

# toevalsgebeurtenissen

## probabiliteitsmaat

De uitkomstenruimte is de verzameling van alle mogelijke uitkomsten van een bepaalde gebeurtenis.

We veronderstellen altijd dat een uitkomstenverzameling **eindig** is bij een discrete probabiliteit. bv. 52 kaarten, kop of munt,.... = *sample space*,  $S$

Een gebeurtenis (event,  $E$ ) is 1 of meerdere elementen uit deze uitkomstenruimte.  
2 gebeurtenissen worden disjunct genoemd als ze niet op hetzelfde moment kunnen voorkomen en dus  $A \cap B = \emptyset$

Om kansen te berekenen kennen we een probabiliteitsgewicht  $P(x)$  toe aan elk element van  $S$  waarbij de volgende regels gelden:

- elk gewicht is een reëel getal gelegen tussen 0 en 1
- de som van de gewichten in de uitkomstenruimte is 1

$P(E) =$  som van  $P(x)$

elke  $P$  (kansfunctie) wordt een probabiliteitsmaat/ probabiliteitsdistributie genoemd als deze voldoet aan de volgende eigenschappen:

- $P(A) \geq 0$  voor elke  $A \subseteq S$
- $P(S) = 1$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  voor 2 disjuncte gebeurtenissen

## complementaire gebeurtenissen

Als 2 gebeurtenissen  $A$  en  $B$  complement zijn dan is  $A \cup B = S$  en  $A \cap B = \emptyset$ .  
Het complement van  $A$  wordt vaak geschreven als  $A^c$ .

$P(F) = 1 - P(E)$

*bewijs*

$1 = P(S) = P(E \cup F) = P(E) + P(F)$  omdat  $E$  en  $F$  disjuncte gebeurtenissen zijn.

## uniforme probabiliteitsmaten

Een probabiliteitsmaat is uniform als elk element uit  $S$  evenveel kans heeft om voor te komen/ als elk element hetzelfde probabiliteitsgewicht heeft.

Als P uniform is verdeeld dan geldt voor elke gebeurtenis  $E \subseteq S$  dat  
 $P(E) = |E| / |S|$

*bewijs*

stel  $S = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , met  $n = |S|$ ; dan is, voor elke  $i \in \{1, \dots, n\}$

$$1 = P(S) = P(x_1) + \dots + P(x_n) = n * P(x_i)$$

en dus is  $P(x_i) = 1/n$ . Voor elke  $E \subseteq S$  geldt dan

$$P(E) = \sum_{x \in E} P(x) = \sum_{x \in E} \frac{1}{n} = \frac{|E|}{n}.$$