### **CHPS0742**

#### **OPTIMISATION**

COURS 1

### PRÉSENTATION DE LA MATIÈRE, ORGANISATION ET INTRODUCTION



Pierre Delisle Département de Mathématiques, Mécanique et Informatique Septembre 2018

#### Pierre Delisle

- Maître de Conférences au département de Mathématiques, Mécanique et Informatique de l'URCA
- Mail
  - pierre.delisle@univ-reims.fr
- Site Web
  - http://cosy.univ-reims.fr/~pdelisle



#### Plan de la séance

- Description de la matière
  - Objectifs
  - Organisation
- Introduction à la recherche opérationnelle et à l'optimisation

### Objectifs de la matière

- Acquisition de méthodes fondamentales
  Compétences spécifiques en optimisation
- Compétences générales
  - Modélisation, formalisation de problèmes dans un paradigme mathématique spécifique
  - Résolution exacte ou approchée

- - Optimisation linéaire
  - Optimisation linéaire en nombres entiers
  - Algorithmes de séparation-évaluation (Branch and Bound)
  - Programmation dynamique
  - Résolution de problèmes d'optimisation combinatoire
    - Méthodes exactes
    - Méthodes approchées

### Organisation

- CM
  - 5 x 2 heures
- TD
  - 5 x 2 heures
- CM et TD « intégrés »
  - Lundi 14h00-16h00
  - Mercredi 14h00-16h00
- TP
  - 5 x 2 heures (probablement)
  - Planning à déterminer plus tard
- Surveillez les emplois du temps et vos mails!

- Évaluation
  - Projets : 40%
    - 2 projets
    - Code + rapport + oral
  - Examen: 60 %

#### Structure du cours

- Partie 1
  - Optimisation linéaire
- Partie 2
  - Graphes, représentation de problèmes
  - Méthodes par séparation-évaluation
- Partie 3
  - Résolution approchée de problèmes d'optimisation
  - Heuristiques et métaheuristiques

# INTRODUCTION

Optimisation ??? Recherche opérationnelle ???

### Recherche opérationnelle

- Selon R. Faure
  - Ensemble des méthodes et techniques rationnelles d'analyse et de synthèse des phénomènes d'organisation (relations actives entre des hommes, des machines et des produits) ...
  - utilisables pour élaborer de meilleures décisions
- Auxiliaire de la décision humaine
  - On ne se limite pas au « bon sens », mais on l'aide par l'application de modèles mathématiques

L'optimisation est un domaine de la recherche opérationnelle

### Historique de la recherche opérationnelle

- Même si elle est en fait plus ancienne, on peut dire qu'elle fait réellement son apparition durant la seconde guerre mondiale
  - Application aux *opérations* militaires
  - Implantation optimale des radars de surveillance britannique (bataille d'angleterre)
- Par la suite, application à l'économie industrielle

- Acceptation et progression de la RO
  - « Scientifisation » des sciences économiques
  - Augmentation de la taille et de la complexité des problèmes à résoudre dans l' « ère moderne »
  - Apparition des premiers ordinateurs permettant d'appliquer les méthodes

### Domaines d'application de la recherche opérationnelle

- La RO intervient dans les domaines où le jugement humain est faible ou impuissant
  - Problèmes combinatoires
  - Domaines de l'aléatoire
  - Situations de concurrence

#### Problèmes combinatoires

#### Un problème bidon (pour commencer):

- Une famille de 8 personnes se réunit quotidiennement 2 fois autour de la table pour prendre un repas.
- Combien de temps leur faudra-t-il pour épuiser toutes les possibilités différentes de s'asseoir autour de la table ?
- Pour la 1ère chaise, il y a 8 possibilités de personnes possibles
- Pour la 2e chaise, la première chaise étant occupée, il reste 7 possibilités
- ...
- Pour la 7e chaise, il reste 2 possibilités
- Pour la 8e et dernière chaise, il reste 1 possibilité
- Il y a ainsi 8 x 7 x 6 x 5 x ... x 2 x 1 = 8! = 40 320 possibilités
- À 720 repas par année  $(2 \times 30 \times 12) ---> 40 \times 320 / 720 = 56$  ans
- C'est le nombre de permutations sans répétition

#### Problèmes combinatoires

- Affichage de chaque permutation d'un ensemble de n éléments sans répétitions
  - Énumération de n! solutions
- Sur un ordinateur d'aujourd'hui, on arrive à le faire pour n = ?
- L'énumération de 20! solutions, à la vitesse d'une énumération à chaque microseconde, prendrait 77 096 ans!
- Dans tous les problèmes fortement combinatoires, l'esprit humain ne peut envisager le nombre d'arrangements, permutations ou combinaisons
- Pourtant, nous sommes régulièrement confrontés à de telles situations
  - Comment choisir?
  - Principe fondamental : éviter l'énumération

#### Problèmes combinatoires

- Des problèmes académiques
  - Voyageur de commerce
  - Ordonnancement
- Des problèmes réels
  - Ordonnancement de voitures
  - Planification de production
- Des problèmes d'informaticien
  - Installer un réseau dans une entreprise
  - Couverture wifi d'une zone géographique

#### Domaines de l'aléatoire

#### Un autre exemple bidon :

- La moyenne des visites des profs au psy de l'université est d'un prof par 4 minutes
- Le psy peut servir, en moyenne, une personne à toutes les 3 minutes 18 secondes
- Conclusion
  - 8 h \* 60 minutes / 4 = 120 profs/jour
  - 120 \* 3m18 = 6h38 sur une journée de 8h : un psy suffit
- Est-ce réaliste ?

- Il faut considérer le phénomène aléatoire des visites
  - Temps perdu par l'attente = perte de production
  - Il pourra être plus rentable d'engager un deuxième psy pour absorber les pointes de traffic
- Il faut tenir compte des incidences du hasard et minimiser le coût global des opérations

#### Situations de concurrence

- Le choix d'une stratégie, dans une situation donnée, dépend des décisions des concurrents
  - À la fois un problème combinatoire et une situation de hasard

#### Encore un exemple bidon?

- Pour une compagne de vente, un fabricant doit décider de maintenir/augmenter/diminuer ses prix
- La concurrence peut lui opposer les mêmes stratégies



- La solution à ce problème ?
  - Le fabricant doit, au hasard, mais 3 fois sur 5, maintenir ses prix et, 2 fois sur 5, les abaisser...
  - ... pendant que son concurrent s'il est habile, doit, 4 fois sur 5, les maintenir et, 1 fois sur 5, les diminuer

**-**:-O

### Synthèse

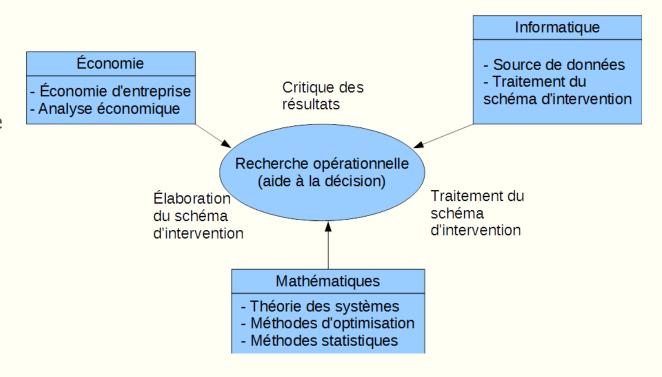
- Les domaines d'application de la Recherche Opérationnelle peuvent se classer en
  - Problèmes combinatoires
    - Rentabilité des investissements
    - Planification des transports
    - Planification d'horaires
    - .
  - Problèmes stochastiques (où intervient le hasard)
    - Files d'attentes
    - Problèmes de stocks
    - Réparation d'équipements
    - ...
  - Problèmes concurrentiels
    - Politiques d'approvisionnements
    - Politiques de vente
    - **...**

Nous allons nous intéresser principalement à ces domaines d'application

### Difficultés et dangers de l'optimisation

- Optimiser mathématiquement chaque critère de performance ne garantit pas une bonne décision
  - Les critères peuvent être contradictoires : problème multi-objectif
  - Il est généralement impossible de construire un modèle mathématique complet d'une situation
  - Influence du temps, du facteur « humain », …
- La RO assiste la prise de décision, elle ne la remplace pas

La RO : un art plus qu'une science



## PROCHAIN COURS:

# OPTIMISATION LINÉAIRE