

Formelsammlung der Superlative

Bene Simbürger

February 5, 2025

1 Introduction

Eine Formelsammlung mit einigen Formeln

Contents

1	Introduction	1
2	Mathematik	5
2.1	Geometrie	5
2.1.1	2 Dimensionen	5
2.1.2	3 Dimensionen	5
2.1.3	4 Dimensionen	6
2.2	Statistik	6
2.3	Vektoren	6
2.3.1	Vektoren im \mathbb{R}^2 :	6
2.3.2	Rechenregeln im \mathbb{R}^2 :	6
2.3.3	Winkel zwischen Vektoren	6
2.3.4	Skalarprodukt	6
2.3.5	Normalenvektor	6
2.4	Wahrscheinlichkeit	6
2.4.1	Inverse	6
2.5	Matrizen	6
2.6	Infinitesimalrechnung	6
2.6.1	Differenzieren	6
2.6.2	Integrieren	6
2.6.3	Differintegral	6
2.7	Funktionen	7
2.8	Transformationen	7
2.8.1	Taylor-Polynome	7
2.8.2	Fourier-Transformation	7
2.8.3	Laplace-Transformation	7
2.8.4	Diskrete Fourier Transformation (DFT)	7
2.8.5	Schnelle Fourier Transformation (FFT)	8
3	Elektrotechnik	9
3.1	Kirchhoffschen Gesetze	9
3.1.1	Knotenregel	9
3.2	Maschenregel	9
3.3	Verschaltung von Widerständen	9
3.3.1	Reihenschaltung	9
3.3.2	Serienschaltung	9
3.4	Gleichstrom	9
3.4.1	Ohmsches Gesetz	9
3.4.2	Leistung	9
3.4.3	Arbeit/Energie	9
3.4.4	Stromstärke	10
3.4.5	Stern-Dreieck-Transformation	10
3.4.6	Stromdichte	10
3.4.7	Leitungswiderstand	10
3.4.8	Temperaturabhängigkeit von Widerständen (lineare Näherung)	10
3.4.9	Elektrisches Feld	10
3.5	Wechselstrom	11
3.5.1	Komplexe Zahlen	11
3.5.2	Ohmsches Gesetz	11
3.5.3	Reihenschaltung	11
3.5.4	Serienschaltung	11
3.5.5	Impedanzen	12
3.5.6	Effektivwert usw.	12
3.5.7	Leistung	12
3.5.8	Resonanz	12
3.6	Drehstrom	13
3.6.1	Leistung	13
3.6.2	asymetrische Belastung (Sternschaltung)	14
3.6.3	Blindleistungskompensation	15

3.7	Maxwellsche Gleichungen	15
3.7.1	Gaußsches Gesetz	15
3.7.2	Gaußsches Gesetz für Magnetfelder	15
3.7.3	Induktionsgesetz	15
3.7.4	Erweitertes Durchflutungsgesetz	15
3.8	Elektromagnetismus	15
3.8.1	Magnetische Durchflutung	15
3.8.2	Magnetische Feldstärke	16
3.8.3	Magnetische Flussdichte	16
3.8.4	Magnetischer Fluss	16
3.8.5	Verketteter magnetischer Fluss	17
3.8.6	Induktivität	17
3.9	Elektromagnetische Induktion	17
3.9.1	Bewegungsinduktion	17
3.9.2	Bewegungsinduktion mit rotierender Leiterschleife	17
3.9.3	Ruheinduktion (bei sinusförmigen Fluss)	18
3.9.4	Selbstinduktion	18
3.9.5	Transformatorprinzip	18
3.9.6	Magnetischer Kreis	18
3.10	Lorenzkraft	18
3.10.1	Kräfte auf parallele Stromdurchflossene Leiter (ampèresches Kraftgesetz)	19
3.11	Elektrisches Feld	19
3.12	Symbole	19
4	Elektrische Maschinen	20
4.1	Motoren/Generatoren	20
4.2	Transformator	20
4.2.1	Leistung	20
4.3	Eulersche-Turbinengleichung	20
4.4	Wasserkraft	21
4.4.1	Turbinenarten und Einsatzgebiete	21
4.4.2	Steinmettschaltung	21
4.5	Windkraft	21
4.6	Thermie	22
4.6.1	Effizienz eines Brayton Zyklus bei Turbinen	22
4.7	Drehfeld	22
4.7.1	Drehzahl Poolparzahl	22
4.7.2	Motormoment - momoment	22
4.8	Asynchronmaschine	22
4.8.1	Schlupf	22
4.9	Synchronmaschine	23
4.10	Gleichstrommaschinen	23
4.10.1	Ersatzschaltungen	23
4.10.2	Drehmoment	24
4.10.3	Reihenschlussmaschine	24
4.11	Weitere Maschinen	25
4.11.1	Reluktanzmotor	25
4.11.2	Dahlander Motor	25
5	Maschinenbau	26
5.1	Statik	26
5.1.1	Biegefestigkeit	26
5.2	Schwerpunkt	26
5.2.1	Körperschwerpunkt	26
5.2.2	Massenschwerpunkt	26
5.3	Kräfte	26
5.3.1	Spindelzugkraft	26
5.4	Gescheiter Maschinenbau	26

6	Elektronik	27
6.1	OPV	27
6.2	Aliasing	27
7	Physik	28
7.1	Geschwindigkeit	28
7.1.1	Winkelgeschwindigkeit	28
7.1.2	Zeit	28
7.1.3	Periodendauer	28
7.2	Energie	28
7.2.1	Kinetische Energie	28
7.2.2	Potentielle Energie	28
7.2.3	Wärmeenergie	28
7.2.4	Federenergie	28
7.2.5	Kondensator	28
7.2.6	Spule	28
7.3	Arbeit	28
7.4	Leistung	29
7.4.1	Rotation	29
7.5	Impuls	29
7.6	Elastischer Stoß	29
7.7	Kraft	29
7.7.1	Federkraft	29
7.7.2	Zentrifugalkraft	30
7.7.3	Reibungskraft	30
7.7.4	Trägheitskraft	30
7.7.5	Coulomb-Kraft	30
7.8	Geschwindigkeit	30
7.9	Newtonsche Gravitation	30
7.10	Spezielle Relativität	30
7.10.1	Relativistische Geschwindigkeitsaddition	30
7.10.2	Relativistische Zeitdilatation	30
7.10.3	Relativistische Längenkontraktion	31
7.10.4	Ruheenergie	31
7.10.5	Dynamische Masse	31
7.10.6	Relativistische Gesamtenergie	31
7.10.7	Relativistische Bewegungsenergie	31
7.11	Thermodynamik	31
7.11.1	Effizienz des Carnot Zyklus	31
7.11.2	maximale Arbeit	31
7.11.3	Ausdehnung bei Erwärmung	32
7.11.4	Wärmestrom	32
7.11.5	Wärmeenergie	32
7.12	Hydrodynamik	32
7.12.1	Pascalsches Gesetz	32
7.12.2	Massenstrom	33
7.12.3	Erhaltung des Drehimpulses	33
7.12.4	Capstan Gleichung	33
7.13	dass ist doch keine Raketenwissenschaft	33
8	Konstanten	34
8.1	Mathematische Konstanten	34
8.2	Physikalische Konstanten	34
9	Quellen	35

2 Mathematik

2.1 Geometrie

2.1.1 2 Dimensionen

Winkelfunktionen im \mathbb{R}^2

$$\begin{aligned}\sin(\alpha) &= \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c} & \cot(\alpha) &= \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}} = \frac{b}{a} \\ \cos(\alpha) &= \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c} & \sec(\alpha) &= \frac{\text{Hypotenuse}}{\text{Ankathete}} = \frac{c}{b} \\ \tan(\alpha) &= \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{a}{b} & \csc(\alpha) &= \frac{\text{Hypotenuse}}{\text{Gegenkathete}} = \frac{c}{a}\end{aligned}$$

Pythagoras

$$\begin{aligned}a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha) \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta) \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)\end{aligned}$$

Sinussatz

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

SiCoCoSi - CoCoSiSi

$$\begin{aligned}\sin(\alpha + \beta) &= \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)\end{aligned}$$

Allgemeine Sinusfunktion

$$f(x) = A \cdot \sin(\omega \cdot x + \varphi) + d$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

A : Amplitude

ω : Frequenz

φ : Phasenverschiebung

d : Verschiebung

T : Periode

$$\begin{aligned}&[] \\&\left[\frac{1}{s}\right] \\&[] \\&[] \\&[s]\end{aligned}$$

2.1.2 3 Dimensionen

Volumen eines Prismas

$$V = A_G \cdot h$$

Volumen einer Kugel

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

Volumen eines Kegels

$$V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

Volumen eines Kegelstumpfs

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (r_1^2 + r_2^2 + r_1 \cdot r_2)$$

Volumen eines Tetraeders

$$V = \frac{1}{6} \cdot A_G \cdot h$$

2.1.3 4 Dimensionen

2.2 Statistik

2.3 Vektoren

2.3.1 Vektoren im \mathbb{R}^2 :

Pfeil von P nach Q

$$P = (p_1|p_2), Q = (q_1|q_2)$$
$$\overrightarrow{QP} = \begin{pmatrix} q_1 - p_1 \\ q_2 - p_2 \end{pmatrix}$$

2.3.2 Rechenregeln im \mathbb{R}^2 :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \vec{a} \pm \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \end{pmatrix}$$
$$k \cdot \vec{a} = k \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_1 \\ k \cdot a_2 \end{pmatrix} \text{ mit } k \in \mathbb{R}$$

2.3.3 Winkel zwischen Vektoren

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{a} \bullet \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

2.3.4 Skalarprodukt

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = \sum_{i=1}^n a_i \cdot b_i$$

2.3.5 Normalenvektor

$$\vec{n} \text{ zu } \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \text{ oder } \begin{pmatrix} b \\ -a \end{pmatrix}$$

2.4 Warscheinlichkeit

2.4.1 Inverse

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Z : Inverse

x : Wert

μ : Erwartungswert

σ : Standardabweichung

2.5 Matrizen

2.6 Infinitesimalrechnung

2.6.1 Differenzieren

2.6.2 Integrieren

2.6.3 Differintegral

$${}_a D_t^p f(t) = \begin{cases} \left(\frac{d}{dt}\right)_a^k \int_a^t f(x) dx^\alpha & \text{if } p > 0 \\ \int_a^t f(x) dx^{|p|} & \text{if } p < 0 \end{cases}$$

α : Ordnung des Integrals

p : Ordnung des Differentials

f : Funktion

a : Untere Grenze

t : Obere Grenze

2.7 Funktionen

2.8 Transformationen

2.8.1 Taylor-Polynome

Zur Polynomialen Approximation einer Funktion

$$Tf(x; a) := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{6}(x-a)^3 + \dots$$

a ... Stelle um die die Taylor Reihe entwickelt werden sollte

Wenn a = 0 ist, wird die Taylor-Reihe Maclaurin-Reihe genannt

2.8.2 Furier-Transformation

Hauptgleichung

$$\hat{f}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot e^{-i2\pi\xi x} dx$$

wobei $2\pi\xi$ auch als ω geschrieben werden kann

$$\hat{f}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot e^{-i\omega x} dx$$

Durch die Eulers Gleichung wissen wir $A \cdot e^{i\omega} = A \cdot \cos \omega + i A \cdot \sin \omega$

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot \cos(\omega x) dx - i \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot \sin(\omega x) dx$$

Furiertransformation für Periodische Funktionen

$$a_0 = \int_T f(x) \cdot dx$$

$$a_n = \int_T f(x) \cdot \cos(n \cdot x) dx$$

$$b_m = \int_T f(x) \cdot \sin(m \cdot x) dx$$

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(n \cdot x) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \cdot \sin(m \cdot x)$$

2.8.3 Laplace-Transformation

$$F(s) = \mathcal{L}\{f\}(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt, \quad s \in \mathbb{C}, s = \sigma + i\omega$$

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{i\omega t} e^{\sigma t} dt$$

Also ist die Laplace-Transformation nur die Furier-Transformation mit einem extra Exponentialterm

2.8.4 Diskrete Furier Transformation (DFT)

$$\hat{f}_k = \sum_{j=0}^{n-1} f_j \cdot e^{-i2\pi jk \frac{1}{n}}$$

$$f_k = \sum_{j=0}^{n-1} \hat{f}_j \cdot e^{i2\pi jk \frac{1}{n}}$$

\hat{f} : Outputdatensatz (Frequenzbereich)

f : Ein Vektor des Inputdatensatzes (Zeitbereich)

n : Länge des Vektors f

$$\omega_n = e^{-2\pi i \frac{1}{n}}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{f}_0 \\ \hat{f}_1 \\ \hat{f}_2 \\ \vdots \\ \hat{f}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega_n & \omega_n^2 & \dots & \omega_n^{n-1} \\ 1 & \omega_n^2 & \omega_n^4 & \dots & \omega_n^{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \omega_n^{n-1} & \omega_n^{2(n-1)} & \dots & \omega_n^{(n-1)^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}$$

2.8.5 Schnelle Fourier Transformation (FFT)

$$\hat{f}_k = \sum_{j=0}^{n-1} f_j \cdot e^{-i2\pi jk \frac{1}{n}}$$

$$f_k = \sum_{j=0}^{n-1} \hat{f}_j \cdot e^{i2\pi jk \frac{1}{n}}$$

\hat{f} : Outputdatensatz (Frequenzbereich)

f : Ein Vektor des Inputdatensatzes (Zeitbereich)

n : Länge des Vektors f

3 Elektrotechnik

3.1 Kirchhoffschen Gesetze

3.1.1 Knotenregel

Alle zufließenden Ströme an einem Punkt, müssen auch wieder abfließen

$$\sum I = 0$$

$$I_{zu} = I_{ab}$$

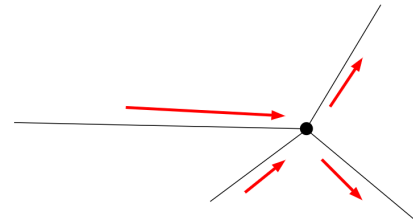


Figure 1: Knotenregel, Quelle: [9]

3.2 Maschenregel

Die Summe aller Spannungen in einem Umlauf ist Null.

$$\sum U = 0$$

$$-U + U_1 + U_2 = 0$$

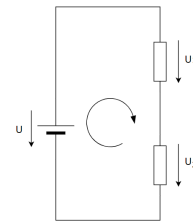


Figure 2: Maschenregel, Quelle: [10]

3.3 Verschaltung von Widerständen

3.3.1 Reihenschaltung

Der Gesamtwiderstand ist die Summe der Teilwiderstände

$$R_{gesamt} = \sum_{i=0}^n R_i$$

3.3.2 Serienschaltung

$$R_{gesamt} = \frac{1}{\sum_{i=0}^n \frac{1}{R_i}}$$

3.4 Gleichstrom

3.4.1 Ohmsches Gesetz

$$R = \frac{U}{I}$$

$$I = \frac{U}{R} \quad R = U \cdot I$$

R : Widerstand (Resistance)	$[\Omega]_{Ohm}$
U : Spannung (Voltage)	$[V]_{Volt}$
I : Strom (Current)	$[A]_{Amper}$

3.4.2 Leistung

$$P = U \cdot I$$

$$P = \frac{U^2}{R} \quad P = I^2 \cdot R$$

P : Leistung (Power)	$[W]_{Watt}$
I : Strom (Current)	$[A]_{Amper}$
U : Spannung (Voltage)	$[V]_{Volt}$

3.4.3 Arbeit/Energie

$$W = P \cdot t$$

W : Arbeit (Work)	$[Ws, J]$
P : Leistung (Power)	$[W]_{Watt}$
t : Zeit (Time)	$[s]_{Sekunde}$

3.4.4 Stromstärke

$$I = \frac{Q}{t}$$

I : Strom (Current)	$[A]_{Amper}$
Q : Ladung (Charge)	$[C]_{Coulomb}$
t : Zeit (Time)	$[s]_{Sekunde}$

3.4.5 Stern-Dreieck-Transformation

Dreieck-Stern-Transformation für $\Delta \rightarrow Y$:

$$R_a = \frac{R_{ac}R_{ab}}{R_{ac} + R_{cb} + R_{ba}} = \frac{\text{Produkt der Anlegewiderstände}}{\text{Maschenumlaufwiderstand}}$$

Dreieck-Stern-Transformation für $Y \rightarrow \Delta$:

$$R_{ac} = \frac{R_a \cdot R_c}{R_b} + R_a + R_b$$

$$R = \frac{\text{Produkt der Anlegewiderstände}}{\text{verbleibender Widerstand}} + \text{Beide Anlegewiderstände}$$

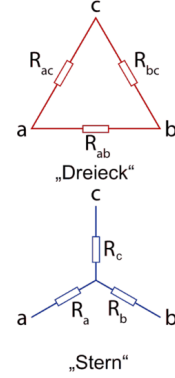


Figure 3: Stern-Dreieck-Transformation, Quelle: [13]

3.4.6 Stromdichte

$$J = \frac{I}{A}$$

J : Stromdichte (Current density)	$\left[\frac{A}{mm^2} \right]$
I : Strom (Current)	$[A]$
A : Querschnitt (Area)	$[mm^2]$

3.4.7 Leitungswiderstand

$$R = \frac{l}{A} \cdot \rho$$

R : Widerstand	$[\Omega]$
l : Leitungslänge	$[m]$
A : Querschnitt	$[mm^2]$
ρ : spezifischer Widerstand	$[\Omega m]$

3.4.8 Temperaturabhängigkeit von Widerständen (lineare Näherung)

$R(\vartheta) = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \vartheta)$	$R(\vartheta)$: Temperaturabhängiger Widerstand	$[\Omega]$
$R(\vartheta) = R(\vartheta_0) \cdot (1 + \alpha \cdot (\vartheta - \vartheta_0))$	R_0 : nennwiderstand bei $0^\circ C$	$[\Omega]$
	α : mittlerer Temperaturkoeffizient	$[K^{-1}]$
	ϑ : Temperatur	$[^\circ C]$
	ϑ_0 : Referenztemperatur typ. $20^\circ C$	$[^\circ C]$

3.4.9 Elektrisches Feld

$$E = \frac{U}{d}$$

E : Elektrische Feldstärke	$[V/m]$
U : Spannung	$[V]$
d : Abstand	$[m]$

$$\tau = R \cdot C \quad (1)$$

$$U(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (2)$$

$$1\tau = 0.632 \cdot U_0$$

$$2\tau = 0.865 \cdot U_0$$

$$3\tau = 0.950 \cdot U_0$$

$$4\tau = 0.982 \cdot U_0$$

$$5\tau = 0.993 \cdot U_0$$

$$\tau : \text{Zeitkonstante} \quad [\Omega F] \quad (3)$$

$$R : \text{Widersand} \quad [\Omega] \quad (4)$$

$$C : \text{Kapazität} \quad [F] \quad (5)$$

$$(6)$$

Kapazität

$$Q = I \cdot t = C \cdot U$$

$$Q : \text{Ladung} \quad [C]$$

$$I : \text{Strom} \quad [A]$$

$$t : \text{Zeit} \quad [s]$$

$$C : \text{Kapazität} \quad [F]$$

$$U : \text{Spannung} \quad [V]$$

3.5 Wechselstrom

3.5.1 Komplexe Zahlen

1. Komponentenform (Cartesian Form)

$$\underline{Z} = a + ib$$

$$a = Z \cdot \cos \varphi$$

$$b = Z \cdot \sin \varphi$$

$$\underline{Z} : \text{komplexe Zahl (Imaginary number)}$$

$$a : \text{Realteil (Real part)}$$

$$i : \text{Imaginäre Einheit (Imaginary unit)}$$

$$b : \text{Imaginärteil}$$

2. Polarform

$$\underline{Z} = Z \cdot \angle \varphi$$

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{i \cdot \varphi}$$

$$Z = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

$$\underline{Z} : \text{komplexe Zahl (Imaginary number)}$$

$$Z : \text{Betrag}$$

$$\varphi : \text{Winkel (angel)}$$

3.5.2 Ohmsches Gesetz

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} \quad \underline{Z} = \underline{U} \cdot \underline{I}$$

$$\underline{Z} : \text{Widerstand} \quad [\Omega]_{Ohm}$$

$$\underline{U} : \text{Spannung} \quad [V]_{Volt}$$

$$\underline{I} : \text{Strom} \quad [A]_{Amper}$$

3.5.3 Reihenschaltung

$$\underline{Z}_{gesamt} = \sum_{i=0}^n \underline{Z}_i$$

3.5.4 Serienschaltung

$$\underline{Z}_{gesamt} = \frac{1}{\sum_{i=0}^n \frac{1}{\underline{Z}_i}}$$

3.5.5 Impedanzen

Widerstand

$$\underline{R} = R \angle 0$$

Induktivität

$$\underline{X}_L = i \cdot \omega \cdot L$$

\underline{X}_L : Impedanz	$[\Omega]$
ω : Kreisfrequenz (angular frequency)	$[s^{-1}]$
L : Induktivität (inductance)	$[H]_{Henry}$

Kapazität

$$\underline{X}_C = \frac{1}{i \cdot \omega \cdot C}$$

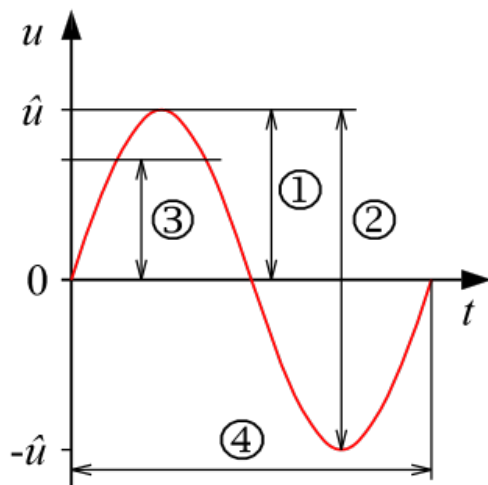
\underline{X}_C : Impedanz	$[\Omega]$
ω : Kreisfrequenz (angular frequency)	$[s^{-1}]$
C : Kapazität (Capacity)	$[F]_{Farad}$

3.5.6 Effektivwert usw.

Amplitude

$$U_{eff} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

U_{eff} : Effektivwert (effective voltage)	$[V]$
\hat{U} : Spitzenspannung (peak Voltage)	$[V]$



- 1 : Amplitude
- 2 : Spitze – Spitze – Wert
- 3 : Effektivwert
- 4 : Periodendauer

3.5.7 Leistung

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

\underline{S} : Scheinleistung (apparent power)	$[VA]$
P : Wirkleistung	$[W]$
Q : Blindleistung	$[var]$
\underline{U} : Spannung	$[V]$
\underline{I} : Strom	$[A]$
$\cos \varphi$: Leistungsfaktor	$[-]$

3.5.8 Resonanz

Resonanzfrequenz L-C-Glied (parallel und seriell)

$$f_r = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C} \cdot 2\pi}$$

f_r : Resonanzfrequenz (resonance frequency)	$[Hz]$
L : Induktivität	$[H]$
C : Kapazität	$[F]$

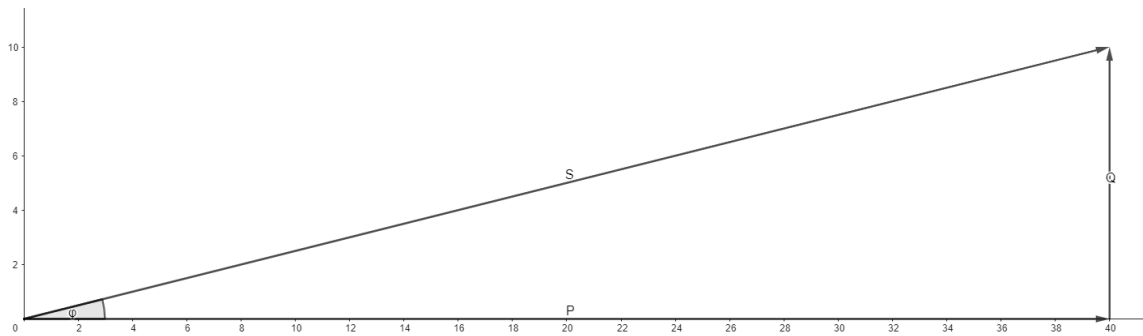


Figure 4: Leistungsdreieck, Source: [8]

Hoch-/Tiefpass:

RC-Glied:

$$f_g = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$$

f_g : Grenzfrequenz [Hz]

R : Widerstand [Ω]

LR-Glied

$$f_g = \frac{R}{2\pi \cdot L}$$

L : Induktivität [H]

C : Kapazität [F]

Güte

Seriell:

$$Q = \frac{P}{P_Q} = \frac{R}{X}$$

Parallel:

$$Q = \frac{P}{P_Q} = \frac{X}{R}$$

Q : Güte (Quality factor)

X : Impedanz [Ω]

R : Widerstand [Ω]

für den fall: $X = X_L = X_C$

3.6 Drehstrom

3.6.1 Leistung

$$S = S_{Str1} + S_{Str2} + S_{Str3} + \dots$$

$$\underline{S}_{Str} = \underline{U}_{Str} \cdot \underline{I}_{Str}^*$$

S : Scheinleistung [Var]

$Leiter$: auf die Zuleitungen bezogen z.B. U_{12}

$Strang$: auf die Lastimpedanz bezogen

Symmetrische Last:

Stern:

$$P_{Str} = U_{Str} \cdot I_{Str} \cdot \cos \varphi = U_Y \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$U_{Leiter} = \sqrt{3} \cdot U_Y$$

$$P_3 = 3 \cdot P_{Str}$$

$$P_3 = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

P_{Str} : Leistung eines Strangs [W]

P_3 : gesamtleistung des Verbrauchers [W]

U_{Leiter} : Spannung zwischen den Aussenleitern [V]

(meist nur U geschrieben)

Dreieck:

$$P_{Str} = U_{Str} \cdot I_{Str} \cdot \cos \varphi = U \cdot I_{Str} \cdot \cos \varphi$$

$$I_{Leiter} = \sqrt{3} \cdot I_{Str}$$

$$P_3 = 3 \cdot P_{Str}$$

$$P_3 = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

P_{Str} : Leistung eines Strangs [W]

P_3 : gesamte Leistung des Verbrauchers [W]

I_{Str} : Strom im Außenleiter [A]

(meist nur I geschrieben)

Drehstromleistung bei symmetrischer Last

$$P_{3\sim} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$Q_{3\sim} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

$$S_{3\sim} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I$$

$$\underline{S}_{3\sim} = P_{3\sim} + j \cdot Q_{3\sim}$$

$$\cos \varphi = \frac{P_{3\sim}}{Q_{3\sim}}$$

P, Q, S : Wirk-, Blind-, Scheinleistung [W], [VA], [Var]

U : Spannung (typ. 400V) [V]

I : Strom [A]

φ : Leistungsfaktor []

3.6.2 asymmetrische Belastung (Sternschaltung)

$$\underline{I}_0 = -(\underline{I}_{1F} + \underline{I}_{2F} + \underline{I}_{3F})$$

$$\underline{U}_0 = \frac{\underline{I}_0}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \left| \frac{1}{\underline{Z}} \right| \angle -\varphi$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{1N} + \underline{U}_0$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1}$$

\underline{I}_0 : Ausgleichsstrom [A]

\underline{I}_F : Strom vom 4-Leiter Netz [A]

\underline{U}_0 : Verlagerungsspannung [V]

\underline{Y} : Admittanz [S]_{Siemens}

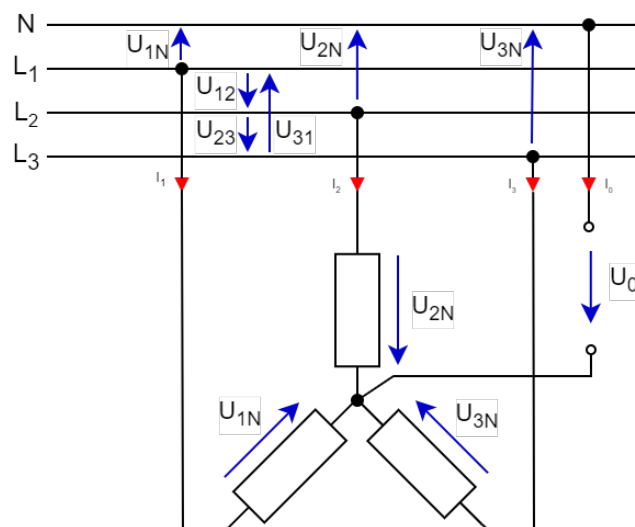


Figure 5: Aufbau einer Sternschaltung, Source: [11]

3.6.3 Blindleistungskompensation

$$X_c = \frac{U^2}{Q_c}$$

$$C_Y = \frac{1}{\omega \cdot X_c} = \frac{Q_C}{\omega \cdot U^2}$$

$$C_\Delta = \frac{C_Y}{3}$$

$$Q = P \cdot \tan \varphi$$

Q_c : Zu kompensierende Blindleistung [var]

C_Y : Kapazität in Sternschaltung [F]

C_Δ : Kapazität im Dreieck [F]

3.7 Maxwellsche Gleichungen

3.7.1 Gaußsches Gesetz

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Elektrische Feldlinien divergieren voneinander unter Anwesenheit elektrischer Ladung, die Ladung ist Quelle des elektrischen Feldes.

3.7.2 Gaußsches Gesetz für Magnetfelder

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

Magnetische Feldlinien divergieren nicht, das Feld der magnetischen Flussdichte ist quellenfrei, es gibt keine magnetischen Monopole.

3.7.3 Induktionsgesetz

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Änderungen der magnetischen Flussdichte führen zu einem elektrischen Wirbelfeld. Das Minuszeichen schlägt sich in der Lenzschen Regel nieder

3.7.4 Erweitertes Durchflutungsgesetz

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \left(\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

Elektrische Ströme, einschließlich des Verschiebungsstroms, führen zu einem magnetischen Wirbelfeld.

3.8 Elektromagnetismus

Herzlichen dank für die Unterlagen an Dipl.-Ing. Christopher Mittermüller

3.8.1 Magnetische Durchflutung

$$\Theta = I \cdot N$$

Θ : Magnetische Durchflutung [A]

I : Strom [A]

N : Windungsanzahl

3.8.2 Magnetische Feldstärke

$$H = \frac{\Theta}{l}$$

$$\begin{array}{ll} H : \text{Magnetische Feldstärke} & \left[\frac{A}{m} \right] \\ \Theta : \text{Magnetische Durchflutung} & [A] \\ l : \text{mittlere Feldlinienlänge} & [m] \end{array}$$

3.8.3 Magnetische Flussdichte

$$B = H \cdot \mu$$

$$\begin{array}{ll} B : \text{Magnetische Flussdichte} & [T]_{\text{Tesla}} \\ H : \text{Magnetische Feldstärke} & \left[\frac{A}{m} \right] \\ \mu : \text{Magnetische Permeabilität} & [A] \end{array}$$

Magnetische Permeabilität

$$\begin{array}{l} \mu = \mu_0 \cdot \mu_r \\ \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \mu : \text{Magnetische Permeabilität} & \left[\frac{Vs}{Am} \right] \\ \mu_0 : \text{Magnetische Feldkonstante} & \left[\frac{Vs}{Am} \right] \\ \mu_r : \text{Permeabilitätszahl} & \end{array}$$

Relative Permeabilität (μ_r)

Material	Relative Permeabilität (μ_r)
Vakuum	1
Luft	1
Aluminum	1.000022
Eisen	300 .. 10 000
Ferrit Stahl	1 000 .. 1 800
Ferrite	4 .. 14 000

Source: [13]

3.8.4 Magnetischer Fluss

$$\Phi = B \cdot A$$

$$\begin{array}{ll} \Phi : \text{Magnetische Durchflutung} & [Vs]/[Wb]_{\text{Weber}} \\ B : \text{Magnetische Flussdichte} & [T] \\ A : \text{Querschnittsfläche der Spule} & [m^2] \end{array}$$

3.8.5 Verketteter magnetischer Fluss

$$\Phi_V = \Phi \cdot N$$

Θ_V : Verkettete magnetischer Fluss $[Wb]$

Θ : Magnetische Durchflutung $[Wb]$

N : Windungszahl

3.8.6 Induktivität

$$L = \frac{\Theta_V}{I}$$

$$L = \mu \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l}$$

L : Induktivität $[H]_{Henry}$

Θ_V : Verkettete magnetischer Fluss $[Wb]$

l : Spulenlänge $[m]$

N : Windungszahl

A : Querschnitt der Spule $[m^2]$

3.9 Elektromagnetische Induktion

$$U = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

U : induzierte Spannung $[V]$

N : Windungszahl

Φ : magnetischer Fluss $[Wb]$

t : Zeit $[s]$

3.9.1 Bewegungsinduktion

$$U = -N \cdot B \cdot l \cdot v$$

U : induzierte Spannung in der Leiterschleife $[V]$

N : Windungszahl

B : Magnetische Flussdichte $[T]$

l : Länge der Leiterschleife $[m]$

v : Bewegungsgeschwindigkeit der Leiterschleife $\left[\frac{m}{s}\right]$

3.9.2 Bewegungsinduktion mit rotierender Leiterschleife

$$U = \hat{U} \cdot \sin \omega \cdot t$$

$$U = N \cdot 2 \cdot r \cdot l \cdot B \cdot \omega \cdot \sin \omega \cdot t$$

U : induzierte Spannung in der Leiterschleife $[V]$

ω : Winkelgeschwindigkeit $\left[\frac{rad}{s}\right]$

t : Betrachtungszeitpunkt $[s]$

N : Windungszahl

B : Magnetische Flussdichte $[T]$

l : Länge der Leiterschleife $[m]$

r : Radius der Leiterschleife $[m]$

v : Bewegungsgeschwindigkeit der Leiterschleife $\left[\frac{m}{s}\right]$

3.9.3 Ruheinduktion (bei sinusförmigen Fluss)

$$U = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

$$\hat{U} = N \cdot \hat{\Phi} \cdot \omega$$

U : induzierte Spannung in der Leiterschleife	$[V]$
N : Windungsanzahl	
Φ : magnetischer Fluss	$[Wb]$
ω : Winkelgeschwindigkeit	$\left[\frac{rad}{s} \right]$

3.9.4 Selbstinduktion

$$U = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

U : Spannung	$[V]$
L : Induktivität	$[H]$
I : Strom	$[I]$
t : Zeit	$[s]$

3.9.5 Transformatorprinzip

$$U_1 = -N_1 \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad U_2 = -N_2 \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

$$P_1 = P_2$$

$$\ddot{u} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

\ddot{u} : Übersetzungsverhältniss	
U : Prim-/Sekundärspannung	$[V]$
N : Prim-/Sekundärwindungsanzahl	
P : Prim-/Sekundärleistung	$[P]$

3.9.6 Magnetischer Kreis

$$\Theta = I \cdot N = \Phi \cdot R_M$$

$$R_M = \frac{l_m}{\mu \cdot A}$$

Θ : Magnetische Spannung / Magnetischer Fluss	$[Wb]$
I : Spulenstrom	$[A]$
N : Windungsanzahl	
R_M : Magnetische Widerstand	$[Ohm]$
l_m : Mittlere Länge	$[m]$
μ : Magnetische Permeabilität	$\left[\frac{Vs}{Am} \right]$
A : Querschnittsfläche	$[m^2]$

3.10 Lorenzkraft

$$F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin \alpha$$

F : Kraftauswirkung auf die Ladung	$[N]$
q : Wert der Ladung	$[C]$
v : Geschwindigkeit der Ladung	$\left[\frac{m}{s} \right]$
B : Magnetische Flussdichte	$[T]$
α : Winkel zwischen Ladungspfad und Magnetfeld	$[deg]$

3.10.1 Kräfte auf parallele Stromdurchflossene Leiter (ampèresches Kraftgesetz)

$$F_{12} = l \cdot \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{r}$$

F_{12} : Kraft zwischen den Leitern	$[N]$
l : Länge der Parallelität	$[m]$
μ_0 : Permeabilität der Leiter	$\left[\frac{Vs}{Am} \right]$
$I_{1/2}$: Leiterströme	$[A]$
r : Leiterabstand	$[m]$

3.11 Elektrisches Feld

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{el}}{q}$$

E_{el} : Elektrische Feldstärke	$\left[\frac{N}{C} \right]$
F_{el} : Kraft auf die Ladung	$[N]$
q : Ladungsmenge	$[C]$

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0 \cdot 4 \cdot \pi} \cdot \frac{q}{r^2}$$

E : Elektrische Feldstärke	$\left[\frac{N}{C} \right]$
ε_0 : Elektrische Feldkonstante	$\left[\frac{As}{Vm} \right]$
q : Ladungsmenge	$[C]$
r : Abstand zur Ladung	$[m]$

3.12 Symbole

4 Elektrische Maschinen

4.1 Motoren/Generatoren

4.2 Transformator

4.2.1 Leistung

$$P = U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2$$

P : Leistung	[W]
U_1 : Spannung Primärseite	[V]
I_1 : Strom Primärseite	[A]
U_2 : Spannung Sekundärseite	[V]
I_2 : Strom Sekundärseite	[A]

4.3 Eulersche-Turbinengleichung

$$Y = u_2 \cdot c_{u2} - u_1 \cdot c_{u1}$$

Y : Spezifische Schaufelarbeit [W]

u_1/u_2 : Umfangsgeschwindigkeit am Ein-/Austritt $\left[\frac{m}{s}\right]$

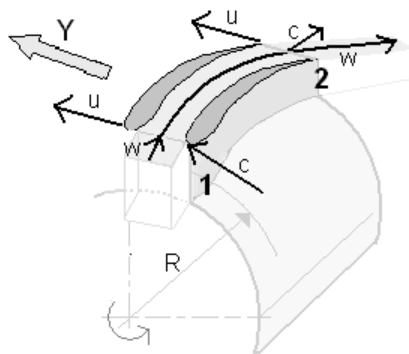
c_{u1}/c_{u2} : nutzbare Fluidgeschwindigkeit am Ein-/Austritt $\left[\frac{m}{s}\right]$

$$\mathcal{T} = \dot{m} \cdot Y$$

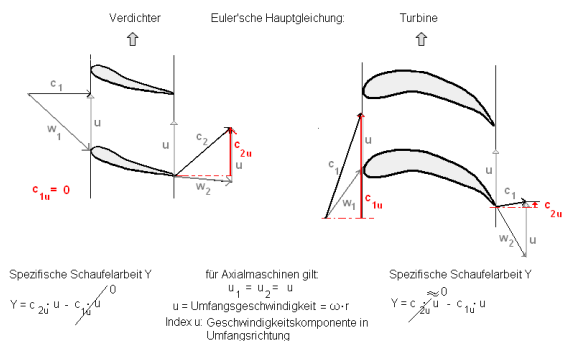
\mathcal{T} : Drehmoment der Turbine [Nm]

\dot{m} : Massenstrom $\left[\frac{kg}{s}\right]$

Y : Spezifische Schaufelarbeit [W]



(a) Perspektivische Darstellung der physikalischen Größen zur Eulerschen Turbinengleichung



(b) Anwendung der Eulerschen Turbinengleichung auf axial durchströmte Maschinen

Figure 6: Source: [12]

Mehr <https://web.mit.edu/16.unified/www/SPRING/thermodynamics/notes/node91.html>

4.4 Wasserkraft

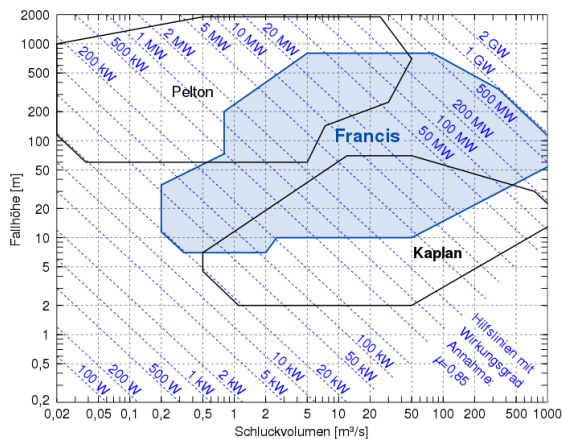
$$P_H = g \cdot \rho_{H_2O} \cdot h \cdot \dot{V}$$

$$P_{el} = P_H \cdot \eta$$

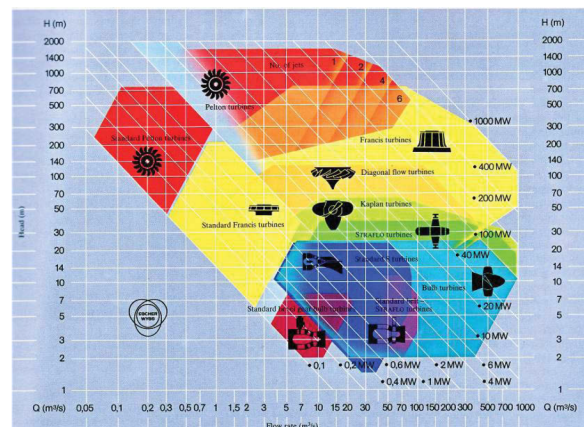
$$\eta \dots 0.85 - 0.9$$

P_H : hydraulische Leistung	$[W]$
g : Erdbeschleunigung	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$
ρ_{H_2O} : Dichte von Wasser	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
\dot{V} : Volumenstrom	$\left[\frac{m^3}{s}\right]$
h : Fallhöhe	$[m]$

4.4.1 Turbinenarten und Einsatzgebiete



(a) Grobe Einteilung von Turbinenart in Relation von Fallhöhe und Durchflussmenge, Quelle: [6]



(b) Feinere Einteilung, Quelle: [2]

4.4.2 Steinmettschaltung

$$C = \frac{2P}{\sqrt{3}\omega U^2}$$

$$C : \text{Kapazität} \quad [F]$$

$$P : \text{Leistung} \quad [W]$$

$$\omega : \text{Kreisfrequenz} \quad \left[\frac{1}{s}\right]$$

$$U : \text{Spannung} \quad [V]$$

4.5 Windkraft

$$P_w = \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v^3 \cdot \frac{1}{2}$$

$$P_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

P_w : Leistung des Windes	$[W]$
ρ : Luftdichte	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
r : Radius des Windrades	$[m]$
v : Windgeschwindigkeit	$\left[\frac{m}{s}\right]$

4.6 Thermie

4.6.1 Effizienz eines Brayton Zyklus bei Turbinen

$$\eta_B = 1 - \frac{T_a}{T_b}$$

η_B : Wirkungsgrad	$[\quad]$
T_a : Atmosphärendruck	$[Pa]$
T_b : Kompressorausgangsdruck	$[Pa]$

4.7 Drehfeld

4.7.1 Drehzahl Poolparzahl

$$f = n \cdot p$$

f : Drehfelddrehzahl	$[min^{-1}]$
p : Polparzahl	$[\quad]$
n : Motordrehzahl	$[min^{-1}]$

4.7.2 Motormoment - momoment

$$M \sim \left(\frac{U_s}{f_s} \right)^2$$

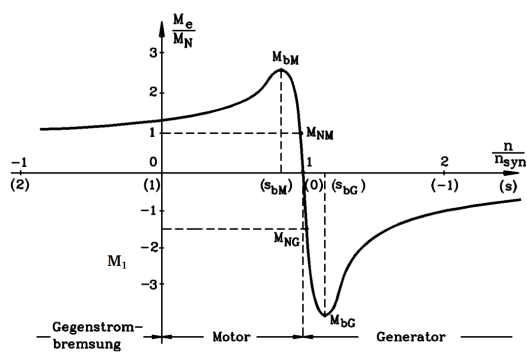
M : Motormoment	$[Nm]$
U_s : Motorspannung	$[V]$
f_s : Motorfrequenz	$[Hz]$

4.8 Asynchronmaschine

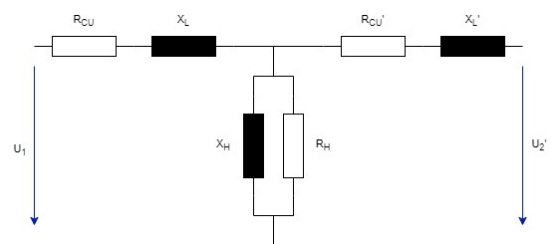
4.8.1 Schlupf

$$s = \frac{n_d - n}{n_d}$$

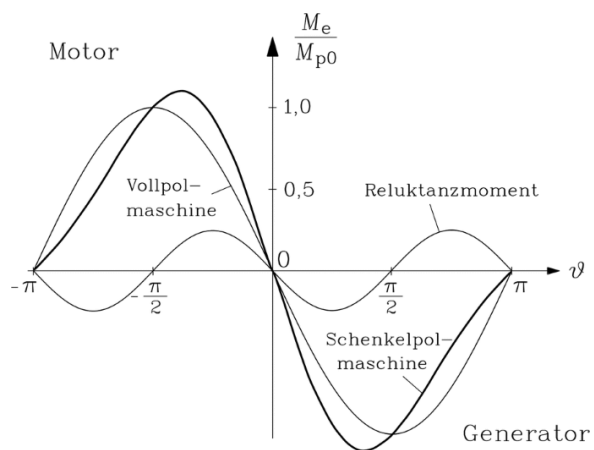
s : Schlupf	$[\quad]$
n_d : Drehzahl Drehfeld	$\left[\frac{1}{min} \right]$
n : Statorfrequenz	$\left[\frac{1}{min} \right]$



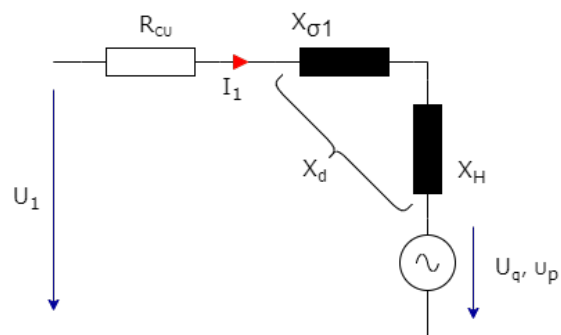
(a) Drehmomentenkennlinie ASM, Quelle: [4]



(b) ASM-Ersatzschaltbild, Quelle: [1]



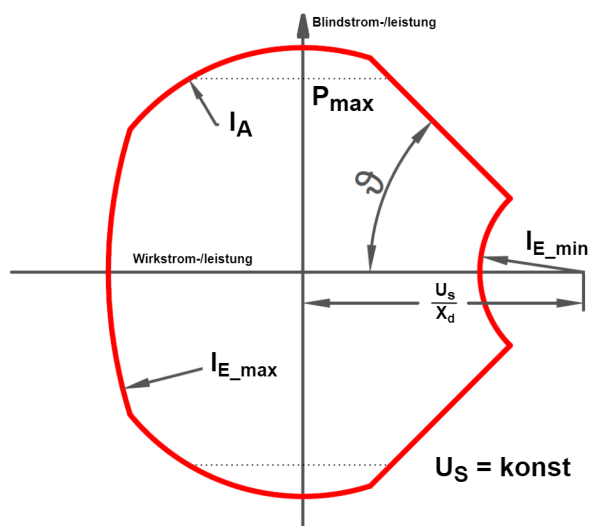
(a) SM-Drehmoment-Loadradwinkel-kennlinie, Quelle: [5]



(b) Synchronmaschine Ersatzschaltbild

4.9 Synchronmaschine

Leistungsbereich



I_A : Statorstrom [A]
 I_E : Erregerstrom [A]
 ϑ : Maximaler Phasenversatz [°]
 $\frac{U_s}{X_d}$: Erregerstrom damit $\cos(\varphi) = 0$ [A]

4.10 Gleichstrommaschinen

4.10.1 Ersatzschaltungen

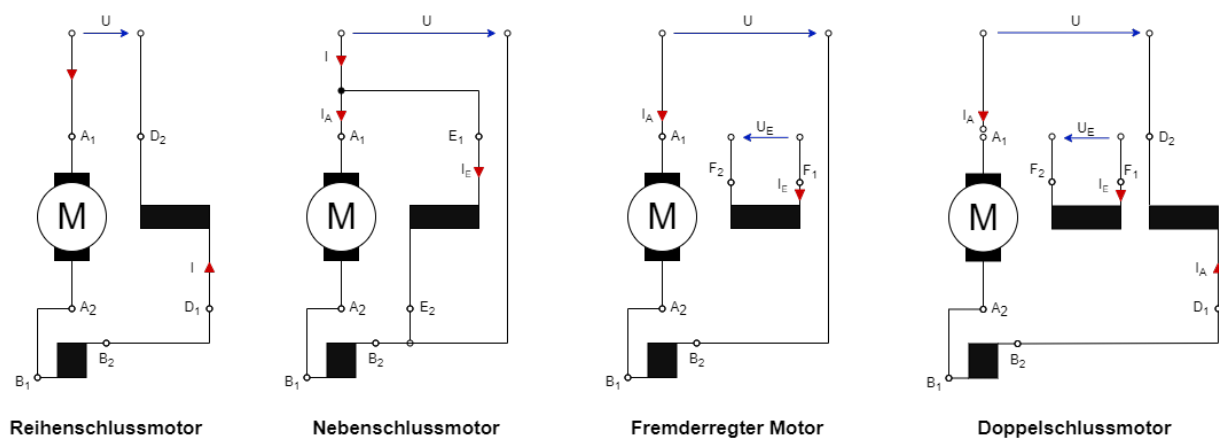


Figure 10

4.10.2 Drehmoment

$$M = \frac{P}{2\pi \cdot n} = \frac{U_q \cdot I_A}{2\pi \cdot n}$$

$$M = \frac{Z \cdot p \cdot \Phi \cdot I_A}{\pi} = I_A \cdot \Phi \cdot \frac{Z \cdot p}{\pi} = I_A \cdot \Phi \cdot c_M$$

M : Drehmoment	$[Nm]$
P : Leistung	$[W]$
n : Drehzahl	$[Hz]$
U_q : Querspannung	$[V]$
I_A : Ankerstrom	$[A]$
Z : Anzahl der Leiter pro Polpaar	$[-]$
p : Polpaarzahl	$[-]$
Φ : magnetischer Fluss	$[A]$
c_M : Maschinenkonstante	$[-]$

4.10.3 Reihenschlussmaschine

$$n = \frac{U - (R_{A,V} + R_A) \cdot I_A}{k \cdot \Phi}$$

n : Drehzahl	$[Hz]$
U : Spannung	$[V]$
$R_{A,V}$: Ankerwiderstand	$[\Omega]$
R_A :	$[\Omega]$
I_A : Ankerstrom	$[A]$
k : Maschinenkonstante	$[-]$
Φ : magnetischer Fluss	$[A]$

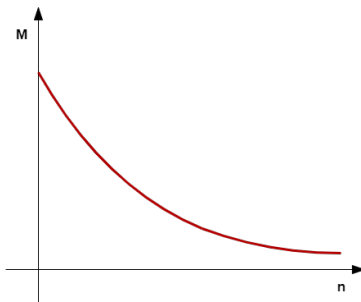


Figure 11: MN-Kennlinie-Reihenschlussmaschine

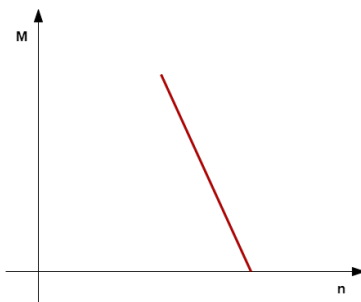


Figure 12: MN-Kennlinie-Nebenschlussmaschine (Fremd-/Permanenterregt)

Nebenschlussmaschine

Doppelschlussmaschine

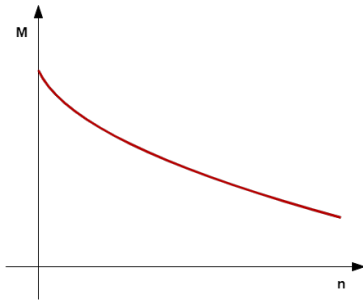


Figure 13: MN-Kennlinie-Doppelschlussmaschine

4.11 Weitere Maschinen

4.11.1 Reluktanzmotor

4.11.2 Dahlander Motor

Dahlander-Schaltung

5 Maschinenbau

5.1 Statik

5.1.1 Biegefestigkeit

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W}$$

σ : Biegespannung	$\left[\frac{N}{m^2} \right]$
M_b : Biegemoment	$\left[\frac{Nm}{m} \right]$
W : Widerstandsmoment	$[m^3]$

Widerstandsmoment

$$W = \frac{I}{a_{max}}$$

W : Widerstandsmoment	$[m^3]$
I : Flächenträgheitsmoment	$[m^4]$
a_{max} : maximaler Rand-/Neutralfaserabstand	$[m]$

5.2 Schwerpunkt

5.2.1 Körperschwerpunkt

$$x_s = \frac{1}{m} \int_v x \cdot \rho dV$$

Gilt nur für homogene Körper.

Analog für die anderen Achsen, sowie andersdimensionale Objekte

x_s : X-Koordinate des Schwerpunkts	$[\quad]$
m : Masse	$[kg]$
ρ : Dichte	$[\quad]$
V : Volumen	$[\quad]$

5.2.2 Massenschwerpunkt

$$x_s = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \cdot m_i$$
$$s = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^n p_i \cdot m_i$$

x_s : X-Koordinate des Schwerpunkts	$[\quad]$
M : Gesamtmasse Σm	$[kg]$
x_i : X-Koordinate des Schwerpunkts der Teilmasse	$[\quad]$
m_i : Masse der Teilmasse	$[kg]$
p_i : Position in Vektorform (funktioniert vermutlich)	$[\quad]$

5.3 Kräfte

5.3.1 Spindelzugkraft

$$F_Z = \frac{M}{\text{Spindelsteigung}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \eta$$

F_Z : Zugkraft	$[N]$
M : spindeldrehmoment	$[Nm]$
<i>Spindelsteigung</i> : Steigung 360°	$[m]$
η : Wirkungsgrad (0.4 - 0.7)	

5.4 Gescheiter Maschinenbau

$$E = 2 \cdot \sqrt{(B - H) \cdot H}$$

E : Kantendistanz	$[m]$
B : Balldurchmesser	$[m]$
H : Ball über Referenzfläche	$[m]$

6 Elektronik

6.1 OPV

6.2 Aliasing

7 Physik

7.1 Geschwindigkeit

7.1.1 Winkelgeschwindigkeit

7.1.2 Zeit

7.1.3 Periodendauer

7.2 Energie

7.2.1 Kinetische Energie

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

E_{kin} : Kinetische Energie	$[J]$
m : Masse	$[kg]$
v : Geschwindigkeit	$\left[\frac{m}{s}\right]$

7.2.2 Potentielle Energie

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

E_{kin} : Kinetische Energie	$[J]$
m : Masse	$[kg]$
g : Gravitationskonstante	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$
h : Höhe	$[m]$

7.2.3 Wärmeenergie

7.2.4 Federenergie

$$E_{Feder} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (\Delta z)^2$$

E_{Feder} : Federenergie	$[J]$
k : Federkonstante	$\left[\frac{N}{m}\right]$
Δz : Gravitationskonstante	$[m]$

7.2.5 Kondensator

$$E_{kon} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

E_{kon} : Energie im Kondensator	$[J]$
C : Kapazität	$[F]$
V : Spannung	$[V]$

7.2.6 Spule

$$E_{spu} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

E_{spu} : Energie in der Spule	$[J]$
L : Induktivität	$[H]$
I : Strom	$[A]$

7.3 Arbeit

$$W = F \cdot s$$

W : Arbeit	$[J]$
F : Kraft	$[N]$
s : Strecke	$[m]$

7.4 Leistung

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{E}{\Delta t}$$

P : Leistung	$[W]$
W : Leistung	$[J]$
E : Energie	$[J]$
t : Zeitspanne	$[s]$

7.4.1 Rotation

$$P = M \cdot \omega$$

P : Leistung	$[W]$
M : Drehmoment	$[Nm]$
ω : Winkelgeschwindigkeit	$[s^{-1}]$

7.5 Impuls

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

\vec{p} : Impuls	$[Ns]$
m : Masse	$[kg]$
\vec{v} : Geschwindigkeit	$\left[\frac{m}{s}\right]$

7.6 Elastischer Stoß

$$v'_1 = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot (2 \cdot v_2 - v_1)}{m_1 + m_2}$$

$$v'_2 = \frac{m_2 \cdot v_2 + m_1 \cdot (2 \cdot v_2 - v_1)}{m_1 + m_2}$$

$$\Delta E = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1'^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2'^2$$

v'_1/v'_2 : Geschwindigkeit nach dem Stoß	$\left[\frac{m}{s}\right]$
v_1/v_2 : Geschwindigkeit vor dem Stoß	$\left[\frac{m}{s}\right]$
m_1/m_2 : Massen der Bewegten Körper	$[kg]$

7.7 Kraft

$$F = m \cdot a$$

F : Kraft	$[N]$
m : Masse	$[kg]$
a : Beschleunigung	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$

$$F = \frac{P}{v}$$

F : Kraft	$[N]$
P : Leistung	$[W]$
v : Geschwindigkeit	$\left[\frac{m}{s}\right]$

7.7.1 Federkraft

$$F = -k \cdot \Delta l$$

F : Federkraft	$[N]$
k : Federkonstante	$\left[\frac{N}{m}\right]$
Δl : Auslenkung aus der Ruhelage	$[m]$

7.7.2 Zentrifugalkraft

$$F_Z = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

F_Z : Zentrifugalkraft	$[N]$
m : Masse des Objekts	$[kg]$
v : Geschwindigkeit auf der Kreisbahn	$\left[\frac{m}{s}\right]$
r : Radius der Kreisbahn	$[m]$

7.7.3 Reibungskraft

$$F_r = F_N \cdot \mu$$

F_r : Reibungskraft	$[N]$
F_n : Normalkraft	$[N]$
μ : Reibungskoeffizient	

7.7.4 Trägheitskraft

7.7.5 Coulomb-Kraft

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

F : Kraft zwischen den Ladungen	$[N]$
q_1/q_2 : Ladungsmengen	$[C]$
r : Abstand der Ladungen	$[m]$
ϵ_0 : elektrische Feldkonstante	$\left[\frac{C^2}{N \cdot m^2}\right]$

7.8 Geschwindigkeit

7.9 Newtonsche Gravitation

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

F : Kraft zwischen den Massen	$[N]$
G : Gravitationskonstante	$\left[N \frac{m^2}{kg^2}\right]$
m_1/m_2 : Massen	$[kg]$
r : Abstand der Massen	$[m]$

7.10 Spezielle Relativität

7.10.1 Relativistische Geschwindigkeitsaddition

$$v_{ges} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 \cdot v_2}{c_0^2}}$$

v_{ges} : Gesamtgeschwindigkeit	$\left[\frac{m}{s}\right]$
v_1/v_2 : Teilgeschwindigkeiten	$\left[\frac{m}{s}\right]$
c_0 : Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$\left[\frac{m}{s}\right]$

7.10.2 Relativistische Zeitdilatation

$$t_b = t_r \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c_0}\right)^2}$$

t_b : Zeit bei Bewegung	$[s]$
t_r : Zeit in Ruhe	$[s]$
v : Geschwindigkeit	$\left[\frac{m}{s}\right]$
c_0 : Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$\left[\frac{m}{s}\right]$

7.10.3 Relativistische Längenkontraktion

$$l_b = l_r \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c_0}\right)^2}$$

l_b : Länge bei Bewegung	$[m]$
l_r : Länge in Ruhe	$[m]$
v : Geschwindigkeit	$\left[\frac{m}{s}\right]$
c_0 : Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$\left[\frac{m}{s}\right]$

7.10.4 Ruheenergie

$$E_0 = m_0 \cdot c_0^2$$

E_0 : Ruheenergie	$[J]$
m_0 : Ruhemasse	$[kg]$
c_0 : Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$\left[\frac{m}{s}\right]$

7.10.5 Dynamische Masse

$$m_d = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c_0}\right)^2}}$$

m_d : Dynamische Masse	$[kg]$
m_0 : Ruhemasse	$[kg]$
v : Geschwindigkeit	$\left[\frac{m}{s}\right]$
c_0 : Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$\left[\frac{m}{s}\right]$

7.10.6 Relativistische Gesamtenergie

$$E_{ges} = m_d \cdot c_0^2$$

E_{ges} : Gesamtenergie	$[J]$
m_d : Dynamische Masse	$[kg]$
c_0 : Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$\left[\frac{m}{s}\right]$

7.10.7 Relativistische Bewegungsenergie

$$E_{kin} = m_d \cdot c_0^2 - m_0 \cdot c_0^2 = (m_d - m_0) \cdot c_0^2$$

E_{kin} : Kinetische Energie	$[J]$
m_d : Dynamische Masse	$[kg]$
m_0 : Ruhemasse	$[kg]$
c_0 : Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$\left[\frac{m}{s}\right]$

7.11 Thermodynamik

7.11.1 Effizienz des Carnot Zyklus

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

η : Wirkungsgrad	$[-]$
T_1 : Minimale Temperatur	$[K]$
T_2 : Maximale Temperatur	$[K]$

7.11.2 maximale Arbeit

$$W_{max} = Q \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)$$

W_{max} : Maximal verfügbare Arbeit	$[J]$
Q : Wärme	$[J]$
T_1 : Minimale Temperatur	$[K]$
T_2 : Maximale Temperatur	$[K]$

7.11.3 Ausdehnung bei Erwärmung

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$$

Δl : Längenänderung [m]
 α : Längenausdehnungskoeffizient [K⁻¹]
 l_0 : Originallänge [m]
 ΔT : Temperaturänderung [K]

$$\Delta v = \gamma \cdot v_0 \cdot \Delta T$$

Für isotrope Festkörper gilt: [3]

$$\gamma = 3 \cdot \alpha$$

Δv : Volumenänderung [m³]
 α : Längenausdehnungskoeffizient [K⁻¹]
 v_0 : Originalvolumen [m³]
 ΔT : Temperaturänderung [K]

Längenausdehnungskoeffizient (α)		Raumausdehnungskoeffizient (γ)	
Material	α in μK^{-1}	Material	α in $m K^{-1}$
Aluminum	23.1	Wasser	0.2064
Eisen	11.8	Mineralöl	0.7
Stahl	12		
Kupfer	16.5		

Source: [3]

7.11.4 Wärmestrom

$$\dot{Q} = \frac{\lambda \cdot A \cdot \Delta T}{d}$$

\dot{Q} : Wärmestrom [W]
 λ : Wärmeleitfähigkeit [$\frac{W}{m \cdot K}$]
 A : Querschnittsfläche [m²]
 ΔT : Temperaturdifferenz [K]
 d : Abstand [m]

7.11.5 Wärmeenergie

$$\Delta E = c \cdot m \cdot \Delta T$$

ΔE : Energiedifferenz [J]
 m : Masse [kg]
 ΔT : Temperaturdifferenz [K]
 c : Spezifische Wärmekapazität [$\frac{J}{kg \cdot K}$]

7.12 Hydrodynamik

7.12.1 Pascalsches Gesetz

$$p = \rho \cdot g \cdot h + p_0$$

p : Hydrostatischer Druck [Pa]
 ρ : Dichte [$\frac{kg}{m^3}$]
 g : Erdbeschleunigung [$\frac{m}{s^2}$]
 h : Höhe des Flüssigkeitspegels [m]
 p_0 : Wasseroberflächendruck (typ. Luftdruck) [Pa]

7.12.2 Massenstrom

$$\dot{m} = \varrho \cdot \dot{V} = \varrho \cdot c \cdot A = \frac{\gamma}{g} \cdot \dot{V}$$

\dot{m} : Massenstrom	$\left[\frac{m}{s}\right]$
ϱ : Dichte	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
\dot{V} : Volumenstrom	$\left[\frac{m^3}{s}\right]$
c : mittlere Strömungsgeschwindigkeit	$\left[\frac{m}{s}\right]$
A : Querschnittsfläche	$[m^2]$
γ : Spezifisches Gewicht	$\left[\frac{N}{m^3}\right]$
g : Fallbeschleunigung	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$

7.12.3 Erhaltung des Drehimpulses

$$\mathcal{T} = \dot{m}(v_c \cdot r_c - v_b \cdot r_b)$$

\mathcal{T} : Drehmoment	$[N \cdot m]$
\dot{m} : Massenstrom	$\left[\frac{kg}{s}\right]$
v_c : Tangentialgeschwindigkeit am Punkt c	$\left[\frac{m}{s}\right]$
r_c : Radialer Abstand vom Drehpunkt zu c	$[m]$
v_b : Tangentialgeschwindigkeit am Punkt b	$\left[\frac{m}{s}\right]$
r_b : Radialer Abstand vom Drehpunkt zu b	$[m]$

7.12.4 Capstan Gleichung

$$T_{load} = T_{hold} e^{\mu\varphi}$$

$$F = T_{load} - T_{hold} = (e^{\mu\varphi} - 1) T_{hold} = (1 - e^{-\mu\varphi})T_{load}$$

T_{load} : Spannung am Zugseil	$[]$
T_{hold} : Spannung nach der Rolle	$[]$
μ : Reibungskoeffizient	$[]$
φ : Seilanliegelänge in rad	$[]$

7.13 dass ist doch keine Raketenwissenschaft

<https://web.mit.edu/16.unified/www/SPRING/thermodynamics/notes/node101.html>

8 Konstanten

8.1 Mathematische Konstanten

$$e = 2.71828 \dots$$

$$\pi = 3.14159 \dots$$

$$\phi = 1.61803 \dots$$

8.2 Physikalische Konstanten

Lichtgeschwindigkeit	$c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$
Gravitationskonstante	$G = 6.67430 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$
Planck-Konstante	$h = 6.62607015 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Boltzmann-Konstante	$k_B = 1.380649 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
Avogadro-Konstante	$N_A = 6.02214076 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Elektrische Feldkonstante	$\epsilon_0 = 8.8541878128 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
Magnetische Feldkonstante	$\mu_0 = 1.25663706212 \times 10^{-6} \text{ H/m}$
Elektronenmasse	$m_e = 9.1093837015 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Protonenmasse	$m_p = 1.67262192369 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Elementarladung	$e = 1.602176634 \times 10^{-19} \text{ C}$

9 Quellen

References

- [1] as. *as.* as.
- [2] Höller und H.K und Grein und H. *Utilization of water power by means of hydrolic machines.* Sulzer Escher Wyss, 1989.
- [3] Autorenkollektiv Kaltofen. *Tabellenbuch Chemie.* VEB Verlag für Grundstoffindustrie Leipzig, 1975.
- [4] me. URL: as.
- [5] Springer Nature. URL: https://media.springernature.com/lw685/springer-static/image/chp%3A10.1007%2F978-3-662-53241-6_8/MediaObjects/139225_2_De_8_Fig16_HTML.png.
- [6] Pechristener. *Kennfeld Wasserturbinen Francis.* 2019. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Kennfeld_Wasserturbinen_Francis.svg.
- [7] Saure. *Sinusspannung.* 2009. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Amplitude#/media/Datei:Sinusspannung.svg>.
- [8] Benedikt Simbürger. *Beziehung zwischen S, P und Q.* 2024.
- [9] Benedikt Simbürger. *Knotenregel.* 2024.
- [10] Benedikt Simbürger. *Maschenregel.* 2024.
- [11] Benedikt Simbürger. *Sternschaltung.* 2024.
- [12] VK. *Eulersche Turbinengleichung Persp.* 2006. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Eulersche_Turbinengleichung_Persp.png.
- [13] wdwd. *Stern-Dreieck-Transformation von Widerständen.* 2006. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Stern-Dreieck-Transformation.png>.