Tarea 11

Fecha de publicación: Noviembre 15, 2020

Fecha de entrega: Domingo 22 de noviembre de 2020.

Ejercicio 1. Programar el método de Runge-Kutta de orden 2 para resolver un problema de valor inicial:

$$(PVI)\begin{cases} y' &= f(x,y) \qquad x \in (a,b] \\ y(a) &= y0; \end{cases}$$

1. Escribir el código de la función que calcula la solución numérica del PVI con algoritmo de Runge-Kutta de segundo orden. La función debe recibir como argumentos:

   - un arreglo con los puntos de la partición uniforme $a = x_0 < x_1 < ... < x_n = n$,
   - un valor inicial $y0$,
   - el número de subdivisiones n del intervalo $[a, b]$, y
   - el apuntador la función $f(x, y)$.

   Crear el arreglo para almacenar los valores $y_0, y_1, ..., y_n$. Hacer $y_0 = y0, h = x_1 - x_0$ y para cada $i = 0, 1, ..., n-1$ calcular

   $$\begin{aligned} K_1 &= f(x_i, y_i), \\ K_2 &= f(x_i + h, y_i + hK_1), \\ y_{i+1} &= y_i + 0.5h(K_1 + K_2), \end{aligned}$$

   La función debe devolver el arreglo con los valores y_i.

2. Escriba el programa que reciba desde la línea de comandos el valor n que define el número de divisiones del intervalo de solución $[a, b]$.

   Programe la función f que corresponde al problema de valor inicial:

   $$(PVI)\begin{cases} y' &= 4x^2 - 6x + \frac{y}{x} \qquad x \in (1,6] \\ y(1) &= 4; \end{cases}$$

La solución analítica de este problema es $y(x) = -6x^2 + 8x + 2x^3$. Genere una partición del intervalo $[1, 6]$ con $x_k = 1 + hk$, para $k = 0, 1, ..., n$, con $h = (6-1)/n$, y calcule los valores de la solución numérica $y_0, y_1, y_2, ..., y_n$ del PVI usando la función del inciso anterior.

Programe la función que evalua la solución analítica $y(x)$ y haga que el programa calcule el máximo del error relativo:

$$E_{\max} = \max_{k=1,\ldots,n} \frac{|y_k - y(x_k)|}{|y(x_k)|}.$$

Haga que el programa imprima los valores $E_{\max}$.

3. Prueba el programa con $n = 10$ y $n = 100$, y escriba un comentario sobre los resultados obtenidos.