Theorie Blatt 7

Freitag, 16. Juni 2023 10:36

(1)

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad K_n = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & 0 & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & 0 & \frac{1}{7} \end{bmatrix} \quad I: \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Zero padding: $\frac{m-1}{2} = \frac{3-1}{2} = 1$

$\Downarrow$

$$I_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad K_n * I_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & 0 & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & 0 & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

(2) Wie in der Übung ist der Kernel hier symmetrisch. In diesem Fall führen Faltung und Korrelation zum gleichen Ergebniss.

$$K_n \times I_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & 0 & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & 0 & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

(3) Da I die 1 in der mitte hat, wird immer nur der Wert der mit der 1 überlappt verrechnet. Wenden wir nun einen beliebigen Kernel auf das Bild an (mit Zero padding) sehen wir, das wir das Bild um 180° drehen

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i & h & g \\ f & e & d \\ c & b & a \end{bmatrix}$$

4. Dies hängt mit der Helligkeit zusammen. Wird der Kernel nicht normiert, kann es passieren dass der neu errechnete Durchschnittpixel im neuen Bild nicht die gleiche Helligkeit hat wie im Originalbild.

Beispiel:

I : 10 20 30 40 50

und ein Kernel dessen Summe 0,5

$K_{0,5}$ = 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1

Dann würde mit Faltung folgendes Bild entstehen

$I_{0,5}$ = [15 20 25 30 35]

Hier sind die Pixelwerte deutlich geringer als im Org. Bild

Nun noch einmal mit einem Kernel der 2 ergibt

K_2 = [0,4 0,4 0,4 0,4 0,4]

Hier ergibt sich folgendes Bild

I_2 = [60 80 100 120 140]

Hier sind die Pixel deutlich höher als im Org. Bild

Im gegensatz hierzu die Normierte Variante

K_n = [0,2 0,2 0,2 0,2 0,2]

Somit ergibt sich dann:

I_n = [30 30 30 30 30]

(5) Wir haben ein Bild f und ein Kernel w

Die Faltung ist dann wie folgt definiert:

$$g(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s,t) \cdot f(x-s, y-t)$$

Wir setzen nun $p = x-s$ und $q = y-t$

Dies stellen wir nach s und t um

$s = x-p$ und $t = y-q$

Einsetzen:

$$g(x,y) = \sum_{p=-a}^{a} \sum_{q=-b}^{b} w(x-p, y-q) \cdot f(p,q)$$

Das zeigt die Kommutativität $\square$

(6) Sei $I = [1\ 2\ 3]$ und $K = [4\ 5\ 6]$ $K_* = [6\ 5\ 4]$

Dann ist: $I * K = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 6 = 32$

und : $I * K_* = 6 \cdot 1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 = 28$

Dieses Gegenbeispiel zeigt das die Korrelation nicht Kommutativ ist.