

## IV003 – sada 2, príklad 5

Vypracovali:

Henrich Lauko 410438

Karel Kubíček 408351

**Prvý problém** Algoritmus vždy nájde optimálne riešenie. Dokážeme, že algoritmus vždy nájde také riešenie, že neexistuje iné, ktoré by malo menšiu penalizáciu.

Majme  $k$  ako penalizáciu nášho riešenia. Pre penalizáciu jednoriadkového riešenia tvrdenie platí.

Pre viac riadkové riešenie:

Predpokladajme, že algoritmus nájde riešenie s penalizáciou  $k$  kde  $(r_1, \dots, r_i)$  a  $r_i$  vyjadruje penalizáciu na danom riadku. Uvažujme iné riešenie  $k'$  s penalizáciami  $(s_1, \dots, s_j)$ . Podľa nášho hladového algoritmu vieme, že  $s_1 \geq r_1$ , lebo sme  $r_1$  zobrali ako najmenšiu možnú penalizáciu pre prvý riadok. Modifikáciou riešenia  $(s_1, \dots, s_j)$  tak, že presunieme slová z druhej riadka tak, aby sa  $s'_1 = r_1$  a odobraním tejto penalizácie dostávame problém s penalizáciami  $(s'_2, \dots, s'_j)$  kde  $k'' \leq k' - (r_1 - s_1)$ , ktorý je o jeden riadok kratší od pôvodného problému, teda jeho riešením je  $(r_2, \dots, r_i)$ . Induktívne  $k - r_1 \leq k'' \leq k' - r_1$ , takže platí aj  $k \leq k'$ . Algoritmus je teda optimálny.

**Druhý problém** Algoritmus nenájde optimálne riešenie, protipríklad:

Majme  $L = 8$  a nasledujúcu vetu "AAA BB CCC DDD EE FFFFF". Potom hladový algoritmus rozdelí vetu nasledovne:

$$\begin{array}{lcl} \text{veta:} & AAA & BB \quad CCC \quad | \quad DDD \quad EE \quad | \quad FFFFF \\ \text{penalizácia } (L - K^2): & 0 & 9 \quad 9 \quad | \quad 9 \end{array}$$

Ale optimálne rozdelenie je:

$$\begin{array}{lcl} \text{veta:} & AAA & BB \quad | \quad CCC \quad DDD \quad | \quad EE \quad FFFFF \\ \text{penalizácia } (L - K^2): & 9 & 4 \quad 1 \end{array}$$

Keďže súčet penalizácií hladového algoritmu (18) je väčší ako súčet penalizácií optimálneho riešenia (14), tak algoritmus nemusí nájsť optimálne riešenie pre tento problém.

**Tretí problém** Algoritmus nenájde optimálne riešenie, protipríklad:

Majme  $L = 4$  a nasledujúcu vetu "A A A A BB". Potom hladový algoritmus rozdelí vetu nasledovne:

$$\begin{array}{lcl} \text{veta:} & A & A \quad A \quad A \quad | \quad BB \\ \text{penalizácia } (L - K): & 0 & 2 \end{array}$$

Celková penalizácia je maximum z penalizácií teda 2. Ale optimálne rozdelenie je:

$$\begin{array}{lcl} \text{veta:} & A & A \quad A \quad | \quad A \quad BB \\ \text{penalizácia } (L - K): & 1 & 1 \end{array}$$

Pre optimálne rozdelenie je penalizácia 1. Keďže existuje riešenie s menšou penalizáciou ako riešenie hladového algoritmu, tak hladový algoritmus nie je optimálny pre riešenie tohto problému.