Benjamín Rivera

Evidencia de Aprendizaje . Matrices Gauss-Jordan

Universidad Abierta y a Distancia de México
TSU en Biotecnología

Materia: Álgebra Lineal
Grupo: BI-BALI-2002-B1-012
Unidad: Unidad 2

Matricula: ES202105994

Fecha de entrega: 25 de julio de 2020

Resolver en un documento los siguientes sistemas de ecuaciones por el **Método de Gauss.Jordan** y explica paso a paso. , para hacer seguiremos la siguiente lista de pasos:

1. Normalizaremos el sistema
2. Representaremos el sistema como matriz ampliada
3. La manipularemos para obtener una matriz identidad del lado izquierdo
4. Leeremos x_1, x_2 y x_3

durante el ejercicio usaremos M_n para referirnos a la fila n de la matriz M.

Sistema 1

$$\begin{aligned} 2x + 7y + 6z &= 48 \\ 4x + 5y + 9z &= 24 \\ 3x + y - 2z &= 14 \end{aligned}$$

La matriz extendida resultante de este sistema es

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 6 & 48 \\ 4 & 5 & 9 & 24 \\ 3 & 1 & -2 & 14 \end{pmatrix}$$

ponemos el valor unitario en la primera fila mediante $M_1 = M_1/2$, de donde obtenemos

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{2} & 3 & 24 \\ 4 & 5 & 9 & 24 \\ 3 & 1 & -2 & 14 \end{pmatrix}$$

y ahora, mediante $M_2 = M_2 - 4M_1$ y $M_3 = M_3 - 3M_1$, rellenamos de ceros la primer columna

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{2} & 3 & 24 \\ 0 & -9 & -3 & -72 \\ 0 & -\frac{19}{2} & -11 & -58 \end{pmatrix}$$

seguimos con $M_2 = M_2/-9$ de donde queda

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{2} & 3 & 24 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & 8 \\ 0 & -\frac{19}{2} & -11 & -58 \end{pmatrix}$$

y luego llenamos con ceros el resto de la columna

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{11}{6} & -4 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & 8 \\ 0 & 0 & -\frac{47}{6} & 18 \end{pmatrix}$$

y repetimos los pasos anteriores, cmabiando los coeficientes, con la ultima fila y columna, para que al final nos quede que

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{10}{47} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{412}{47} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{108}{47} \end{pmatrix}$$

de donde obtenemos que

$$\begin{aligned} x &= \frac{10}{47} \\ y &= \frac{412}{47} \\ z &= -\frac{108}{47} \end{aligned}$$

Sistema 2

$$\begin{aligned} x + 12y + 3z &= 19 \\ 4 + 5y + 6z &= 24 \\ 3 + 7y + 2z &= 4 \end{aligned}$$

Priemro pasamos la matriz a su forma normal, de esto queda

$$\begin{aligned} 1x + 12y + 3z &= 19 \\ 0x + 5y + 6z &= 20 \\ 0x + 7y + 2z &= 1 \end{aligned}$$

y su matriz extendida es

$$\begin{pmatrix} 1 & 12 & 3 & 19 \\ 0 & 5 & 6 & 20 \\ 0 & 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

despues de normalizar procederíamos a modificar la primer columna, pero en este caso ya esta lista, por lo que continuamos con la segunda columna. Primero $M_2 = M_2/5$ para obtener la unidad y luego con $M_1 = M_1 - 12M_2$ y $M_3 = M_3 - 7M_2$ limpiaremos para quedarnos con los ceros, de esto queda que

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{57}{5} & -29 \\ 0 & 1 & \frac{6}{5} & 4 \\ 0 & 0 & -\frac{32}{5} & -27 \end{pmatrix}$$

para la ultima columna empezamos por $M_3 = M_3/(-32/5)$ y luego solo restamos este multiplicado por las veces del coeficiente restante, para que al final nos quede

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{611}{32} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{17}{16} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{135}{32} \end{pmatrix}$$

de esto podemos obtener los valores de la ecuación, los cuales son

$$\begin{aligned} x &= \frac{611}{32} \\ y &= -\frac{17}{16} \\ z &= \frac{135}{32} \end{aligned}$$

Sistema 3

$$\begin{aligned} x - 2y + 4z &= 7 \\ 4 + 2y - 8z &= 10 \\ 2 + 5y + 7z &= 23 \end{aligned}$$

Primero normalizamos el sistema, de manera que quede

$$\begin{aligned} 1x - 2y + 4z &= 7 \\ 0x + 2y - 8z &= 6 \\ 0x + 5y + 7z &= 21 \end{aligned}$$

de este sistema obtenemos la siguiente matriz extendida

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 & 7 \\ 0 & 2 & -8 & 6 \\ 0 & 5 & 7 & 21 \end{pmatrix}$$

de manera similar al ejercicio anterior, la matriz ya tiene la primer columna lista, por lo que pasamos directamente a trabajar sobre la segunda columna. Comenzamos con $M_2 = M_2/2$ para obtener la unidad y luego con $M_1 = M_1 + 2M_2$ y $M_3 = M_3 - 5M_2$ dejaremos la segunda columna tambien lista, de esto queda que

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 & 13 \\ 0 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 0 & 27 & 6 \end{pmatrix}$$

y seguimos el mismo procedimiento con la ultima columna, donde $M_3 = M_3/27$ y se resta la ultima con las otras multiplicada por el coeficiente a eliminar, de donde resulta que

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{125}{9} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{35}{9} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{9} \end{pmatrix}$$

al final podemos obtener los siguientes resultados

$$\begin{aligned} x &= \frac{125}{9} \\ y &= \frac{35}{9} \\ z &= \frac{2}{9} \end{aligned}$$

Comprobación

Para corroborar los resutlados se uso el *CAS* [1] SageMath, que utiliza como interfaz el lenguaje de programación Python y la *UI* jupyter. El archivo html resultante del notebook generado se puede consultar aquí.

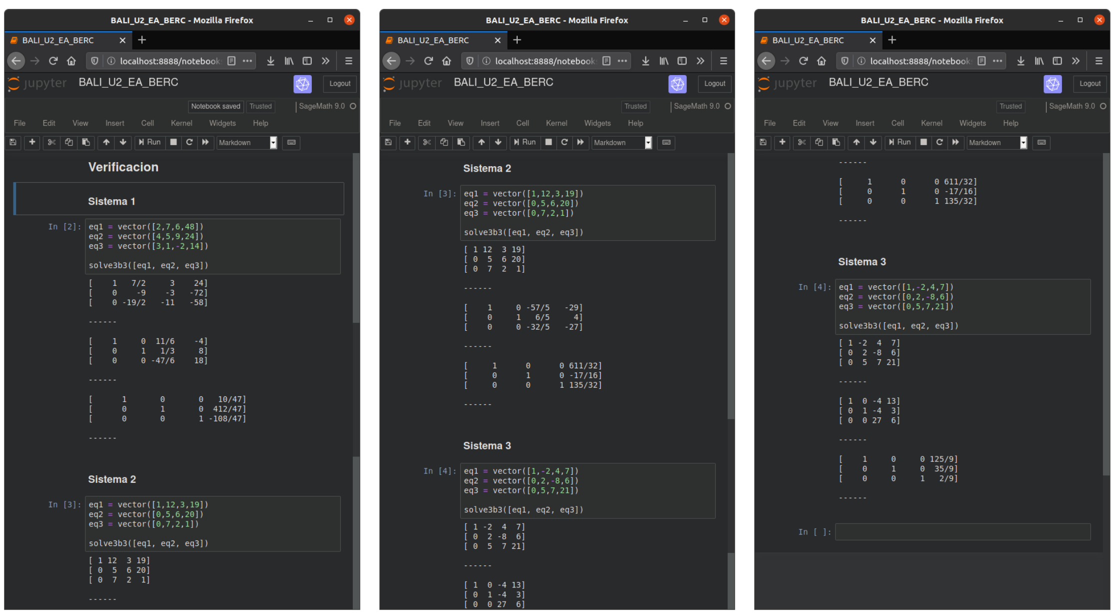

Figura 1: Comprobación de ejercicio 1, 2 y 3

[1] Sistema Algebraico Computacional, por sus siglas en ingles

Referencias

[1] UnADM. (S/D). *Primer semestre Algebra Lineal*. 25 de julio de 2020, de Universidad Abierta y a Distancia de México | DCSBA Sitio web: https://dmd.unadmexico.mx/contenidos/DCSBA/BLOQUE1/BI/01/BALI/unidad_01/descargables/BALI_U1_Contenido.pdf

[2] BenchHPZ. (2020). Biotecnología. 25 de julio de 2020, de GitHub Sitio web: https://github.com/BenchHPZ/UnADM-Biotecnologia