verzamelingen

basisnotaties

Notatie	Omschrijving
$\{a, b, c\}$	verzameling met als elementen a, b en c
$\{a, b, c, \ldots\}$	verzameling met als elementen a, b en c, enz.
$\{x \mid \ldots\}$	verzameling van alle elementen x waarvoor geldt dat ...
$\emptyset$	de ledige verzameling
$\in$	is element van (behoort tot)
$\notin$	is geen element van (behoort niet tot)
$\subseteq$	is deelverzameling van
$\nsubseteq$	is geen deelverzameling van
$A \cap B$	A doorsnede B
$A \cup B$	A unie B
$A \setminus B$	verschil van A en B (soms ook als $A - B$ genoteerd)

definities

verzameling: een groep van verschillende en duidelijk gedefinieerde dingen (=*elementen*), indien de elementen niet verschillend moeten zijn spreken we van een *familie* of *multiverzameling*

singelton: verzameling van 1 element

eigenschappen

1. *Commutatieve eigenschap*
   $A \cup B = B \cup A$
   $A \cap B = B \cap A$
2. *Associatieve eigenschap*
   $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
   $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
3. *Distributieve eigenschap*
   $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
   $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
4. *Wetten van de Morgan*
   $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
   $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

paradox van Russel

relaties

cartesisch product
A x B = { (a,b) | a∈A, b∈B }

> algemenere notatie voor cartesisch product van k verzamelingen:
> $A_1 x A_2 x \ldots x A_k$ = { $(a_1, a_2, \ldots, a_k)$ | $a_i \in A_i$, i = 1,2,...,k }

vanzelfsprekend is AxB ≠ BxA

relatie

Een relatie van de verzameling A naar verzameling B is een deelverzameling van het cartesisch product van de 2 verzamelingen en kan genoteerd worden als:

- aRb (*infix*)
- R(a,b) (*prefix*)

bijzondere relaties

een functie: een functie van A naar B is een relatie waarbij elk element van A hoogstens 1 beeld in B heeft.

Een afbeelding: een relatie van A naar B waarbij elk element van A juist 1 beeld heeft.

injectieve relatie: een relatie van A naar B waarbij elk element van B het beeld is van hoogstens 1 element van A.

surjectieve relatie: een relatie van A naar B is een relatie waarbij elk element van B het beeld is van minstens 1 element van A.

bijectie; een afbeelding van A naar B die zowel een injectie is als een surjectie. (elk element van A heeft 1 beeld in B)

permutatie: een bijectie van A op zichzelf.

equivalentierelaties

reflexieve relatie: een relatie $R \subseteq A^2$ waar het elk element in relatie staat met zichzelf m.a.w. het identieke koppel (x,x) behoort tot de relatie R.
Een *antireflexieve relatie* is een relatie waarbij geen enkel element in relatie staat met zichzelf.

Als de relatie *niet reflexief* is betekent dat niet alle elementen in relatie staan met zichzelf maar wel een aantal.

symmetrische relatie: een relatie $R \subseteq A^2$ waar als x in relatie staat met y, y ook in relatie staat met x. (xRy ⟶ yRx)
De relatie is *antisymmetrisch* indien als x in relatie staat met y, y enkel in relatie staat met y als x=y. (xRy en yRx ⟶ x=y)
niet symmetrisch is als de niet voor alle koppels x,y geldt dat als x in relatie staat met y, y ook in relatie staat met x

transitieve relatie: een relatie $R \subseteq A^2$ waar als x in relatie staat met y en y met z, dan staat x ook in relatie met z (xRy en yRz ⟶ xRz)

> een equivalentierelatie is een relatie $R \subseteq A^2$ die zowel reflexief, symmetrisch en transitief is. Dit betekent dus dat als aRb dat a≡b

Alle elementen die equivalent zijn met a is een verzameling die een equivalentieklasse wordt genoemd, a is dan de representant voor deze klasse en wordt genoteerd als [a]. Hieruit volgt dat geen enkele equivalentieklasse ledig kan zijn, de doorsnede van 2 equivalentieklassen ledig is en de unie ervan de volledige verzameling is waarvoor de equivalentierelatie geldt.

> elke deelverzameling waarvoor elk element niet tot een andere deelverzameling hoort wordt een partitie genoemd. In een equivalentierelatie geldt dat 2 elementen enkel in relatie staan met elkaar als ze tot dezelfde partitie behoren.