MINF0402 - Mars 2019 - *Durée 1h00*

L'usage de tout document, calculatrice, téléphone, boulier ou divination est interdit, toutes les réponses doivent être justifiées. N'oubliez pas - d'écrire votre nom, vos prénoms, de numéroter chacune de vos copies, d'y reporter votre numéro de place et d'en indiquer le nombre total (-1pt par omission). Pour l'évaluation de la copie, il sera tenu compte de la rigueur, de la qualité et de la propreté de la rédaction.

ic-ctot. v2.0 - C2.00

Exercice 1 (Ciel mon Lab)

Que donne à l'affichage, l'exécution des commandes successives suivantes, c'est à dire que contiennent A, B, R1... après ces instructions ou que s'affiche t-il à l'écran ?

```
>A=0:10:30
>B=4:-1:1
>R1=A+B
>R2=A*B'
>R3=A'*B
>R4=A.*B
>C=zeros(A)
>S=0; for i=1:5 S=S+i; end; disp(S)
>t=linspace(-1,1,11);
>plot(t,t.*t);plot(t,t.*t,'r+')
```

Exercice 2 (C'est magique !)

Déterminer les inverses des matrices suivantes par la méthode magique. **Indiquer systématiquement les transformations effectuées.**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -1 & 4 & -4 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 6 & 10 \\ 2 & 4 & 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

Remarque : tous les matrices inverses sont à coefficients entiers !

Exercice 3 (Attention ce n'est pas l'exercice de TD)

On veut résoudre le système linéaire $Mx = K$ de la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} b_1 & c_1 & d_1 & & & & & \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 & & & & \\ & a_3 & b_3 & c_3 & d_3 & & & \\ & & a_4 & b_4 & c_4 & d_4 & & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & & & a_{n-2} & b_{n-2} & c_{n-2} & d_{n-2} \\ & & & & & & a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} \\ & & & & & & & a_n & b_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ \dots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \\ \dots \\ k_{n-1} \\ k_n \end{pmatrix}$$

M est donc une matrice à n lignes et n colonnes, les coefficients qui n'apparaissent pas sur la représentation ci-dessus sont nuls. On suppose que l'on ne rencontre pas de pivot nul, dans l'élimination de Gauss. Attention les coefficients α_i, β_i et γ_i qui apparaissent dans ce qui suit ne dépendent pas de $x_1, ...x_n$.

1. Premières étapes
   (a) Ecrire la première équation et montrer que l'on peut écrire : $x_1 = \alpha_1 x_2 + \beta_1 x_3 + \gamma_1$ où l'on précisera ce que valent α_1, β_1 et γ_1 en fonction des coefficients de M et K.
   (b) Ecrire la seconde équation et montrer que l'on peut écrire : $x_2 = \alpha_2 x_3 + \beta_2 x_4 + \gamma_2$ où l'on exprimera α_2, β_2 et γ_2 en fonction de α_1, β_1 et γ_1 et des coefficients de M et K.
2. Etape générale : i-ème étape.
   On suppose que l'on a donc établi à l'étape précédente : $x_{i-1} = \alpha_{i-1} x_i + \beta_{i-1} x_{i+1} + \gamma_{i-1}$.
   Ecrire la i-ème équation et montrer que l'on peut écrire : $x_i = \alpha_i x_{i+1} + \beta_i x_{i+2} + \gamma_i$ où l'on exprimera α_i, β_i et γ_i en fonction de α_{i-1}, β_{i-1} et γ_{i-1} et des coefficients de M et K.
3. Dernières étapes
   (a) Ecrire la (n-1)-ème équation et montrer que l'on peut écrire : $x_{n-1} = \alpha_{n-1} x_n + \gamma_{n-1}$, où l'on exprimera α_{n-1} et γ_{n-1} en fonction de α_{n-2}, β_{n-2} et γ_{n-2} et des coefficients de M et K.
   (b) Ecrire la (n)-ème équation et montrer que l'on peut écrire : $x_n = \gamma_n$, où l'on exprimera γ_n en fonction de α_{n-1} et γ_{n-1} et des coefficients de M et K.
4. ALGO -En déduire la méthode de résolution de $Mx = K$ qu'on écrira donc en pseudo-code.

————— • **Bon Courage** • —————