

Tarea 10

Fecha de publicación: Noviembre 8, 2020

Fecha de entrega: Domingo 15 de noviembre de 2020.

Ejercicio 1. Programar el método de Romberg para estimar el valor de la integral de una función real $f(x)$ en un intervalo dado.

- Escribir el código de la función que aplica la regla de trapecio de manera recursiva. La función recibe como argumentos el apuntador a la función $f(x)$, un entero i y el valor $R(i-1, 0)$.
Si $i = 0$, calcular $R(i, 0) = \frac{b-a}{2}[f(a) + f(b)]$ (sin importar el valor de $R(i-1, 0)$).
Para $i > 0$, calcular $h = \frac{b-a}{2^i}$ y

$$R(i, 0) = \frac{1}{2}R(i-1, 0) + h \sum_{k=1}^{2^{i-1}} f(a + (2k-1)h).$$

La función debe devolver el valor de $R(i, 0)$.

- Escribir una función que implementa el método de Romberg. La función recibe como argumentos el apuntador a la función $f(x)$, un entero n , los límites de integración a y b . La función crea una matriz R de tamaño $(n+1) \times (n+1)$ y la inicializa con ceros. Luego calcula los valores $R(i, 0)$ usando la función del punto anterior para $i = 0, 1, \dots, n$.
Luego calcula los valores $R(i, j)$ usando extrapolación de Richardson para $j = 1, 2, \dots, n$:

$$R(i, j) = R(i, j-1) + \frac{1}{4^j - 1} [R(i, j-1) - R(i-1, j-1)].$$

La función devuelve la matriz R .

- Programar las siguientes funciones

$$\begin{aligned} f_1(x) &= 6x^5 - 4x^3 - 2x + 1, \\ f_2(x) &= \sin 2\pi x, \end{aligned}$$

y sus primitivas $F_i(x)$ ($F'_i(x) = f_i(x)$).

- El programa debe recibir desde la línea de comandos los extremos del intervalo de integración, a y b , así como el exponente n que determina el número 2^n de divisiones del intervalo $[a, b]$.

Haga que el programa imprima los valores a, b , el número de divisiones 2^n y para cada función imprima:

- La matriz R que devuelve el método de Romberg.
- Los valores de la estimación de la integral que da el método de Romberg, el verdadero valor de la integral y el error relativo:

$$R(n, n), \quad F_i(b) - F_i(a), \quad \frac{|F_i(b) - F_i(a) - R(n, n)|}{|F_i(b) - F_i(a)|}.$$

Pruebe el programa con los valores

a	b	n
0.001	2.5	3
0.001	2.5	6
0.000001	2.5	3
0.000001	2.5	6

Escriba un comentario sobre si los resultados mejoran al aumentar el valor de n y el comportamiento del método de Romberg para estimar la integral de $f_3(x)$.