Tarea 2
Métodos Numéricos

Benjamin Rivera

27 de septiembre de 2020

Índice

1. Tarea 2

Tarea 2 de *Benjamín Rivera* para el curso de **Métodos Numéricos** impartido por *Joaquín Peña Acevedo*. Fecha limite de entrega **13 de Septiembre de 2020**.

1.0.1. Como ejecutar

Requerimientos Este programa se ejecuto en mi computadora con la version de **Python 3.8.2** y con estos requerimientos

Jupyter En caso de tener acceso a un *servidor jupyter* ,con los requerimientos antes mencionados, unicamente basta con ejecutar todas las celdas de este *notebook*. Probablemente no todas las celdas de *markdown* produzcan el mismo resultado por las *Nbextensions*.

Consola Habrá archivos e instrucciones para poder ejecutar cada uno de los ejercicios desde la consola.

Si todo sale mal En caso de que todo salga mal se puede ejecutar esta version modificada para python6 en Google Colab

[69]:
```
import sys

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import warnings

from math import atan, cos, exp, log, pi, sin

# Para probar que todo sale bien
if __name__ == "__main__":
        import doctest
        doctest.testmod()

        if len(sys.argv) >= 2:
            ejercicio = sys.argv[1].lower()

            if ejercicio == 'ejercicio1':
                print(Ejercicio1())
            elif ejercicio == 'ejercicio3':
                print(Ejercicio3())
            elif ejercicio == 'ejercicio4':
                print(Ejercicio4())
            elif ejercicio == 'ejercicio5':
                print(Ejercicio5())
            else:
                print(')= ... =(')
```

1.1. Ejercicio 1

Considere la funcion $f(x) = x + \ln\sqrt{x} - 2{,}5$. Verique que la funcion $g(x) = 2{,}5 - \ln\sqrt{x}$ cumple con las condiciones del teorema de punto fijo en el intervalo $I = [1,3]$, de modo que puede usarse para encontrar una raız de $f(x)$. Estime el numero de iteraciones que requiere el algoritmo de punto fijo para aproximar a la raız de $f(x)$ con un error menor a 10^{-6}, partiendo de cualquier punto en el intervalo I.

Respuesta. Suponemos que

$$\ln x = \log_e x$$

Podemos ver que la función g es constante, por lo que únicamente falta corroborar que

$$a \leq g(x) \leq b, \quad \forall x \in [a,b]$$

Empezamos por verificar los valores para los que $a \leq g(x)$, de manera que

$$\begin{array}{rcl} a & \leq & g(x) \\ \\ 1 & \leq & 2{,}5 - \ln\sqrt{x} \\ 0 & \leq & 1{,}5 - \ln\sqrt{x} \\ \ln\sqrt{x} & \leq & 1{,}5 \\ & \Downarrow & \\ \sqrt{x} & \leq & e^{1{,}5} \\ x & \leq & e^{3} \sim 20{,}08 \end{array}$$

Por otro lado, se da que

$$\begin{array}{rcl} g(x) & \leq & b \\ \\ 2{,}5 - \ln\sqrt{x} & \leq & 3 \\ -ln\sqrt{x} & \leq & 0{,}5 \\ ln\sqrt{x} & \geq & -0{,}5 \\ & \Downarrow & \\ \sqrt{x} & \geq & e^{-0{,}5} \\ x & \geq & e^{-1} \sim 0{,}36 \end{array}$$

Por los dos resultados anteriores tenemos que, para todo el intervalo $[1,3]$,se cumple que $a \leq g(x) \leq b$. De manera que la funci'on g cumple con el **Teorema de punto fijo** y se puede usar para encontrar una ra'iz de $f(x)$.

[70]:
```python
def metodo_punto_fijo(g, x, n, t=0,/,v=True):
        """ Implementacion del metodo de punto fijo, esta
    funcion recibe tres parametros obligatorios y uno
    opcional.
    Input:
        g := La derivada de la funcion g del metodo
        x := La aproximaxion de la raiz de f
        n := numero de iteraciones requeridas
        t := Tolerancia de la variable. Default a 0
        v := [opcional] Indica si se quiere imprimir
            las iteraciones en pantalla
    Output:
        (x,k)
        x := aproximaxion de la raiz
        k := ultima iteracion realizada
        return (x,_)
# ejercicio
def Ejercicio1():
        g = lambda x : 2.5 - log(x**(1/2))
        return metodo_punto_fijo(g, 2, 20, 1.0e-6, False)
print(Ejercicio1())
```

```
(2.1234737040050793, 8)
```

De manera práctica podemos ver en la celda anterior que se puede encontrar una raíz, con la tolerancia indicada, en 8 iteraciones.

Estimación La diferencia entre dos iteraciones del metodo, especificamente con la funcion g, esta dada por

$$\begin{aligned} d(x) = |g(x) - g(g(x))| &= \left|2{,}5 - \ln\sqrt{x} - \left(2{,}5 - \ln\sqrt{2{,}5 - \ln\sqrt{x}}\right)\right| \\ &= \left|2{,}5 - \ln\sqrt{x} - 2{,}5 + \ln\sqrt{2{,}5 - \ln\sqrt{x}}\right| \\ &= \left|\ln\sqrt{2{,}5 - \ln\sqrt{x}} - \ln\sqrt{x}\right| \\ &= \left|\frac{\ln(2{,}5 - \ln\sqrt{x})}{2} - \frac{\ln x}{2}\right| \\ &= \left|\frac{1}{2}\ln\frac{5 - \ln x}{2x}\right| \end{aligned}$$

Podemos ver que, si esta funcion no tuviera el valor absoluto (h), ser'ia una funci'on descendente en el rango I. Donde $h(a) = \frac{ln(5/2)}{2} \sim 0{,}45$, $h(b) = \frac{ln(5/6-1/6\,ln(3))}{2} \sim -0{,}21$, por lo que el rango de la funci'on d es $[0, 0{,}45]$. De esto vemos que el mayor *paso* que podemos dar es de 0,45. Suponemos que estamos trabajando en una maquina con $64 bits$, por lo que el *epsilon* de la maquina es del orden $\epsilon_m \sim e - 16$

Sabemos que la ra'iz de f en el intervalo I es $\sim$ 2,1234. Adem'as, el valor m'as alejado de este es 1. Partiendo de 1 necesitamos primero 3 iteraciones para llegar a 2,1.

Se necesitan más de 3 iteraciones.

1.1.1. Como ejecutar

Para ejecutar este ejercicio en **consola** es importante ubicarse en la misma carpeta del archivo `Tarea2.py` y ejecutar el siguiente comando en consola

```
python3 Tarea2.py Ejercicio1
```

Este programa no espera recibir argumento alguno.

1.2. Ejercicio 2

Explique como usar el **Teorema 1**, junto con algún método de cálculo de raíces visto en clase para tratar de encontrar todas las raíces de un polinomio, además mencione la conveniencia de usarlo en función de η.

Teorema 1. Todos los ceros del polinomio $p_n(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$ de grad n est'an contenidos en el c'irculo Ω del plano complejo definido por

$$\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1 + \eta\} \quad \text{con } \eta = \max_{0 \leq k \leq n-1} \left| \frac{a_k}{a_n} \right|$$

Respuesta Con inspiraci'on en el *ejercicio 4*, tratamos de encontrar una manera de usar el **Teorema 1** con el *método de la secante*.

De manera general podemos considerar que 'unicamente nos interesan los puntos del circulo Ω cuya parte imaginaria es 0, esto porque estamos buscando ra'ices del polinomio en los $\mathbb{R}$. De manera que, siendo z un numero complejo, $z.r$ la parte su parte real y $z.i$ su parte imaginaria, tenemos que

$$\begin{aligned} |z| &\leq 1 + \eta \\ \sqrt{z.r^2 + z.i^2} &\leq 1 + \eta \\ \sqrt{z.r^2} &\leq 1 + \eta \\ |z.r| &\leq 1 + \eta \end{aligned}$$

por lo que todos los x del dominio de la funcion f que sean ra'ices deben de estar en el intervalo $[-(1+\eta), 1+\eta]$.

Aqui podemos notar que, mientras m'as chico sea η, habra menos valores donde debamos buscar las ra'ices

Para poder implementar esta idea con alg'un m'etodo, este requeriria ir encontrando las ra'ices en orden. Dicho de otra manera, un m'etodo que nos asegure encontrar la ra'iz m'as cercana que exista al punto inicial que le otorguemos. Esto nos permitiria poder explorar todo el intervalo creado por el **Teorema 1** y encontrar todas las ra'ices del polinomio.

1.3. Ejercicio 3

Respuesta

[71]:
```
def metodo_secante(f, x0, x1, t, N,/, v=True, tDato=np.
↪float64):
        """ Implementacion del metodo de la secante.␣
↪Pseudocodigo obtenido de las notas de clase. Argumentos:
                Input:
            f := Funcion fx del metodo.
            x0,x1 := Valores de los puntos iniciales.
            t := Valor de la tolerancia del metodo.
            N := Maximo numero de iteraciones.
            [Opcionales]
            v := [True] Verdadero si queremos imprimir en␣
↪plantalla
            tDato := [np.float64] Espera uno de los tipos de␣
↪datos de numpy para manejar la presicion dentro del metodo.
        Output:
            (xk, f(xk), k, res)
            xk := Ultimo punto generado por el algoritmo
            f(xk) := Valor del xk evaluado en f
            k := Iteraciones realizadas
            res := Variable formateada como se solicita
                0 -> abs(fxk) < t
                1 -> fxk - fxk1 casi cero
                2 -> ninguna de los anteriores
    """
        return ret
```

[72]:
```
""" En el diccionario 'funciones' se guardan cada uno de los␣
↪incisos de la parte 3 del ejercicio, esto se hace en el formato␣
↪[f,x0,x1]. Donde f es la funcion en formato lambda y x0,x1 son␣
↪los puntos iniciales del metodo.
"""
def Ejercicio3(v=True):
        ret = []
        funciones = {
            'a': [(lambda x: exp(2*x)-x-6), 3, 15],
            'b': [(lambda x: 3*cos(3*pi*x) - 4*x), -0.75, -0.
↪8],
            'c': [(lambda x: atan(x)), 0.5, 0.6],
            'd': [(lambda x: atan(x)), 2.0, 2.8] }
        t = 2.3e-16**(1/2) # Tolerancia de la Tarea1
        N = 30  # Por iluminacion divina
        for f, x0, x1 in funciones.values():
            ret.append(metodo_secante(f,x0,x1,t,N, v=v))
            if v: print('-'*45 + '\n')

        return ret

print(Ejercicio3())
```

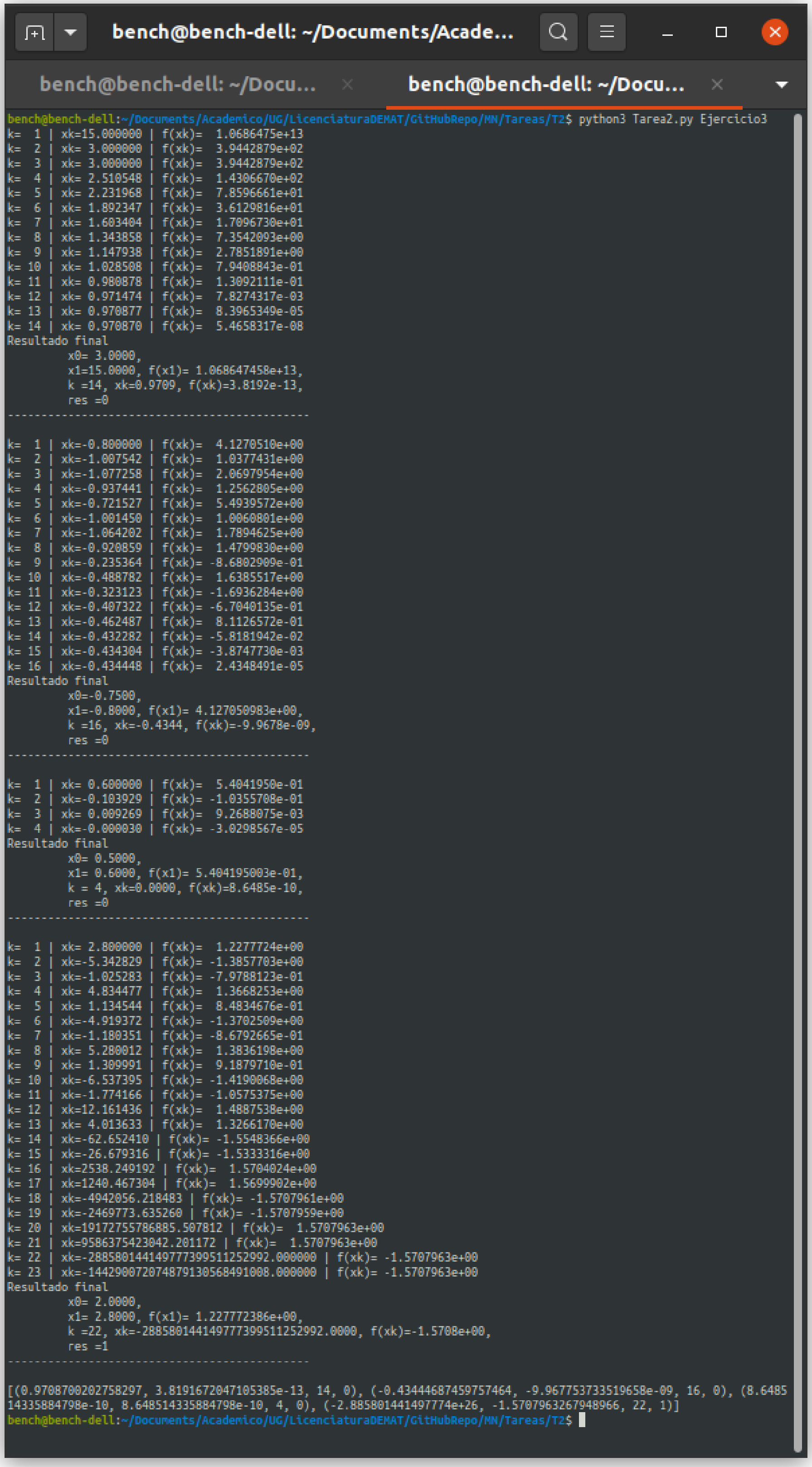
```
k=  1 | xk=15.000000 | f(xk)=  1.0686475e+13
k=  2 | xk= 3.000000 | f(xk)=  3.9442879e+02
k=  3 | xk= 3.000000 | f(xk)=  3.9442879e+02
k=  4 | xk= 2.510548 | f(xk)=  1.4306670e+02
k=  5 | xk= 2.231968 | f(xk)=  7.8596661e+01
k=  6 | xk= 1.892347 | f(xk)=  3.6129816e+01
k=  7 | xk= 1.603404 | f(xk)=  1.7096730e+01
k=  8 | xk= 1.343858 | f(xk)=  7.3542093e+00
k=  9 | xk= 1.147938 | f(xk)=  2.7851891e+00
k= 10 | xk= 1.028508 | f(xk)=  7.9408843e-01
k= 11 | xk= 0.980878 | f(xk)=  1.3092111e-01
k= 12 | xk= 0.971474 | f(xk)=  7.8274317e-03
k= 13 | xk= 0.970877 | f(xk)=  8.3965349e-05
k= 14 | xk= 0.970870 | f(xk)=  5.4658317e-08
Resultado final
            x0= 3.0000,
            x1=15.0000, f(x1)= 1.068647458e+13,
            k =14, xk=0.9709, f(xk)=3.8192e-13,
            res =0
--------------------------------------------

k=  1 | xk=-0.800000 | f(xk)=  4.1270510e+00
k=  2 | xk=-1.007542 | f(xk)=  1.0377431e+00
k=  3 | xk=-1.077258 | f(xk)=  2.0697954e+00
k=  4 | xk=-0.937441 | f(xk)=  1.2562805e+00
k=  5 | xk=-0.721527 | f(xk)=  5.4939572e+00
k=  6 | xk=-1.001450 | f(xk)=  1.0060801e+00
k=  7 | xk=-1.064202 | f(xk)=  1.7894625e+00
k=  8 | xk=-0.920859 | f(xk)=  1.4799830e+00
k=  9 | xk=-0.235364 | f(xk)= -8.6802909e-01
k= 10 | xk=-0.488782 | f(xk)=  1.6385517e+00
k= 11 | xk=-0.323123 | f(xk)= -1.6936284e+00
k= 12 | xk=-0.407322 | f(xk)= -6.7040135e-01
k= 13 | xk=-0.462487 | f(xk)=  8.1126572e-01
k= 14 | xk=-0.432282 | f(xk)= -5.8181942e-02
k= 15 | xk=-0.434304 | f(xk)= -3.8747730e-03
k= 16 | xk=-0.434448 | f(xk)=  2.4348491e-05
Resultado final
            x0=-0.7500,
            x1=-0.8000, f(x1)= 4.127050983e+00,
            k =16, xk=-0.4344, f(xk)=-9.9678e-09,
            res =0
--------------------------------------------

k=  1 | xk= 0.600000 | f(xk)=  5.4041950e-01
k=  2 | xk=-0.103929 | f(xk)= -1.0355708e-01
k=  3 | xk= 0.009269 | f(xk)=  9.2688075e-03
k=  4 | xk=-0.000030 | f(xk)= -3.0298567e-05
       Resultado final
                    x0= 0.5000,
                    x1= 0.6000, f(x1)= 5.404195003e-01,
                    k = 4, xk=0.0000, f(xk)=8.6485e-10,
                    res =0
       --------------------------------------------

       k=  1 | xk= 2.800000 | f(xk)=  1.2277724e+00
       k=  2 | xk=-5.342829 | f(xk)= -1.3857703e+00
       k=  3 | xk=-1.025283 | f(xk)= -7.9788123e-01
       k=  4 | xk= 4.834477 | f(xk)=  1.3668253e+00
       k=  5 | xk= 1.134544 | f(xk)=  8.4834676e-01
       k=  6 | xk=-4.919372 | f(xk)= -1.3702509e+00
       k=  7 | xk=-1.180351 | f(xk)= -8.6792665e-01
       k=  8 | xk= 5.280012 | f(xk)=  1.3836198e+00
       k=  9 | xk= 1.309991 | f(xk)=  9.1879710e-01
       k= 10 | xk=-6.537395 | f(xk)= -1.4190068e+00
       k= 11 | xk=-1.774166 | f(xk)= -1.0575375e+00
       k= 12 | xk=12.161436 | f(xk)=  1.4887538e+00
       k= 13 | xk= 4.013633 | f(xk)=  1.3266170e+00
       k= 14 | xk=-62.652410 | f(xk)= -1.5548366e+00
       k= 15 | xk=-26.679316 | f(xk)= -1.5333316e+00
       k= 16 | xk=2538.249192 | f(xk)=  1.5704024e+00
       k= 17 | xk=1240.467304 | f(xk)=  1.5699902e+00
       k= 18 | xk=-4942056.218483 | f(xk)= -1.5707961e+00
       k= 19 | xk=-2469773.635260 | f(xk)= -1.5707959e+00
       k= 20 | xk=19172755786885.507812 | f(xk)=  1.
↪5707963e+00
       k= 21 | xk=9586375423042.201172 | f(xk)=  1.
↪5707963e+00
       k= 22 | xk=-288580144149777399511252992.000000 |␣
↪f(xk)= -1.5707963e+00
       k= 23 | xk=-144290072074879130568491008.000000 |␣
↪f(xk)= -1.5707963e+00
       Resultado final
                    x0= 2.0000,
                    x1= 2.8000, f(x1)= 1.227772386e+00,
                    k =22, xk=-288580144149777399511252992.
↪0000, f(xk)=-1.5708e+00,
                    res =1
       --------------------------------------------

       [(0.9708700202758297, 3.8191672047105385e-13, 14,␣
↪0), (-0.43444687459757464,
       -9.967753733519658e-09, 16, 0), (8.
↪648514335884798e-10, 8.648514335884798e-10,
       4, 0), (-2.885801441497774e+26, -1.5707963267948966,␣
↪22, 1)]
```

1.3.1. Como ejecutar

Para ejecutar este ejercicio en **consola** es importante ubicarse en la misma carpeta del archivo `Tarea2.py` y ejecutar el siguiente comando en consola

```
python3 Tarea2.py Ejercicio3
```

Este programa no espera recibir argumento alguno. La salida debe ser similar a la siguiente imagen



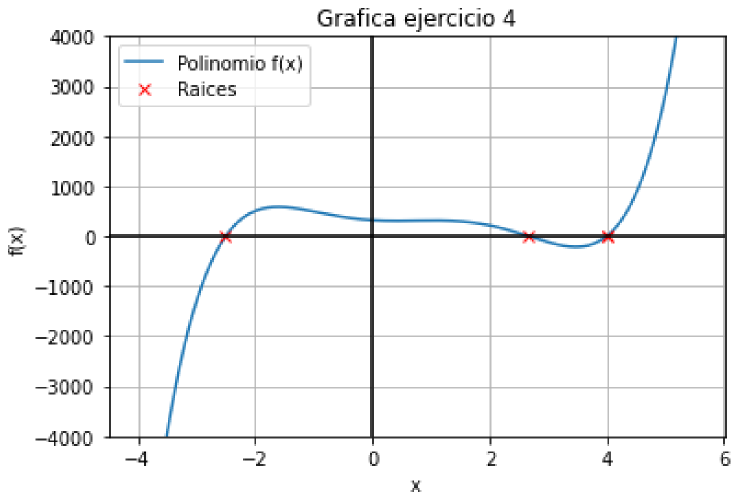
```
bench@bench-dell:~/Documents/Academico/UG/LicenciaturaDEMAT/GitHubRepo/MN/Tareas/T2$ python3 Tarea2.py Ejercicio3
k=  1 | xk=15.000000 | f(xk)=  1.0686475e+13
k=  2 | xk= 3.000000 | f(xk)=  3.9442879e+02
k=  3 | xk= 3.000000 | f(xk)=  3.9442879e+02
k=  4 | xk= 2.510548 | f(xk)=  1.4306670e+02
k=  5 | xk= 2.231968 | f(xk)=  7.8596661e+01
k=  6 | xk= 1.892347 | f(xk)=  3.6129816e+01
k=  7 | xk= 1.603404 | f(xk)=  1.7096730e+01
k=  8 | xk= 1.343858 | f(xk)=  7.3542093e+00
k=  9 | xk= 1.147938 | f(xk)=  2.7851891e+00
k= 10 | xk= 1.028508 | f(xk)=  7.9408843e-01
k= 11 | xk= 0.980878 | f(xk)=  1.3092111e-01
k= 12 | xk= 0.971474 | f(xk)=  7.8274317e-03
k= 13 | xk= 0.970877 | f(xk)=  8.3965349e-05
k= 14 | xk= 0.970870 | f(xk)=  5.4658317e-08
Resultado final
         x0= 3.0000,
         x1=15.0000, f(x1)= 1.068647458e+13,
         k =14, xk=0.9709, f(xk)=3.8192e-13,
         res =0
---------------------------------------------

k=  1 | xk=-0.800000 | f(xk)=  4.1270510e+00
k=  2 | xk=-1.007542 | f(xk)=  1.0377431e+00
k=  3 | xk=-1.077258 | f(xk)=  2.0697954e+00
k=  4 | xk=-0.937441 | f(xk)=  1.2562805e+00
k=  5 | xk=-0.721527 | f(xk)=  5.4939572e+00
k=  6 | xk=-1.001450 | f(xk)=  1.0060801e+00
k=  7 | xk=-1.064202 | f(xk)=  1.7894625e+00
k=  8 | xk=-0.920859 | f(xk)=  1.4799830e+00
k=  9 | xk=-0.235364 | f(xk)= -8.6802909e-01
k= 10 | xk=-0.488782 | f(xk)=  1.6385517e+00
k= 11 | xk=-0.323123 | f(xk)= -1.6936284e+00
k= 12 | xk=-0.407322 | f(xk)= -6.7040135e-01
k= 13 | xk=-0.462487 | f(xk)=  8.1126572e-01
k= 14 | xk=-0.432282 | f(xk)= -5.8181942e-02
k= 15 | xk=-0.434304 | f(xk)= -3.8747730e-03
k= 16 | xk=-0.434448 | f(xk)=  2.4348491e-05
Resultado final
         x0=-0.7500,
         x1=-0.8000, f(x1)= 4.127050983e+00,
         k =16, xk=-0.4344, f(xk)=-9.9678e-09,
         res =0
---------------------------------------------

k=  1 | xk= 0.600000 | f(xk)=  5.4041950e-01
k=  2 | xk=-0.103929 | f(xk)= -1.0355708e-01
k=  3 | xk= 0.009269 | f(xk)=  9.2688075e-03
k=  4 | xk=-0.000030 | f(xk)= -3.0298567e-05
Resultado final
         x0= 0.5000,
         x1= 0.6000, f(x1)= 5.404195003e-01,
         k = 4, xk=0.0000, f(xk)=8.6485e-10,
         res =0
---------------------------------------------

k=  1 | xk= 2.800000 | f(xk)=  1.2277724e+00
k=  2 | xk=-5.342829 | f(xk)= -1.3857703e+00
k=  3 | xk=-1.025283 | f(xk)= -7.9788123e-01
k=  4 | xk= 4.834477 | f(xk)=  1.3668253e+00
k=  5 | xk= 1.134544 | f(xk)=  8.4834676e-01
k=  6 | xk=-4.919372 | f(xk)= -1.3702509e+00
k=  7 | xk=-1.180351 | f(xk)= -8.6792665e-01
k=  8 | xk= 5.280012 | f(xk)=  1.3836198e+00
k=  9 | xk= 1.309991 | f(xk)=  9.1879710e-01
k= 10 | xk=-6.537395 | f(xk)= -1.4190068e+00
k= 11 | xk=-1.774166 | f(xk)= -1.0575375e+00
k= 12 | xk=12.161436 | f(xk)=  1.4887538e+00
k= 13 | xk= 4.013633 | f(xk)=  1.3266170e+00
k= 14 | xk=-62.652410 | f(xk)= -1.5548366e+00
k= 15 | xk=-26.679316 | f(xk)= -1.5333316e+00
k= 16 | xk=2538.249192 | f(xk)=  1.5704024e+00
k= 17 | xk=1240.467304 | f(xk)=  1.5699902e+00
k= 18 | xk=-4942056.218483 | f(xk)= -1.5707961e+00
k= 19 | xk=-2469773.635260 | f(xk)= -1.5707959e+00
k= 20 | xk=19172755786885.507812 | f(xk)=  1.5707963e+00
k= 21 | xk=9586375423042.201172 | f(xk)=  1.5707963e+00
k= 22 | xk=-288580144149777399511252992.000000 | f(xk)= -1.5707963e+00
k= 23 | xk=-144290072074879130568491008.000000 | f(xk)= -1.5707963e+00
Resultado final
         x0= 2.0000,
         x1= 2.8000, f(x1)= 1.227772386e+00,
         k =22, xk=-288580144149777399511252992.0000, f(xk)=-1.5708e+00,
         res =1
---------------------------------------------

[(0.9708700202758297, 3.8191672047105385e-13, 14, 0), (-0.43444687459757464, -9.967753733519658e-09, 16, 0), (8.6485
14335884798e-10, 8.648514335884798e-10, 4, 0), (-2.885801441497774e+26, -1.5707963267948966, 22, 1)]
bench@bench-dell:~/Documents/Academico/UG/LicenciaturaDEMAT/GitHubRepo/MN/Tareas/T2$
```

1.4. Ejercicio 4

Respuesta Es posible que este metodo encuentre puntos que no corresponden a las raices, pero estos son facilmente identificables en la grafica. Este error se da porque no se filtra el resultado res del metodo de la secante.

[73]:
```
def f_polinomio(coef):
        """ Funcion que genera una funcion polinomial de una␣
↪variable dados sus coeficientes """
        return f
def eta_Teorema1(coef):
        """ Funcion que calcula la variable eta del T1 """
        return max([abs(ak/coef[0]) for ak in coef[1:]])
def Teorema1(f, eta,/, metodo=metodo_secante):
        """ Impementacion de los conceptos del T1 """
        t = 2.2e-16**(1/2) # Tolerancia
        p = 1.0e-2 # Paso entre pruebas; definido␣
↪arbitrariamente en funcio de la visualizacion de la grafica
        N = 40     # Por iluminacion divina

        I = [-int(eta+1), int(eta+1)] # Limite del Teorema 1
        r_min = metodo(f, I[0], I[0]+2, t, N, False)[0]
        r_max = metodo(f, I[1]-2, I[1], t, N, False)[0]
        ret = [r_min]

        if not (r_max <= r_min): # Buscamos mas
            xk = r_min+p
            fa = f(r_min+p) # Evaluacion de raiz anterior

            while xk < r_max: # Iteracion principal
                xk += p # Avanzamos un paso entre rmin y rmax
                if f(xk)*fa < 0:  # Buscamos cambio de signo
                    ret.append(metodo(f,xk-p,xk,t, N,␣
↪False)[0])
                    fa = f(xk)
            ret.append(r_max)

        return ret
```

[74]:
```
def Ejercicio4():
        coef = [6, -25, -24, 110, -72, 320]
        eta = eta_Teorema1(coef)
        f = f_polinomio(coef)
        raices = Teorema1(f, eta)

        """ Grafica del resultado"""

        return raices

Ejercicio4()
```

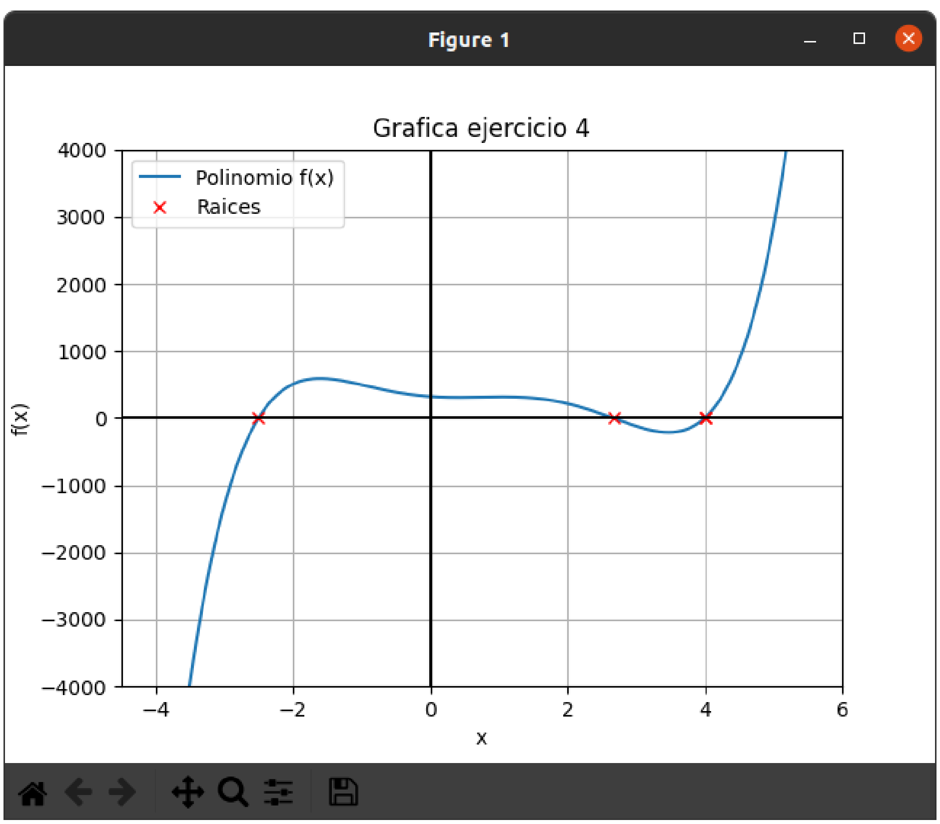


1.4.1. Como ejecutar

Para ejecutar este ejercicio en **consola** es importante ubicarse en la misma carpeta del archivo `Tarea2.py` y ejecutar el siguiente comando en consola

```
python3 Tarea2.py Ejercicio4
```

Este programa no espera recibir argumento alguno. La salida debe ser similar a la siguiente imagen



1.5. Ejercicio 5

Respuesta

[75]:
```
def metodo_horner(n, a, x0,/,v=True, td=np.float64):
    """ Implementacion del metodo de horner, basado
    en el pseudocodigo del documento de la tarea.
        Input
            n := Grado del polinomio
            a := Arreglo de coeficientes
            x0 := Punto inicial del metodo
        Output
            (y, b)
            y := evaluacion final
            b := coeficientes de polinomio asociado
    """
    x0 = td(x0)
    a = [td(c) for c in a] # Normalizar el tipo de dato
    b = a[:]               # Reservar memoria xP
    for k in range(1,n):
        b[k] = a[k] - b[k-1]*x0
    return a[-1]-b[-2]*x0
```

[76]:
```
        def Ejercicio5(v=True):
                """ Ejercicio 6 de Tarea 2"""
                dt = np.float64
                coef = [6, -25, -24, 110, -72, 320]
                coef_dx = [30, -100, -72, 220, -72]
                muestras = 20

                Ep = 0; Ed = 0
                xs = np.linspace(-5, 5, num=muestras, dtype=dt)
                f = f_polinomio(coef)
                df = f_polinomio(coef_dx)

                for k in range(20):
                    px  = metodo_horner(len(coef), coef, xs[k])
                    dpx = metodo_horner(len(coef)-1, coef, xs[k])
                    dif_p = (f(xs[k]) - px)
                    dif_d = (df(xs[k]) - dpx)

                    Ep += abs(dif_p)
                    Ed += abs(dif_d)
                    if v: print(...)
                if v: print(f'\n---FIN---\n'
                            f'Ep={Ep/20} | Ed={Ed/20}')
                return (Ep/20, Ed/20)


        print(Ejercicio5())
```

```
k=  0
  px= 2835.000000 | dif_p=-30780.000000
 dpx= 2835.000000 | dif_d=25443.000000
k=  1
  px=  788.425780 | dif_p=-16561.514891
 dpx=  788.425780 | dif_d=17684.557377
k=  2
  px=  -45.844732 | dif_p=-7979.828634
 dpx=  -45.844732 | dif_d=11417.915526
k=  3
  px= -212.626585 | dif_p=-3208.668531
 dpx= -212.626585 | dif_d= 6658.427630
k=  4
  px=  -84.690012 | dif_p= -857.931844
 dpx=  -84.690012 | dif_d= 3304.650249
k=  5
  px=  108.161574 | dif_p=   84.470201
 dpx=  108.161574 | dif_d= 1167.421318
k=  6
  px=  250.013584 | dif_p=  310.768406
 dpx=  250.013584 | dif_d=   -1.061857
k=  7
  px=  309.762253 | dif_p=  251.491600
 dpx=  309.762253 | dif_d= -478.164598
k=  8
  px=  312.036645 | dif_p=  133.622630
 dpx=  312.036645 | dif_d= -541.736862
k=  9
  px=  308.120655 | dif_p=   38.754355
 dpx=  308.120655 | dif_d= -441.035243
k= 10
  px=  346.875010 | dif_p=  -38.754355
 dpx=  346.875010 | dif_d= -367.644970
k= 11
  px=  445.659275 | dif_p= -133.622630
 dpx=  445.659275 | dif_d= -426.401918
k= 12
  px=  561.253853 | dif_p= -251.491600
 dpx=  561.253853 | dif_d= -606.314603
k= 13
  px=  560.781990 | dif_p= -310.768406
 dpx=  560.781990 | dif_d= -751.486190
k= 14
  px=  192.631775 | dif_p=  -84.470201
 dpx=  192.631775 | dif_d= -532.036491
k= 15
  px= -942.621856 | dif_p=  857.931844
 dpx= -942.621856 | dif_d=  584.976028
k= 16
  px=-3421.295116 | dif_p= 3208.668531
 dpx=-3421.295116 | dif_d= 3364.632245
k= 17
  px=-8025.673366 | dif_p= 7979.828634
 dpx=-8025.673366 | dif_d= 8833.230383
k= 18
  px=-15773.089111 | dif_p=16561.514891
 dpx=-15773.089111 | dif_d=18307.364002
k= 19
  px=-27945.000000 | dif_p=30780.000000
 dpx=-27945.000000 | dif_d=33423.000000

---FIN---
Ep=6020.705109125281 | Ed=6716.752874460997
(6020.705109125281, 6716.752874460997)
```

[77]:
```python
# alternativas
""" Alternativa a np.linspace"""
def linspace(start, stop, n):
    """ Programa que entrega un arreglo de numeros
    equitativamnte espaciado de n elementos empe_
    zando en start y hasta stop.

    _Doctest
        >>> linspace(-5,5,3)
        [-5.0, 0.0, 5.0]
    """
    step = (stop-start)/(n-1)
    return [start+step*(i) for i in range(n)]
```

1.5.1. Ejercicio 5

Para ejecutar este ejercicio en **consola** es importante ubicarse en la misma carpeta del archivo `Tarea2.py` y ejecutar el siguiente comando en consola

```
python3 Tarea2.py Ejercicio5
```

Este programa no espera recibir argumento alguno. La salida debe ser similar a la siguiente imagen

```
bench@bench-dell: ~/Documents/Acade...
bench@bench-dell: ~/Docu...    bench@bench-dell: ~/Docum...
bench@bench-dell:~/Documents/Academico/UG/LicenciaturaDEMAT/GitHubRepo/MN/Tareas/T2$
 python3 Tarea2.py Ejercicio5
k=  0
  px= 2835.000000 | dif_p=-30780.000000
 dpx= 2835.000000 | dif_d=25443.000000
k=  1
  px=  788.425780 | dif_p=-16561.514891
 dpx=  788.425780 | dif_d=17684.557377
k=  2
  px=  -45.844732 | dif_p=-7979.828634
 dpx=  -45.844732 | dif_d=11417.915526
k=  3
  px= -212.626585 | dif_p=-3208.668531
 dpx= -212.626585 | dif_d= 6658.427630
k=  4
  px=  -84.690012 | dif_p= -857.931844
 dpx=  -84.690012 | dif_d= 3304.650249
k=  5
  px=  108.161574 | dif_p=   84.470201
 dpx=  108.161574 | dif_d= 1167.421318
k=  6
  px=  250.013584 | dif_p=  310.768406
 dpx=  250.013584 | dif_d=   -1.061857
k=  7
  px=  309.762253 | dif_p=  251.491600
 dpx=  309.762253 | dif_d= -478.164598
k=  8
  px=  312.036645 | dif_p=  133.622630
 dpx=  312.036645 | dif_d= -541.736862
k=  9
  px=  308.120655 | dif_p=   38.754355
 dpx=  308.120655 | dif_d= -441.035243
k= 10
  px=  346.875010 | dif_p=  -38.754355
 dpx=  346.875010 | dif_d= -367.644970
k= 11
  px=  445.659275 | dif_p= -133.622630
 dpx=  445.659275 | dif_d= -426.401918
k= 12
  px=  561.253853 | dif_p= -251.491600
 dpx=  561.253853 | dif_d= -606.314603
k= 13
  px=  560.781990 | dif_p= -310.768406
 dpx=  560.781990 | dif_d= -751.486190
k= 14
  px=  192.631775 | dif_p=  -84.470201
 dpx=  192.631775 | dif_d= -532.036491
k= 15
  px= -942.621856 | dif_p=  857.931844
 dpx= -942.621856 | dif_d=  584.976028
k= 16
  px=-3421.295116 | dif_p= 3208.668531
 dpx=-3421.295116 | dif_d= 3364.632245
k= 17
  px=-8025.673366 | dif_p= 7979.828634
 dpx=-8025.673366 | dif_d= 8833.230383
k= 18
  px=-15773.089111 | dif_p=16561.514891
 dpx=-15773.089111 | dif_d=18307.364002
k= 19
  px=-27945.000000 | dif_p=30780.000000
 dpx=-27945.000000 | dif_d=33423.000000

---FIN---
Ep=6020.705109125281 | Ed=6716.752874460997
(6020.705109125281, 6716.752874460997)
bench@bench-dell:~/Documents/Academico/UG/LicenciaturaDEMAT/GitHubRepo/MN/Tareas/T2$
```