Benjamín Rivera

Actividad 3. Método de Gauss

Universidad Abierta y a Distancia de México
TSU en Biotecnología
Materia: Álgebra Lineal
Grupo: BI-BALI-2002-B1-012
Unidad: Unidad 2

Matricula: ES202105994

Fecha de entrega: 25 de julio de 2020

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el *método de **Gauss***, para hacer seguiremos la siguiente lista de pasos:

1. Normalizaremos el sistema
2. Representaremos el sistema como matriz ampliada
3. Se conviera la matriz ampliada en matriz triangular superior
4. Calculamos x_1, x_2 y x_3

durante el ejercicio usaremos M_n para referirnos a la fila n de la matriz M.

Sistema 1

$$\begin{aligned} 2x + 7y + 6z &= 48 \\ 4x + 5y + 9z &= 24 \\ 3x + y – 2z &= 14 \end{aligned}$$

Dado que la matriz ya esta normalizada, podemos pasar a mostrar la matriz ampliada

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 6 & 48 \\ 4 & 5 & 9 & 24 \\ 3 & 1 & -2 & 14 \end{pmatrix}$$

Ahora, para obtener la matriz triangular superior primero haremos $M_2 = M_2 - 2 * M_1$ y $M_3 = M_3 - \frac{3}{2}M_1$, de donde queda

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 6 & 48 \\ 0 & -9 & -3 & -72 \\ 0 & -\frac{19}{2} & -11 & -58 \end{pmatrix}$$

luego hacemos que $M_3 = M_3 - \frac{19}{18}M_2$

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 6 & 48 \\ 0 & -9 & -3 & -72 \\ 0 & 0 & -\frac{47}{6} & 18 \end{pmatrix}$$

multiplicamos $M_2 = M_2 * \frac{-1}{3}$ y a $M_3 = M_3 * -6$ de manera que

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 6 & 48 \\ 0 & 3 & 1 & 24 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-108}{47} \end{pmatrix}$$

ahora sabemos que

$$z = -\frac{108}{47} \sim -2{,}29787234043$$

y con z podmos obtener que

$$\begin{aligned} 3y + z &= 24 \\ 3y &= 24 - z \\ y &= 8 - \frac{z}{3} \\ y &= 8 - \frac{-108/47}{3} \\ y &= \frac{412}{47} \sim 8{,}76595744681 \end{aligned}$$

y que como ya conocemos z, y, entonces para x tenemos que

$$\begin{aligned} 2x + 7y + 6z &= 48 \\ 2x &= 48 - 7y - 6z \\ x &= 24 - \frac{7}{2}y - 3z \\ x &= \frac{10}{47} \sim 0{,}21276595744 \end{aligned}$$

Sistema 2

$$\begin{aligned} x + 12y + 3z &= 19 \\ 4 + 5y + 6z &= 24 \\ 3 + 7y + 2z &= 4 \end{aligned}$$

Primero pasamos la matriz a su forma normal, de esto queda

$$\begin{gathered}1x + 12y + 3z = 19\\ 0x + 5y + 6z = 20\\ 0x + 7y + 2z = 1\end{gathered}$$

ahora si con eso generamos la matriz extendida

$$\begin{pmatrix} 1 & 12 & 3 & 19\\ 0 & 5 & 6 & 20\\ 0 & 7 & 2 & 1\end{pmatrix}$$

ahora, para pasar a matriz trangular hacemos que la M_3 sea -7/5 veces la M_2 mas la M_3

$$\begin{pmatrix} 1 & 12 & 3 & 19\\ 0 & 5 & 6 & 20\\ 0 & 0 & -\frac{32}{5} & -27\end{pmatrix}$$

y ahora arreglamos $M_3 = M_3 * -5/32$ para que nos quede

$$\begin{pmatrix} 1 & 12 & 3 & 19\\ 0 & 5 & 6 & 20\\ 0 & 0 & 1 & \frac{135}{32}\end{pmatrix}$$

de lo anterior vemos que

$$z = \frac{135}{32} \sim 4{,}21875$$

y con eso podemos

$$\begin{aligned} 5y + 6z &= 20\\ 5y &= 20 - 6z\\ y &= 4 - \frac{3}{2}z = \frac{-17}{16} \sim -1{,}0625\end{aligned}$$

y de una manera similar obtenemos que

$$\begin{aligned} x + 12y + 3z &= 19\\ x &= 19 - 12y - 3z\\ x &= \frac{611}{32} \sim -19{,}09375\end{aligned}$$

Sistema 3

$$\begin{gathered}x - 2y + 4z = 7\\ 4 + 2y - 8z = 10\\ 2 + 5y + 7z = 23\end{gathered}$$

Primero normalizamos el sistema, de manera que quede

$$\begin{gathered}1x - 2y + 4z = 7\\ 0x + 2y - 8z = 6\\ 0x + 5y + 7z = 21\end{gathered}$$

luego procedemos a expresar la matriz expandida

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & 7\\ 0 & 2 & -8 & 6\\ 0 & 5 & 7 & 21\end{pmatrix}$$

y para hacerla triangular hacemos que la M_3 sea -5/2 veces la M_2 mas la M_3

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & 7\\ 0 & 2 & -8 & 6\\ 0 & 0 & 27 & 6\end{pmatrix}$$

arreglamos un poco $M_2 = M_2/2$ y $M_3 = M_3/27$ de manera que

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & 7\\ 0 & 1 & 4 & 3\\ 0 & 0 & 1 & \frac{6}{27}\end{pmatrix}$$

y al final, con un procedimiento similar al anterior, vemos que las soluciones son

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{125}{9} \sim 13{,}8888888889 \\
y &= \frac{35}{9} \sim 3{,}88888888889 \\
z &= \frac{2}{9} \sim 0{,}22222222222
\end{aligned}
$$

Comprobación

Para corroborar los resutlados se uso el *CAS* [1] SageMath, que utiliza como interfaz el lenguaje de programación Python y la *UI* jupyter. El archivo html resultante del notebook generado se puede consultar aquí.

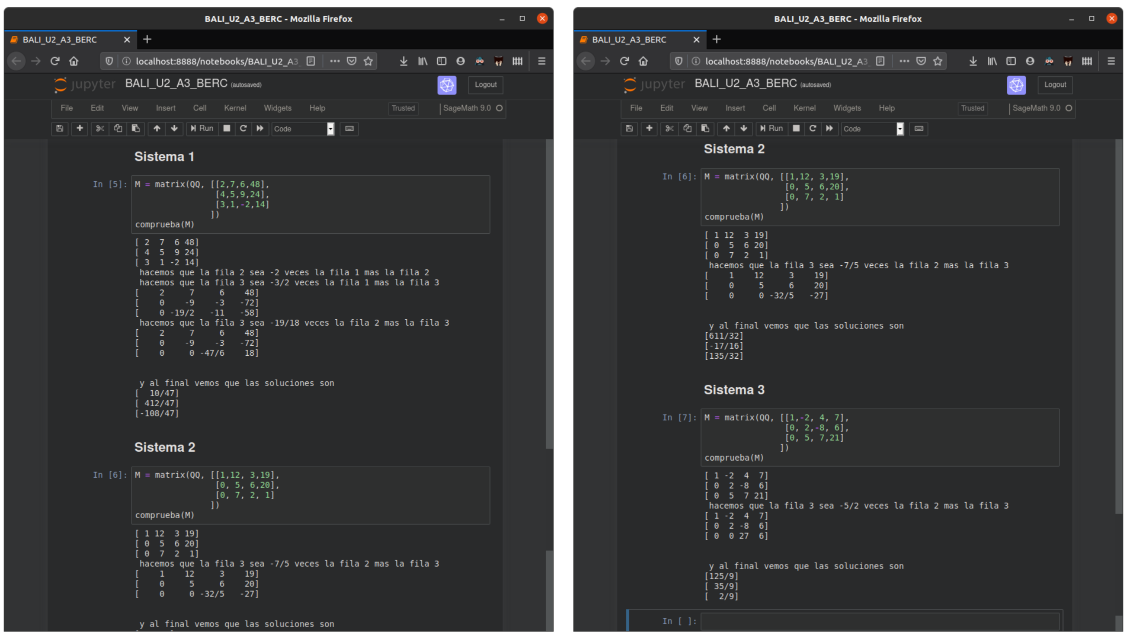

Figura 1: Comprobación de ejercicio 1, 2 y 3

[1] Sistema Algebraico Computacional, por sus siglas en ingles

Referencias

[1] UnADM. (S/D). *Primer semestre Algebra Lineal*. 25 de julio de 2020, de Universidad Abierta y a Distancia de México | DCSBA Sitio web: https://dmd.unadmexico.mx/contenidos/DCSBA/BLOQUE1/BI/01/BALI/unidad_01/descargables/BALI_U1_Contenido.pdf