MINF0402 série 2

v1.0 - ic - ST

Exercice 1 *Algo : Addition matricielle*

A, B, C désignant des tableaux de type de type (n,m) Construire l'algorithme effectuant la somme matricielle $A + B$ et rangeant le résultat dans C.

Exercice 2 *Algo : multiplication matricielle*

A désignant un tableau de type (n,m), B un tableau de type (m, q) et C un tableau de type (n, q) Construire l'algorithme effectuant la multiplication matricielle AB et rangeant le résultat dans C.

Exercice 3 *Algo : systèmes triangulaires.*

A désignant un tableau de type (n,n) et b, X et Y des vecteurs colonnes à n composantes.

1. Construire un algorithme qui sur la donnée de A et b et n renvoie dans X la solution de $Ax = b$, lorsque A correspond à une matrice triangulaire inférieure inversible.
2. Construire un algorithme qui sur la donnée de A et b et n renvoie dans X la solution de $Ax = b$, lorsque A correspond à une matrice triangulaire supérieure inversible.

Exercice 4 *Algo : Réduction de Gauss.*

A et U désignant des tableaux de type (n,n) et b, X et Y des vecteurs colonnes à n composantes.
Ecrire l'algorithme qui sur la donnée de A et b et n correspondant à l'équation linéaire $AX = b$, renvoie la transformation de l'équation précédente en un système triangulaire supérieur équivalent $UX = Y$, en utilisant la méthode de réduction de Gauss. On suppose donc que A correspond à une matrice inversible et que l'on peut effectuer la méthode de Gauss systématique sans permutation de ligne (ou colonnes). L'algorithme doit donc renvoyer U et Y. (En fait il peut être plus simple d'utiliser A et b en "sortie" au lieu de U et Y).

Exercice 5

On veut résoudre le système linéaire $Mx = d$ de la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} b_1 & c_1 & & & & & \\ a_2 & b_2 & c_2 & & & & \\ & a_3 & b_3 & c_3 & & & \\ & & a_4 & b_4 & c_4 & & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & & a_{n-1} & b_{n-1} & c_{n-1} \\ & & & & & a_n & b_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ \dots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ \dots \\ d_{n-1} \\ d_n \end{pmatrix}$$

On a donc ici une matrice tridiagonale. On suppose donc que M correspond à une matrice inversible et que l'on peut effectuer la méthode de Gauss systématique sans permutation de ligne (ou colonnes).

1. Montrer que l'on peut se ramener à un système de la forme :

$$\left\{ \begin{array}{lclcll} x_i & = & e_i x_{i+1} & + & f_i & \quad 1 \le i \le n-1 \\ x_n & = & & & f_n & \end{array} \right.$$

   Où l'on donnera les expressions récurentes définissant les e_i, $(1 \le i \le n - 1)$ et les f_i, $(1 \le i \le n)$.
2. Donner l'algorithme de la méthode.
