

Figure 1: $\text{DEA} \rightsquigarrow M = (\{S_0, \dots, S_4\}, \{1, 0\}, \delta, \{S_4\})$

Schritt 1

S_0	~				
S_1		~			
S_2			~		
S_3				~	
S_4	*	*	*	*	~
	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4

Der erste Schritt besteht darin, alle Zustände zu entfernen, die nicht erreichbar sind. Folgend wird eine Matrix, wie links dargestellt, aufgebaut. Es werden alle Paare markiert (*), die nur einen Endzustand enthalten. Im vorstehenden Fall wären es alle Paare von Zuständen, die den Zustand S_4 enthalten.

Schritt 2

Im Anschluss wird für jedes noch unmarkierte Paar überprüft, ob der Übergang in einen markierten Zustand führt, also ob für das Paar (x, x') das Paar, welches durch den Übergang entsteht, also $\{\delta(x, a), \delta(x', a)\}$, bereits markiert ist. Wenn dies der Fall ist, wird das Paar ebenfalls markiert.

S_0	~				
S_1	*	~			
S_2		*	~		
S_3	*		*	~	
S_4	*	*	*	*	~
	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4

δ	0	1
$S_0 S_3$	$S_1 S_4$	$S_2 S_0$
$S_1 S_3$	$S_4 S_4$	$S_2 S_0$
$S_2 S_3$	$S_1 S_4$	$S_2 S_2$
$S_0 S_2$	$S_1 S_3$	$S_2 S_2$
$S_1 S_2$	$S_4 S_3$	$S_2 S_3$
$S_0 S_1$	$S_1 S_4$	$S_2 S_2$

→ So lange wiederholen, bis nichts mehr passiert

Schritt 3

Die Übergangstabelle, welche man auch am Graphen (Übergangsdiagramm) erstellen kann, liefert den reduzierten DEA. S_0 und S_2 sowie S_1 und S_3 können jeweils zu einem Zustand verschmolzen werden.

δ	0	1
$S_0 S_3$	$S_1 S_4$	$S_2 S_0$
$S_1 S_3$	$S_4 S_4$	$S_2 S_0$
$S_2 S_3$	$S_1 S_4$	$S_2 S_2$
$S_0 S_2$	$S_1 S_3$	$S_2 S_2$
$S_1 S_2$	$S_4 S_3$	$S_2 S_3$
$S_0 S_1$	$S_1 S_4$	$S_2 S_2$

Endergebnis

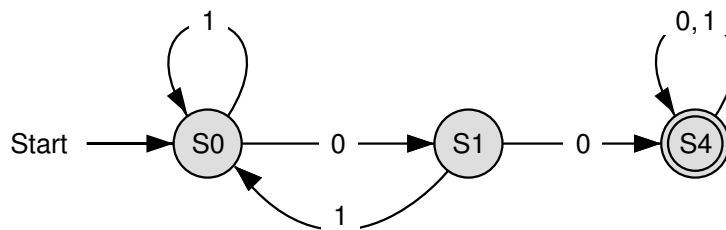
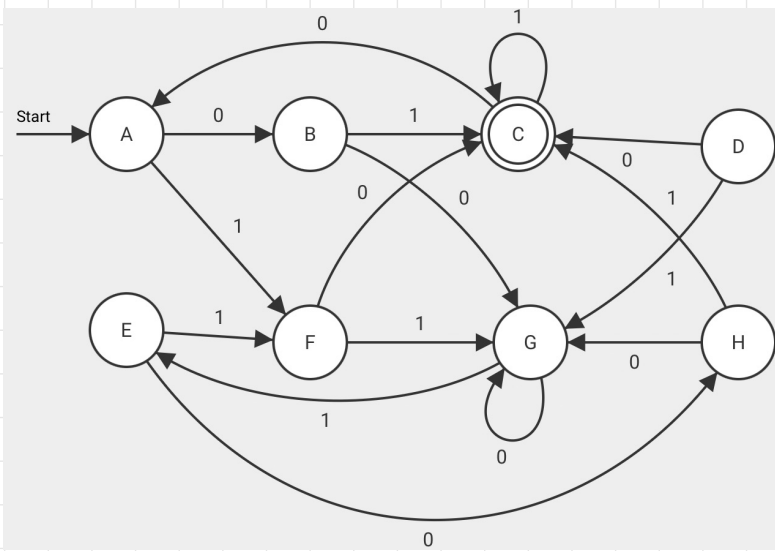


Figure 2: minimierter DEA $\rightsquigarrow M = (\{S_0, \dots, S_4\}, \{1, 0\}, \delta, \{S_4\})$



Basisautomat

→ Suche nach allen Zustandspaares, die zu einem Zustand zusammengefasst werden können.

	A	B	C	D	E	F	G	H
A								
B								
C								
D								
E								
F								
G								
H								

Erstellen einer Zustandspaaertabelle (alle Möglichkeiten)
 ↳ streichen von Zuständen

- Zustände müssen nicht mit sich selbst überprüft werden
- Paare müssen nur in eine Richtung betrachtet werden (andere Richtung gestrichen)

	A	B	C	D	E	F	G	H
A								
B								
C								
D								
E								
F								
G								
H								

Streichen der Paare, die einen Endzustand (hier: C) enthalten

Überprüfung, ob Übergang in markierten Zustand führt

Zustandspaar	0	1
(A,B)	(B,G)	(F,C)
(A,D)	(B,C)	(F,G)
(A,E)	(B,H)	(F,F)*
(A,F)	(B,C)	(F,G)
(A,G)	(B,G)	(F,E)
(A,H)	(B,G)	(F,C)
(B,D)	(G,C)	(C,G)
(B,E)	(G,H)	(C,F)
(B,F)	(G,C)	(C,G)

Zustandspaar	0	1
(B,G)	(G,G)	(C,E)
(B,H)	(G,G)	(C,C)
(D,E)	(C,H)	(G,F)
(D,F)	(C,C)	(G,G)
(D,G)	(C,G)	(G,E)
(D,H)	(C,G)	(G,C)
(E,F)	(H,C)	(F,G)
(E,G)	(H,G)	(F,E)
(E,H)	(H,G)	(F,C)

Zustandspaar	0	1
(F,G)	(C,G)	(G,E)
(F,H)	(C,G)	(G,C)
(G,H)	(G,G)	(E,C)

Ergibt das Paar ein Paar, welches bereits gestrichen wurde, wird es auch gestrichen

* Doppelte Zustände werden in der Zustandspaaertabelle ignoriert. Lande ich durch die Eingabe auf einem, wird das ausgehende Zustandspaar aber nicht ignoriert.

→ Der Prozess zur Überprüfung der Zustandspare wird wiederholt, bis ein Durchlauf lang nichts markiert wird (s. Übungen zur Minimierung)

↳ Es kann sein, dass das Ergebnis des Zustandspaares erst später markiert wird

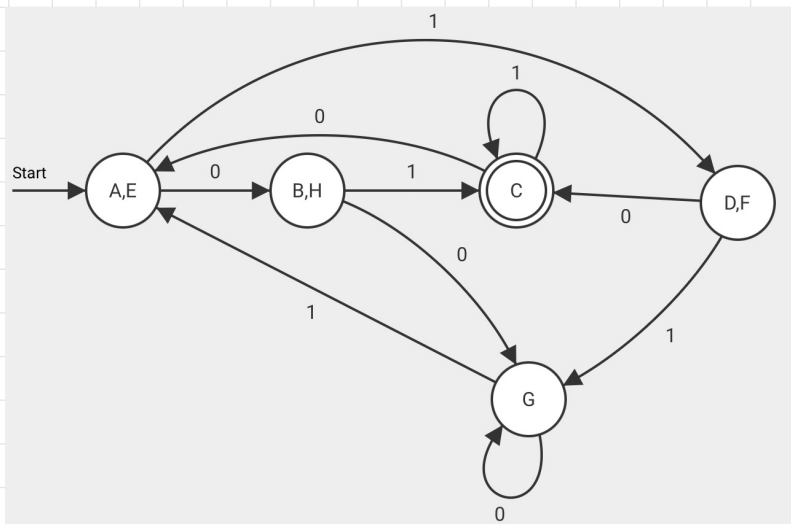
	A	B	C	D	E	F	G	H
A	X							
B		X						
C			X					
D				X				
E					X			
F						X		
G							X	
H								X

Landet man bei der Überprüfung des Zustandspaares im orangefarbenen Bereich, betrachte ich dieses in die andere Richtung (d.h. $z(1,2)$ statt $z(2,1)$)

Unmarkierte Zustände

↳ Diese können vereinheitlicht werden → Minimierung

Minimierter Automat

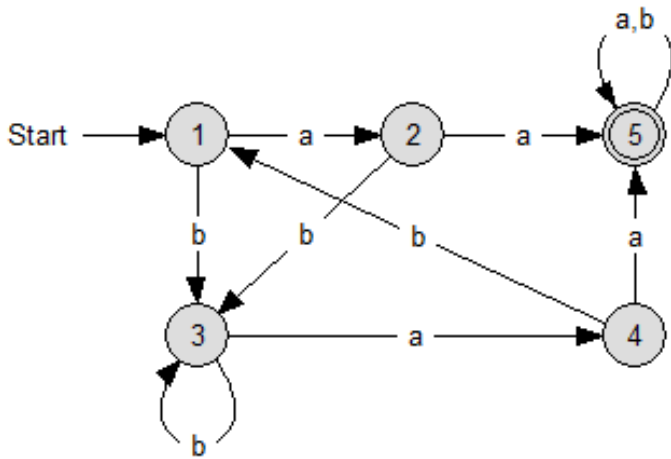


↳ Vollmarkierte Zustände:
Unminimierbar (z.B. G)

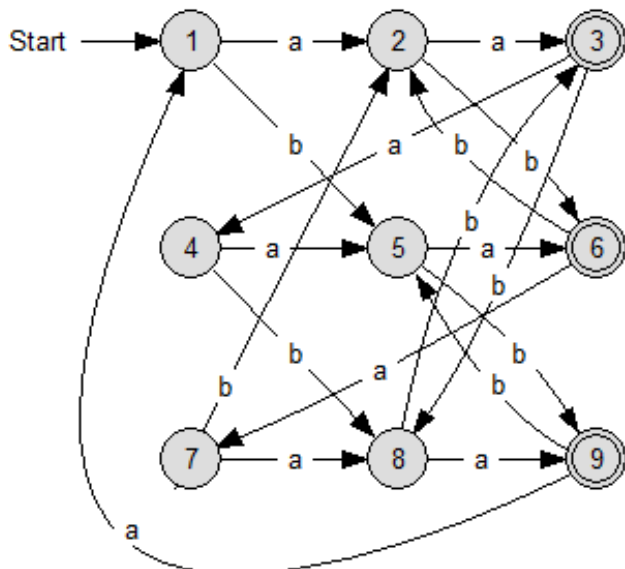
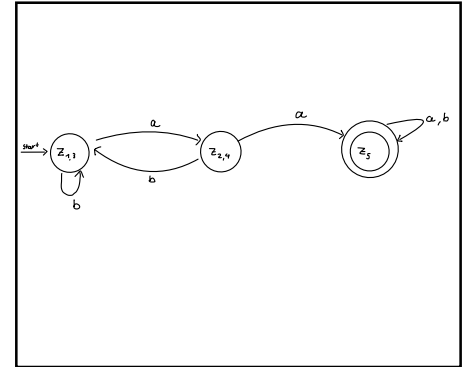
Minimierung eines DEA

Übungen

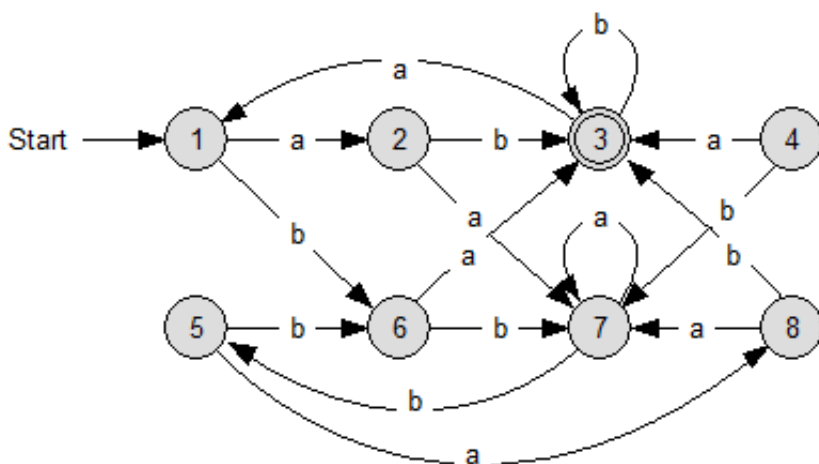
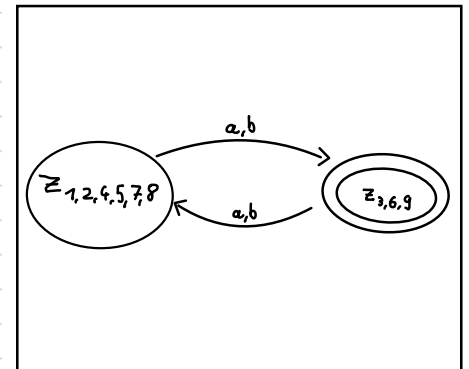
Minimieren Sie folgende DEA's (gegeben sind jeweils der Übergangsgraph des Automaten/ eine Hilfstabelle für die Minimierung sowie ein Kasten für den Graphen des minimierten Automaten).



	1	2	3	4	5
1	x				
2	x	x			
3	x	x	x		
4	x	x	x	x	
5	x	x	x	x	x



	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	x								
2	x	x							
3	x	x	x						
4	x	x	x	x					
5	x	x	x	x	x				
6	x	x	x	x	x	x			
7	x	x	x	x	x	x	x		
8	x	x	x	x	x	x	x	x	
9	x	x	x	x	x	x	x	x	x



	1	2	3	4	5	6	7	8
1	x							
2	x	x						
3	x	x	x					
4	x	x	x	x				
5	x	x	x	x	x			
6	x	x	x	x	x	x		
7	x	x	x	x	x	x	x	
8	x	x	x	x	x	x	x	x



	1	2	3	4	5
1	x				
2	x	x			
3	x	x	x		
4	x	x	x	x	
5	x	x	x	x	x

Endzustand

1. Durchlauf

2. Durchlauf

2,1 \xrightarrow{a} 5,3 markieren

3,1 \xrightarrow{a} 4,2 nicht markieren
 \xrightarrow{b} 3,3 nicht markieren

3,2 \xrightarrow{a} 4,5 markieren

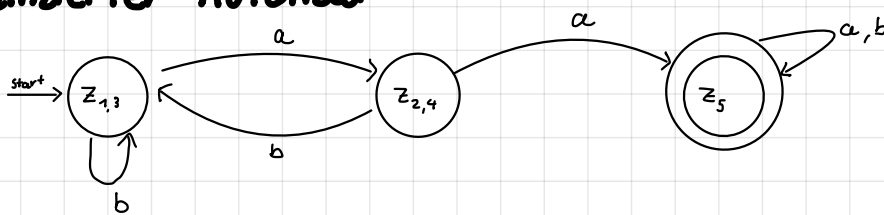
4,1 \xrightarrow{a} 5,2 markieren

4,2 \xrightarrow{a} 5,5 nicht markieren, weil
 \xrightarrow{b} 1,3 Endzustand doppelt/unmarkiert

4,3 \xrightarrow{a} 5,4 markieren

→ □: kann vereinheitlicht
 werde

Minimierter Automat:

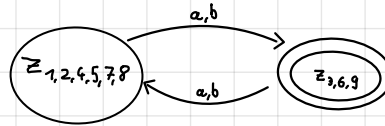


	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	x								
2	x	x							
3	x	x	x						
4	x	x	x	x					
5	x	x	x	x	x				
6	x	x	x	x	x	x			
7	x	x	x	x	x	x	x		
8	x	x	x	x	x	x	x	x	
9	x	x	x	x	x	x	x	x	x

Endzustände (einzeln) werden markiert

Doppelter Endzustand → nicht von Beginn an markiert

Minimierter Automat:



Warum sind so viele Zustände zu einem Zustand zusammengefasst?

Unmarkierte Zustandspaare kann man zusammenfassen, etwa $z(1,2)$. In diesem Falle ist jedoch auch das Zustandspaar $z(4,1)$ unmarkiert. Da beide auch den Zustand 1 enthalten, kann man diese zu einem Zustandstriplet zusammenfassen.

1. Probe
 $z(2,1) \xrightarrow{a} z(3,2)$ markieren

2. Probe

$z(4,1) \xrightarrow{a} z(5,2)$
 $\xrightarrow{b} z(8,5)$

nicht
 markieren

$z(4,2) \xrightarrow{a} z(5,3)$ markieren

$z(5,1) \xrightarrow{a} z(6,2)$ markieren

$z(5,2) \xrightarrow{a} z(6,3)$
 $\xrightarrow{b} z(9,6)$

nicht markieren:
 Doppelter Endzustand

$z(5,4) \xrightarrow{a} z(6,5)$ markieren

$z(7,1) \xrightarrow{a} z(8,2)$
 $\xrightarrow{b} z(2,5)$

nicht
 markieren

$z(7,2) \xrightarrow{a} z(9,3)$ markieren

$z(7,4) \xrightarrow{a} z(8,5)$
 $\xrightarrow{b} z(2,8)$

nicht
 markieren

$z(7,5) \xrightarrow{a} z(8,6)$ markieren

$z(8,1) \xrightarrow{a} z(9,2)$ markieren

$z(8,2) \xrightarrow{a} z(9,3)$
 $\xrightarrow{b} z(3,6)$

nicht markieren:
 Doppelter Endzustand

$z(8,4) \xrightarrow{a} z(9,5)$ markieren

$z(8,5) \xrightarrow{a} z(9,6)$
 $\xrightarrow{b} z(3,9)$

nicht markieren:
 Doppelter Endzustand

$z(8,7) \xrightarrow{a} z(9,8)$ markieren