

Kolloquium zur Bachelorarbeit

Referent: Benedikt Lüken-Winkels

Prüfer: Prof. Dr. Henning Fernau

Prof. Dr. Stefan Näher

07. März 2018

Universität Trier

Knotenüberdeckungsproblem

Knotenüberdeckung

EINGABE: *Graph $G = (V, E)$, positive Integer $k \leq |V|$*

AUSGABE: *$S \subseteq V$ mit $|S| \leq k$, sodass jede Kante aus E einen Endpunkt in S hat.*

Graphreduktion

Einfache Reduktionsregeln

Kronenregel

Kronenregel - Algorithmus

```
0  G = (V, E)
1  M1 := maximal matching von G:
2      M1 := ∅
3      ∀e ∈ E:
4          füge e M1 hinzu
5          Entferne e und N(e)
6  O := nicht gepaarte Knoten in M1
7  M2 := maximum matching von b = G[O ∪ N(O)]
8  I := nicht gepaarte Knoten in M2
9  I := ∅
10 while I' ≠ I
11     I' := I
12     H := N(I)
13     I' := I ∪ {∀u ∈ O | ∃v ∈ H (uv ∈ M2)}
14 Markiere N(I') → Reduzierung um I' ∪ H = N(I')
15 durch Hinzufügen des VC von H
```

Nemhauser-Trotter-Regel

Nemhauser-Trotter-Theorem

Für einen Graphen $G = (V, E)$ können zwei disjunkte Mengen C_0 und V_0 gefunden werden, sodass

1. C_0 in einer minimalen Knotenüberdeckung von G enthalten ist,
2. der Teilgraph $G[V_0]$ eine Knotenüberdeckung der Größe $\leq |V_0|/2$ hat,
3. und $VC(G) = VC(G[V_0]) \cup C_0$ gilt.

```
0  G = (V, E)
1  Bipartiden Graphen erstellen  $B = (V, V', E')$ 
2   $E' := \{\{x, y'\}, \{x', y\} \mid \{x, y\} \in E\}$ 
3  Maximum Matching  $M$  von  $B$  bestimmen
4   $C_B := VC(B)$ 
5   $C_0 := \{x \in V \mid x \in C_B \text{ und } x' \in C_B\}$ 
6   $V_0 := \{x \in V \mid \text{entweder } x \in C_B \text{ oder } x' \in C_B\}$ 
```

Laufzeit und erwartete Reduktion

Anwendung

Tabelle 1: Anwendung kombinierter Reduktionsregeln

Kombination	Anwendungen ₁	Anwendungen ₂	Anwendungen ₃	Reduktion
K - G ₁	3.63	4.3	-	331.8
G ₁ - K	4.37	3.22	-	331.17
K - NT	0.8	0.38	-	68.28
NT - K	0.45	0.56	-	68.6
G ₁ - NT	1.33	0.017	-	99.87
NT - G ₁	0.28	1.13	-	99.87
K - G ₁ - NT	3.61	4.29	0.11	334.67
K - NT - G ₁	3.6	0.87	3.39	334.83
G ₁ - NT - K	4.36	0.12	3.2	334.17
G ₁ - K - NT	3.61	3.2	0.65	334.16
NT - K - G ₁	0.39	3.44	4.03	335.2
NT - G ₁ - K	0.91	3.42	3.2	334.16

Implementierung

Fazit
