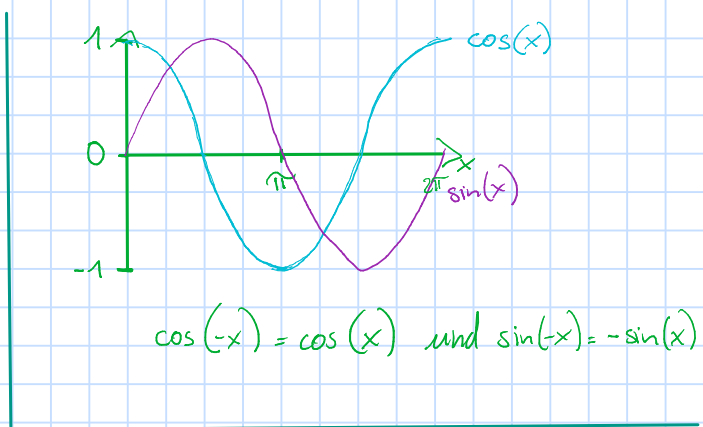


# Blatt 10 - Aufgabe 1

$$f(x) = \begin{cases} 3, & x=0 \\ 2, & x=2 \\ -1, & x=1, 3 \end{cases}$$

Länge  $M=4$



$$F(u) \text{ für } u \in \{0, 1, 2, 3\} \quad F(u) = \sum_{x=0}^{M-1} f(x) \cdot e^{-i2\pi xu/M}$$

Da  $u=0$  sind alle Exponenten in  $F(0)$  gleich 0:

$$\begin{aligned} F(0) &= 3 \cdot e^0 + (-1) \cdot e^0 + 2 \cdot e^0 + (-1) \cdot e^0 \\ &= 3 - 1 + 2 - 1 \\ &= \underline{\underline{3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(1) &= 3 \cdot e^0 + (-1) \cdot e^{-i2\pi \cdot 1 \cdot 1/4} + 2 \cdot e^{-i2\pi \cdot 2 \cdot 1/4} + (-1) \cdot e^{-i2\pi \cdot 3 \cdot 1/4} \\ &= 3 + (-1) \cdot e^{i(-\frac{\pi}{2})} + 2 \cdot e^{i(\pi)} + (-1) \cdot e^{i(-\frac{3}{2}\pi)} \\ &= 3 + (-1) \cdot [\cos(-\frac{\pi}{2}) + i \sin(-\frac{\pi}{2})] + 2 \cdot [\cos(\pi) + i \sin(\pi)] + (-1) \cdot [\cos(-\frac{3}{2}\pi) + i \sin(-\frac{3}{2}\pi)] \\ &= 3 + (-1) \cdot [0 + (-1)i] + 2 \cdot [-1 + 0i] + (-1) \cdot [0 + 1i] \\ &= 3 + 1i - 2 - 1i \\ &= \underline{\underline{1}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(2) &= 3 \cdot e^0 + (-1) \cdot e^{-i2\pi \cdot 1 \cdot 2/4} + 2 \cdot e^{-i2\pi \cdot 2 \cdot 2/4} + (-1) \cdot e^{-i2\pi \cdot 3 \cdot 2/4} \\ &= 3 + (-1) \cdot e^{i(-\pi)} + 2 \cdot e^{i(-2\pi)} + (-1) \cdot e^{i(-3\pi)} \\ &= 3 + (-1) \cdot [\cos(-\pi) + i \sin(-\pi)] + 2 \cdot [\cos(-2\pi) + i \sin(-2\pi)] + (-1) \cdot [\cos(-3\pi) + i \sin(-3\pi)] \\ &= 3 + (-1) \cdot [-1 + 0i] + 2 \cdot [1 + 0i] + (-1) \cdot [-1 + 0i] \\ &= 3 + 1 + 2 + 1 \\ &= \underline{\underline{7}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F(3) &= 3 \cdot e^0 + (-1) \cdot e^{-i \cdot 2\pi \cdot 1 \cdot 3/4} + 2 \cdot e^{-i \cdot 2\pi \cdot 2 \cdot 3/4} + (-1) \cdot e^{-i \cdot 2\pi \cdot 3 \cdot 3/4} \\
 &= 3 + (-1) \cdot e^{i(-\frac{3}{2}\pi)} + 2 \cdot e^{i(-3\pi)} + (-1) \cdot e^{i(-\frac{9}{2}\pi)} \\
 &= 3 + (-1) \cdot [\cos(-\frac{3}{2}\pi) + i \sin(-\frac{3}{2}\pi)] + 2 \cdot [\cos(-3\pi) + i \sin(-3\pi)] + (-1) \cdot [\cos(-\frac{9}{2}\pi) + i \sin(-\frac{9}{2}\pi)] \\
 &= 3 + (-1) \cdot [0 + 1i] + 2 \cdot [-1 + 0i] + (-1) \cdot [0 + (-1i)] \\
 &= 3 - 1i - 2 + 1i \\
 &= \underline{\underline{1}}
 \end{aligned}$$

Räumlicher Bereich

3	-1	2	-1
---	----	---	----

DFT  
→

Frequenzbereich

3	1	7	1
---	---	---	---