

Aufgabe 1:

Unter `moodle.uni-trier.de` finden Sie unter **Beispielprogramme, Version 3** die aktuellste Fassung zur Implementierung reeller Zahlen.

Implementieren Sie darin die Funktion **‘dritte Wurzel einer reellen Zahl’**.

Tipps:

(a) Sie sollten dazu den Algorithmus für die Quadratwurzel geschickt modifizieren und dabei die zwei Funktionen `sqrt_approx` und `sqrt` aus `BerAna19_v3.cc` als Vorlage nehmen. Sie können sich bei der Lösung dabei auf Ergänzungen in `test_v3.cc` beschränken, die anderen Dateien können unverändert bleiben.

(b) Für ein schnelles Verfahren sollte Sie sich mal das ‘Newton-Verfahren’ zur Bestimmung einer Nullstelle $x = \sqrt[3]{z}$ der Funktion $x^3 - z$ ansehen.

Wie lange braucht Ihre Lösung für 10, 100, 1000 oder sogar 10 000 Dezimalstellen von `cubicroot(sqrt(REAL(2)))`? (Es ist möglich, die 10000 Dezimalen in ca. 1 s zu berechnen...)

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie passende Konvergenzmodule für diese Folgen (reeller) Zahlen:

- a) Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $a_n = \frac{2^n - 1}{2^n}$
- b) Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $b_n = \frac{1}{\sqrt{2^n}}$
- c) Folge $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $c_n = \frac{1}{n+1}$
- d) Folge $(d_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $d_n = \frac{1}{\sqrt{n+1}}$