

# Tarea 4

## Teoría de la Computación

Benjamín Ruvera

7 de octubre de 2020

### Ejercicio 3.4

Los **Enumeradores (E)** son máquinas con doble cadena. Una de ellas es la impresora, donde únicamente se imprimieran elementos; la otra es la cadena de trabajo, que empieza vacía. Además los E ignoran cualquier entrada que reciban. Estos se encargan de generar lenguajes, lo que implica que imprime TODAS las cadenas que pertenecen a cierto lenguaje. Para definir el autómata debemos dar la *7-tupla* de una **Máquina de Turing (MT)**.

$$(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r) \quad (1)$$

Para empezar, sabemos que los **E** son autómatas con doble pila, por lo que debemos considerar la siguiente tupla

$$(Q, \Sigma, \Gamma_1, \Gamma_2, \delta, q_0, q_a, q_r) \quad (2)$$

donde estos elementos quedan definidos como

$Q$ : El conjunto (finito) de estados del autómata.

$\Sigma$  :] El alfabeto de entrada. Este podría ser vacío dado que la entrada es ignorada por el autómata.

$\Gamma_1$ : El alfabeto de la cinta de trabajo que debe incluir el alfabeto del lenguaje a enumerar.

$\Gamma_2$ : El alfabeto de la impresora. Este únicamente contiene el alfabeto del lenguaje a enumerar. De manera que  $\Gamma_1 \subset \Gamma_2$ .

$\delta$ : La función de transición tal que

$$\delta : Q \times \Gamma_1 \mapsto Q \times \Gamma_1 \times \Gamma_2 \times L, R$$

$q_0$ : El estado inicial.

$q_a$ : El conjunto de los estados aceptores.

$q_r$ : El conjunto de los estados rechazados.

### Lenguaje enumerado

De manera que un lenguaje enumerado es aquel que, para algún enumerador E (si este se deja corriendo indefinidamente) eventualmente imprimirá todo el lenguaje. O dicho de otra forma; es aquel cuyos elementos son numerables<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Es numerable si y solo si existe una biyección con los naturales  $\mathbb{N}$

### Ejercicio 3.6

Entonces, reproduciendo la demostración inicial, tenemos que si la Máquina de Turing  $M$  reconoce al lenguaje  $A$ , podemos contruir el enumerador  $E$  para  $A$ . Siendo  $s_1, s_2, \dots$  una lista de strings en  $\Sigma^*$ .

```
E := ignorar el input
1. Repetir lo siguiente para  $i=1,2,3,\dots$ 
2.   Ejecutar  $M$  para  $s_i$ 
3.   Si es aceptado, imprimir  $s_i$ 
```

Podemos ver que, por definicion en 2, el enumerador únicamente imprimira elementos que sean aceptados por  $M$ . Por lo que todo elemento que sea imprimido por  $E$  es aceptado por  $M$

### Ejercicio 3.8

A continuación esta el pseudocódigo del ejercicio y más adelante esta la implementación explícita en forma gráfica

```
Si marcamos con x esta pendiente [x]
Si marcamos con y esta verificado [y]
```

```
Leemos el elemento en la cabeza [Inicio]
```

```
Si encontnamos el fin de la cadena
    Aceptamos la cadena
    [Fin]
Si leemos 0
    Marcamos con x
    Hacemos una de la siguientes
        Buscamos 0 y 1 y marcamos [y]
Si leemos 1
    Buscamos dos ceros y marcamos [y]

Regresamos el lector hasta x y marcamos [y]
[Inicio]
```

```
[Fin]
```

### Ejercicio 3.12

Vemos que la diferencia entre la **Maquina de Turing con Reset (MTR)** y la **Maquina de Turing (MT)** es que el primero sustituye el movimiento izquierda  $L$  con el reset  $RESET$ . Este queda definido por

$$\begin{aligned} \{q, x \dots xqa\} &\rightarrow \{q_r, q_r x \dots xb\} \\ \delta(q, a) &= (r, b, RESET) \end{aligned}$$

Para poder verificar la equivalencia entre la *MTR* y la *MT* debemos encontrar una forma de emular el movimiento L en función de los movimientos de *MTR* RESET, R

Tenemos que RESET

$$\{xx \dots xqa \rightarrow qxx \dots xb\}$$

Sea U un caracter unico que no este en el abecedario original.

Sea x' el valor alterno a x para identificar

Empezamos con

$$\{xxx \dots xxqa\}$$

Usamos a  $\rightarrow$  U, RESET

$$\{xxx \dots xxqa \rightarrow qxxx \dots xxU\}$$

Si lees U estas al inicio [Fin]

Si lees x avanza  $x \rightarrow R$

Si lees x ve a [prod]

Si lees U, estabas casi al inicio

RESET y ve a [Fin]

[prod]

Si lees x' avanzas hasta encontrar x.  $x' \rightarrow R$

$$\{qx'x'x \dots xxU \rightarrow x'qx'x \dots xxU \rightarrow x'x'qx \dots xxU\}$$

Si lees x, marcas y avanzas dos  $(x \rightarrow x', R) \rightarrow R$

$$\{qxxx \dots xxU \rightarrow x'xqx \dots xxU\}$$

Si lees x vamos RESET y a [prod]  $x \rightarrow RESET$

Si lees U ponemos b y vamos a [casi]  $U \rightarrow b \rightarrow RESET$

Si lees

[casi]

Avanza quitando primas  $x' \rightarrow x, R$

$$\{qx'x' \dots x'xb \rightarrow xqx' \dots x'xb \rightarrow xx \dots qx'xb \rightarrow xx \dots xqxb\}$$

Cuando ya no encuentres primas estas en L [Fin]

[Fin]

### Ejercicio 3.13

Sea la **Maquina de Turing Degenerada (MTD)** como se define en el ejercicio, esta se diferencia de la **Maquina de Turing (MT)** porque no puede mover el cabezal a la izquierda.

La principal diferencia entra los autómatas con pila (PL) y las MT es la manera en que acceden a su memoria. Mientras que los primeros se basan en FIFO, la segunda tiene

libertad para leer su memoria. La MTD no puede leer su memoria libremente, únicamente lo puede hacer así adelante, así que puede ser que sea equivalente a los AP, pero definitivamente no es equivalente a la MT.

Por otro lado, la diferencia principal entre los AP y los AF es que los primeros no tienen memoria. Aunque parece que los MTD sí tienen memoria, únicamente pueden escribir sobre el carácter en que están viendo, por lo que cualquier información que tengan guardada en este se perderá en cuanto avancen. Además, como no pueden retroceder, cualquier cosa que traten de guardar en espacios anteriores queda inaccesible por el MTD en cuanto avance. Por lo que el MTD tampoco es similar a los AP.

Una *definición rápida* de los AF, es que son máquinas que leen caracteres, sin retroceder, y cambian de estado. Como esto es lo único que hace nuestro MTD, entonces el MTD es equivalente a un AF.