

het kleinste tegenvoorbeeld

veronderstel dat $S \subseteq \mathbb{N}^*$, S is een verzameling waarvan we willen bewijzen dat $S = \mathbb{N}^*$.
Dan kunnen we uit het ongerijmde tewerk gaan; als $S \neq \mathbb{N}$ *dan bestaat er wegens het axioma van de goede ordening een kleinste element in $\mathbb{N} \setminus S$* . Als we uit dit kleinste tegenvoorbeeld een contradictie krijgen bewijzen we dat $S \neq \mathbb{N}$ *niet mogelijk is en dat $S = \mathbb{N}$* dus bewezen is.

het inductieprincipe

Veronderstel dat S een deelverzameling is van \mathbb{N}^* waarvoor

- a) $1 \in S$
 - b) voor elke $k \in \mathbb{N}$ *geldt: $k \in S$ impliceert dat $k+1 \in S$* .
- dan is $S = \mathbb{N}$*

Als we gebruik maken van het principe van het kleinste tegenvoorbeeld en veronderstellen dat $S \neq \mathbb{N}$ *en m het kleinste tegenvoorbeeld: $m \in \mathbb{N} \setminus S$* .

We nemen m het kleinste positieve getal niet in S :

$$m > 1 \text{ want } 1 \in S \mid m \geq 2$$

$$m - 1 \in S \rightarrow m \in S \rightarrow \text{contradictie}$$

$$\text{dus } S = \mathbb{N}^*$$