

Einfluss des Ausgangs- und Werkzeugmaterials auf Umformprozesse zur Herstellung von Verzierungselementen in der Automobilbranche

Benedikt Kaffanke

28. Januar 2014

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	3
2 Exkurs Umformtechnik	5
2.1 Systematisierung Formgebungsverfahren	5
2.2 Eigenspannungen	6
2.3 Umformgrad	10
2.4 Spannungsvektor und Spannungstensor	11
3 Bauteil	15
3.1 Funktion & Qualitätsumfang	15
3.2 Aluminium	16
3.3 Streckbiegen	16
3.4 Kröpfen	18
3.5 Methode Messauswertung	19
3.6 Chargenvergleich Streckbiegen	20
3.6.1 Ausblick	24

1 Einleitung

In der modernen Automobilindustrie werden heutzutage immer höhere Qualitäts- und Präzisionsansprüche an die einzelnen Fahrzeugkomponenten gestellt. So unterliegen selbst Verzierungselemente strengen Maß- und Toleranzvorgaben von Seiten der Hersteller an die Komponenten Zulieferer.

Die Fertigungsprozesse solcher Präzisionsfabriken erfordern ein hohes Maß an Überwachung und Kontrolle auf den einzelnen Fertigungsstufen. Es kommen überwiegend modernste Fertigungstechnologien (CNC-Maschinen, Industrie Roboter) zum Einsatz. Trotz hohem Automatisierungsgrad sind immer noch humane Fertigungskräfte unverzichtbar. So ist zum Beispiel bei einer *Sichtprüfung* zur Verifikation der erforderlichen Oberflächengüte, des bearbeiteten Materials, das menschliche Auge unersetztlich. Auch das Handling bei Nacharbeitsverfahren (z.B. Polieren, Schleifen) geschieht häufig noch manuell. So erstreckt sich das Spektrum der am Fertigungsprozess Involvierten von der einfachen Hilfskraft bis zum hochqualifizierten CNC-Spezialisten.

Hinter diesem Background ist es nicht zu vermeiden, dass eine komplexe Anzahl von Einflussgrößen bei der Wertschöpfung als Störfaktor berücksichtigt werden müssen. Eine besondere und stetige Observation, insbesondere bei der Herstellung von sehr großen Stückzahlen, des kontinuierlichen Flusses der Bearbeitungsschritte und der Synergie der einzelnen Elemente der Fertigungskette, ist daher ein wichtiger Punkt zur Prävention eventueller negativer Störfaktoren. Muss zum Beispiel eine Bearbeitungsstufe, während einer Serienfertigung an einer CNC-Einheit, aufgrund von inhomogenen Spannungsverläufen im Ausgangsmaterial häufig unterbrochen werden um Justierungen an dem Gerät durch qualifizierte Spezialisten vorzunehmen, ist der Kosten- und Zeitaufwand wirtschaftlich nicht mehr vertretbar.

Im Focus dieser Forschungsarbeit steht deshalb die Problematik der Optimierung der Fertigungsverfahren zur Erlangung höherer Güte bei der Herstellung von Zierleisten.

Zum größten Teil werden für eben diese Verzierungselemente Strangpressprofile aus Aluminium verwendet, die ein besonders hochwertiges Finish verbürgen. Sie werden in speziellen Biege- und Abkantvorrichtungen in Serie gefertigt. Weitere Bearbeitungsprozesse sind:

- Fräsen
- Beschneiden
- Schleifen und Polieren
- Eloxieren
- DURAPRO Beschichten (Nanolack)
- Montage

Besondere Schwierigkeiten treten im Bereich der Maßtoleranz Einhaltung bei diesen Biegeprozessen auf. Häufig sind bei Biegeradien und langen Profilen Toleranzen von

$\pm 0,5$ mm gefordert. Bei kleinen Biegeradien die größtenteils bei Abkantprozessen anfallen treten optische Merkmale und Veränderungen auf, die meistens unerwünscht sind.

Die Beschaffenheit des Werkstoff- und Werkzeugmaterials ist der wohl wichtigste Beeinflussungsfaktor bei o.g. Problemprodukten (siehe Abbildung 1).

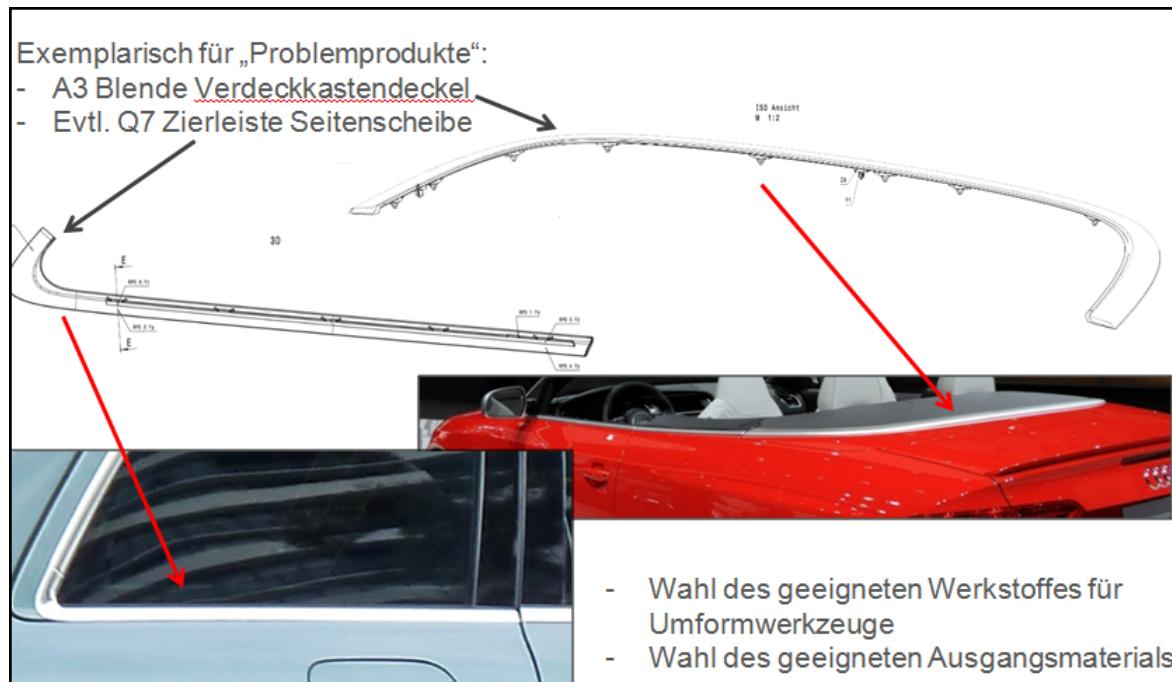


Abbildung 1: Problemprodukte Zierleisten und Verdeckkastendeckel

Die nächsten Abschnitte befassen sich mit der Durchführung und Auswertung von Versuchsreihen die mit Hilfe von Messungen, herkömmlicher sowie zukunftsweisender Art (FEM-Verfahren), Erkenntnisse liefern die die Herstellungsverfahren von Zierleisten in qualitativer- sowie ökonomischer Sicht optimieren.

Zur Untersuchung sind hier vor allen Dingen die Umformverfahren Kröpfen (siehe Abschnitt 3.4 auf Seite 18) und Streckbiegen herangezogen worden.

2 Exkurs Umformtechnik

Da die Gegenstände und Verfahren dieser Untersuchung in das Gebiet der Umformtechnik fallen, werden die ausschlaggebendsten Begriffe und Sachverhalte dieses komplexen Gebietes noch einmal vereinfacht und komprimiert umrissen. So ist es möglich über ein theoretisches Gerüst zu verfügen welches später behilflich sein wird Analogien zu den durchzuführenden Prozessen zu erkennen.

2.1 Systematisierung Formgebungsverfahren

Umformverfahren können auf Grund der unterschiedlichen Spannungsverhältnisse in fünf verschiedene Gruppen unterteilt werden. Einfache Beschreibungen der Spannungsverhältnisse sind kaum möglich denn, abhängig von der Art der Operation, können unterschiedliche Spannungen gleichzeitig auftreten oder sich sogar während des Formgebungsvorgangs verändern. Deshalb werden die überwiegenden Spannungen als Klassifikationskriterium ausgewählt. Folgende fünf Gruppen der Umformprozesse werden definiert:

1. *Druckumformen* nach DIN 8583 behandelt die Formgebung eines festen Körpers welche den plastifizierten Zustand hauptsächlich durch uni- oder multiaxiale Druckbelastungen herbeiführt.
2. *Zugdruckumformen* nach DIN 8584 behandelt die Formgebung eines festen Körpers welche den plastifizierten Zustand hauptsächlich durch kombinierte uni- oder multiaxiale Zug- und Druckbelastungen herbeiführt.
3. *Zugumformen* nach DIN 8585 behandelt die Formgebung eines festen Körpers welche den plastifizierten Zustand überwiegend durch uni- oder multiaxiale Zugbelastungen verursacht.
4. *Biegeumformen* nach DIN 8586 behandelt die Formgebung eines festen Körpers welche den plastifizierten Zustand hauptsächlich durch eine Biegebelastung herbeiführt.
5. *Schubumformen* nach DIN 8587 behandelt die Formgebung eines festen Körpers welche den plastifizierten Zustand überwiegend durch eine Schubbelastung herbeiführt.

Von untergeordneter Bedeutung sind innerhalb dieser Gruppen weitere Unterteilungen auf der Grundlage von kinematischen Überlegungen (z.B. Relativbewegung zwischen Werkzeug und Werkstück), Werkzeug- und Werkstück Geometrien sowie Beziehungen zwischen den beiden möglich. Die Klassifizierung formgebender Methoden unterlässt bewusst die Frage ob ein Prozess durch Erwärmung, bei Raumtemperatur oder weiterer Wärmebehandlung stattfindet. Früher wurde zur Abgrenzung zwischen Kalt- und Warmformen die Rekristallisationstemperatur gewählt. Obwohl diese sicherlich das Verhalten von Werkstückmaterialien während der Formgebung beeinflusst, zählt heutzutage zur Allgemeinerkenntnis das die spontane Erhöhung

eine weitaus größere Rolle in schnellen Umformprozessen spielt. Außerdem führt die herkömmliche Terminologie angesichts der großen Vielfalt an Materialien die verwendet werden leicht zu Missverständnissen. So würde zum Beispiel die Formgebung von Blei bei Raumtemperatur als *Warmumformen* deklariert während Molybdän bei einer Temperatur von 800 Grad Celsius noch als *Kaltumformen* eingestuft wäre. Aus diesem Grunde unterscheidet DIN 8582 zwischen Formgebung bei Raumtemperatur und Formgebung bei einem auf über Raumtemperatur erwärmten Werkstücks. Überdies ist zu Berücksichtigen ob ein permanenter Temperaturwechsel während des Umformvorgangs stattfindet. Mit Hilfe dieser beiden Kriterien ist eine weiter Unterteilung von den Metall Umformverfahren möglich:

1. Formgebung nach Erwärmung (Warmumformen)
2. Formgebung ohne Erwärmung (Kaltumformen)

Beide Punkte können weiter eingestuft werden in:

- Formgebung ohne Veränderung der mechanischen Eigenschaften
- Formgebung mit temporärer Veränderung der mechanischen Eigenschaften
- Formgebung mit permanenter Veränderung der mechanischen Eigenschaften

In der Industriepraxis kommen letztendlich unzählige Kombinationen der oben aufgeführten Unterteilungen vor.¹

2.2 Eigenspannungen

Das Thema Eigenspannungen im Zusammenhang mit der Verarbeitung von Blechen an die hohe Qualitätsanforderungen gestellt werden ist natürlich von besonderem Interesse bei der Analyse von Problemstellungen die auf den einzelnen Fertigungsstufen entstehen können. Es handelt sich dabei um Spannungen in einem sich im Temperaturliegengewicht befindenden Bauteil, auf das keine mechanischen Beanspruchungen wirken. Die mit den Eigenspannungen involvierten Beanspruchungen stehen im mechanischen Gleichgewicht zueinander. Bei Bauteilen und Werkstücken die unter Eigenspannung stehen kann ein Materialversagen wesentlich schneller eintreten da sich die tatsächlich wirkende Spannung aus Eigenspannungen und Spannungen von außen einwirkenden Kräften zusammensetzt. Durch die Eigenspannungen kann auf Grund des daraus resultierenden gestörten Gleichgewichtszustands plastische Formänderung in Form von Verzug auftreten. Dabei wirken sich Druckeigenspannungen in der Bauteilrandzone meist vorteilhaft aus da sie einer möglichen Rissbildung und Rissausbreitung entgegenwirken.

Es wird im Hinblick auf Auswirkungen auf das Bauteilvolumen eine Unterteilung der Eigenspannungen in drei Gruppen unternommen:

¹Vgl. Kurt Lange. *Handbook of Metal Forming*. First Edition. Society of Manufacturing Engineers, 1985, 2.1ff.

1. *Makroskopische Eigenspannungen*, welche sich homogen über mehrere Kristallite erstrecken. Bei Störung des Gleichgewichts führen sie zu makroskopischen Formänderungen.
2. *Eigenspannungen*, die in kleinen Abschnitten homogen sind und bei Störungen des Gleichgewichts zu makroskopischen Formänderungen führen.
3. *Mikroskopische Eigenspannungen*, welche durch inhomogene Versetzungsreihen ausgelöst werden und über wenige Atombereiche variieren. Sie tragen nicht zu makroskopischen Formänderungen bei.

Eigenspannungen werden verursacht durch inhomogene Deformationen im Bauteil, was zu einer weiteren Einteilung führt.

Entstehungsursachen sind:

- *Thermische Eigenspannungen* (siehe Abbildung 2)² die bei Abkühlung eines Bauteils entstehen.

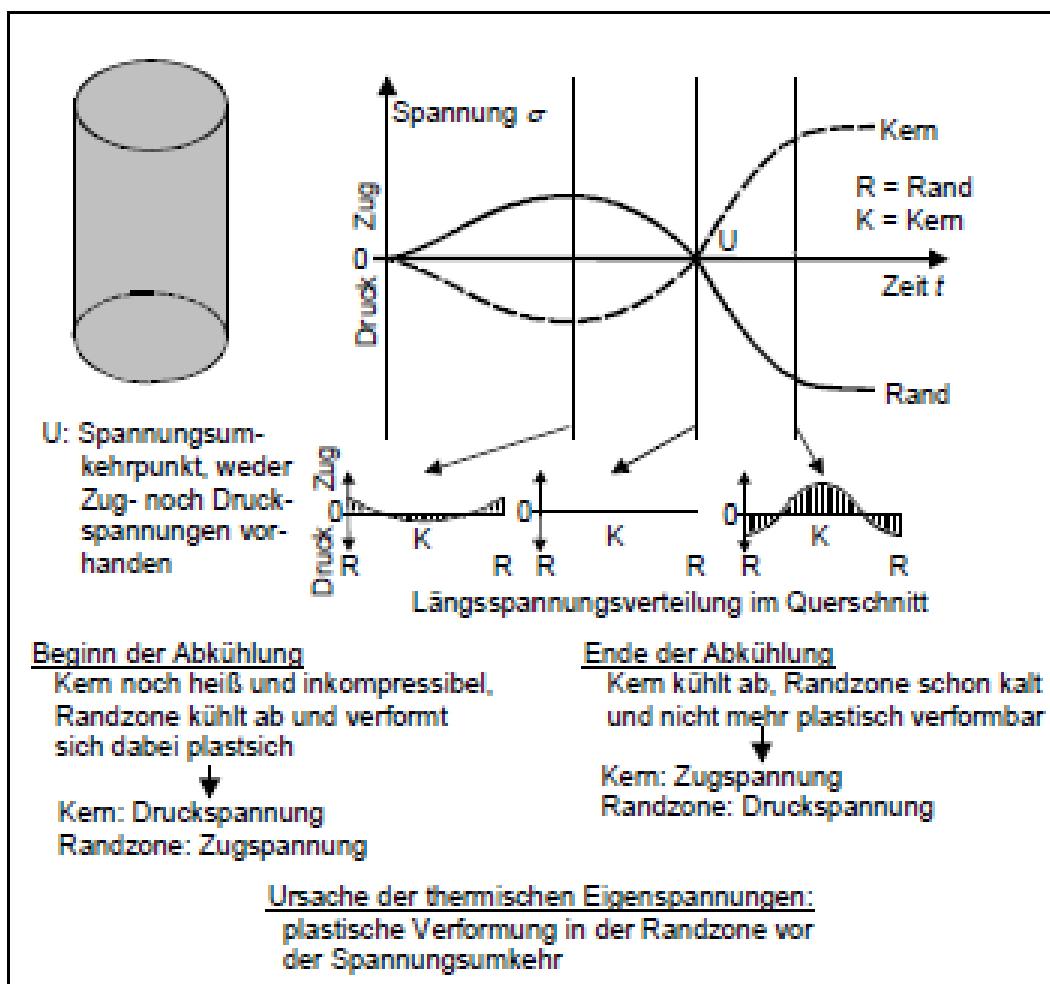


Abbildung 2: Zeitliche Änderung der Längsspannungverteilung im Querschnitt eines Zylinders bei schneller Abkühlung.

²Eckart Doege und Bernd-Arno Behrens. *Handbuch Umformtechnik*. Zweite überarbeitete Auflage. Springer-Verlag, 2010, S. 34.

- Verformungseigenspannungen (siehe Abbildung 3 und Abbildung 4)³ welche durch inhomogene Verformung auf Grund äußerer Beanspruchung verursacht werden.

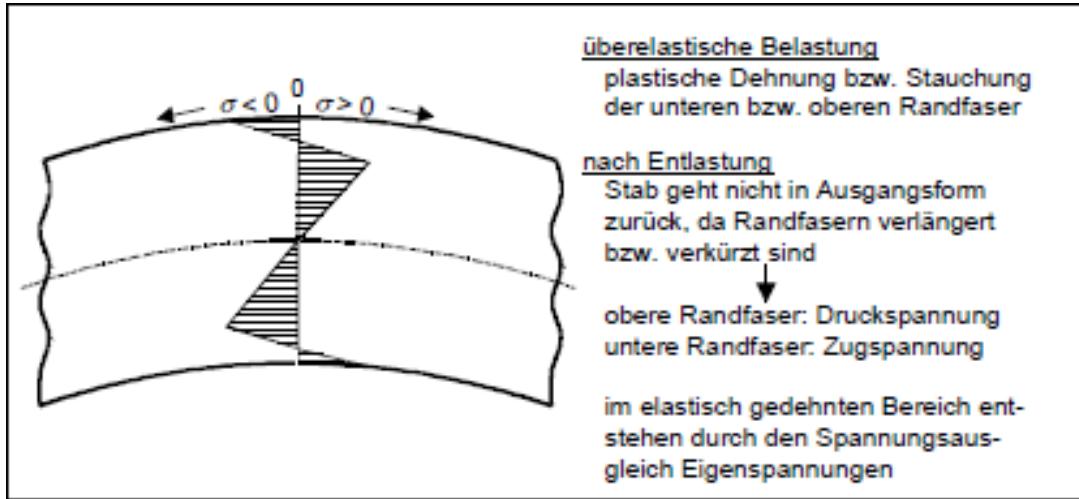


Abbildung 3: Schematische Längseigenspannungsverteilung im Querschnitt eines Stabs nach plastischer Biegebeanspruchung.

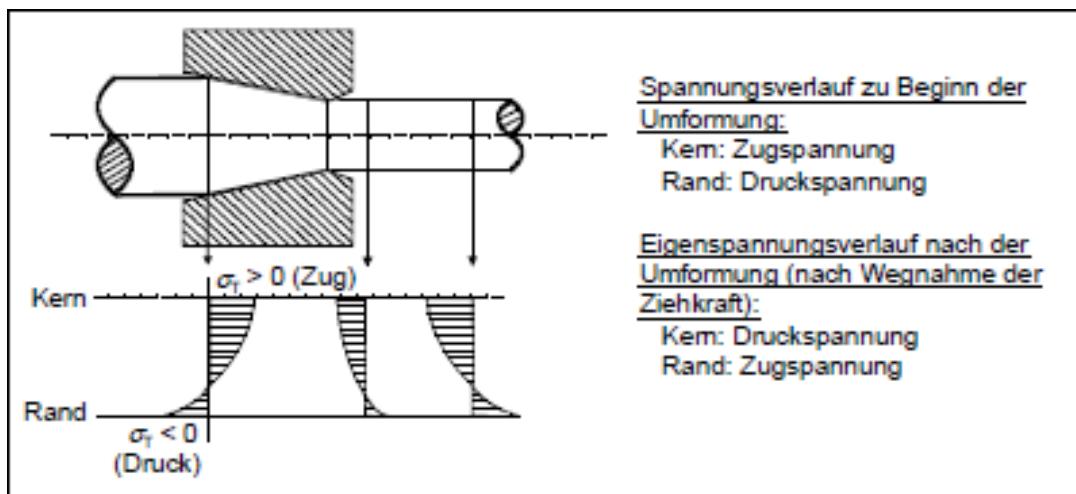


Abbildung 4: Schematische Tangentialeigenspannungsverteilung beim Drahtziehen in Abhängigkeit von der Ziehdüsenentfernung.

- Umwandlungseigenspannungen (siehe Abbildung 5 auf der nächsten Seite)⁴ die durch inhomogene Gefügeumwandlungen mit einer einhergehenden Volumenänderung ausgelöst werden.

Bei dem Messen von Eigenspannungen wird in zerstörende sowie zerstörungsfreie Erfassungsmethoden unterschieden. Hier wird hauptsächlich auf die zerstörenden Verfahren eingegangen und unter den zerstörungsfreien nur die Finite-Elemente-Methode kurz erläutert. Für zylindrische Bauteile werden Ausbohr- und Abdrehverfahren verwendet um die Eigenspannungen in radialer, tangentialer sowie axialem Richtung zu erfassen. Die Eigenspannungen in Platten und Stäben werden mit

³Doege und Behrens, *Handbuch Umformtechnik*, S. 34.

⁴Ebd., S. 35.

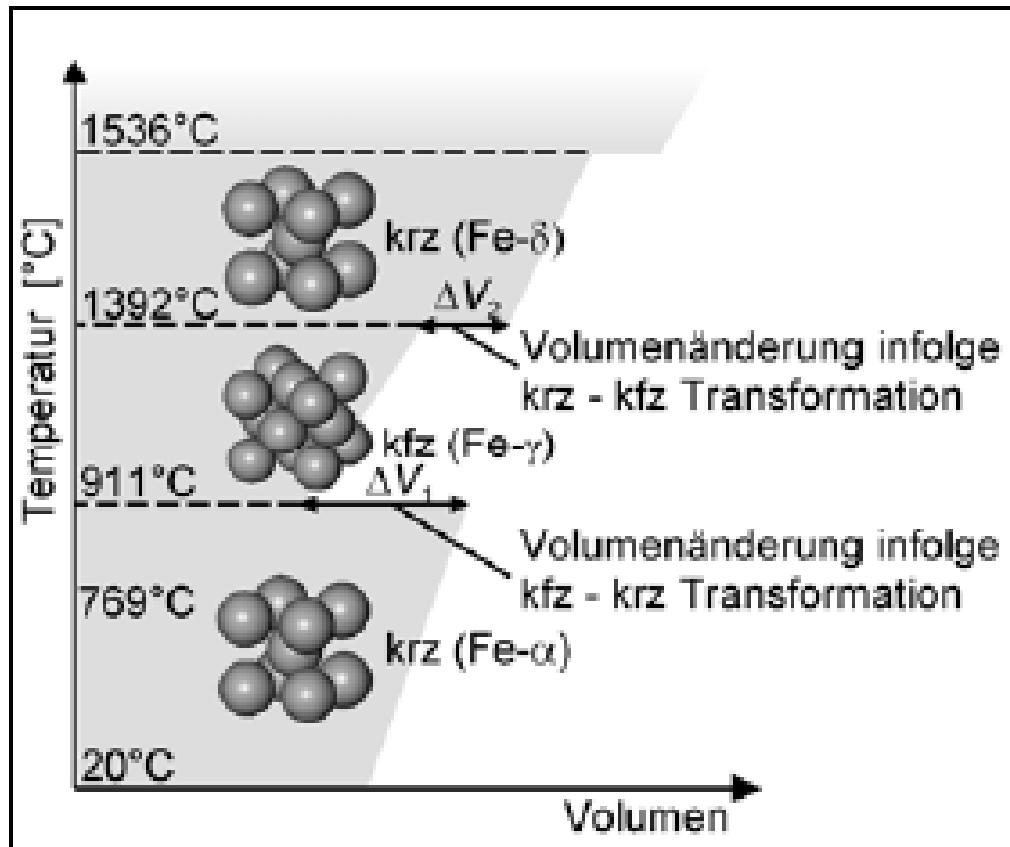


Abbildung 5: Volumenänderung durch Veränderung der Gitterstruktur.

schichtweisem Abtragen, Einschneiden und Aufschlitzen ermittelt. Nach der jewei-

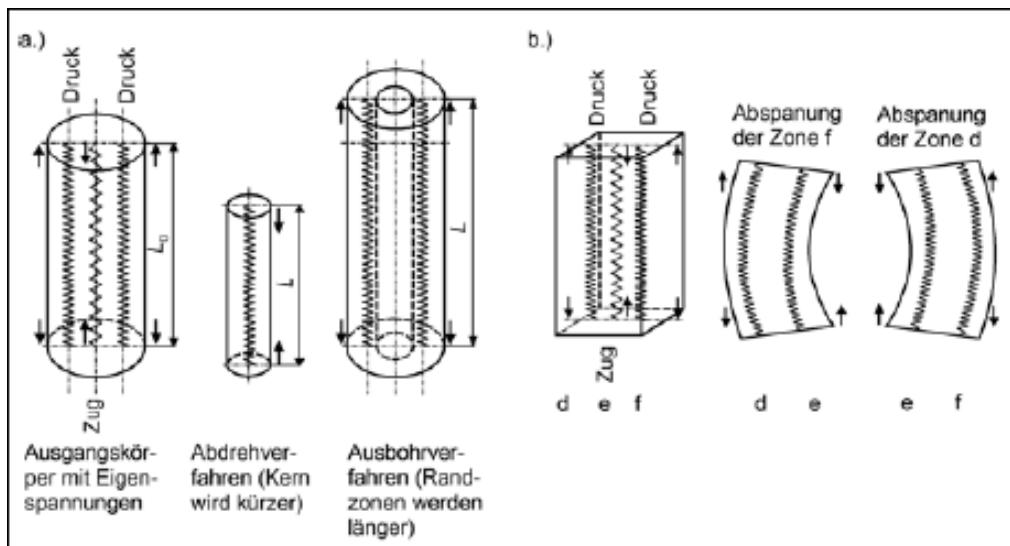


Abbildung 6: Ermittlung von Eigenspannungen a) in zylindrischen Bauteilen und b) in Platten und Stäben.

ligen Entfernung des Materials lassen sich Bauteilgeometrieveränderungen sehr gut erkennen oder auch mit Messgeräten erfassen und daraus sind Schlüsse auf die Art und Lage der spezifischen Eigenspannungen abzuleiten (siehe Abbildung 6)⁵. Zur ganz präzisen Analyse und Visualisierung von Bauteilspannungen kommt heutzutage

⁵Doege und Behrens, *Handbuch Umformtechnik*, S. 36.

ge in der Industrie die FEM (Finite-Elemente-Methode zum Einsatz).⁶ Mit ihr lassen sich Umformprozesse sehr gut simulieren. Die FEM ist ein numerisches Verfahren zu näherungsweiser Lösung kontinuierlicher Feldprobleme. Darunter versteht man Probleme, in denen das Verhalten des Kontinuums durch partielle, orts- und zeitabhängige Differentialgleichungen umschrieben wird. Für jede Zustandsgröße eines Kontinuums gehören unendlich viele Werte, weil sie eine Funktion jedes Punktes des Kontinuums beschreibt. Die FEM zerlegt das Kontinuum in *endlich* viele Teile, die sogenannten *finiten Elemente*. Ein komplexes, kontinuierliches Problem wird dabei in eine endliche Zahl einfacher, voneinander abhängiger Probleme unterteilt.⁷

2.3 Umformgrad

In der Umformtechnik wird zwischen elastischer und plastischer Formänderung unterschieden. Bildet sich ein Körper nach einer Deformation vollständig zu seiner ursprünglichen Geometrie zurück so ist er in dem elastischen Bereich gedehnt worden. Wird ein Bauteil über diesen Bereich hinaus gedehnt so tritt eine bleibende Verformung ein, was man unter plastifizierten Zustand versteht. Bei herkömmlichen einachsigen Zug- oder Druckversuchen werden Spannung und Dehnung auf Ihre Ausgangsgrößen bezogen z.B.

$$\sigma = \frac{F}{A_o} \quad (1)$$

oder für die Dehnung

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (2)$$

. Diese Methode der Festigkeitsberechnung ist für Bauteile die konstruktionsbedingt für den elastischen Bereich dimensioniert werden durchaus ausreichend. In der Umformtechnik sind aber die *wahren Spannungs- und Dehnungsverhältnisse* von großer Bedeutung. Die wahre Spannung, die die momentan einwirkende Kraft auf die momentane Fläche bezieht ist die *Fließspannung* k_f . Für die *wahre Dehnung* die den eigentlichen Umformgrad φ darstellt bezieht sich auf den sich mit der Verformung ändernden Bezugswert. Eine Herleitung die z.B. bei einem einachsigen zylindrischen Druckversuch in dem der Höhenunterschied

$$h = h_1 - h_0 \quad (3)$$

den zurückgelegten Stempelweg darstellt ist:

$$\varphi = \int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{h} = \ln h_1 - \ln h_0 = \ln \frac{h_1}{h_0} \quad (4)$$

Im Falle des Druckversuchs ergibt sich dafür natürlich ein negativer Umformgrad. Erwähnt werden sollte in diesem Zusammenhang noch das Gesetz der *Volumenkonstanz* welches aussagt das bei plastischen Fließvorgängen das Volumen des Kontinuums unverändert bleibt. So kann man den Stauchvorgang eines Vierkantstabes so beschreiben:

⁶Vgl. Doege und Behrens, *Handbuch Umformtechnik*, S. 32-37.

⁷Vgl. Fritz Klocke und Wilfried König. *Fertigungsverfahren 4 Umformen*. Fünfte neu bearbeitete Auflage. Springer-Verlag, 2006, S. 48.

$$h_1 \cdot b_1 \cdot l_1 = h_0 \cdot b_0 \cdot l_0 \quad (5)$$

Nach Transformation und Logarithmieren der Gleichung erhält man das Gesetz der Volumenkonstanz.

$$\ln\left(\frac{h_1}{h_0} \cdot \frac{b_1}{b_0} \cdot \frac{l_1}{l_0}\right) = \ln 1 = 0 \quad (6)$$

daraus folgt

$$\ln \frac{h_1}{h_0} + \ln \frac{b_1}{b_0} + \ln \frac{l_1}{l_0} = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0 \quad (7)$$

Analog dazu gilt für die Umformgeschwindigkeiten

$$\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_3 = 0 \quad (8)$$

Durch den hydrostatischen Spannungsanteil beschriebene Dehnungen und Dehnungsgeschwindigkeiten werden bei plastischen Fließvorgängen gleich null.⁸

2.4 Spannungsvektor und Spannungstensor

Zum besseren Verständnis was für Kräfte und Spannungsverhältnisse bei Umformvorgängen im Material vorherrschen ist es sinnvoll sie an infinitesimal kleinen Volumenelementen zu modellieren. Dazu stellt man sich einen Körper unter Belastung der Einzelkräfte F_i und der Flächenlasten p vor (siehe Abbildung 7)⁹. Äußere Belastungen verursachen grundsätzlich auch innere Kräfte in einem Bauteil. Betrachtet man den Schnitt s-s erkennt man das die inneren Kräfte sowie Spannungen

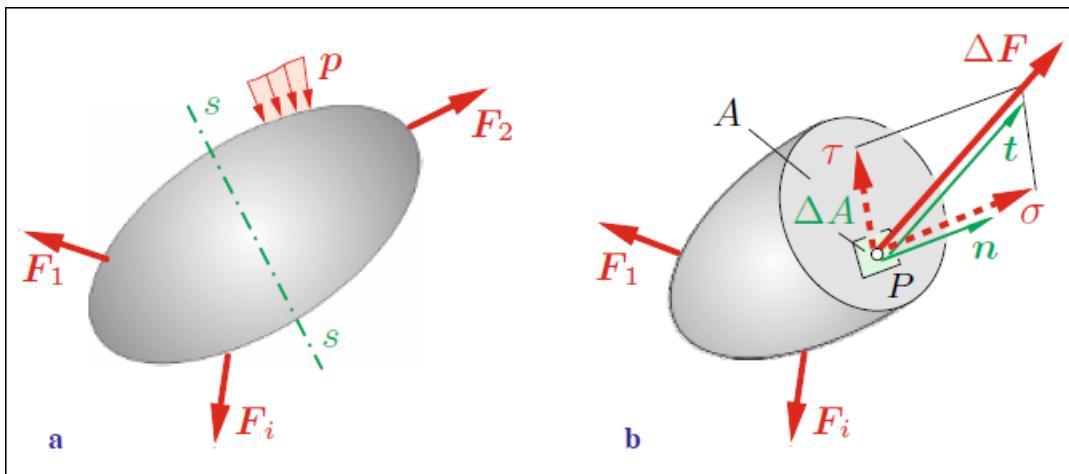


Abbildung 7: Spannungsvektor an beliebigen Körper

über die ganze Schnittfläche A verteilt sind. Spannung sind über die Schnittfläche

⁸Vgl. Klocke und König, *Fertigungsverfahren 4 Umformen*, S. 24-28.

⁹Vgl. Dietmar Gross und Werner Hauger. *Technische Mechanik Band 2 Elastostatik*. Zehnte neu bearbeitete Auflage. Springer Verlag, 2009, S. 43.

veränderlich deshalb wird ein beliebiger Punkt P der Schnittfläche definiert. Die Schnittkraft ΔF wirkt auf ein Flächenelement ΔA (in dem P enthalten ist). Es wirkt eine gleich große entgegengesetzte Kraft auf die gegenüberliegende Schnittfläche (actio gleich reactio). Der Quotient $\frac{\Delta F}{\Delta A}$ (Kraft auf die Fläche bezogen) definiert die mittlere Spannung für das Flächenelement. Wenn man nun bei der Beziehung $\frac{\Delta F}{\Delta A}$ den Differentialquotienten bildet in dem $A \rightarrow 0$ gegen Null läuft resultiert daraus die Formel für den *Spannungsvektor* t

$$t = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (9)$$

Der Spannungsvektor lässt sich in eine Komponente normal zur Schnittfläche (*Normalspannung* σ) und eine Komponente in der Schnittfläche (tangentielle *Schubspannung* τ) zerlegen. Es existiert eine Abhängigkeit des Spannungsvektors t von der Lage des Punktes P in der Schnittfläche. Also eine Ortsabhängigkeit. Kann der Spannungsvektor t für alle Punkt von A angegeben werden, so ist die Spannungsverteilung in der Schnittfläche bekannt. Dennoch wird durch t der Spannungszustand in einem Punkt P nicht vollständig definiert. Werden durch P Schnitte in verschiedene Richtungen gelegt, so wirken entsprechend der unterschiedlichen Orientierung der Flächenelemente auch unterschiedliche Schnittkräfte. Es liegt demzufolge auch eine Schnittrichtungsabhängigkeit der Spannungen vor. Die Schnittrichtung wird von dem Normalenvektor n charakterisiert. Der Spannungszustand in einem Punkt P wird durch drei Spannungsvektoren in drei senkrecht aufeinander stehenden Schnittflächen festgelegt. Zu Darstellungszwecken fallen die drei Schnittflächen in dieser Modellierung mit den Koordinatenebenen eines kartesischen Koordinatensystems zusammen.

Um sie prägnant darzustellen, visualisiert man sie als Seitenflächen eines infinitesimalen Quaders mit den Kantenlängen dx , dy und dz in der Umgebung von P (siehe Abbildung 8)¹⁰. Ein Spannungsvektor wirkt hier je Fläche, der in seine

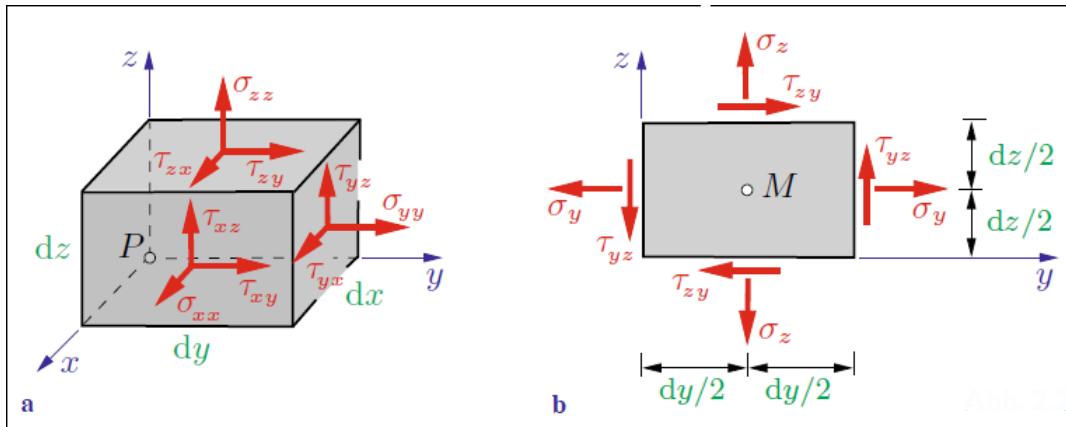


Abbildung 8: Spannungen und Kräfte am Infinitesimalelement

Komponenten senkrecht zur Schnittfläche (daraus folgt Normalspannung) und in der Schnittfläche (daraus folgt Schubspannung) zerlegt wird. Zusätzlich werden die Schubspannungen noch in die Komponenten der Richtung der Koordinatenachsen zerlegt. Es werden Doppelindizes zur Kennzeichnung der jeweiligen Komponenten benutzt (siehe Abbildung 8). Der erste Index kennzeichnet die Richtung der Flächennormalen, wohingegen der zweite Index die Richtung der Spannungskomponenten

¹⁰Vgl. Gross und Hauger, *Technische Mechanik Band 2 Elastostatik*, S. 44.

bezeichnet. Zum Beispiel deklariert τ_{yx} die Schubspannung einer Ebene, deren Normale in y - Richtung weist. Die Spannung zeigt hier in die x - Richtung (siehe Abbildung 8 auf der vorherigen Seite). Es ist sinnvoll und vermeidet Verwechslungen bei den Normalspannungen die Schreibweise zu simplifizieren. Spannung und Flächennormale besitzen in diesem Fall die gleiche Richtung. Daraus ergibt sich eine Übereinstimmung der beiden Indizes und es ist hinreichend nur einen Index anzugeben. Es ist also völlig ausreichend folgende Angaben zu machen: $\sigma_{xx} = \sigma_x$, $\sigma_{yy} = \sigma_y$, $\sigma_{zz} = \sigma_z$.

Der Spannungsvektor für die Schnittfläche, deren Normale in y - Richtung zeigt wir mit den oben angeführten Konventionen zu folgender Formel:

$$t = \tau_{yx}e_x + \sigma_y e_y + \tau_{yz}e_z \quad (10)$$

Analog zu den Schnittgrößen existiert für die Spannungen eine *Vorzeichenkonvention*:

„Positive Spannungen zeigen an einem positiven (negativen) Schittufer in die positive (negative) Koordinatenrichtung.“¹¹

Infolgedessen beanspruchten positive (negative) Normalspannungen den infinitesimalen Quader auf Zug (Druck). Nach Zerlegung der Spannungsvektoren in ihre Komponenten erhält man drei Normalspannungen (σ_x , σ_y , σ_z) und sechs Schubspannungen (τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yx} , τ_{yz} , τ_{zx} , τ_{zy}), die jedoch nicht alle unabhängig voneinander sind. Um das zu beweisen wird das Momentengleichgewicht um eine zur x - Achse parallele Achse durch den Mittelpunkt des Quaders (siehe Abbildung 8 auf der vorherigen Seite) aufgestellt. Unter der Berücksichtigung das Gleichgewichtsaussagen nur für Kräfte gelten, werden die Spannungen mit den zugeordneten Flächenelementen multipliziert.

$$\widehat{M} : 2 \frac{dy}{2} (\tau_{yz} dx dz) - 2 \frac{dz}{2} (\tau_{zy} dx dy) = 0 \Rightarrow \tau_{yz} = \tau_{zy} \quad (11)$$

Analog dazu gilt für die anderen Achsen:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} \quad (12)$$

Aus dem folgt:

„Schubspannungen in zwei senkrecht aufeinander stehenden Schnitten (z.B. τ_{xy} und τ_{zy}) sind gleich.“¹²

Sie werden als einander *zugeordnete Schubspannungen* bezeichnet. Aufgrund der Tatsache das sie gleiche Vorzeichen besitzen, deuten sie entweder auf die gemeinsame Quaderkante oder sie sind beide von ihr abgewandt. Wie aus den oben angeführten Identitäten zu erkennen ist, existieren lediglich sechs unabhängige Spannungen. Die

¹¹Gross und Hauger, *Technische Mechanik Band 2 Elastostatik*, S. 45.

¹²Ebd., S. 46.

Komponenten der jeweiligen Spannungsvektoren lassen sich in einer Matrix anordnen:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (13)$$

Die Normalspannungen bilden die Hauptdiagonale. Alle anderen Elemente sind Schubspannungen. Die Matrix ist symmetrisch und stellt den *Spannungstensor* dar. Er wird mit der Größe σ bezeichnet. Der *Spannungszustand* wird durch den *Spannungstensor* (Spannungsvektoren für drei aufeinander stehende Schnitte) eindeutig in einem Punkt festgelegt.¹³

¹³Vgl. Gross und Hauger, *Technische Mechanik Band 2 Elastostatik*, S. 43-46.

3 Bauteil

Prüfobjekt ist in den folgenden Untersuchungen der Verdeckkastendeckel des Audi A3 Cabriolet's (siehe Abbildung 9). Als Verzierung eines Luxusobjektes sind die Anforderungen an Aussehen und Qualität außergewöhnlich hoch. So dient er zum einen als rein optisches Veredelungselement zum anderen hat er auch funktionelle Aufgaben (z.B. Stabilität in den gesamten Kofferraumdeckel bringen oder auch als Antenne zu agieren). Geringe Spaltmaße, perfekte Symmetrie (das menschliche Auge erkennt ein Hundertstel Millimeter) so wie allgemeine Benutzerfreundlichkeit (z.B. Hängenbleiben von Kleidungsstücken und ähnlichem an dem Verzierungsoberfläche sollte ausgeschlossen sein) sind Anforderungen die höchste Priorität haben. Darüber hinaus sind flüssige Übergänge und Einklang zu weiteren Verzierungselementen des Fahrzeugs primordial für einen harmonischen Gesamteindruck.



(a) Audi A3

(b) Audi A3 Verdeckkastendeckel

Abbildung 9: Audi A3 Endprodukt¹⁴

3.1 Funktion & Qualitätsumfang

An Verzierungselementen werden gerade in der Automobil Oberklasse besonders hohe Ansprüche gestellt. Es sind besonders folgende hervorzuheben:

- keine Beulen
- keine Oberflächenfehler
- ideale Fugenläufe
- präzise Radien
- enge Form- und Lagetoleranzen (siehe Abbildung 10 auf der nächsten Seite)
- enge Spalttoleranzen

¹⁴Vgl.http://www.cars.co.za/motoring_news/2014-audi-a3-cabriolet-completes-the-a3-family/6061 [28.12.2013].

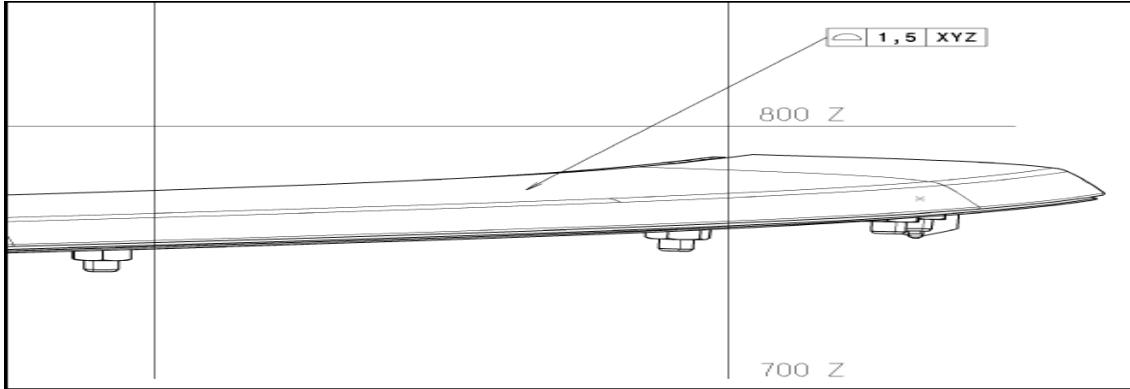


Abbildung 10: Wölbungstoleranz

3.2 Aluminium

Aufgrund seiner geringen Dichte ($2,69 \text{ kg dm}^{-3}$)¹⁵, guten Umformbarkeit, Korosionsbeständigkeit und mit einer hervorragend zu erzielender Oberflächengüte sowie hohem Reflexionsgrad ist Aluminium das am häufigsten verwendete Ausgangsmaterial für Zierleisten.

Es werden überwiegend Strangpressprofile verarbeitet die bei den Lieferanten mit bestimmten Eigenschaften angefordert werden. Die wichtigsten dort angeführten mechanischen Eigenschaften sind die Zugfestigkeit $R_m [\text{N mm}^{-2}]$, Dehnung $R_{p0,2} [\text{N mm}^{-2}]$, Bruchdehnung A oder auch $A_{50} [\%]$ (der Index 50 bezieht sich auf eine Messlänge von 50 mm der Probe beim einachsigen Zugversuch)¹⁶ und die Korngröße.

Sie wird in der Einheit [μm^2] angegeben und hat Einfluss auf die Oberflächengüte nach Umformprozessen. Bei steigendem Umformgrad ergibt sich häufig eine Aufrauung der Oberfläche (Orangenhaut) die von der Ausgangskorngröße abhängig ist. Je geringer die Ausgangskorngröße desto geringer der Aufrauungseffekt.¹⁷

Erwähnenswert ist zu vorangegangenem noch das aufgrund der, bei den meisten Aluminiumlegierungen, nicht ausgeprägten Streckgrenze die $R_{p0,2}$ Dehgrenze als Bemessungskennwert bei einer 0,2% bleibenden Verformung gegenüber rein elastischem Verhalten ermittelt wird (siehe Abbildung 11 auf der nächsten Seite).¹⁸

3.3 Streckbiegen

Bei dem Umformverfahren Streckbiegen werden auf speziellen Streckbiegemaschinen die Enden eines Profilstranges in Spannern gehalten und auf Zugspannung gebracht (siehe Abbildung 12 auf der nächsten Seite). Anschließend werden sie über ein massives Biegewerkzeug streckgebogen.¹⁹ Das Ausgangsmaterial (Aluminium Strangpressprofile) wird streckgebogen um eine Rückfederung zu minimieren. Kritisch sind hier vor allen Dingen Biegeschwankungen und nicht kontinuierliche Materialeinschnü-

¹⁵Vgl. Läpple u. a. *Werkstofftechnik Maschinenbau*. Zweite aktualisierte und erweiterte Auflage. Europa-Verlag, 2010, S. 353.

¹⁶Vgl. Friedrich Ostermann. *Anwendungstechnologie Aluminium*. Zweite neu bearbeitete und aktualisierte Auflage. Springer-Verlag, 2007, S. 281.

¹⁷Vgl. ebd., S. 524.

¹⁸Vgl. ebd., S. 280-281.

¹⁹Vgl.<http://www.tillmann-gruppe.de/de/streckbiegen.html>[27.10.2013].

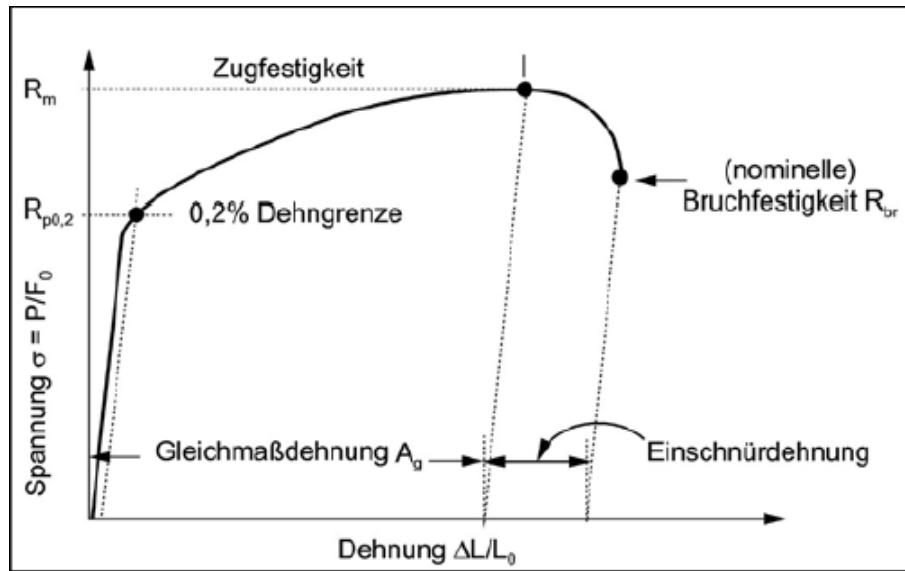


Abbildung 11: Spannungs-Dehnungs Schaubild mit $R_{p0,2}$ Dehngrenze

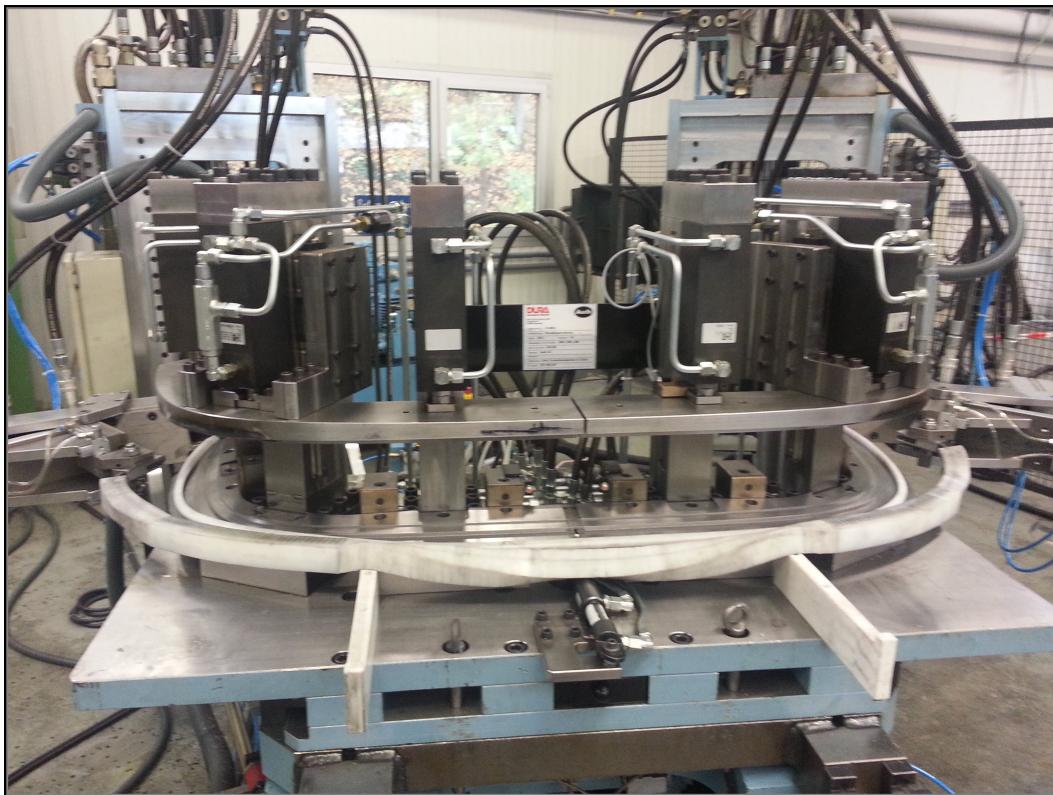


Abbildung 12: Streckbiegemaschine

rungen, welche häufig an den Verengungen der Biegeradien auftreten. Die einflussreichsten mechanischen Eigenschaften des Werkstoffes sind bei diesem Verfahren die Härte sowie die Streckgrenze.

3.4 Kröpfen

Der eigenartig anmutende Ausdruck *Kröpfen* bedeutet eigentlich nur *krumm biegen*²⁰. Bei dem Umformprozess Kröpfen werden von den Enden der Zierleisten zu nächst die auf den Innenseiten verlaufenden Stege abgefräst. Daraufhin werden sie in der Kröpfleinheit (siehe Abbildung 13) auf dem Kröpfstein justiert und von einem Niederhalter durch die Anpresskraft einer Gasdruckfeder angepresst. Nun fährt, angetrieben durch einen Hydraulikzylinder, der Kröpf- oder auch Ziehstempel herunter und kantet das Material ab. Im Anschluss daran wird die Stirnseite der Kröpfung (siehe Abbildung 14) noch beschnitten.

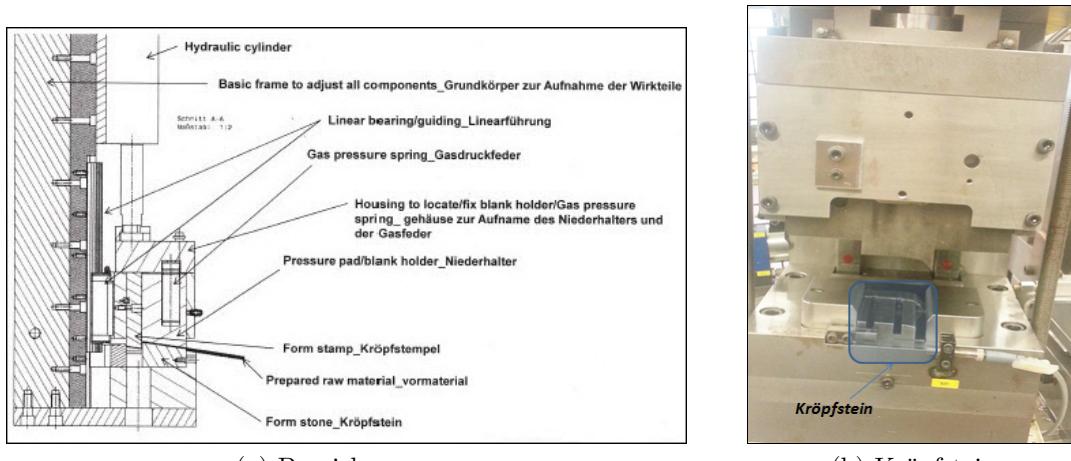


Abbildung 13: Kröpfleinheit

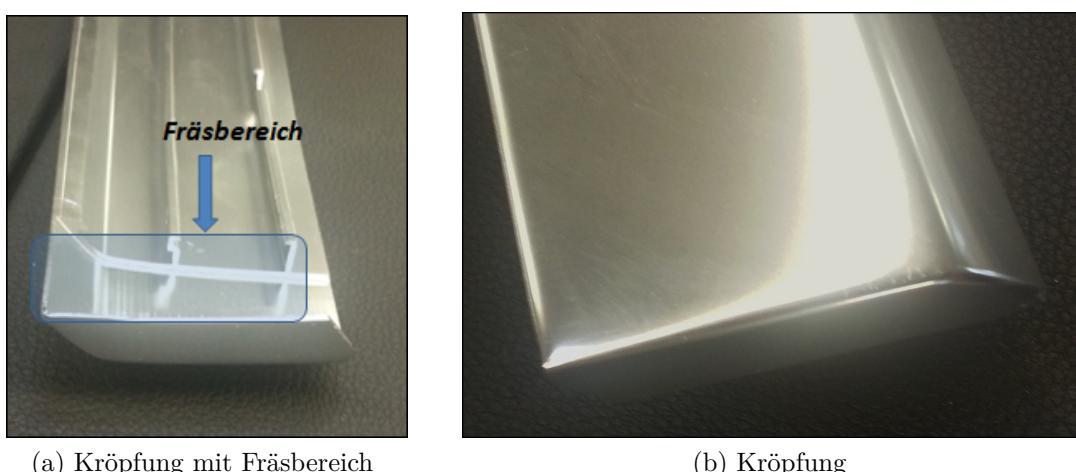


Abbildung 14: Kröpfung innen und Stirnseite

Problembereiche sind hier zu erst einmal die Fräsprozesse. Schon bei geringsten Unterschieden in der Materialabnahme sind Fehlstellen in der Oberflächenqualität der Radien bei einer Sichtprüfung zu erkennen. Auch der Ziehstempel und der Kröpfstein lassen Spuren auf der Oberfläche zurück. Ein nicht zu vernachlässigender Aspekt sind

²⁰Vgl.<http://woerterbuchnetz.de/DWB/?sigle=DWB&mode=Gliederung&lemid=GK14769>[27.10.2013].

auch Verschleiß des Werkzeugmaterials bei diesem Verfahren. So kommt es gerade bei Ziehstempeln aus Stahl oft zu Kaltaufschweißungen. Hier liegt nahe auch andere Werkzeugmaterialien in Versuchsreihen zu erproben.

Hervorzuheben sind folgende, aus dem Kröpfprozess resultierende, Qualitätsbeeinträchtigungen:

- Orangenhaut
- Materialungänzen bedingt durch Materialschwankungen
- Abweichungen des auf das Kröpfen angepassten Fräsbildes

3.5 Methode Messauswertung

Es wurde bei der Auswertung von Messreihen in dieser Untersuchung vorwiegend die ***empirische*** Standardabweichung

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (14)$$

verwendet, welche für solche Operationen von der Fachliteratur empfohlen wird.²¹ Der Unterschied zur Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (15)$$

ist das *Teilen* durch **n-1** anstatt durch lediglich **n**. An dieser Stelle eine kurze Beleuchtung des Sachverhaltes (in Anbetracht der Erläuterungen von Dr. Guido Pinkernell²², welche exzellent den Sachverhalt beleuchten)²³.

Die ***empirische*** Standardabweichung berechnet das Streuungsmaß einer *Stichprobe* im Gegensatz zur Standardabweichung die sich auf eine *Grundgesamtheit* bezieht. Bei Stichproben wir die *empirische* Standardabweichung vorgezogen da dort in der Regel die *wirkliche Streuung* unterschätzt wird. Die *empirische* Standardabweichung ist wegen des Teilers n-1 grundsätzlich etwas größer als die Standardabweichung, bei großem n liefern aber beide nahezu gleiche Ergebnisse, welches ja nur eine logische Konsequenz ist, denn je größer die Stichprobe desto näher kommt sie an die Grundgesamtheit.

Durch das Quadrieren der einzelnen Abweichungen ($x_i - \bar{x}$) und Addieren der einzelnen Abweichungsquadrat erhält man nur positive Beträge in denen eine Überbetonung einzelner Ausreißer erzielt wird. Die empirische Standardabweichung ist eines

²¹Vgl. Lothar Papula. *Mathematische Formelsammlung*. Zehnte Auflage. Vieweg-Teubner, 2009, S. 301.

²²www.ti-unterrichtsmaterialien.net/imgserv.php?id=pinkernell_106.pdf[10.11.2013].

²³Herv. d. Verf.

der wichtigsten Vergleichsparameter in der Statistik und bietet sich zur Analyse der Versuchsreihen besonders an, da sie von Extremwerten nicht stark beeinflusst wird.²⁴ Bei der Auswertung von Messbereichen, die für unsere Problemstellung besondere Signifikanz haben, wird zusätzlich der Fehler mit Hilfe der *Standardabweichung des Mittelwertes*

$$\Delta\bar{x} = t_{0,95} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n - 1) \cdot n}} \quad (16)$$

angegeben.²⁵ Da bei den Versuchsserien eine nicht allzu große Stückzahl ($n = 16–20$) bearbeitet wurde, ist auch der für die international geforderte statistische Sicherheit zu berücksichtigende P Wert mit dem $t_{0,95}$ Faktor in die Berechnungen eingegangen.²⁶ Es sei noch bemerkt, dass der Fehler nach DIN 1333 jeweils auf die erste signifikante Stelle gerundet wurde.²⁷

3.6 Chargenvergleich Streckbiegen

Zur Versuchsdurchführung wurden drei Materialchargen zu jeweils 20 Profilen des Werkstoffes EN AW 6060 (Legierungsnummer EAL-6048 *Alminox*, AlMgSi 0,5) mit den Materialbezeichnungen F17 (T61/Charge 1) und Fxx (T4/Charge 2) sowie das ursprünglich zur Serienfertigung vorgesehene Material F13 (T4) gegenübergestellt (eine Übersicht der relevantesten Eigenschaften ist in Tabelle 1 aufgeführt).

Tabelle 1: Gegenüberstellung der mechanischen Eigenschaften (Laborwerte) der Chargen

Material Charge	Zugfestigkeit Rm [N mm ⁻²]	Streckgrenze R _{p0,2} [N mm ⁻²]	Bruchdehnung A ₅₀ [%]	Zustand
1.F17	160,25	85,55	12,3	T61
2.Fxx	152,4	74,65	11,65	T61
3.F13 Serie	149,3	70,55	20,41	T4

Die Chargen 1 und 2 wurden auch mit der herkömmlichen Zustandsbezeichnung T61 (lösungsgeglüht, nicht vollständig warmausgelagert, überaltert)²⁸ bezeichnet während das Serienmaterial im Zustand T4 (lösungsgeglüht, kaltausgelagert) bestellt wurde.

Unter Überalterung versteht man den Prozess der Vereinigung von submikroskopischen Ausscheidungen die sich in der Anzahl verringern jedoch als Ausscheidung größer werden und so eine Abnahme der Festigkeit herbeiführen.²⁹

²⁴Vgl. Heinrich Holland und Kurt Scharmbacher. *Grundlagen der Statistik*. Achte Auflage. Gabler-Verlag, 2010, S. 54.

²⁵Vgl. Hering, Martin und Stohrer. *Physik für Ingenieure*. Zehnte Auflage. Springer-Verlag, 2007, S. 16.

²⁶Vgl. Kuchling. *Taschenbuch der Physik*. Neunzehnte Auflage. Carl Hanser Verlag, 2007, S. 609.

²⁷Vgl. ebd., S. 612.

²⁸Vgl. [http://www.unibw.de/lrt5/lehre/praktikum/zusatzinformationen/download4/at_download/download1\[25.11.2013\].](http://www.unibw.de/lrt5/lehre/praktikum/zusatzinformationen/download4/at_download/download1[25.11.2013].)

²⁹Vgl. Roos und Maile. *Werkstoffkunde für Ingenieure*. Dritte neu bearbeitete Auflage. 2008, S. 52.

Lösungsglühen erfolgt durch Glühen im Bereich der homogenen Mischkristalle welches das Lösungsvermögen der Mischkristalle begünstigt, Ausscheidungen können so gelöst werden.

Unter Auslagern versteht man Liegenlassen bei Raumtemperatur (Kaltauslagern) oder bei höheren Temperaturen (Warmauslagern), meistens zwischen 100 und 220 Grad Celsius, über einen bestimmten Zeitraum um so die Eigenschaften des Werkstoffes zu beeinflussen.³⁰ Ein typischer Aushärtungsprozess läuft nach folgendem Schema ab:

1. Lösungsglühen aller Ausscheidungen in einem homogenen Mischkristall
2. Abschrecken
3. Auslagern

Die Zusstandsbezeichnungen F17, F13 und Fxx beziehen sich nach DIN 755-2 auf die Zugfestigkeit. Fxx ist allerdings eine firmeninterne Bezeichnung und bedeutet das ein vorgezogener Kaltauslagerungsprozess durchgeführt wurde um das Strangpressprofil zu „stabilisieren“. Das bedeutet ein gewisses „Einfrieren“ des Gefüges in den momentanen Zustand um Veränderungen desselbigens auch bei nicht vorgesehener längerer Lagerung zu verhindern. Nach Auskunft des Lieferanten ist Fxx leicht wärmebehandelt worden.

Bei Charge 2 (Fxx) schieden zwei Profile aufgrund von Biegefehlern aus. Die Proben wurden streckgebogen und auf einer Messlehre mit 40 Messpunkten (Messpunkte MP1a bis MP10d) vermessen. Die Messbereiche, Messpunkte und Messuhren wurden, zur besseren Übersicht, mit Farben markiert (siehe Abbildung 15 auf der nächsten Seite).

An den Messpunkten wurden folgende Messbereiche ermittelt:

MP1a-MP10a Kontur aussen (grün)

MP1b-MP10b Spalt (gelb)

MP1c-MP10c Wölbung oben innen (rot)

MP1d-MP10d Wölbung oben aussen (blau)

Das Messen erfolgte durch Abfahren aller Messpunkte mit den zu den spezifischen Messbereichen zu verwendenden Messuhren (siehe Abbildung 16 auf der nächsten Seite). Ein negativer Messwert lässt auf eine Verkleinerung des Messbereiches schließen. Eine Ausnahme hierzu ist der Messbereich „Spalt vorne unten“ welcher bei negativen Werten eine Vergrößerung bedeutet.

Alle relevanten Messergebnisse (mit Ausnahme der Messpunkte MP1b und MP10b bei Charge 1, welche nicht zu ermitteln waren) wurden in Tabellen eingetragen und der Mittelwert sowie die Standardabweichung ermittelt. Darüber hinaus erfolgte eine Gegenüberstellung der spezifischen Werte.

Da aufgrund der vielen Messpunkte sehr umfangreiche Auswertungen durchgeführt

³⁰Vgl. Wolfgang Weisbach. *Werkstoffkunde*. Sechzehnte überarbeitete Auflage. Vieweg-Verlag, 2007, S. 213.

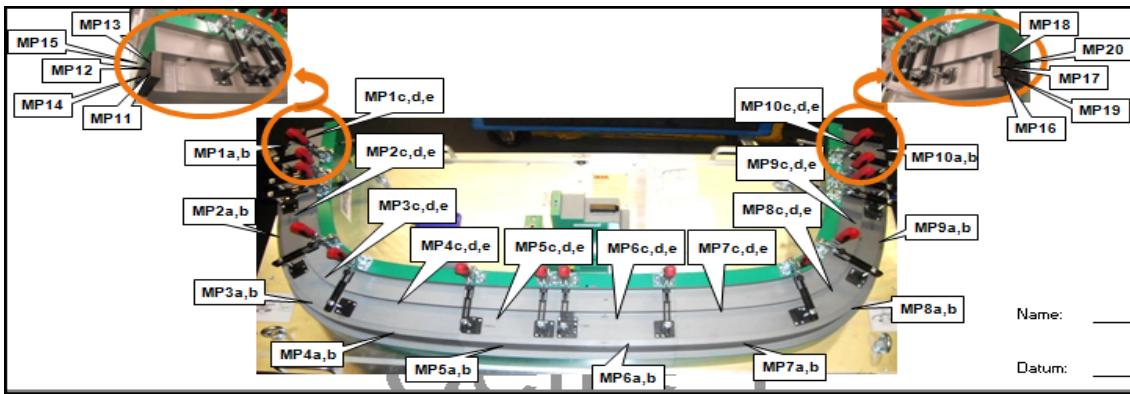


Abbildung 15: Messpunkte Biegelehre

wurden, sind hier die für die Problematik Ausschlaggebendsten näher betrachtet worden. Alle weiteren Messergebnisse und Visualisierungen sowie Dokumentationen sind dem Anhang zugefügt.

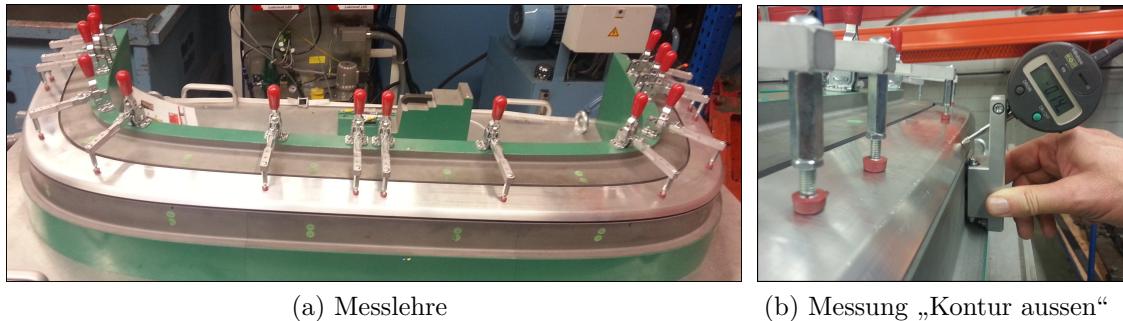


Abbildung 16: Messverfahren an der „Biegelehre“

Der für das Streckbiegen aussagekräftigste Parameter ist der Messbereich „*Kontur aussen*“ da er dem Verlauf der Biegelinie entspricht. Besonders an den Messpunkten MP1a und MP10a sind die Auswirkungen der Rückfederung zu beobachten. Ein Vergleich der Chargen ist in Tabelle 2 auf der nächsten Seite übersichtlich dargestellt. Ein visueller Vergleich der Standardabweichungen der „*Kontur aussen*“ ist in Abbildung 17 auf Seite 24 aufgeführt. Dort ist zu sehen, dass das Material F17 (Charge 1) an fast allen Messpunkten die geringste Standardabweichung aufweist. Lediglich bei Messpunkt MP3a liegt sie in nicht großem Abstand zwischen dem Fxx (Charge 2) und dem F13 (Serie) Material.

Ein Vergleich der Mittelwerte (Kontur aussen) der Chargen (siehe Abbildung 18 auf Seite 24) ergibt, dass an den Messpunkten MP1a, MP2a, MP9a und MP10a Charge 1 (F17) die größte Rückfederung nach dem Streckbiegeprozess auftritt.

Tabelle 2: Messwerte und Standardabweichungen Streckbiegen „Kontur aussen“

Material	Messwert $x = (\bar{x} \pm \Delta x)$ [mm]				
	MP1a	MP2a	MP3a	MP4a	MP5a
F17	1,95 ± 0,13	0,72 ± 0,06	0,60 ± 0,04	0,028 ± 0,017	-0,297 ± 0,014
Fxx	0,81 ± 0,21	0,34 ± 0,07	0,15 ± 0,05	0,021 ± 0,027	-0,188 ± 0,030
F13 Serie	-0,66 ± 0,22	-0,13 ± 0,06	-0,38 ± 0,04	0,028 ± 0,024	0,00 ± 0,05
Material	MP6a	MP7a	MP8a	MP9a	MP10a
F17	-0,368 ± 0,014	-0,293 ± 0,012	0,46 ± 0,06	1,31 ± 0,04	2,96 ± 0,10
Fxx	-0,233 ± 0,024	-0,251 ± 0,015	-0,17 ± 0,07	0,57 ± 0,06	1,37 ± 0,15
F13 Serie	-0,04 ± 0,08	-0,16 ± 0,11	-0,55 ± 0,11	0,04 ± 0,10	-0,08 ± 0,21

Material	Standardabweichung s [mm]				
	MP1a	MP2a	MP3a	MP4a	MP5a
F17	0,270	0,116	0,086	0,036	0,028
Fxx	0,416	0,138	0,098	0,053	0,060
F13 Serie	0,454	0,121	0,068	0,051	0,103
Material	MP6a	MP7a	MP8a	MP9a	MP10a
F17	0,028	0,025	0,113	0,078	0,210
Fxx	0,048	0,028	0,132	0,121	0,291
F13 Serie	0,164	0,219	0,235	0,211	0,432

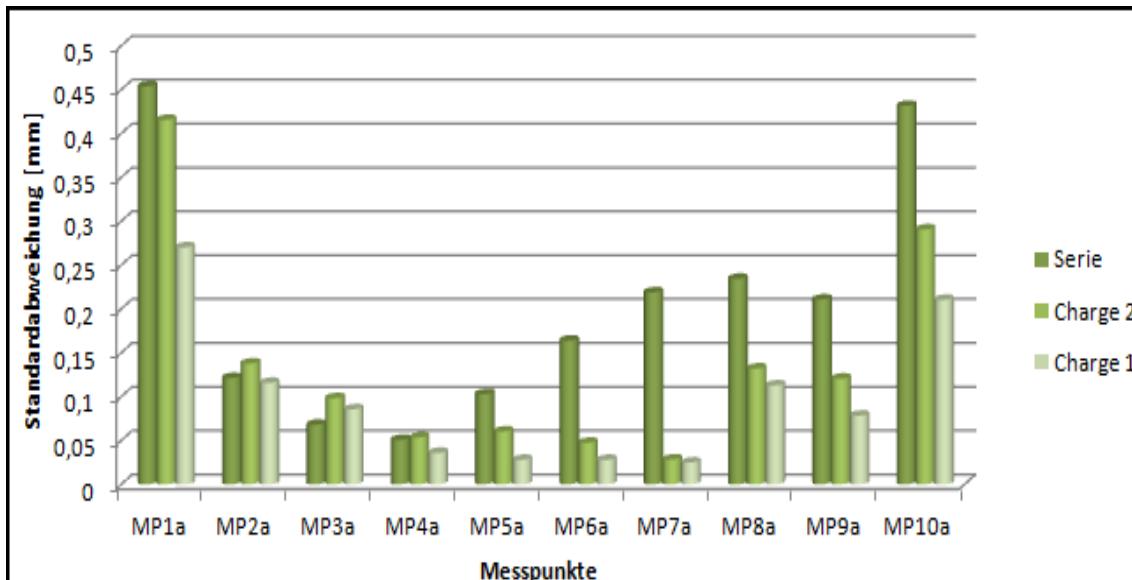


Abbildung 17: Überlagerung Standardabweichungen „Kontur aussen“ Streckbiegen

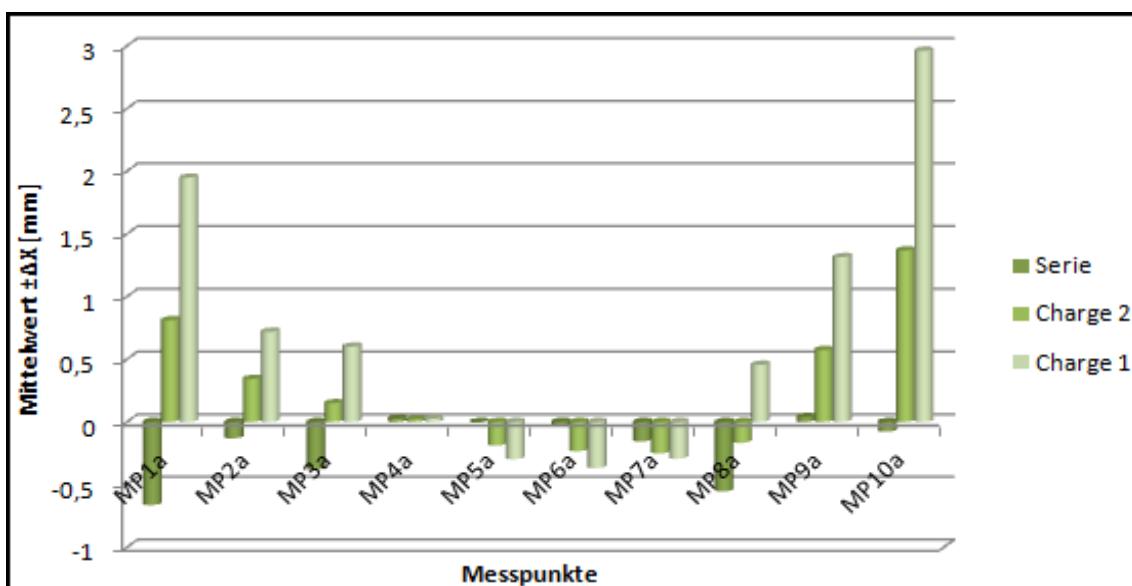


Abbildung 18: Vergleich Mittelwerte „Kontur aussen“ Streckbiegen

3.6.1 Ausblick

In folge der Überlagerung der Standardabweichungen (Streckbiegen „Kontur aussen“) der untersuchten Chargen unter dem Gesichtspunkt der Mindestzugfestigkeiten (siehe Abbildung 19 auf der nächsten Seite) ist einzusehen, dass das Material F17 (Charge 1) bei einer Mindestzugfestigkeit von $R_m = 160 \text{ N mm}^{-2}$ die geringste Standardabweichung hat. Bei Werten von $s = (0,025 \text{ bis } 0,270) \text{ mm}$ ist davon auszugehen das auch größere Stückzahlen mit relativ geringen Prozessschwankungen zu fertigen sind. Hier müssen jedoch eventuelle Montageprobleme des Verdeckkastendeckels aufgrund der höheren Rückfederungswerte von $x_{\text{Rückfeder}} = (-0,368 \text{ bis } 2,96) \text{ mm}$ berücksichtigt werden. Eine Tatsache die bei einer Spannweite von 3,328 mm schon einen beachtlichen Spielraum beim Einbau und bei der Passform bedarf. Hier ist das Ausmaß von Wölbungen und Spannungen nach und während der Montage schon genau zu untersuchen.

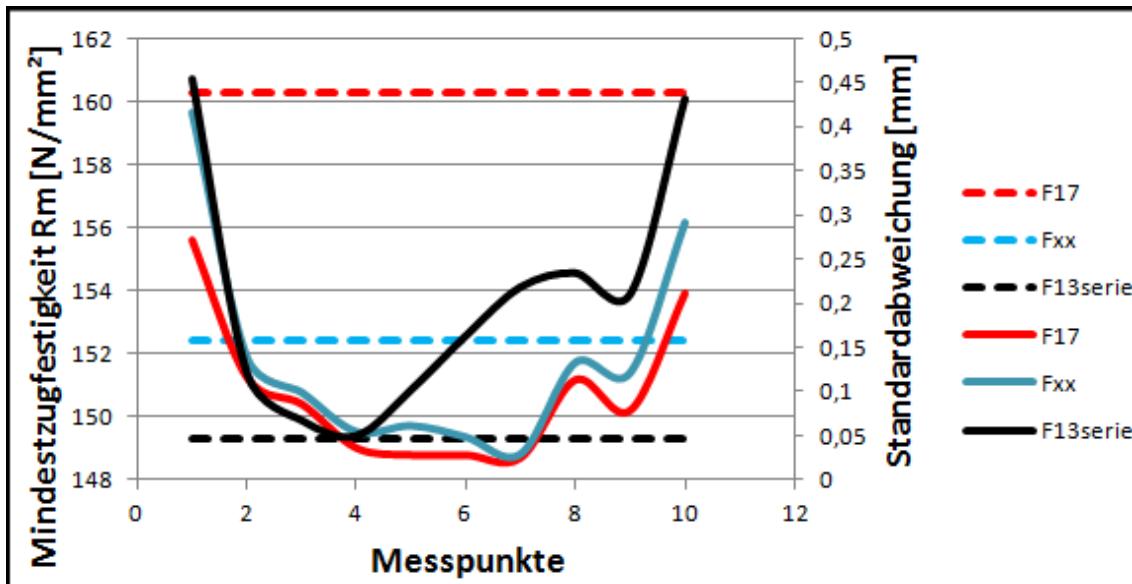


Abbildung 19: Übersicht Mindestzugfestigkeit/Standardabweichung „Kontur aussen“

Zu einem ähnlichen Ergebnis kommen wir bei Betrachtung der Überlagerung der Chargen unter Berücksichtigung der Standardabweichung im Bezug zur Streckgrenze (siehe Abbildung 20). Unter der Voraussetzung geringer Prozessschwankungen

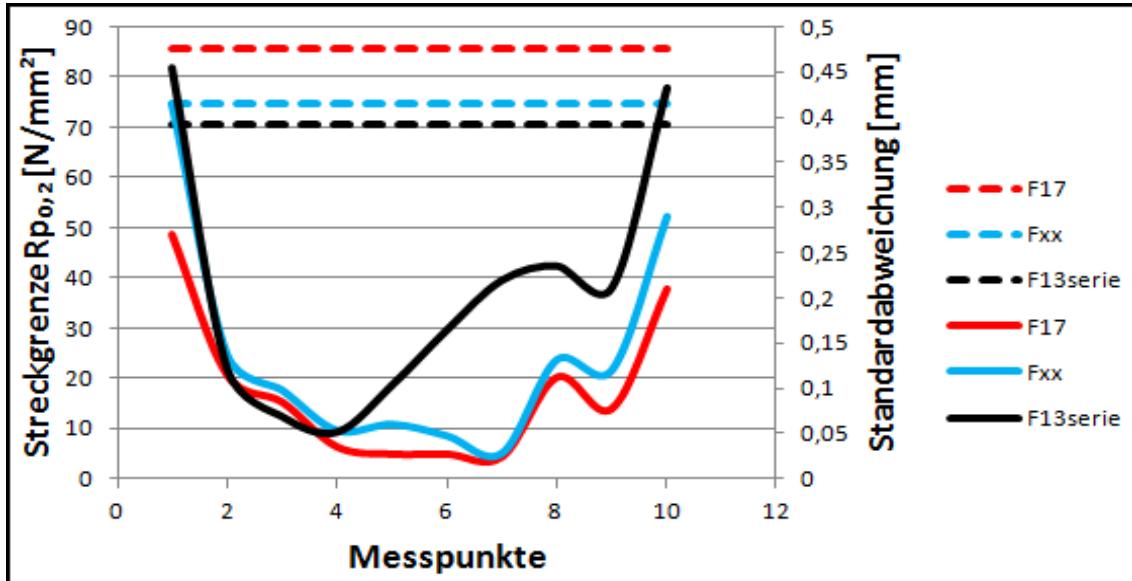


Abbildung 20: Übersicht Streckgrenze/Standardabweichung „Kontur aussen“

im Streckbiegeverfahren welche bei geringer Standardabweichung unter sorgfältiger und präziser Auswahl des Vormaterials durchaus zu realisieren sind, können die Auschussrate sowie Kosten und Zeitverluste die durch ständiges Justieren der Streckbiegemaschine durch geschultes Personal entstehen, erheblich reduziert werden.

In Anbetracht der vorangegangenen Auswertung wurden noch einmal zwei Chargen (F19 und F18) bei dem Zulieferer, zu Versuchszwecken, bestellt. Möglicherweise ist hier ein Material herauszukristallisieren welches noch geringere Prozessschwankungen ermöglicht. Wir sind dabei von einer steigenden Zugfestigkeit ausgegangen

da sich nach den Diagrammen in Abbildung 19 auf der vorherigen Seite und Abbildung 20 auf der vorherigen Seite die Standardabweichung sowie Mindestzugfestigkeit und Streckgrenze gegenläufig verhalten.

Anhang

Literatur

- Doege, Eckart und Bernd-Arno Behrens. *Handbuch Umformtechnik*. Zweite überarbeitete Auflage. Springer-Verlag, 2010.
- Gross, Dietmar und Werner Hauger. *Technische Mechanik Band 2 Elastostatik*. Zehnte neu bearbeitete Auflage. Springer Verlag, 2009.
- Hering, Martin und Stohrer. *Physik für Ingenieure*. Zehnte Auflage. Springer-Verlag, 2007.
- Holland, Heinrich und Kurt Scharmbacher. *Grundlagen der Statistik*. Achte Auflage. Gabler-Verlag, 2010.
- Klocke, Fritz und Wilfried König. *Fertigungsverfahren 4 Umformen*. Fünfte neu bearbeitete Auflage. Springer-Verlag, 2006.
- Kuchling. *Taschenbuch der Physik*. Neunzehnte Auflage. Carl Hanser Verlag, 2007.
- Lange, Kurt. *Handbook of Metal Forming*. First Edition. Society of Manufacturing Engineers, 1985.
- Läpple u. a. *Werkstofftechnik Maschinenbau*. Zweite aktualisierte und erweiterte Auflage. Europa-Verlag, 2010.
- Ostermann, Friedrich. *Anwendungstechnologie Aluminium*. Zweite neu bearbeitete und aktualisierte Auflage. Springer-Verlag, 2007.
- Papula, Lothar. *Mathematische Formelsammlung*. Zehnte Auflage. Vieweg-Teubner, 2009.
- Roos und Maile. *Werkstoffkunde für Ingenieure*. Dritte neu bearbeitete Auflage. 2008.
- Weisbach, Wolfgang. *Werkstoffkunde*. Sechzehnte überarbeitete Auflage. Vieweg-Verlag, 2007.