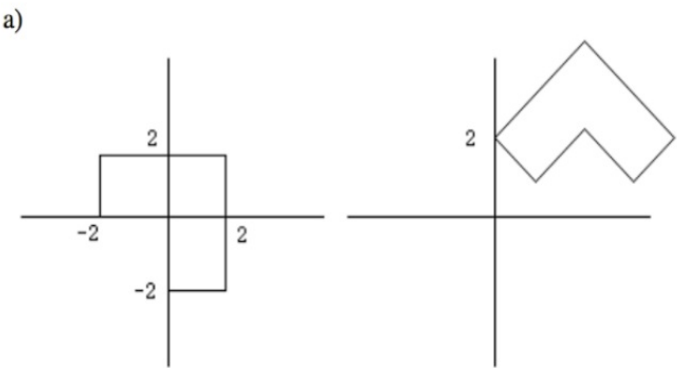
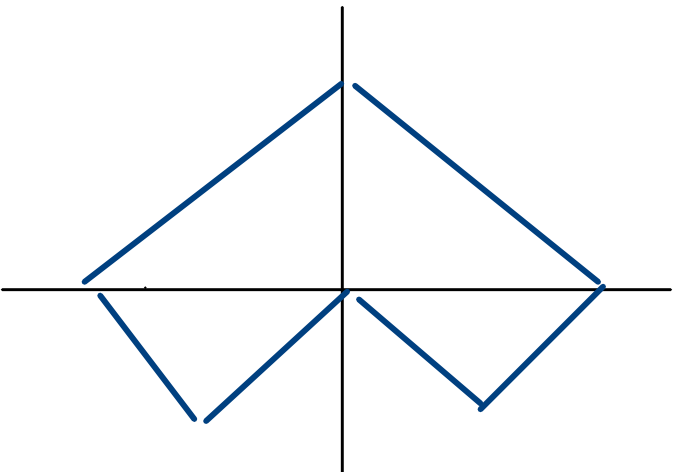


Ejercicio 1



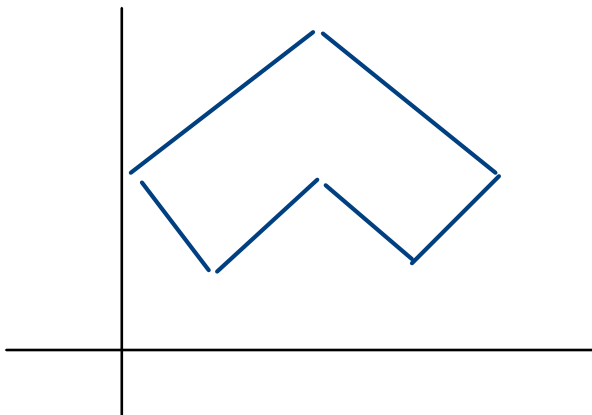
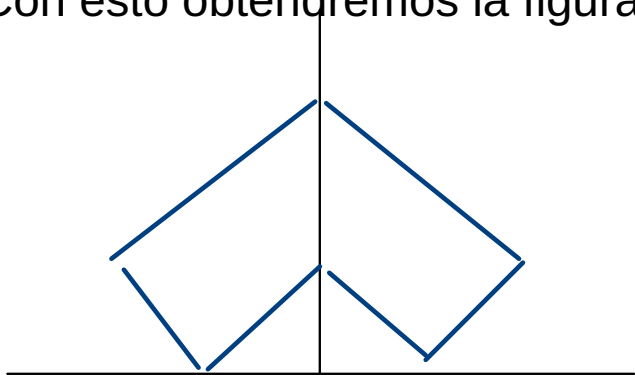
Dado que el centro de la imagen ya esta en el centro del plano cartesiano, entonces podemos empezar con una rotación de 45°. Para llegar a la figura



Para esto usaremos la matriz

$$\begin{pmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ & 0 \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Luego trasladamos eso 2 unidades para arriba y $\sqrt{2}$ a la derecha (ambas traslaciones son positivas). Con esto obtendremos la figura



para esto se usaran las matrices

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Por ultimo debemos concatenar estas matrices de derecha a izquierda, esto queda como

$$M = \begin{pmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ & 0 \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ & 0 \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sin 45^\circ & -\sin 45^\circ & \sqrt{2} \cos 45^\circ + 2 \sin 45^\circ \\ \cos 45^\circ & \cos 45^\circ & \sqrt{2} \sin 45^\circ + 2 \cos 45^\circ \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

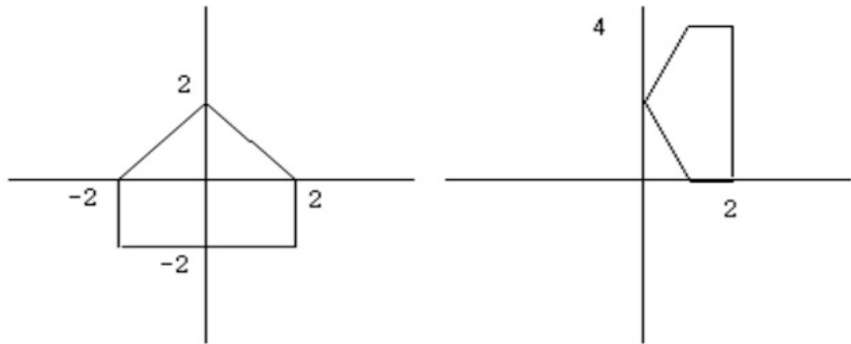
Y esta es la matriz que hace todos los cambios juntos

Cuentas:

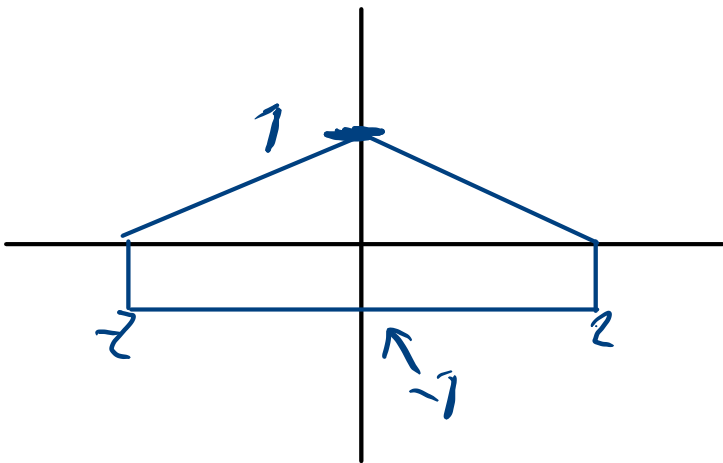
			1	0	$\sqrt{2}$
			0	1	0
			0	0	1
1	0	0	$(1+0+0)$	$(0+0+0)$	$(\sqrt{2}+0+0)$
0	1	2	$(0+0+0)$	$(0+1+0)$	$(0+0+2)$
0	0	1	$(0+0+0)$	$(0+0+0)$	$(0+0+1)$
$\cos 45^\circ$	$-\sin 45^\circ$	0	$(\cos 45^\circ)$	$(-\sin 45^\circ)$	$(0+\cos 45^\circ)$
$\sin 45^\circ$	$\cos 45^\circ$	0	$(\sin 45^\circ)$	$(\cos 45^\circ)$	$(0+\sin 45^\circ)$
0	0	1	$(0+0+0)$	$(0+0+0)$	$(0+0+1)$

Ejercicio 2

b)



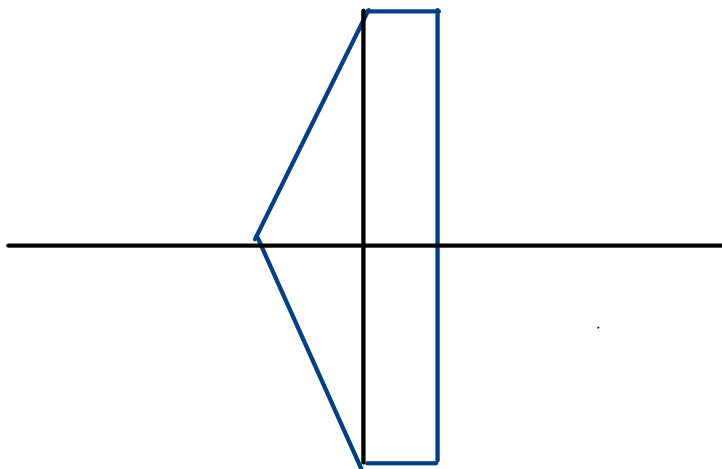
Una vez más, como el centro de la figura ya esta en el centro, podemos empezar escalando la figura en el eje y para llegar a la figura



Para esto usaremos la matriz

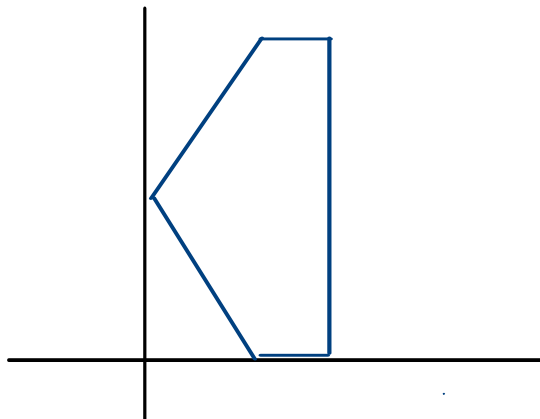
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Luego rotaremos 90° antes de trasladar



$$\begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ & 0 \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Y por último toca trasladar 1 en x y 2 en y (todo positivo)



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Y al final toca concatenar estas matrices

$$M = \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ & 0 \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ & 0 \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ & 1 \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Cuentas:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ & 0 \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} (1+0+0) & (0+0+0) & (1+0+0) \\ (0+0+0) & (0+\frac{1}{2}+0) & (0+1+0) \\ (0+0+0) & (0+0+0) & (0+0+0) \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} (\cos 90^\circ+0+0) & (-\sin 90^\circ+0+0) & (0+0+1) \\ (0+\frac{\sin 90^\circ}{2}+0) & (0+\frac{\cos 90^\circ}{2}+0) & (0+0+1) \\ (0+0+0) & (0+0+0) & (0+0+0) \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Traslación

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Concatenación

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ & 3\cos 45^\circ - 5\sin 45^\circ \\ 0 & \sin 45^\circ & \cos 45^\circ & 3\sin 45^\circ + 5\cos 45^\circ \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Rotación

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ & 0 \\ 0 & \sin 45^\circ & \cos 45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Conclusión

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ & 0 \\ 0 & \sin 45^\circ & \cos 45^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (1+0\dots)(0+\dots)(0+\dots)(1+0\dots) \\ (0+\dots)(\cos 45^\circ)(-\sin 45^\circ)(3\cos 45^\circ - 5\sin 45^\circ) \\ (0+\dots)(\sin 45^\circ)(\cos 45^\circ)(3\sin 45^\circ + 5\cos 45^\circ) \\ (0+\dots)(0+\dots)(0+\dots)(0+\dots+1) \end{pmatrix}$$