注：上述诸式右端不是待定型.

证：若 $\overline{\lim\limits_{n\to+\infty}} x_n=+\infty$ 或者 $\overline{\lim\limits_{n\to+\infty}} y_n=+\infty$，式子自然成立.

不妨设 $\overline{\lim\limits_{n\to+\infty}} x_n<+\infty$，$\overline{\lim\limits_{n\to+\infty}} y_n<+\infty$。若 $\overline{\lim\limits_{n\to+\infty}} x_n=-\infty$. 即 $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n=-\infty$.

这时，$\overline{\lim\limits_{n\to+\infty}} y_n<+\infty$. 所以，$\{y_n\}$ 有上界. 则 $\lim\limits_{n\to+\infty}(x_n+y_n)=-\infty$.

（因为 $\{y_n\}$ 有上界，即 $\exists M$，使得 $y_n\leq M$. 因 $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n=-\infty$，

对于 $\forall G>0$. $\exists N$，当 $n>N$ 时 $x_n<-G-M$. 有 $x_n+y_n<-G$.

所以，$\lim\limits_{n\to+\infty}(x_n+y_n)=-\infty$. 所以，$\overline{\lim\limits_{n\to+\infty}}(x_n+y_n)=\lim\limits_{n\to+\infty}(x_n+y_n)=\lim\limits_{n\to+\infty} x_n+\overline{\lim\limits_{n\to+\infty}} y_n$

不妨设 $-\infty<\overline{\lim\limits_{n\to+\infty}} x_n$，$\overline{\lim\limits_{n\to+\infty}} y_n<+\infty$.

(ii). $\overline{\lim_{n\to\infty}}\, y_n = \overline{\lim_{n\to\infty}}[(x_n+y_n)+(-x_n)] \le \overline{\lim_{n\to\infty}}(x_n+y_n) + \overline{\lim_{n\to\infty}}(-x_n)$

$= \overline{\lim_{n\to\infty}}(x_n+y_n) - \lim_{n\to\infty} x_n$

这时，$\overline{\lim_{n\to\infty}}(x_n+y_n) \ge \lim_{n\to\infty} x_n + \overline{\lim_{n\to\infty}}\, y_n$.

(讨论：若 $\lim_{n\to\infty} x_n = +\infty$. 这时，$\overline{\lim_{n\to\infty}}\, y_n > -\infty$. $\lim_{k\to\infty} \underline{y_{n_k}} = H_2$ $\lim_{k\to\infty}(x_{n_k}+y_{n_k}) = +\infty$

若 $\lim_{n\to\infty} x_n = -\infty$. 这时，$\overline{\lim_{n\to\infty}}\, y_n < +\infty$. ① $\overline{\lim_{n\to\infty}}\, y_n = -\infty$. 即 $\lim_{n\to\infty} y_n = -\infty$.

② $-\infty < \overline{\lim_{n\to\infty}}\, y_n < +\infty$. $\exists\{y_{n_k}\}$. $\lim_{k\to\infty} y_{n_k} = H_2$ $\lim_{k\to\infty}(x_{n_k}+y_{n_k}) = -\infty$)