Benjamín Rivera

Evidencia de Aprendizaje . Matrices Gauss-Jordan

Universidad Abierta y a Distancia de México
TSU en Biotecnología
Materia: Álgebra Lineal
Grupo: BI-BALI-2002-B1-012
Unidad: Unidad 2

Matricula: ES202105994

Fecha de entrega: 14 de agosto de 2020

Resolver en un documento los siguientes sistemas de ecuaciones por el **Método de Gauss.Jordan** y explica paso a paso. , para hacer seguiremos la siguiente lista de pasos:

1. Normalizaremos el sistema
2. Representaremos el sistema como matriz ampliada
3. La manipularemos para obtener una matriz identidad del lado izquierdo
4. Leeremos x_1, x_2 y x_3

durante el ejercicio usaremos M_n para referirnos a la fila n de la matriz M.

Además de lo anterior, se debe notar que en los ejercicios falta la constante x en la primera columna de los ejercicios 2 y 3.

Sistema 1

$$\begin{aligned} 2x + 7y + 6z &= 48 \\ 4x + 5y + 9z &= 24 \\ 3x + y – 2z &= 14 \end{aligned}$$

La matriz extendida resultante de este sistema es

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 & 6 & 48 \\ 4 & 5 & 9 & 24 \\ 3 & 1 & -2 & 14 \end{pmatrix}$$

ponemos el valor unitario en la primera fila mediante $M_1 = M_1/2$, de donde obtenemos

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{2} & 3 & 24 \\ 4 & 5 & 9 & 24 \\ 3 & 1 & -2 & 14 \end{pmatrix}$$

y ahora, mediante $M_2 = M_2 - 4M_1$ y $M_3 = M_3 - 3M_1$, rellenamos de ceros la primer columna

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{2} & 3 & 24 \\ 0 & -9 & -3 & -72 \\ 0 & -\frac{19}{2} & -11 & -58 \end{pmatrix}$$

seguimos con $M_2 = M_2/-9$ de donde queda

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{7}{2} & 3 & 24 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & 8 \\ 0 & -\frac{19}{2} & -11 & -58 \end{pmatrix}$$

y luego llenamos con ceros el resto de la columna

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{11}{6} & -4 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & 8 \\ 0 & 0 & -\frac{47}{6} & 18 \end{pmatrix}$$

y repetimos los pasos anteriores, cmabiando los coeficientes, con la ultima fila y columna, para que al final nos quede que

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{10}{47} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{412}{47} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{108}{47} \end{pmatrix}$$

de donde obtenemos que

$$\begin{aligned} x &= \frac{10}{47} \\ y &= \frac{412}{47} \\ z &= -\frac{108}{47} \end{aligned}$$

Sistema 2

$$x + 12y + 3z = 19$$
$$4 + 5y + 6z = 24$$
$$3 + 7y + 2z = 4$$

Priemro colocamos las x faltantes, de donde obtenemos que

$$x + 12y + 3z = 19$$
$$x4 + 5y + 6z = 24$$
$$3x + 7y + 2z = 4$$

y su matriz extendida es

$$\begin{pmatrix} 1,0 & 12,0 & 3,0 & 19,0 \\ 4,0 & 5,0 & 6,0 & 24,0 \\ 3,0 & 7,0 & 2,0 & 4,0 \end{pmatrix}$$

en este ejercicio utilizaremos decimales. Despues de normalizar procederíamos a modificar la primer columna

$$\begin{pmatrix} 1,0 & 12,0 & 3,0 & 19,0 \\ 0,0 & -43,0 & -6,0 & -52,0 \\ 0,0 & -29,0 & -7,0 & -53,0 \end{pmatrix}$$

continuamos con la segunda columna. Primero $M_2 = M_2/(-43{,}0)$ para obtener la unidad, de esto queda que

$$\begin{pmatrix} 1,0 & 0,0 & 1,325 & 4,488 \\ -0,0 & 1,0 & 0,139 & 1,209 \\ 0,0 & 0,0 & -2,953 & -17,930 \end{pmatrix}$$

para la ultima columna empezamos por $M_3 = M_3/(-2{,}953)$ y luego solo restamos este multiplicado por las veces del coeficiente restante, para que al final nos quede

$$\begin{pmatrix} 1,0 & 0,0 & 0,0 & -3,559 \\ 0,0 & 1,0 & 0,0 & 0,362 \\ -0,0 & -0,0 & 1,0 & 6,070 \end{pmatrix}$$

de esto podemos obtener los valores de la ecuación, los cuales son

$$\begin{aligned} x &= -3{,}559 \\ y &= 0{,}362 \\ z &= 6{,}070 \end{aligned}$$

Sistema 3

$$x - 2y + 4z = 7$$
$$4 + 2y - 8z = 10$$
$$2 + 5y + 7z = 23$$

Primero normalizamos el sistema, de manera que quede

$$x - 2y + 4z = 7$$
$$4x + 2y - 8z = 10$$
$$2x + 5y + 7z = 23$$

de este sistema obtenemos la siguiente matriz extendida

$$\begin{pmatrix} 1,0 & 2,0 & 4,0 & 7,0 \\ 4,0 & 2,0 & 8,0 & 10,0 \\ 2,0 & 5,0 & 7,0 & 23,0 \end{pmatrix}$$

de manera similar al ejercicio anterior, comenzamos por la primer columna, por lo que pasamos directamente a trabajar sobre la segunda columna.

$$\begin{pmatrix} 1,0 & 2,0 & 4,0 & 7,0 \\ 0,0 & -6,0 & -8,0 & -18,0 \\ 0,0 & 1,0 & -1,0 & 9,0 \end{pmatrix}$$

continuamos con $M_2 = M_2/-6$ para obtener la unidad, de esto queda que

$$\begin{pmatrix} 1{,}0 & 0{,}0 & 1{,}333 & 1{,}0 \\ 0{,}0 & 1{,}0 & 1{,}333 & 3{,}0 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & -2{,}333 & 6{,}0 \end{pmatrix}$$

y seguimos el mismo procedimiento con la ultima columna, donde $M_3 = M_3/27$ y se resta la ultima con las otras multiplicada por el coeficiente a eliminar, de donde resulta que

$$\begin{pmatrix} 1{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 4{,}428 \\ 0{,}0 & 1{,}0 & 0{,}0 & 6{,}428 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & 1{,}0 & -2{,}571 \end{pmatrix}$$

al final podemos obtener los siguientes resultados

$$\begin{aligned} x &= 4{,}428 \\ y &= 6{,}625 \\ z &= -2{,}57 \end{aligned}$$

Comprobación

Para corroborar los resutlados se uso el *CAS* [1] SageMath, que utiliza como interfaz el lenguaje de programación Python y la *UI* jupyter. El archivo html resultante del notebook generado se puede consultar aquí.

Nota: Las correciones de la fala de $x's$ en el ejercicio estan en la sección **Trans** ya que los otros ejercicios no estan mal resueltos.

[1] Sistema Algebraico Computacional, por sus siglas en ingles

Referencias

[1] UnADM. (S/D). *Primer semestre Algebra Lineal*. 14 de agosto de 2020, de Universidad Abierta y a Distancia de México | DCSBA Sitio web: https://dmd.unadmexico.mx/contenidos/DCSBA/BLOQUE1/BI/01/BALI/unidad_01/descargables/BALI_U1_Contenido.pdf

[2] BenchHPZ. (2020). Biotecnología. 14 de agosto de 2020, de GitHub Sitio web: https://github.com/BenchHPZ/UnADM-Biotecnologia