

voorwaardelijke kans

De voorwaardelijke kans is de kans dat een gebeurtenis zich voordoet na een andere gebeurtenis zich al heeft voorgedaan.

$$P(A \mid B) = P(A \cap B) / P(B)$$

Tenzij als $P(B)=0$ is dan is $P(A \mid B)$ niet gedefinieerd.

De gebeurtenissen A en B waarvoor $P(A) \neq 0$ kunnen herschreven worden als

$$P(A \cap B) = P(A \mid B) \cdot P(B)$$

vermenigvuldigingsregel

Stelling 3.3.1 (Vermenigvuldigingsregel). *Zij A_1, \dots, A_n gebeurtenissen en onderstel dat $P(\cap_{i=1}^{n-1} A_i) \neq 0$. Dan geldt*

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = P(A_1) P(A_2 \mid A_1) P(A_3 \mid A_1 \cap A_2) \cdots P(A_n \mid \cap_{i=1}^{n-1} A_i).$$

Bewijs. Dit volgt onmiddellijk uit de gelijkheid

$$P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = P(A_1) \cdot \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_1)} \cdot \frac{P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)}{P(A_1 \cap A_2)} \cdots \frac{P(\cap_{i=1}^n A_i)}{P(\cap_{i=1}^{n-1} A_i)}. \quad \square$$

De vermenigvuldigingsregel is voornamelijk nuttig bij experimenten die in verschillende fasen verlopen, waarbij gebeurtenis A_i in fase i verloopt, en afhankelijk kan zijn van wat in de voorgaande fasen is gebeurd.

de totalekansformule

veronderstel een uitkomstenverzameling S met A_i onderling disjuncte partities waarbij $P(A_i) \neq 0$. Dan geldt voor een willekeurige gebeurtenis $B \subseteq S$ dat

$$P(B) = P(A_1) P(B \mid A_1) + \dots + P(A_n) P(B \mid A_n)$$

bewijs

we hebben $B =$ de doorsnede van B met alle A_i waarbij de doorsnedes onderling disjunct zijn. Door de vermenigvuldigingsregel toe te passen op de doorsnedes verkrijgen we de totalekansformule voor $P(B)$

regel van Bayes

indien we een uitkomstenverzameling hebben met A_i gebeurtenissen die een partitie vormen waarvoor alle $P(A_i) \neq 0$. dan geldt voor een willekeurige gebeurtenis $B \subseteq S$ waarvoor $P(B) \neq 0$

$$P(A_i | B) = P(A_i) P(B | A_i) / P(B)$$

bewijs

aangezien $P(B) P(A_i | B)$ en $P(A_i) P(B | A_i)$ beiden gelijk is $P(A_i \cap B)$. Met de totalekansformule kunnen we de noemer van het rechterlid ook nog verder uitschrijven.

inferentie (inference)

Om de kans dat een bepaalde oorzaak en effect veroorzaken kunnen we ook de regel van Bayes gebruiken. de kans op een bepaalde oorzaak na het voordoen van een bepaald effect = $P(A_i | B)$