

verzamelingen

basisnotaties

Notatie	Omschrijving
$\{a, b, c\}$	verzameling met als elementen a, b en c
$\{a, b, c, \dots\}$	verzameling met als elementen a, b en c , enz.
$\{x \mid \dots\}$	verzameling van alle elementen x waarvoor geldt dat ...
\emptyset	de ledige verzameling
\in	is element van (behoort tot)
\notin	is geen element van (behoort niet tot)
\subseteq	is deelverzameling van
$\not\subseteq$	is geen deelverzameling van
$A \cap B$	A doorsnede B
$A \cup B$	A unie B
$A \setminus B$	verschil van A en B (soms ook als $A - B$ genoteerd)

definities

verzameling: een groep van verschillende en duidelijk gedefinieerde dingen (= *elementen*), indien de elementen niet verschillend moeten zijn spreken we van een *familie* of *multiverzameling*

singelton: verzameling van 1 element

eigenschappen

1. Commutatieve eigenschap

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

2. Associatieve eigenschap

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

3. Distributieve eigenschap

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

4. Wetten van de Morgan

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

paradox van Russel

relaties

cartesisch product

$$A \times B = \{ (a,b) \mid a \in A, b \in B \}$$

algemenere notatie voor cartesisch product van k verzamelingen:

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_k = \{ (a_1, a_2, \dots, a_k) \mid a_i \in A_i, i = 1, 2, \dots, k \}$$

vanzelfsprekend is $A \times B \neq B \times A$

relatie

Een relatie van de verzameling A naar verzameling B is een deelverzameling van het cartesisch product van de 2 verzamelingen en kan genoteerd worden als:

- aRb (*infix*)
- $R(a,b)$ (*prefix*)

bijzondere relaties

een functie: een functie van A naar B is een relatie waarbij elk element van A **hoogstens 1** beeld in B heeft.

Een afbeelding: een relatie van A naar B waarbij elk element van A **juist 1** beeld heeft.

injectieve relatie: een relatie van A naar B waarbij elk element van B het beeld is van **hoogstens 1** element van A.

surjectieve relatie: een relatie van A naar B is een relatie waarbij elk element van B het beeld is van **minstens 1** element van A.

bijjectie; een afbeelding van A naar B die zowel een injectie is als een surjectie. (elk element van A heeft 1 beeld in B)

permutatie: een bijjectie van A op zichzelf.

equivalentierelaties

reflexieve relatie: een relatie $R \subseteq A^2$ waar het elk element in relatie staat met zichzelf m.a.w. het identieke koppel (x,x) behoort tot de relatie R.

Een **antireflexieve relatie** is een relatie waarbij geen enkel element in relatie staat met zichzelf.

Als de relatie **niet reflexief** is betekent dat niet alle elementen in relatie staan met zichzelf maar wel een aantal.

symmetrische relatie: een relatie $R \subseteq A^2$ waar als x in relatie staat met y , y ook in relatie staat met x . ($xRy \rightarrow yRx$)

De relatie is **antisymmetrisch** indien als x in relatie staat met y , y enkel in relatie staat met y als $x=y$. (xRy en $yRx \rightarrow x=y$)

niet symmetrisch is als de niet voor alle koppels x,y geldt dat als x in relatie staat met y , y ook in relatie staat met x

transitieve relatie: een relatie $R \subseteq A^2$ waar als x in relatie staat met y en y met z , dan staat x ook in relatie met z (xRy en $yRz \rightarrow xRz$)

een equivalentierelatie is een relatie $R \subseteq A^2$ die zowel reflexief, symmetrisch en transitief is. Dit betekent dus dat als aRb dat $a \equiv b$

Alle elementen die equivalent zijn met a is een verzameling die een equivalentieklasse wordt genoemd, a is dan de representant voor deze klasse en wordt genoteerd als $[a]$. Hieruit volgt dat geen enkele equivalentieklasse ledig kan zijn, de doorsnede van 2 equivalentieklassen ledig is en de unie ervan de volledige verzameling is waarvoor de equivalentierelatie geldt.

elke deelverzameling waarvoor elk element niet tot een andere deelverzameling hoort wordt een partitie genoemd. In een equivalentierelatie geldt dat 2 elementen enkel in relatie staan met elkaar als ze tot dezelfde partitie behoren.