

Université de Reims
Champagne-Ardenne
U.F.R. de Sciences
Exactes et Naturelles

Licence 3 INFO / PASSERELLE
INFO0502
2020/2021
J.-C. Boisson

TD 1

Logique propositionnelle

Ce TD a pour but de travailler sur les concepts de la *logique des propositions*, tels que les aspects syntaxiques et sémantiques.

Exercice 1 (Système $\{\neg, \wedge, \vee\}$)

Etant donné l'alphabet \mathcal{B} constitués de 3 variables propositionnelles, de 3 connecteurs propositionnels et de 2 symboles supplémentaires :

$$\mathcal{P} = \{A, B, C\} \quad \mathcal{C} = \{\neg, \wedge, \vee\} \quad \mathcal{S} = \{ \}, \{ \}$$

$$\mathcal{B} = \mathcal{P} \cup \mathcal{C} \cup \mathcal{S}$$

\mathcal{F} est l'ensemble des mots (formules) F de la forme :

1. $F = X, \quad X \in \mathcal{P}$
2. $F = \neg G$ avec $G \in \mathcal{F}$
3. $F = (G\alpha H)$ avec $\alpha \in \{\wedge, \vee\}$ et $G, H \in \mathcal{F}^2$

1) Quelles formules logiques ci-dessous sont définies selon ces règles ?

1. $F = ((A \implies B) \wedge C)$
2. $F = B \wedge A$
3. $F = ((A \iff B) \vee A)$
4. $F = ((C \vee A) \vee B)$
5. $F = \neg A$
6. $F = \neg(A \vee C)$
7. $F = (A \neg B)$
8. $F = \neg(A \implies B)$
9. $F = (((B \wedge \neg A) \vee) (\neg C \wedge \neg B))$
10. $F = \neg((A \wedge B) \vee (\neg A \vee B))$

2) Pour chaque formules logiques correctement définies, donnez la décomposition arborescente correspondante.

3) Proposez un algorithme qui permet de déterminer automatiquement si formule est valide ou non.

Exercice 2 (Equivalences)

Prouver (ou non) les équivalences logiques suivantes :

1. $(A \iff B) \sim ((A \implies B) \wedge (B \implies A))$
2. $(A \vee (B \vee C)) \sim ((A \vee B) \vee C)$
3. $(A \vee (B \wedge C)) \sim ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$
4. $(A \implies (B \implies C)) \sim ((A \wedge B) \implies C)$
5. $(B \implies (A \implies B)) \sim ((A \implies B) \implies (A \implies C))$

Exercice 3 (Formes normales)

Ecrivez les formules suivantes sous leur forme normale disjonctive canonique (FNDC) et leur forme normale conjonctive canonique (FNCC).

1. $F = ((A \vee \neg B) \implies (\neg C \wedge B))$
2. $F = (((A \wedge \neg B) \vee C) \implies A)$
3. $F = (\neg(A \iff \neg B) \implies (C \wedge \neg B))$
4. $F = (A \wedge (A \implies \neg B))$
5. $F = (A \implies (B \implies A))$

Exercice 4 (Formules particulières)

Chaque formule ci-dessous est-elle *satisfaisable* ?

1. $F = (A \vee \neg A)$
2. $F = (A \wedge \neg A)$
3. $F = \neg(A \wedge \neg A)$
4. $F = (A \implies \neg A)$
5. $F = (A \wedge (A \implies \neg B))$
6. $F = (A \implies (B \implies A))$
7. $F = (A \implies (A \vee B))$
8. $F = (((A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B))$
9. $F = ((A \implies B) \iff (A \iff B))$