deelbaarheid

elk geheel getal b ≠ 0 is uiteraard deelbaar door 1, -1, b, -b; Dit worden vaak de onechte delers genoemd.
veronderstel $a|b$ en $a|c$ dan geldt voor alle gehele getallen $a|(bx+cy)$, in het bijzonder is a dan een deler van b+c en van b-c.

In plaats van te zeggen $2|b$ zeggen we b is even en $2 \nmid b$ oneven.

voor elke 2 getallen a ∈ N *en b ∈ Z bestaan er unieke gehele getallen q(quotiënt) en r(rest) zodanig dat*
*b=a*q+r waarbij r ∈N[0,a-1]

bewijs
(a) we tonen aan dat q en r bestaan. We passen het axioma van de goede ordening toe op de verzameling R ={ x ∈ N| b = a*y+x voor een y ∈ Z}

we bewijzen eerst dat R niet ledig is. als b>= 0, dan volgt uit b = a*o +b dat b ∈ R. als b<0, dan geldt b = a*b+(1-a)b

aangezien (1-a)b >= 0 zal (1-a)*b ∈ R. De verzameling R is dus niet ledig en bezit bijgevolg een kleinste element r. We hebben dan b=q*a+r voor een zekere q∈Z. als r >=a, dan hebben we eveneens dat b = a *(q+1)+(r-a) met r>r-a>=0, in tegenstrijd met de definitie van r. Bijgevolg geldt r ∈ N[0,a-1]

(b) We tonen de uniciteit aan van q en r. Onderstel dat b = a*q_1+r_1 = a*q_2+r_2 voor zekere q_1,q_2 ∈ Z en zekere r_1,r_2 ∈ N[0,a-1]. als q_1>q_2, dan geldt r_2=a(q_1-q_2)+r_1>=a+r_1>=a, een tegenstrijdigheid . bijgevolg geldt q_2>=q_1. we kunnen nu de rol van q_1 en q_2 omkeren, waaruit dan volgt dat q_1>=q_2, zodat we mogen besluiten dat q_1=q_2 en r_1=r_2