/3}$ signifie l'étudiant est faible en math sachant moyen en économie.

$$\bar{X}_1 = \frac{1}{12}\left[9 \times 6{,}5 + 3 \times 9 + 0 \times 11 + 0 \times 13{,}5 + 0 \times 17\right]$$

$$= 7{,}125$$

$$\bar{X}_2 = \frac{1}{29}\left[12 \times 6{,}5 + 16 \times 9 + 1 \times 11 + 0 \times 13{,}5 + 0{,}17\right]$$

$$= 8.0345$$

$$\bar{X}_3 = \frac{1}{46}\left[1 \times 6{,}5 + 12 \times 9 + 30 \times 11 + 3 \times 13{,}5 + 0 \times 17\right]$$

$$= 10.5435$$

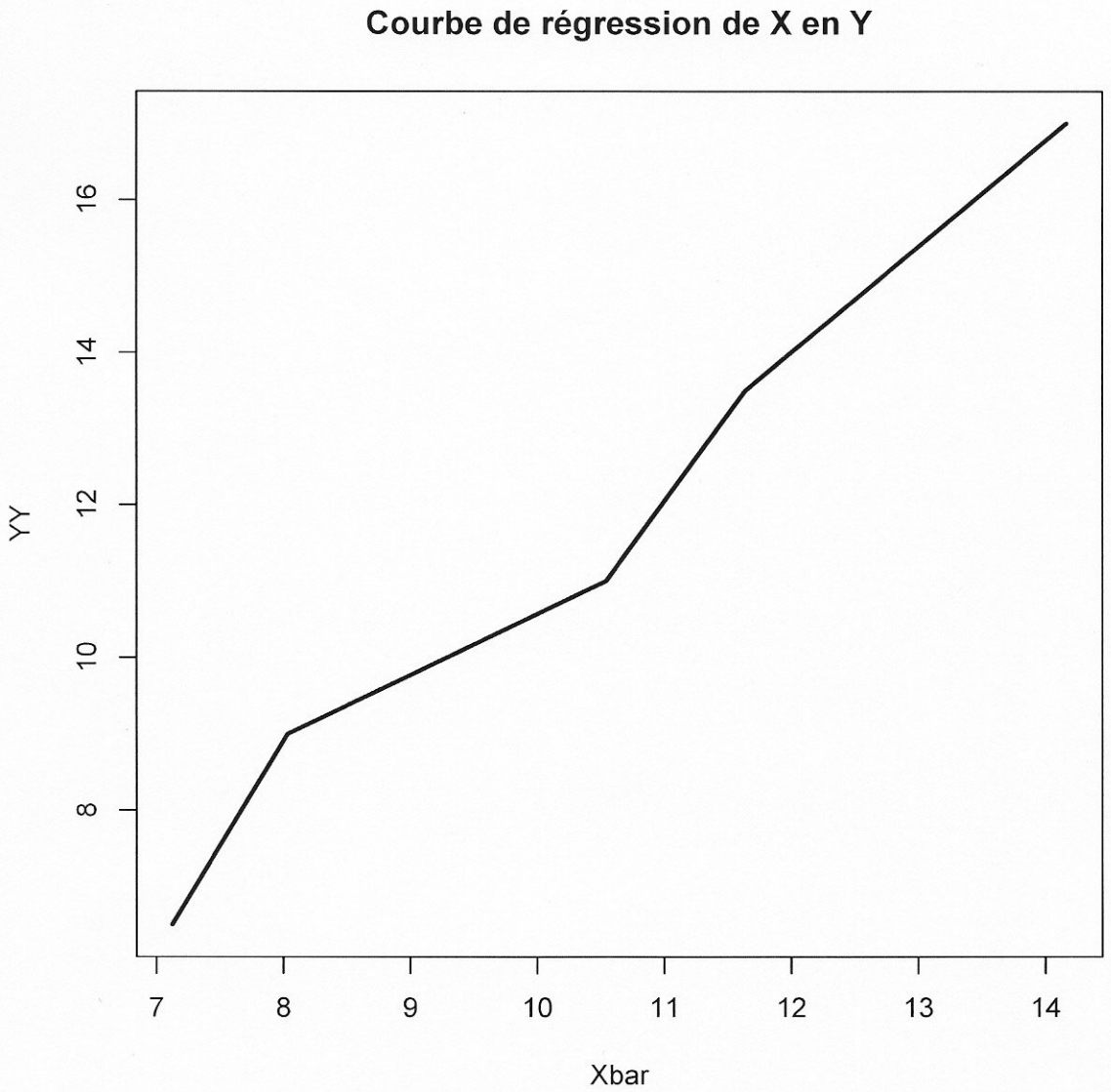
$$\bar{X}_4 = \frac{1}{51}\left[3 \times 6{,}5 + 10 \times 9 + 13 \times 11 + 24 \times 13{,}5 + 1 \times 17\right]$$

$$= 11{,}637$$

$$\bar{X}_5 = \frac{1}{12}\left[0 \times 6{,}5 + 0 \times 9 + 1 \times 11 + 8 \times 13{,}5 + 3 \times 17\right]$$

$$= 14{,}166$$

7



Il y a dépendance de X par rapport à Y.