



Benjamín Rivera

Actividad 3. Problemas sobre Determinantes

Universidad Abierta y a Distancia de México

TSU en Biotecnología

Materia: Álgebra Lineal

Grupo: BI-BALI-2002-B1-012

Unidad: Unidad 3

Matricula: ES202105994

Fecha de entrega: 2 de agosto de 2020

Obtener los determinantes de las siguientes matrices por los métodos que se indican:

1. Regla de Sarrus.
2. Cofactores a primer renglón.
3. Cofactores a segunda columna.
4. Menores a primer renglón.
5. Menores a segunda columna.

Dado que en [1, pág. 10] se indica que los cofactores se utilizan en el método de menores, entonces consideraremos que (2, 4) y (3, 5) son los mismos ejercicios. De manera que en este ejercicio usaremos en total tres métodos sobre cada matriz para obtener el determinante, los cuales serán

1. Regla de Sarrus.
2. Menores y cofactores sobre primer renglón.
3. menores y cofactores sobre segunda columna.

El método de cofactores ya lo hemos utilizado en otras tareas, por lo que seguiremos los pasos ahí descritos¹. Para Sarrus, usaremos M_n para denotar el renglón n de la matriz M , entonces seguiremos los siguientes pasos:

1. Generar la matriz

$$M' = \begin{pmatrix} \cdot & \dots & \cdot \\ \dots & M & \dots \\ \cdot & \dots & \cdot \\ \dots & M_1 & \dots \\ \dots & M_2 & \dots \end{pmatrix}$$

2. A partir de M' , se cumple que

$$\det M = M'_{1,1}M'_{2,2}M'_{3,3} + M'_{2,1}M'_{3,2}M'_{4,3} + M'_{3,1}M'_{4,2}M'_{5,3} - (M'_{5,1}M'_{4,2}M'_{3,3} + M'_{4,1}M'_{3,2}M'_{2,3} + M'_{3,1}M'_{2,2}M'_{1,3})$$

En esta actividad únicamente se corroboró el valor de los determinantes, de cada matriz, en [3, Actividad 3].

¹En todo caso se puede consultar en [1, pág. 10 y 11]

A. Sea

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 7 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Para **Sarru** tenemos que

$$A' = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 7 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

por lo que

$$\begin{aligned} \det A &= (2)(2)(3) + (3)(1)(1) + (7)(4)(0) - \\ &\quad ((3)(4)(3) + (2)(1)(0) + (7)(2)(1)) \\ &= 12 + 3 + 0 - (36 + 0 + 14) = -35 \end{aligned}$$

Para **renglon 1** usaremos los siguientes menores:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 1 \end{vmatrix}$$

para usarlos con los cofactores y

$$\begin{aligned} \det(A) &= 2 \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 2(6) - 4(9) - 11 = -35 \end{aligned}$$

Y para **columna 2** usaremos los menores

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

sobre los cofactores

$$\begin{aligned} \det(A) &= 4 \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ &= -4(9) + 2(-1) - (-3) = -35 \end{aligned}$$

B. Sea B

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Para **Sarrus** tenemos que

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

por lo que

$$\begin{aligned} \det B &= (-1)(-1)(2) + (2)(-1)(3) + (3)(2)(3) - \\ &\quad ((2)(2)(2) + (-1)(-1)(3) + (2)(-1)(3)) \\ &= 12 \end{aligned}$$

Para **renglon 1** usaremos los siguientes menores:

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$$

para usarlos con los cofactores y

$$\begin{aligned} \det(B) &= -1 \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \\ &= -1(1) - 2(-5) + 3 = 12 \end{aligned}$$

Y para **columna 2** usaremos los menores

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

sobre los cofactores

$$\begin{aligned} \det(B) &= -2 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \\ &= -2(-5) - 1(-11) + 1(-9) = 12 \end{aligned}$$

Referencias

- [1] UnADM. (2020). *U3 | Determinantes*. 2 de agosto de 2020, de División de Ciencias de la Salud, Biológicas y Ambientales Sitio web: https://dmd.unadmexico.mx/contenidos/DCSBA/BLOQUE1/BI/01/BALI/unidad_03/descargables/BALI_U3_Contenido.pdf
- [2] BenchHPZ. (2020). *Biotecnología*. 2 de agosto de 2020, de GitHub Sitio web: <https://github.com/BenchHPZ/UnADM-Biotecnologia/tree/master/B1-1/BALI>
- [3] BenchHPZ. (2020). *Unidad 3*. 2 de agosto de 2020, de GitHub Sitio web: https://github.com/BenchHPZ/UnADM-Biotecnologia/tree/master/B1-1/BALI/Actividades/BALI_U3_BERC.ipynb