

## priemgetallen

Een positief getal  $p$  wordt een priemgetal genoemd als  $p$  precies 2 positieve delers bezit (1 en zichzelf). 1 is geen priemgetal.

Elk getal kan dus geschreven worden als het product van 2 priemgetallen.

### *bewijs*

We passen het principe van het kleinste tegenvoorbeeld toe.

veronderstel dus dat  $m$  het kleinste getal is in  $\mathbb{N}\{0,1\}$  dat niet te schrijven is als het product van priemfactoren.

Dan kan  $m$  vanzelfsprekend geen priemgetal zijn, en dus moet  $m$  samengesteld zijn: stel  $m = m_1 m_2$  met  $m_1, m_2 \in \mathbb{N}\{2, m-1\}$ . Aangezien echter  $m$  het kleinste tegenvoorbeeld was, bezitten zowel  $m_1$  als  $m_2$  elk een ontbinding in priemfactoren. Hieruit kunnen we afleiden dat  $m$  zelf ook een ontbinding van priemfactoren bevat en dat is tegen de veronderstelling dat  $m$  het kleinste tegenvoorbeeld was. Hiermee hebben we de stelling bewezen

### stelling van euclides :

*De verzameling van de priemgetallen is een oneindige verzameling.*

### *bewijs*

veronderstel dat de verzameling van priemgetallen een eindige verzameling is  $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ .

Stel  $m =$  het product van alle priemgetallen in deze verzameling, dan is  $m+1$  dus geen priemgetal en dus bezit  $m+1$  eigenlijke delers.

noem  $q$  de kleinste positieve eigenlijke deler van  $m+1$ . Dan is  $q$  dus een deler van  $m$ .

Bijgevolg is  $q$  een deler van  $(m+1)-m=1$ . Dit is een tegenstrijdigheid. Bijgevolg is de verzameling van de priemgetallen een oneindige verzameling.

### de zeef van Eratosthenes

Een snelle manier om de priemgetallen te vinden tot aan een bepaald natuurlijk getal  $n$  is door alle even getallen te schrappen  $\leq n$  buiten 2, dan de overgebleven oneven getallen verschillend van 1 te rangschikken van klein naar groot en voor elk getal dat niet geschrapt is de veelvouden van dit getal te schrappen  $>$  het getal zelf.

Uiteindelijk komen we met de niet geschrapte getallen de priemgetallen tot en met  $n$  uit