congruenties

Als x_1 en x_2 gehele getallen zijn en m een positief natuurlijk getal is dan zijn x_1 en x_2 congruent modulo m als en slechts als x_1-x_2 deelbaar is door m. we noteren dit als
$x_1 \equiv x_2$ (mod m)

de equivalentieklassen in deze equivalentierelatie worden congruentieklassen modulo m of restklassen genoemd. Dit betekend dus dat x_1 en x_2 dezelfde rest hebben bij deling door m
$x_1 = x_2 + mt$
de verzameling van de kleinste repressentanten in elke restklasse is gelijk aan [0 , m-1]

---

veronderstel dat m een positief natuurlijk getal is en dat x_1, x_2, y_1, y_2 gehele getallen zijn zodat
$x_1 \equiv x_2$ (mod m), $y_1 \equiv y_2$ (mod m).

Dan gelden de volgende eigenschpapen
(1) $x_1 + y_1 \equiv x_2 + y_2$ (mod m)
(2) $x_1y_1 \equiv x_2y_2$ (mod m)

bewijs
(1) Uit het gegeven volgt dat er gehele getallen t en t' bestaan zodanig dat
$x_1 - x_2 = mt$, $y_1 - y_2 = mt'$
bijgevolg geldt
$(x_1 + y_1) - (x_2 + y_2) = (x_1 - x_2) + (y_1 - y_2)$

$= mt + mt'$
$= m(t + t')$

bijgevolg zijn $x_1 + y_1$ en $x_2 + y_2$ congruent modulo m

(2) merk op dat
$x_1y_1 - x_2y_2 = (x_1 - x_2)y_1 + x_2(y_1 - y_2)$

$= mty_1 + x_2mt'$
$= m(ty_1 + x_2t')$

bijgevolg zijn x_1y_1 en x_2y_2 congruent modulo m