

Einfluss des Ausgangs- und Werkzeugmaterials auf Umformprozesse zur Herstellung von Verzierungselementen in der Automobilbranche

Benedikt Kaffanke

15. März 2014

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	3
2 Bauteil	5
2.1 Funktion & Qualitätsumfang	5
2.2 Aluminium	6
2.3 Streckbiegen	7
2.4 Kröpfen	11
2.5 Methode Messauswertung	14
2.6 Chargenvergleich Streckbiegen	15
2.6.1 Ausblick	19
3 Anhang	20
3.1 Exkurs Umformtechnik	21
3.1.1 Systematisierung Formgebungsverfahren	21
3.1.2 Metallurgische Zusammenhänge	22
3.1.3 Verformung Prinzipiell	25
3.1.4 Rekristallisation, Erhöhlung und Kaltverfestigung	27
3.1.5 Eigenspannungen	27
3.1.6 Umformgrad	31
3.1.7 Umformgeschwindigkeit	32
3.1.8 Einachsiger Spannungszustand	33
3.1.9 Spannungsvektor und Spannungstensor	34
3.1.10 Festigkeitshypothesen	37

1 Einleitung

In der modernen Automobilindustrie werden heutzutage immer höhere Qualitäts- und Präzisionsansprüche an die einzelnen Fahrzeugkomponenten gestellt. So unterliegen selbst Verzierungselemente strengen Maß- und Toleranzvorgaben von Seiten der Hersteller an die Komponenten Zulieferer.

Die Fertigungsprozesse solcher Präzisionsfabriken erfordern ein hohes Maß an Überwachung und Kontrolle auf den einzelnen Fertigungsstufen. Es kommen überwiegend modernste Fertigungstechnologien (CNC-Maschinen, Industrie Roboter) zum Einsatz. Trotz hohem Automatisierungsgrad sind immer noch humane Fertigungskräfte unverzichtbar. So ist zum Beispiel bei einer *Sichtprüfung* zur Verifikation der erforderlichen Oberflächengüte, des bearbeiteten Materials, das menschliche Auge unersetztlich. Auch das Handling bei Nacharbeitsverfahren (z.B. Polieren, Schleifen) geschieht häufig noch manuell. So erstreckt sich das Spektrum der am Fertigungsprozess Involvierten von der einfachen Hilfskraft bis zum hochqualifizierten CNC-Spezialisten.

Hinter diesem Background ist es nicht zu vermeiden, dass eine komplexe Anzahl von Einflussgrößen bei der Wertschöpfung als Störfaktor berücksichtigt werden müssen. Eine besondere und stetige Observation, insbesondere bei der Herstellung von sehr großen Stückzahlen, des kontinuierlichen Flusses der Bearbeitungsschritte und der Synergie der einzelnen Elemente der Fertigungskette, ist daher ein wichtiger Punkt zur Prävention eventueller negativer Störfaktoren. Muss zum Beispiel eine Bearbeitungsstufe, während einer Serienfertigung an einer CNC-Einheit, aufgrund von inhomogenen Spannungsverläufen im Ausgangsmaterial häufig unterbrochen werden um Justierungen an dem Gerät durch qualifizierte Spezialisten vorzunehmen, ist der Kosten- und Zeitaufwand wirtschaftlich nicht mehr vertretbar.

Im Fokus dieser Forschungsarbeit steht deshalb die Problematik der Optimierung der Fertigungsverfahren zur Erlangung höherer Güte bei der Herstellung von Zierleisten.

Zum größten Teil werden für eben diese Verzierungselemente Strangpressprofile aus Aluminium verwendet, die ein besonders hochwertiges Finish verbürgen. Sie werden in speziellen Biege- und Abkantvorrichtungen in Serie gefertigt. Weitere Bearbeitungsprozesse sind:

- Fräsen
- Beschneiden
- Schleifen und Polieren
- Eloxieren
- DURAPRO Beschichten (Nanolack)
- Montage

Besondere Schwierigkeiten treten im Bereich der Maßtoleranz Einhaltung bei diesen Biegeprozessen auf. Häufig sind bei Biegeradien und langen Profilen Toleranzen von

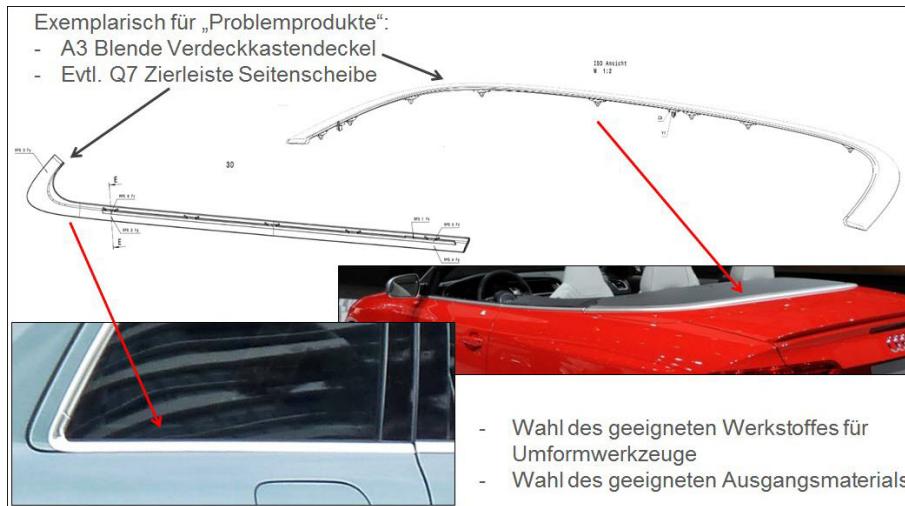


Abbildung 1: Problemprodukte Zierleisten und Verdeckkastendeckel

$\pm 0,5$ mm gefordert. Bei kleinen Biegeradien die größtenteils bei Abkantprozessen anfallen treten optische Merkmale und Veränderungen auf, die meistens unerwünscht sind.

Die Beschaffenheit des Werkstoff- und Werkzeugmaterials ist der wohl wichtigste Beeinflussungsfaktor bei o.g. Problemprodukten (siehe Abbildung 1).

Die nächsten Abschnitte befassen sich mit der Durchführung und Auswertung von Versuchsreihen die mit Hilfe von Messungen, herkömmlicher sowie zukunftsweisender Art (FEM-Verfahren), Erkenntnisse liefern die die Herstellungsverfahren von Zierleisten in qualitativer- sowie ökonomischer Sicht optimieren.

Zur Untersuchung sind hier vor allen Dingen die Umformverfahren Kröpfen (siehe Abschnitt 2.4 auf Seite 11) und Streckbiegen herangezogen worden.



(a) Audi A3



(b) Audi A3 Verdeckkastendeckel

Abbildung 2: Audi A3 Endprodukt¹

2 Bauteil

Prüfobjekt ist in den folgenden Untersuchungen der Verdeckkastendeckel des Audi A3 Cabriolet's (siehe Abbildung 2). Als Verzierung eines Luxusobjektes sind die Anforderungen an Aussehen und Qualität außergewöhnlich hoch. So dient er zum einen als rein optisches Veredelungselement zum anderen hat er auch funktionelle Aufgaben (z.B. Stabilität in den gesamten Kofferraumdeckel bringen oder auch als Antenne zu agieren). Geringe Spaltmaße, perfekte Symmetrie (das menschliche Auge erkennt ein Hundertstel Millimeter) so wie allgemeine Benutzerfreundlichkeit (z.B. Hängenbleiben von Kleidungsstücken und Ähnlichem an dem Verzierungsobjekt sollte ausgeschlossen sein) sind Anforderungen die höchste Priorität haben. Darüber hinaus sind flüssige Übergänge und Einklang zu weiteren Verzierungselementen des Fahrzeuges von großer Bedeutung für einen harmonischen Gesamteindruck.

2.1 Funktion & Qualitätsumfang

An Verzierungselemente werden gerade in der Automobil Oberklasse besonders hohe Ansprüche gestellt. Es sind besonders folgende hervorzuheben:

- keine Beulen
- keine Oberflächenfehler
- ideale Fugenläufe
- präzise Radien
- enge Form- und Lagetoleranzen (siehe Abbildung 3 auf der nächsten Seite)
- enge Spalttoleranzen

¹Vgl.http://www.cars.co.za/motoring_news/2014-audi-a3-cabriolet-completes-the-a3-family/6061 [28.12.2013].

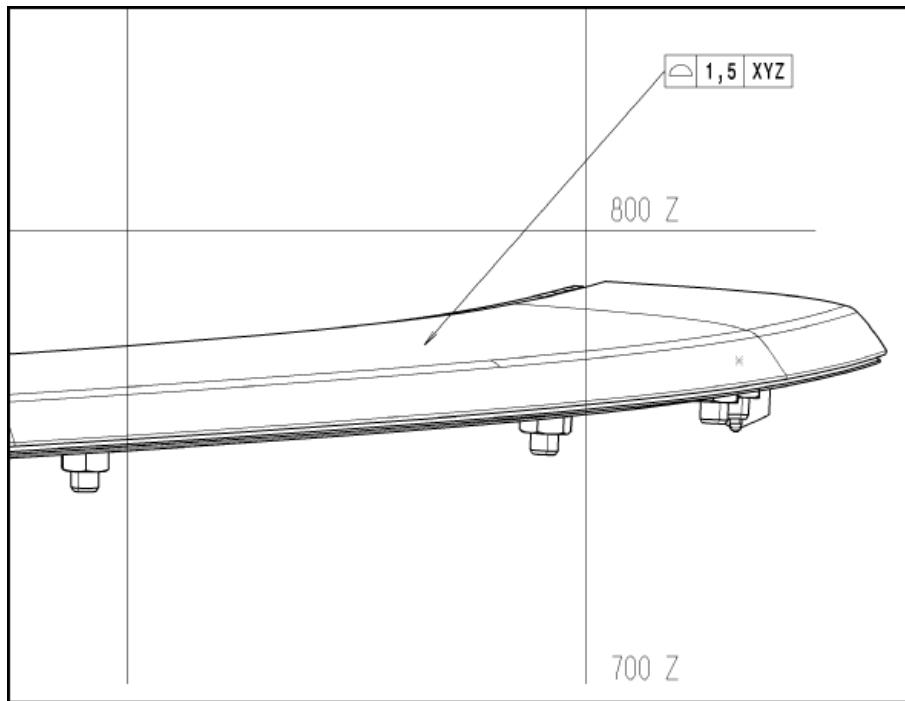


Abbildung 3: Wölbungstoleranz

2.2 Aluminium

Aufgrund seiner geringen Dichte ($2,69 \text{ kg dm}^{-3}$)², guten Umformbarkeit, Korrosionsbeständig und mit einer hervorragend zu erzielender Oberflächengüte sowie hohem Reflexionsgrad ist Aluminium das am häufigsten verwendete Ausgangsmaterial für Zierleisten.

Es werden überwiegend Strangpressprofile verarbeitet die bei den Lieferanten mit bestimmten Eigenschaften angefordert werden. Die wichtigsten dort angeführten mechanischen Eigenschaften sind die Zugfestigkeit $R_m [\text{N mm}^{-2}]$, Dehnung $R_{p0,2} [\text{N mm}^{-2}]$, Bruchdehnung A oder auch $A_{50} [\%]$ (der Index 50 bezieht sich auf eine Messlänge von 50 mm der Probe beim einachsigen Zugversuch)³ und die Korngröße.

Sie wird in der Einheit [μm^2] angegeben und hat Einfluss auf die Oberflächengüte nach Umformprozessen. Bei steigendem Umformgrad ergibt sich häufig eine Aufrauung der Oberfläche (Orangen Haut) die von der Ausgangskorngröße abhängig ist. Je geringer die Ausgangskorngröße desto geringer der Aufrauungseffekt.⁴

Stark verformtes und grobkörniges Material entwickelt oft in den deformierten Zonen (insbesondere in den gestreckten Bereichen) eine Oberflächenrauigkeit (Orangen Haut), die die Reflektivität und Einfärbbarkeit des Endproduktes stark einschränkt. Das Phänomen *Orangen Haut* entsteht vorwiegend an Umformbereichen die nicht in direktem Kontakt mit Werkzeugoberflächen stehen.⁵ Erwähnenswert ist zu Vorangegangenem noch, dass aufgrund der bei den meisten Aluminiumlegierungen, nicht ausgeprägten Streckgrenze die $R_{p0,2}$ Dehngrenze als Bemessungskennwert bei einer 0,2 % bleibenden Verformung gegenüber rein elastischem Verhalten ermittelt wird

²Vgl. Läpple u. a. *Werkstofftechnik Maschinenbau*. Zweite aktualisierte und erweiterte Auflage. Europa-Verlag, 2010, S. 353.

³Vgl. Friedrich Ostermann. *Anwendungstechnologie Aluminium*. Zweite neu bearbeitete und aktualisierte Auflage. Springer-Verlag, 2007, S. 281.

⁴Vgl. ebd., S. 524.

⁵Vgl. Henry Theis. *Handbook of Metalforming Processes*. First Edition. CRC Press, 1999, S. 19.

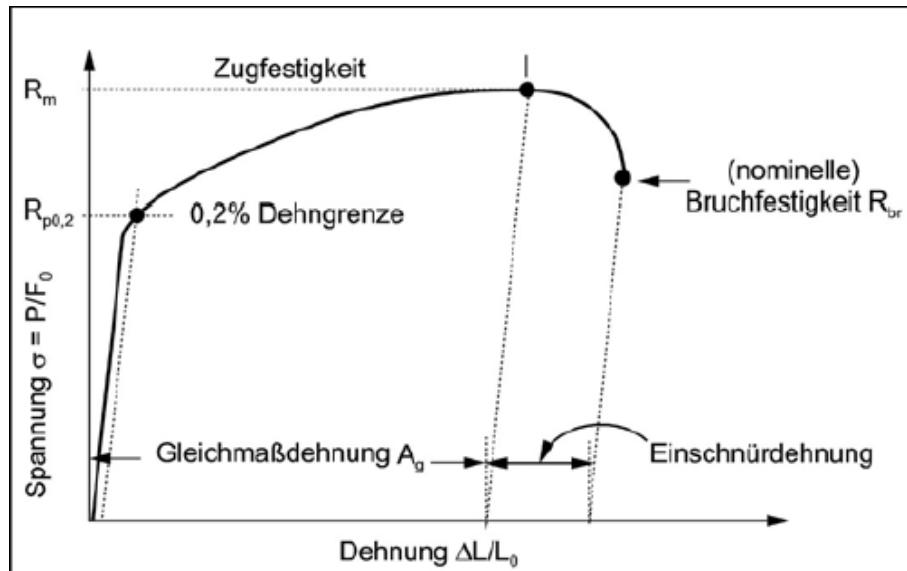


Abbildung 4: Spannungs-Dehnungs Schaubild mit $R_{p0,2}$ Dehngrenze

(siehe Abbildung 4).⁶

2.3 Streckbiegen

Unter Biegen versteht man nach DIN 8586 das Umformen von festen Körpern, wobei der plastische Zustand im Wesentlichen durch eine Biegebeanspruchung herbeigeführt wird.⁷ Es wird bei dem Verfahren *Streckbiegen* bei Raumtemperatur (20 °C) geformt, daher fällt es in die Rubrik *Kaltumformen* (DIN 8582). Da bei Raumtemperatur ein begrenztes Formänderungsvermögen vorliegt sind höhere Umformkräfte erforderlich. Der Vorteil des Kaltumformens ist eine hohe Maßgenauigkeit.⁸ Eine weitere Definition besagt, dass Kaltumformen vorherrscht solange die Umformtemperatur des Werkstoffes geringer als seine Rekristallisationstemperatur ist.⁹ Die Blechumformung verfolgt generell das Ziel aus einem Flachprodukt ein räumliches Gebilde zu formen, ohne dabei (im Idealfall) die Blechdicke zu verändern. Eine Formänderung vollzieht sich aus diesem Grunde hauptsächlich in der Blechebene unter ebenem Spannungszustand. Als Grundverfahren in der Blechumformung sind Verfahren wie Tiefziehen, Biegen und Streckziehen (oder auch Streckbiegen) zu nennen. Gemeinsam haben sie alle, dass sich Stauch- und Streckverformungen in der Blechebene und Blechdicke abspielen und unterschiedliche Dehnungszustände und -abläufe anzutreffen sind.

Die Umformbarkeit (Duktilität) als Werkstoffeigenschaft ist wegen der Tatsache, dass Spannungs- und Dehnungszustände mit den Fließ- und Brucheigenschaften eines Werkstoffes in Wechselwirkung stehen, ein komplexes Gebiet. Über das Werkzeugsystem (Stempel, Niederhalter etc.) werden die benötigten Umformkräfte in das Werkstück eingeleitet und erwirken so über die Formänderungen, Relativbewe-

⁶Vgl. Ostermann, *Anwendungstechnologie Aluminium*, S. 280-281.

⁷Vgl. Eckart Doege und Bernd-Arno Behrens. *Handbuch Umformtechnik*. Zweite überarbeitete Auflage. Springer-Verlag, 2010, S. 376.

⁸Vgl. ebd., S. 8.

⁹Vgl. Fritz Klocke und Wilfried König. *Fertigungsverfahren 4 Umformen*. Fünfte neu bearbeitete Auflage. Springer-Verlag, 2006, S. 187.



Abbildung 5: Streckbiegemaschine

gungen zwischen Werkzeug und Werkstück bei veränderlichen Anpreßkräften. Die zwischen Bauteil (Werkstoff) und Wirkteil (Werkzeug z.B. Stempel) entstehenden Reibungsverhältnisse resultieren aus den Grenzflächen- und Gleiteigenschaften von Wirkteil und Werkstoff.

Insbesondere bei Aluminiumwerkstoffen haben sie bedeutenden Einfluss auf das Umformergebnis. Der Werkzeugaufbau und die Werkzeuggeometrien so wie die Steuerung des Fertigungsvorgangs haben erheblichen Anteil an der Art und Weise des Werkstoffflusses bei den Biegeprozessen.¹⁰ Bei dem Umformverfahren Streckbiegen werden auf speziellen Streckbiegemaschinen die Enden eines Profilstranges in Spannern gehalten und auf Zugspannung gebracht (siehe Abbildung 5). Anschließend werden sie über ein massives Biegewerkzeug streckgebogen.¹¹ Das Streckbiegeverfahren was bei der Firma DURA für den Verdeckkastendeckel des Audi A3 eingesetzt wird ähnelt mehr dem *Tangentialstreckziehen*. Der Unterschied zu dem herkömmlichen Streckziehen das in einer Arbeitsstufe erfolgt und bei dem die Zugspannung nur über den Stempel eingeleitet wird ist das Fertigen in zwei Arbeitsschritten.

Im ersten Schritt wird das Strangpressprofil in die Spannvorrichtung der Steckbiegemaschine eingelegt und an den Enden eingespannt. Danach fahren die Spannelemente horizontal auseinander und leiten eine Zugspannung in das Bauteil ein. Es wird knapp über den Bereich der Streckgrenze gestreckt. Je nach Material und erwünschtem Biegeresultats werden die aufgewandten Zugkräfte von den Maschineneinrichtern präzise eingestellt.

Im zweiten Schritt erfolgt nun die eigentliche Formgebung. Das gestreckte Strangpressprofil wir unter Aufrechterhaltung der eingebrachten Zugspannung mit einer kontinuierlichen Geschwindigkeit tangential um das formgebende Wirkteil gelegt. Die Bewegung wird von den Spannelementen alleinig ausgeführt (siehe Abbildung 6)¹².

¹⁰Vgl. Ostermann, *Anwendungstechnologie Aluminium*, S. 499.

¹¹Vgl.<http://www.tillmann-gruppe.de/de/streckbiegen.html>[27.10.2013].

¹²<http://www.custompartnet.com/wu/sheet-metal-forming>[04.02.2014].

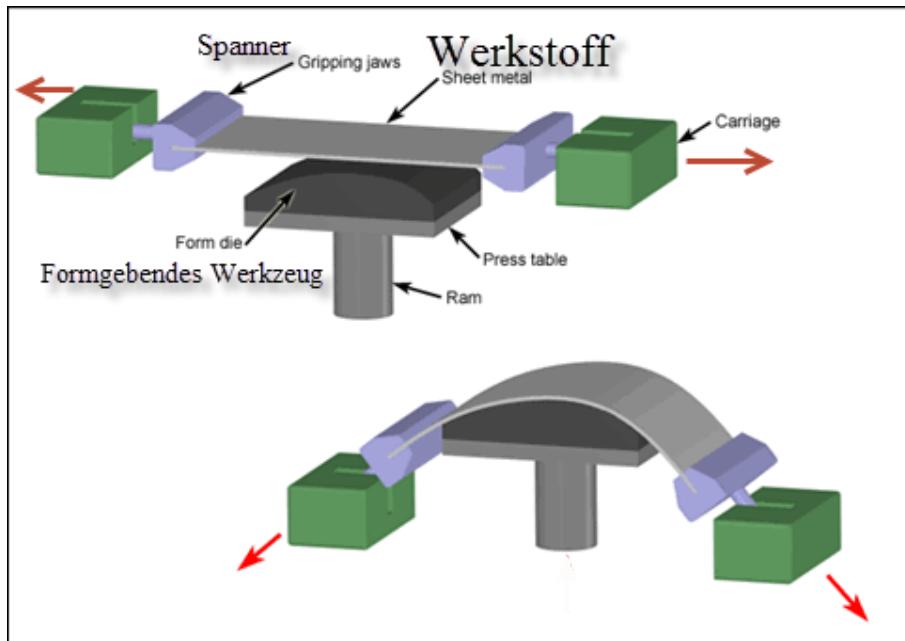


Abbildung 6: Prinzip Streckbiegen

Das Ausgangsmaterial (Aluminium Strangpressprofile) wird streckgebogen um eine Rückfederung (siehe Abbildung 7 auf der nächsten Seite)¹³ zu minimieren. Die Rückfederung entsteht aus der Rückbildung der elastischen Formänderung des Bauteils nach der Beendigung des Biegevorgangs und nach dem Entfernen der eingeleiteten Kräfte. Es findet im Werkstoff eine elastische Erholung statt. In der Blechmanufaktur und Blechumformung stellt die Rückfederung eine der bedeutendsten Formgebungsproblematiken dar.

Sie ist ein äußerst komplexes Phänomen da sie von mannigfaltigen Interaktionen zwischen den Materialeigenschaften, der Bauteilgeometrie, der Reibung, der Werkzeugradian und weiteren formgebenden Bedingungen abhängt. Unter den Variablen, die die Rückfederung verringern sind der Reibungskoeffizient und die Reibung, die Streckkraft, die Nachbiegekraft, die Formänderungsgeschwindigkeit, die Temperatur sowie weitere geometrische Parameter zu bezeichnen. Hervorzuheben ist an dieser Stelle, dass das Verhältnis des Biegeradius R zur Blechdicke t in einem Bereich von $\frac{R}{t} < 10$ die Rückfederung wesentlich vergrößert. Im Laufe der Zeit haben sich verschiedenen Methoden zur Unterdrückung der Rückfederung bewährt. Zu ihnen zählen das Überbiegen, das Strecken und das Nachdrücken oder Nachpressen. Zur Kompensation der Rückfederung hat sich das Überbiegen als das sicherste Verfahren in der Vergangenheit erwiesen. Es wird in der Fertigungspraxis davon ausgegangen, dass ein Überbiegungsspielraum von 2 % bei Stahlbauteilen ausreichend ist um Rückfederungseffekte zu minimieren.

Das Nachpressen in der Biegeregion hat den Nachteil, dass hohe Presskräfte aufgebracht werden müssen um einen gewünschten Effekt zu erzielen. Bei dem Verfahren Streckbiegen zur Optimierung der Rückfederung wird das Bauteilmaterial zuerst über den Bereich der Streckgrenze hinweg (meistens durch Aufbringung hydraulischer Zugkräfte) gestreckt und dann über das formgebende Werkzeug gebogen.

¹³Vgl. Vukota Boljanovic. *Sheet Metal Forming Processes and Die Design*. First Edition. Industrial Press, 2004, S. 65.

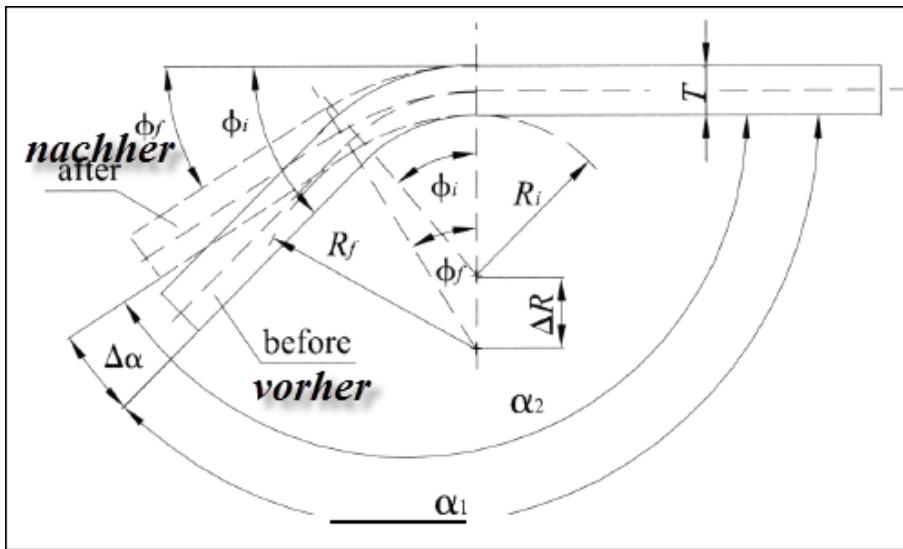


Abbildung 7: Prinzip der Rückfederung

Dieses Verfahren wird nur bei großen Biegeradien angewandt weil kleine Radien eine sehr große Vorspannung (jenseits der Mindestzugfestigkeit) benötigen würden.¹⁴

Ein weiterer kritischer Punkt bei dem Verfahren Streckbiegen und Biegeprozessen generell sind die Spannungsverläufe in der Verformungszone die Eigenspannungen in das Bauteil bringen welche bei späteren Bearbeitungsverfahren wie z.B. das Be-schneiden oder Fräsen in der Nähe des Deformierungsbereiches Verzug und Maßänderungen hervorrufen.

Je nach dem wie weit das Ausgangsmaterial über die Streckgrenze hinaus getreckt wird (bis zu welchem Grad das Material fließt) verschiebt sich die neutrale Faser in dem Biegebereich in Richtung des kleinen Radius (also nach innen). Bei sehr großer Streckung ist es möglich das die neutrale Faser sogar außerhalb des Bauteils liegt.¹⁵ Bei den Versuchsreihen welche in dieser Ausarbeitung durchgeführt werden, bleibt die neutrale Faser innerhalb des Bauteils weil nur sehr knapp über die Streckgrenze hinaus gestreckt wird. Der typische Spannungsverlauf resultiert daher in Zugspannungen im Aussenbereich der Biegeradien und Druckspannungen in dem Innenbereich (siehe Abbildung 8 auf der nächsten Seite)¹⁶. In Hinblick auf die Serienfertigung sind die in den für den Fertigungsprozess Streckbiegen durchzuführenden Versuchsserien, bei denen unter Verwendung von Strangpressprofilen der Verdeckkastendeckel des Audi A3 Cabriolet's gefertigt wird, spezifische Problembereiche besonders zu beachten.

Kritisch sind hier vor allen Dingen Biegeschwankungen und nicht kontinuierliche Materialeinschnürungen, welche häufig an den Verengungen der Biegeradien auftreten. Die einflussreichsten mechanischen Eigenschaften des Werkstoffes sind bei diesem Verfahren die Härte sowie die Streckgrenze.

¹⁴Vgl. Theis, *Handbook of Metalforming Processes*, S. 16-19.

¹⁵Vgl. Klocke und König, *Fertigungsverfahren 4 Umformen*, S. 374.

¹⁶Vgl. Heinz Tschaetsch. *Metal Forming Practise*. Eighth Edition. Springer Verlag, 2005, S. 195.

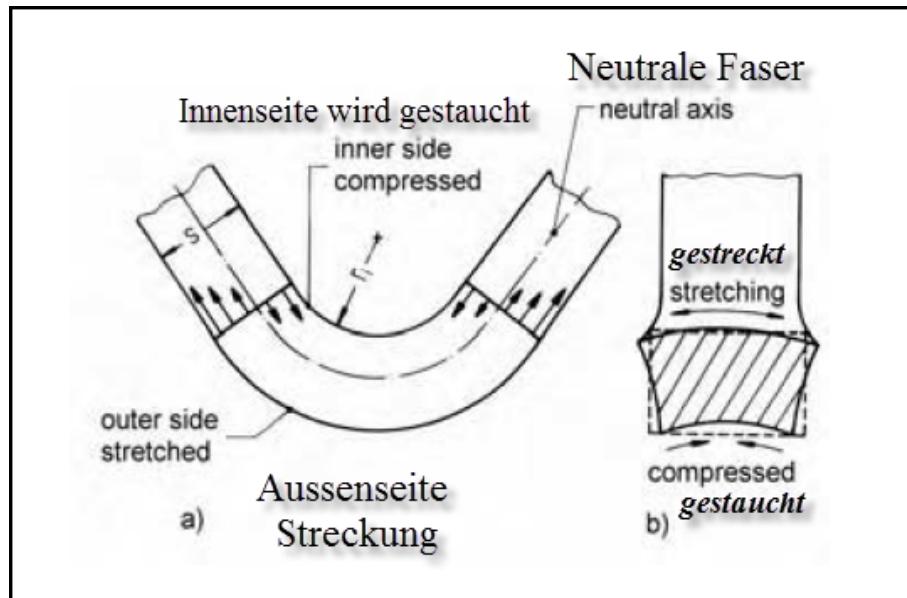


Abbildung 8: Spannungen in der Deformierungszone beim Streckbiegen

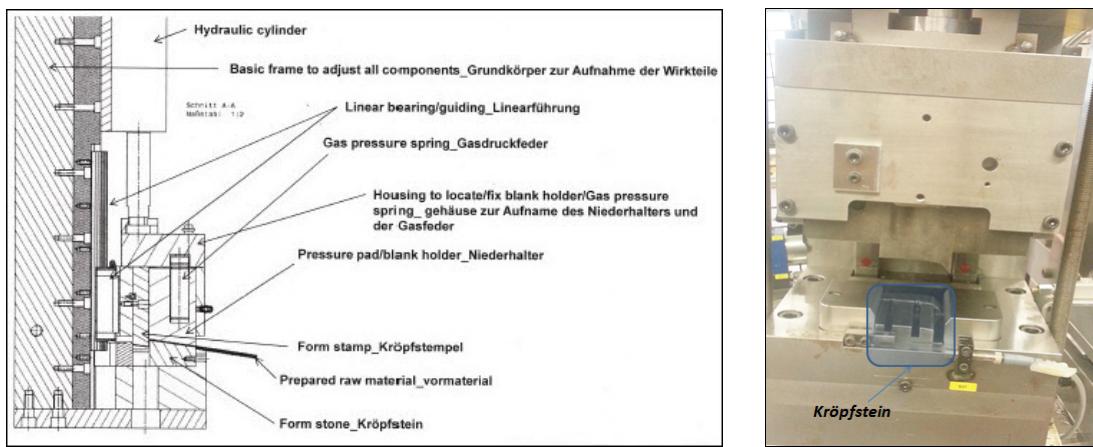


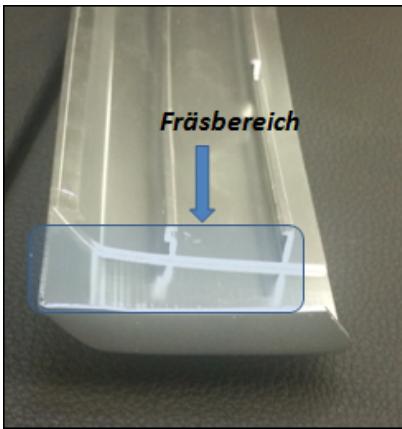
Abbildung 9: Kröpfstein

2.4 Kröpfen

Der eigenartig anmutende Ausdruck *Kröpfen* bedeutet eigentlich nur *krumm biegen*.¹⁷ Bei dem Umformprozess Kröpfen werden von den Enden der Zierleisten zuerst die auf den Innenseiten verlaufenden Stege abgefräst. Daraufhin werden sie in der Kröpfleinheit (siehe Abbildung 9) auf dem Kröpfstein justiert und von einem Niederhalter durch die Anpresskraft einer Gasdruckfeder angepresst. Nun fährt, angetrieben durch einen Hydraulikzylinder, der Kröpf- oder auch Ziehstempel herunter und kantet das Material ab. Im Anschluss daran wird die Stirnseite der Kröpfung (siehe Abbildung 10 auf der nächsten Seite) noch beschnitten.

Problembereiche sind hier zu erst einmal die Fräsprozesse. Schon bei geringsten Unterschieden in der Materialabnahme sind Fehlstellen in der Oberflächenqualität der

¹⁷Vgl.<http://woerterbuchnetz.de/DWB/?sigle=DWB&mode=Gliederung&litemid=GK14769>[27.10.2013].



(a) Kröpfung mit Fräsbereich



(b) Kröpfung

Abbildung 10: Kröpfung innen und Stirnseite

Radien bei einer Sichtprüfung zu erkennen. Auch der Ziehstempel und der Kröpfstein lassen Spuren auf der Oberfläche zurück. Ein nicht zu vernachlässigender Aspekt ist auch der Verschleiß des Werkzeugmaterials bei diesem Verfahren. So kommt es gerade bei Ziehstempeln aus Stahl oft zu Kaltaufschweißungen. Hier liegt nahe auch andere Werkzeugmaterialien in Versuchsreihen zu erproben.

Hervorzuheben sind folgende, aus dem Kröpfprozess resultierende, Qualitätsbeeinträchtigungen:

- Orangenhaut (siehe Abschnitt 2.2 auf Seite 6)
- Materialungänzen bedingt durch Materialschwankungen
- Abweichungen des auf das Kröpfen angepassten Fräsbildes

Das Fertigungsprinzip Kröpfen ist bei der Firm DURA im Laufe der Jahre immer weiter optimiert worden. Die mechanischen Vorgänge sind für einen Außenstehenden aufgrund der kompakten Bauweise der Kröpfcheinheiten zunächst schwer zu durchschauen. Eine sehr vereinfachte Prinzipdarstellung ist zum Verständnis sehr hilfreich (siehe Abbildung 11 auf der nächsten Seite).

Es ist in dem Vertikalschnitt deutlich zu sehen, dass das Werkstoffmaterial (rot) nach unten *herausgekämmt* wird. In dem Horizontalschnitt erkennt man deutlich das der Werkstoff (rot) in der Kavität des Ziehstempels geführt wird und ein seitliches Ausbrechen nicht möglich ist.

In der Sequenz (siehe Abbildung 12 auf der nächsten Seite) wird der Vorgang noch einmal transparent verbildlicht. Das Ausgangsmaterial wird zunächst auf den Kröpfstein (blau) gelegt danach wird es durch einen Niederhalter (grün) fixiert bevor der Ziehstempel herunterfährt und das Bauteil verformt.

Der Ziehstempel schlägt zuerst von oben (a) auf das Bauteil und knickt (oder biegt) das Bauteil in den ersten Umformgraden um. Da der Ziehpalt (Abstand zwischen Kröpfstein und Innenwand des Ziehstempels) schmäler als das Bauteil ist, erfolgt nahezu gleichzeitig ein Kaltumformprozess der dem Drahtziehen am ähnlichsten ist (im Bild mittlere Einstellung (b)).

Nach Beendigung des Umformprozesses (c) ist die abgekantete Seite natürlich fla-

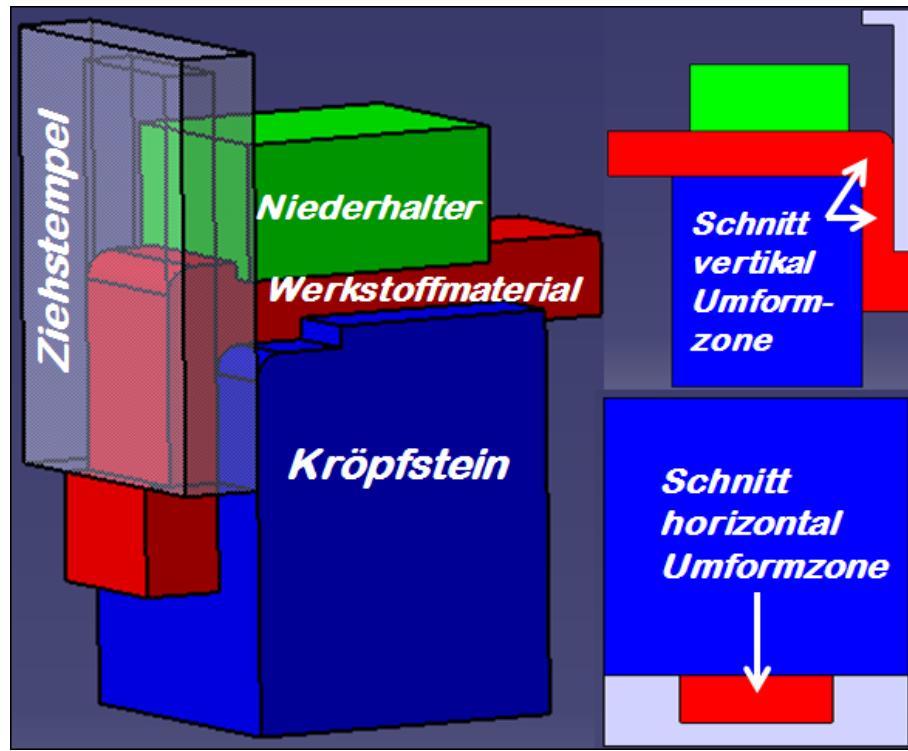


Abbildung 11: Kröpfen prinzipiell mit Schnitten in der Umformzone

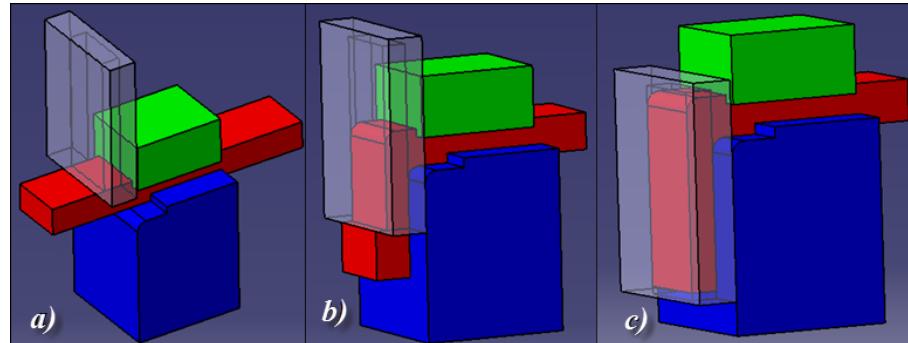


Abbildung 12: Sequenz des Umformvorganges Kröpfen

cher und länger aufgrund der *Volumenkonstanz*. Der ganze Vorgang ist somit eine Symbiose aus dem *freien Biegen*, welches den Radius verursacht und einer Variante des Ziehens (oder auch Drahtziehens) bei der ein Fließen des Werkstoffes auftritt und welches auch eine Kaltverfestigung mit sich bringt.

Eine Analogie zu dem Umformverfahren Drahtziehen und den dortigen Spannungsverläufen in der Deformierungszone (siehe Abbildung 26 auf Seite 30) bietet sich an, weil bei dem Kröpfprozess sowie bei dem Drahtziehprozess der Werkstoff in die gleiche Richtung wie die relative Bewegungsrichtung des formgebenden Werkzeugs (bei dem Drahtziehen die Matrize und bei dem Kröpfen der Ziehstempel) fließt. Bei beiden Verfahren findet ein „Herauskämmen“ des Materials aus der Umformzone statt.

2.5 Methode Messauswertung

Es wurde bei der Auswertung von Messreihen in dieser Untersuchung vorwiegend die ***empirische*** Standardabweichung

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1)$$

verwendet, welche für solche Operationen von der Fachliteratur empfohlen wird.¹⁸
Der Unterschied zur Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (2)$$

ist das *Teilen* durch **n-1** anstatt durch lediglich **n**. An dieser Stelle eine kurze Beleuchtung des Sachverhaltes¹⁹.

Die ***empirische*** Standardabweichung berechnet das Streuungsmaß einer *Stichprobe* im Gegensatz zur Standardabweichung die sich auf eine *Grundgesamtheit* bezieht. Bei Stichproben wir die *empirische* Standardabweichung vorgezogen da dort in der Regel die *wirkliche Streuung* unterschätzt wird. Die *empirische* Standardabweichung ist wegen des Teilers $n-1$ grundsätzlich etwas größer als die Standardabweichung, bei großem n liefern aber beide nahezu gleiche Ergebnisse, welches ja nur eine logische Konsequenz ist, denn je größer die Stichprobe desto näher kommt sie an die Grundgesamtheit.

Durch das Quadrieren der einzelnen Abweichungen $(x_i - \bar{x})$ und Addieren der einzelnen Abweichungssquarene erhält man nur positive Beträge in denen eine Überbetonung einzelner Ausreißer erzielt wird. Die empirische Standardabweichung ist eines der wichtigsten Vergleichsparameter in der Statistik und bietet sich zur Analyse der Versuchsreihen besonders an, da sie von Extremwerten nicht stark beeinflusst wird.²⁰ Bei der Auswertung von Messbereichen, die für unsere Problemstellung besondere Signifikanz haben, wird zusätzlich der Fehler mit Hilfe der *Standardabweichung des Mittelwertes*

$$\Delta\bar{x} = t_{0,95} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1) \cdot n}} \quad (3)$$

angegeben.²¹ Da bei den Versuchsserien eine nicht allzu große Stückzahl ($n = 16-20$) bearbeitet wurde, ist auch der für die international geforderte statistische Sicherheit zu berücksichtigende *P* Wert mit dem $t_{0,95}$ Faktor in die Berechnungen eingegangen.²² Es sei noch bemerkt, dass der Fehler nach DIN 1333 jeweils auf die erste signifikante Stelle gerundet wurde.²³

¹⁸Vgl. Lothar Papula. *Mathematische Formelsammlung*. Zehnte Auflage. Vieweg-Teubner, 2009, S. 301.

¹⁹www.ti-unterrichtsmaterialien.net/imgserv.php?id=pinkernell_106.pdf[10.11.2013].

²⁰Vgl. Heinrich Holland und Kurt Scharmbacher. *Grundlagen der Statistik*. Achte Auflage. Gabler-Verlag, 2010, S. 54.

²¹Vgl. Hering, Martin und Stohrer. *Physik für Ingenieure*. Zehnte Auflage. Springer-Verlag, 2007, S. 16.

²²Vgl. Kuchling. *Taschenbuch der Physik*. Neunzehnte Auflage. Carl Hanser Verlag, 2007, S. 609.

²³Vgl. ebd., S. 612.

2.6 Chargenvergleich Streckbiegen

Zur Versuchsdurchführung wurden drei Materialchargen zu jeweils 20 Profilen des Werkstoffes EN AW 6060 (Legierungsnummer EAL-6048 *Alminox*, AlMgSi 0,5) mit den Materialbezeichnungen F17 (T61/Charge 1) und Fxx (T4/Charge 2) sowie das ursprünglich zur Serienfertigung vorgesehene Material F13 (T4) gegenübergestellt (eine Übersicht der relevantesten Eigenschaften ist in Tabelle 1 aufgeführt).

Tabelle 1: Gegenüberstellung der mechanischen Eigenschaften (Laborwerte) der Chargen

Material Charge	Zugfestigkeit Rm [N mm ⁻²]	Streckgrenze R _{p0,2} [N mm ⁻²]	Bruchdehnung A ₅₀ [%]	Zustand
1.F17	160,25	85,55	12,3	T61
2.Fxx	152,4	74,65	11,65	T61
3.F13 Serie	149,3	70,55	20,41	T4

Die Chargen 1 und 2 wurden auch mit der herkömmlichen Zustandsbezeichnung T61 (lösungsgeglüht, nicht vollständig warmausgelagert, überaltert)²⁴ bezeichnet während das Serienmaterial im Zustand T4 (lösungsgeglüht, kaltausgelagert) bestellt wurde.

Unter Überalterung versteht man den Prozess der Vereinigung von submikroskopischen Ausscheidungen die sich in der Anzahl verringern jedoch als Ausscheidung größer werden und so eine Abnahme der Festigkeit herbeiführen.²⁵

Lösungsglühen erfolgt durch Glühen im Bereich der homogenen Mischkristalle welches das Lösungsvermögen der Mischkristalle begünstigt, Ausscheidungen können so gelöst werden.

Unter Auslagern versteht man Liegenlassen bei Raumtemperatur (Kaltauslagern) oder bei höheren Temperaturen (Warmauslagern), meistens zwischen 100 und 220 Grad Celsius, über einen bestimmten Zeitraum um so die Eigenschaften des Werkstoffes zu beeinflussen.²⁶ Ein typischer Aushärtungsprozess läuft nach folgendem Schema ab:

1. Lösungsglühen aller Ausscheidungen in einem homogenen Mischkristall
2. Abschrecken
3. Auslagern

Die Zusstandsbezeichnungen F17, F13 und Fxx beziehen sich nach DIN 755-2 auf die Zugfestigkeit. Fxx ist allerdings eine firmeninterne Bezeichnung und bedeutet das ein vorgezogener Kaltauslagerungsprozess durchgeführt wurde um das Strangpressprofil zu „stabilisieren“. Das bedeutet ein gewisses „Einfrieren“ des Gefüges in

²⁴Vgl.http://www.unibw.de/lrt5/lehre/praktikum/zusatzinformationen/download4/at_download/down1[25.11.2013].

²⁵Vgl. Roos und Maile. *Werkstoffkunde für Ingenieure*. Dritte neu bearbeitete Auflage. 2008, S. 52.

²⁶Vgl. Wolfgang Weisbach. *Werkstoffkunde*. Sechzehnte überarbeitete Auflage. Vieweg-Verlag, 2007, S. 213.

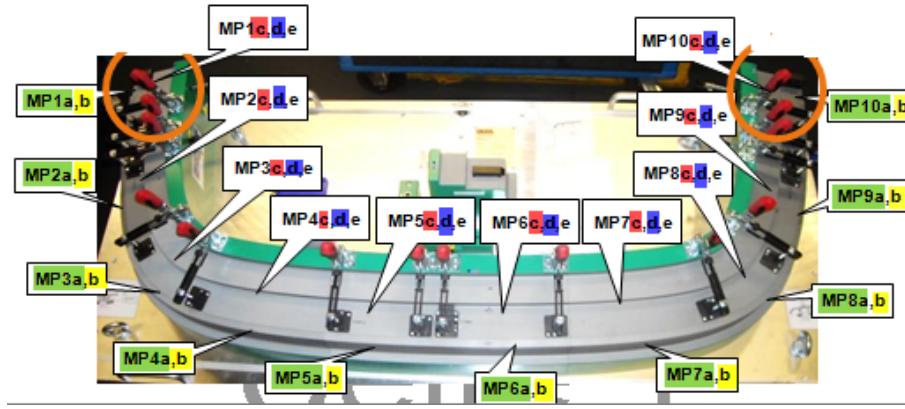


Abbildung 13: Messpunkte Biegelehre

den momentanen Zustand um Veränderungen desselbigens auch bei nicht vorgesehener längerer Lagerung zu verhindern. Nach Auskunft des Lieferanten ist Fxx leicht wärmebehandelt worden.

Bei Charge 2 (Fxx) schieden zwei Profile aufgrund von Biegefehlern aus. Die Proben wurden streckgebogen und auf einer Messlehre mit 40 Messpunkten (Messpunkte MP1a bis MP10d) vermessen. Die Messbereiche, Messpunkte und Messuhren wurden, zur besseren Übersicht, mit Farben markiert (siehe Abbildung 13). An den Messpunkten wurden folgende Messbereiche ermittelt:

MP1a-MP10a Kontur aussen (grün)

MP1b-MP10b Spalt (gelb)

MP1c-MP10c Wölbung oben innen (rot)

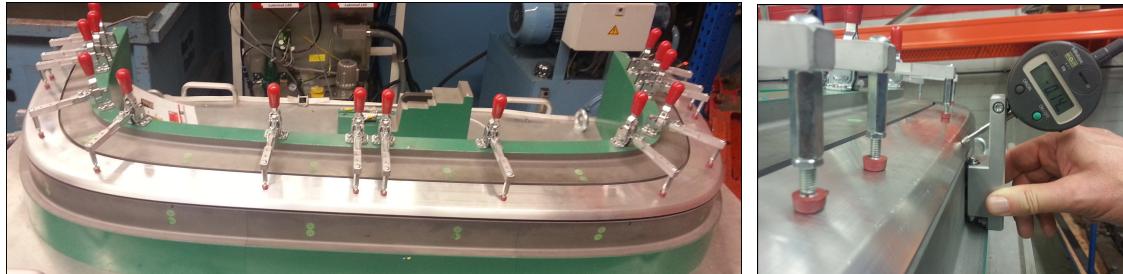
MP1d-MP10d Wölbung oben aussen (blau)

Das Messen erfolgte durch Abfahren aller Messpunkte mit den zu den spezifischen Messbereichen zu verwendenden Messuhren (siehe Abbildung 14 auf der nächsten Seite). Ein negativer Messwert lässt auf eine Verkleinerung des Messbereiches schließen. Eine Ausnahme hierzu ist der Messbereich „Spalt vorne unten“ welcher bei negativen Werten eine Vergrößerung bedeutet.

Alle relevanten Messergebnisse (mit Ausnahme der Messpunkte MP1b und MP10b bei Charge 1, welche nicht zu ermitteln waren) wurden in Tabellen eingetragen und der Mittelwert sowie die Standardabweichung ermittelt. Darüber hinaus erfolgte eine Gegenüberstellung der spezifischen Werte.

Da aufgrund der vielen Messpunkte sehr umfangreiche Auswertungen durchgeführt wurden, sind hier die für die Problematik ausschlaggebendsten näher betrachtet worden. Alle weiteren Messergebnisse und Visualisierungen sowie Dokumentationen sind dem Anhang zugefügt.

Der für das Streckbiegen aussagekräftigste Parameter ist der Messbereich „Kontur aussen“ da er dem Verlauf der Biegelinie entspricht. Besonders an den Messpunkten MP1a und MP10a sind die Auswirkungen der Rückfederung zu beobachten. Ein Vergleich der Chargen ist in Tabelle 2 auf Seite 18 übersichtlich dargestellt. Ein visueller Vergleich der Standardabweichungen der „Kontur aussen“ ist in Abbildung 15 auf



(a) Messlehre

(b) Messung „Kontur aussen“

Abbildung 14: Messverfahren an der „Biegelehre“

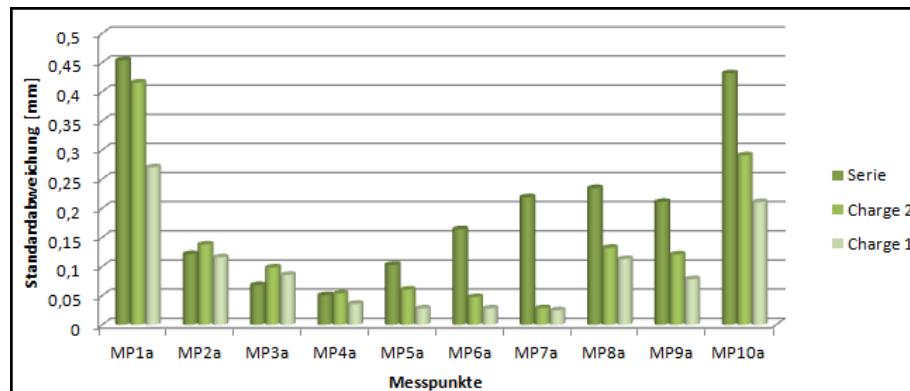


Abbildung 15: Überlagerung Standardabweichungen „Kontur aussen“ Streckbiegen

der nächsten Seite aufgeführt. Dort ist zu sehen, dass das Material F17 (Charge 1) an fast allen Messpunkten die geringste Standardabweichung aufweist. Lediglich bei Messpunkt MP3a liegt sie in nicht großem Abstand zwischen dem Fxx (Charge 2) und dem F13 (Serie) Material.

Ein Vergleich der Mittelwerte (Kontur aussen) der Chargen (siehe Abbildung 16) ergibt, dass an den Messpunkten MP1a, MP2a, MP9a und MP10a Charge 1 (F17) die größte Rückfederung nach dem Streckbiegeprozess auftritt.

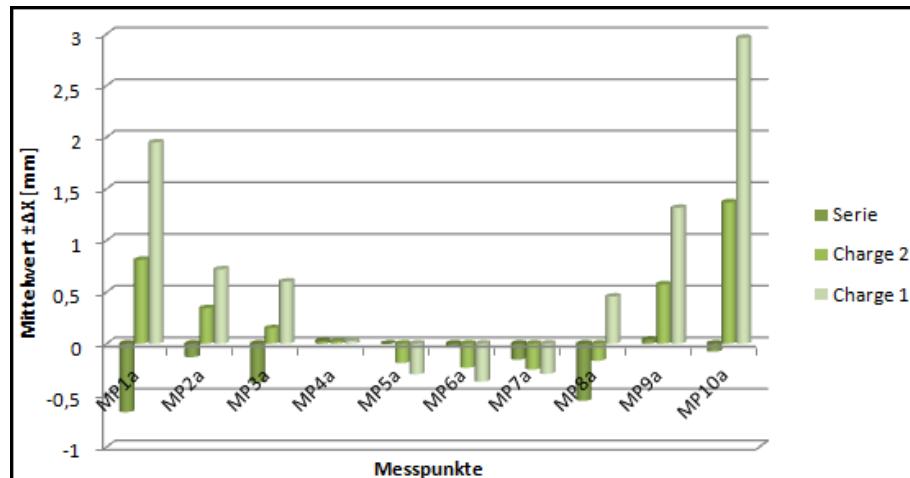


Abbildung 16: Vergleich Mittelwerte „Kontur aussen“ Streckbiegen

Tabelle 2: Messwerte und Standardabweichungen Streckbiegen „Kontur aussen“

Material	Messwert $x = (\bar{x} \pm \Delta x)$ [mm]				
	MP1a	MP2a	MP3a	MP4a	MP5a
F17	1,95 ± 0,13	0,72 ± 0,06	0,60 ± 0,04	0,028 ± 0,017	-0,297 ± 0,014
Fxx	0,81 ± 0,21	0,34 ± 0,07	0,15 ± 0,05	0,021 ± 0,027	-0,188 ± 0,030
F13 Serie	-0,66 ± 0,22	-0,13 ± 0,06	-0,38 ± 0,04	0,028 ± 0,024	0,00 ± 0,05
Material	MP6a	MP7a	MP8a	MP9a	MP10a
F17	-0,368 ± 0,014	-0,293 ± 0,012	0,46 ± 0,06	1,31 ± 0,04	2,96 ± 0,10
Fxx	-0,233 ± 0,024	-0,251 ± 0,015	-0,17 ± 0,07	0,57 ± 0,06	1,37 ± 0,15
F13 Serie	-0,04 ± 0,08	-0,16 ± 0,11	-0,55 ± 0,11	0,04 ± 0,10	-0,08 ± 0,21

Material	Standardabweichung s [mm]				
	MP1a	MP2a	MP3a	MP4a	MP5a
F17	0,270	0,116	0,086	0,036	0,028
Fxx	0,416	0,138	0,098	0,053	0,060
F13 Serie	0,454	0,121	0,068	0,051	0,103
Material	MP6a	MP7a	MP8a	MP9a	MP10a
F17	0,028	0,025	0,113	0,078	0,210
Fxx	0,048	0,028	0,132	0,121	0,291
F13 Serie	0,164	0,219	0,235	0,211	0,432

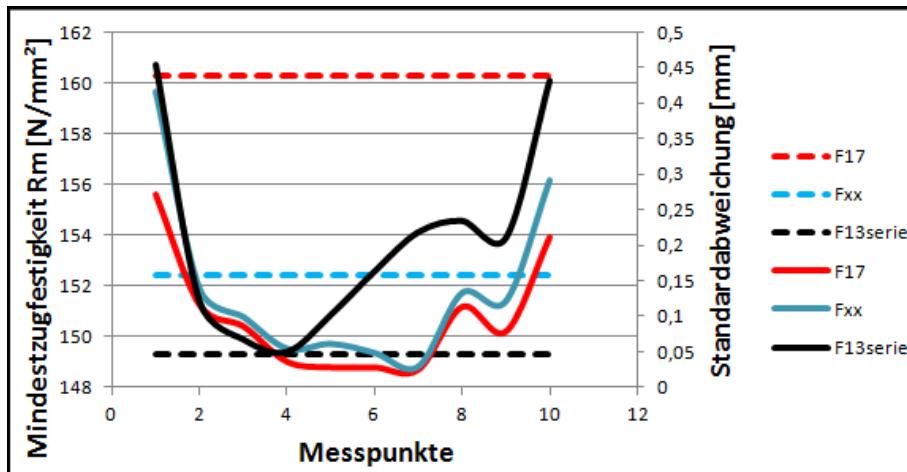


Abbildung 17: Übersicht Mindestzugfestigkeit/Standardabweichung „Kontur aussen“

2.6.1 Ausblick

In folge der Überlagerung der Standardabweichungen (Streckbiegen „Kontur aussen“) der untersuchten Chargen unter dem Gesichtspunkt der Mindestzugfestigkeiten (siehe Abbildung 17) ist einzusehen, dass das Material F17 (Charge 1) bei einer Mindestzugfestigkeit von $R_m = 160 \text{ N mm}^{-2}$ die geringste Standardabweichung hat. Bei Werten von $s = (0,025 \text{ bis } 0,270) \text{ mm}$ ist davon auszugehen das auch größere Stückzahlen mit relativ geringen Prozessschwankungen zu fertigen sind. Hier müssen jedoch eventuelle Montageprobleme des Verdeckkastendeckels aufgrund der höheren Rückfederungswerte von $x_{\text{Rückfeder}} = (-0,368 \text{ bis } 2,96) \text{ mm}$ berücksichtigt werden. Eine Tatsache die bei einer Spannweite von 3,328 mm schon einen beachtlichen Spielraum beim Einbau und bei der Passform bedarf. Hier ist das Ausmaß von Wölbungen und Spannungen nach und während der Montage schon genau zu untersuchen.

Unter der Voraussetzung geringer Prozessschwankungen im Streckbiegeverfahren welche bei geringer Standardabweichung unter sorgfältiger und präziser Auswahl des Vormaterials durchaus zu realisieren sind, können die Ausschussrate sowie Kosten und Zeitverluste die durch ständiges Justieren der Streckbiegemaschine durch geschultes Personal entstehen, erheblich reduziert werden.

In Anbetracht der vorangegangenen Auswertung wurden noch einmal zwei Chargen (F19 und F18) bei dem Zulieferer, zu Versuchszwecken, bestellt. Möglicherweise ist hier ein Material herauszukristallisieren welches noch geringere Prozessschwankungen ermöglicht. Wir sind dabei von einer steigenden Zugfestigkeit ausgegangen da sich nach den Diagrammen in Abbildung 17 und Abbildung ?? auf Seite ?? die Standardabweichung sowie Mindestzugfestigkeit und Streckgrenze gegenläufig verhalten.

3 Anhang

3.1 Exkurs Umformtechnik

Da die Gegenstände und Verfahren dieser Untersuchung in das Gebiet der Umformtechnik fallen, werden die ausschlaggebendsten Begriffe und Sachverhalte dieses komplexen Gebietes noch einmal vereinfacht und komprimiert umrissen. So ist es möglich über ein theoretisches Gerüst zu verfügen welches später behilflich sein wird Analogien zu den durchzuführenden Prozessen zu erkennen.

3.1.1 Systematisierung Formgebungsverfahren

Umformverfahren können auf Grund der unterschiedlichen Spannungsverhältnisse in fünf verschiedene Gruppen unterteilt werden. Einfache Beschreibungen der Spannungsverhältnisse sind kaum möglich denn, abhängig von der Art der Operation, können unterschiedliche Spannungen gleichzeitig auftreten oder sich sogar während des Formgebungsvorgangs verändern. Deshalb werden die überwiegenden Spannungen als Klassifikationskriterium ausgewählt. Folgende fünf Gruppen der Umformprozesse werden definiert:

1. *Druckumformen* nach DIN 8583 behandelt die Formgebung eines festen Körpers welche den plastifizierten Zustand hauptsächlich durch uni- oder multiaxiale Druckbelastungen herbeiführt.
2. *Zugdruckumformen* nach DIN 8584 behandelt die Formgebung eines festen Körpers welche den plastifizierten Zustand hauptsächlich durch kombinierte uni- oder multiaxiale Zug- und Druckbelastungen herbeiführt.
3. *Zugumformen* nach DIN 8585 behandelt die Formgebung eines festen Körpers welche den plastifizierten Zustand überwiegend durch uni- oder multiaxiale Zugbelastungen verursacht.
4. *Biegeumformen* nach DIN 8586 behandelt die Formgebung eines festen Körpers welche den plastifizierten Zustand hauptsächlich durch eine Biegebelastung herbeiführt.
5. *Schubumformen* nach DIN 8587 behandelt die Formgebung eines festen Körpers welche den plastifizierten Zustand überwiegend durch eine Schubbelastung herbeiführt.

Von untergeordneter Bedeutung sind innerhalb dieser Gruppen weitere Unterteilungen auf der Grundlage von kinematischen Überlegungen (z.B. Relativbewegung zwischen Werkzeug und Werkstück), Werkzeug- und Werkstück Geometrien sowie Beziehungen zwischen den beiden möglich. Die Klassifizierung formgebender Methoden unterlässt bewusst die Frage ob ein Prozess durch Erwärmung, bei Raumtemperatur oder weiterer Wärmebehandlung stattfindet. Früher wurde zur Abgrenzung zwischen Kalt- und Warmformen die Rekristallisationstemperatur gewählt. Obwohl diese sicherlich das Verhalten von Werkstückmaterialien während der Formgebung beeinflusst, zählt heutzutage zur Allgemeinerkenntnis das die spontane Erholung eine weitaus größere Rolle in schnellen Umformprozessen spielt. Außerdem führt die

herkömmliche Terminologie angesichts der großen Vielfalt an Materialien die verwendet werden leicht zu Missverständnissen. So würde zum Beispiel die Formgebung von Blei bei Raumtemperatur als *Warmumformen* deklariert während Molybdän bei einer Temperatur von 800 Grad Celsius noch als *Kaltumformen* eingestuft wäre. Aus diesem Grunde unterscheidet DIN 8582 zwischen Formgebung bei Raumtemperatur und Formgebung bei einem auf über Raumtemperatur erwärmten Werkstücks. Überdies ist zu Berücksichtigen ob ein permanenter Temperaturwechsel während des Umformvorgangs stattfindet. Mit Hilfe dieser beiden Kriterien ist eine weiter Unterteilung von den Metall Umformverfahren möglich:

1. Formgebung nach Erwärmung (Warmumformen)
2. Formgebung ohne Erwärmung (Kaltumformen)

Beide Punkte können weiter eingestuft werden in:

- Formgebung ohne Veränderung der mechanischen Eigenschaften
- Formgebung mit temporärer Veränderung der mechanischen Eigenschaften
- Formgebung mit permanenter Veränderung der mechanischen Eigenschaften

In der Industriepraxis kommen letztendlich unzählige Kombinationen der oben aufgeführten Unterteilungen vor.²⁷

3.1.2 Metallurgische Zusammenhänge

In diesem Abschnitt wird erörtert was auf makroskopischer und mikroskopischer Ebene in metallischen Werkstoffen bei Formänderungsprozessen vor sich geht. Überdies soll ein Einblick gewonnen werden wie sich die verschiedenen Einflussgrößen während eines Umformvorgangs gegenseitig beeinflussen. Kristallaufbau In der Umformtechnik werden zum Großteil metallische Bauteile erzeugt. Eisen- wie Nichteisenmetalle bestehen aus metallisch gebundenen Atomen. Sie bekommen ihren Zusammenhalt aus einer sie gleichmäßig umgebenden frei beweglichen Elektronengaswolke, die aus abgegebenen Valenzelektronen besteht und so die positiven Metallionen durch die sogenannte *Metallbindung* bindet.²⁸ Ihr wichtigstes Merkmal ist der kristalline Aufbau. Darunter versteht man die feste, regelmäßige Struktur der Atome. In der Physik sowie in der Chemie existieren verschiedene Modelle über den Aufbau und das Aussehen solcher Kristallgebilde. In Abbildung 18 auf der nächsten Seite²⁹ wird eine Elementarzelle des α -Eisen unter mikroskopischen (atomistischen) und makroskopischen Gesichtspunkten dargestellt. Oben rechts im Bild sind die drei Elementarzellen abgebildet aus denen Metalle zusammengesetzt sind. Es handelt sich um die kubisch-raumzentrierte , kubisch-flächenzentrierte und hexagonale (das hdP

²⁷Vgl. Kurt Lange. *Handbook of Metal Forming*. First Edition. Society of Manufacturing Engineers, 1985, 2.1ff.

²⁸Vgl. Roos und Maile, *Werkstoffkunde für Ingenieure*, S. 12.

²⁹Vgl. Klocke und König, *Fertigungsverfahren 4 Umformen*, S. 4.

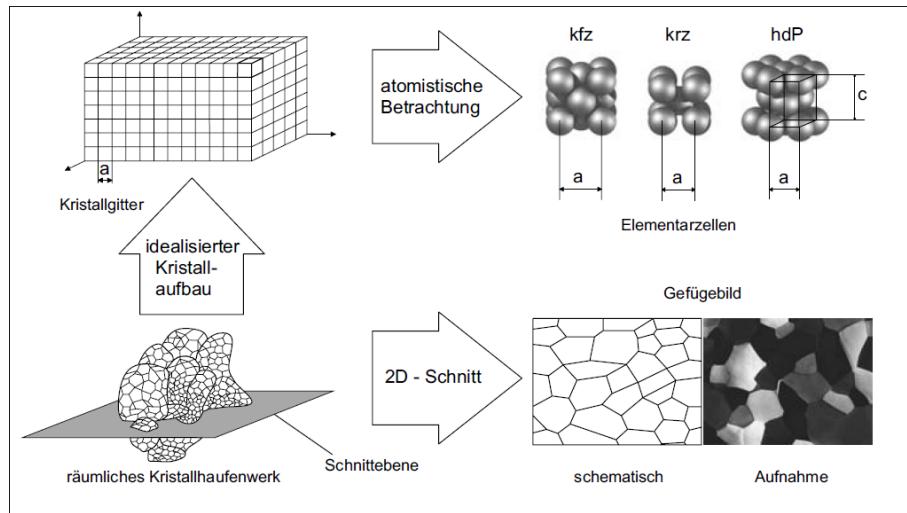


Abbildung 18: Aufbau eines Kristallgitter mikroskopisch (atomistisch) und makroskopisch.

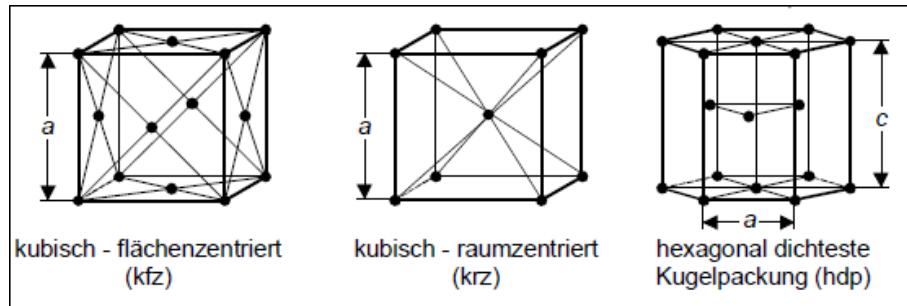


Abbildung 19: Elementarzellen (Einkristalle)

steht für hexagonal dichteste Packung) Elementarzellen.³⁰ Das kleinste Kristall im Metallgitterverband ist das sogenannte *Einkristall* (siehe Abbildung 19)³¹ es besitzt folgende Merkmale

- allseitig freie Oberfläche
- keine Korngrenzen
- Fehlstellen wie z.B. Leerstellen, Versetzungen
- anisotropisches Verhalten wegen bevorzugter Gleitrichtungen. Unter *Anisotropie* wird das Auftreten von unterschiedlichen mechanischen und physikalischen Eigenschaften in die verschiedenen Raumrichtungen verstanden (z.B. Sperrholz). Im Gegensatz dazu weist *isotropisches* Verhalten gleiche mechanische und physikalische Eigenschaften in die verschiedenen Raumrichtungen auf (z.B. Sonnenlicht)³²

Die kleinste geometrisch zusammenhängende Einheit eines Kristallgitters ist die Elementarzelle. Knüpft man hypothetisch, in Richtung aller drei Koordinatenrich-

³⁰Vgl. Klocke und König, *Fertigungsverfahren 4 Umformen*, S. 3-5.

³¹Vgl. Doege und Behrens, *Handbuch Umformtechnik*, S. 37.

³²vgl. ebd., S. 37.

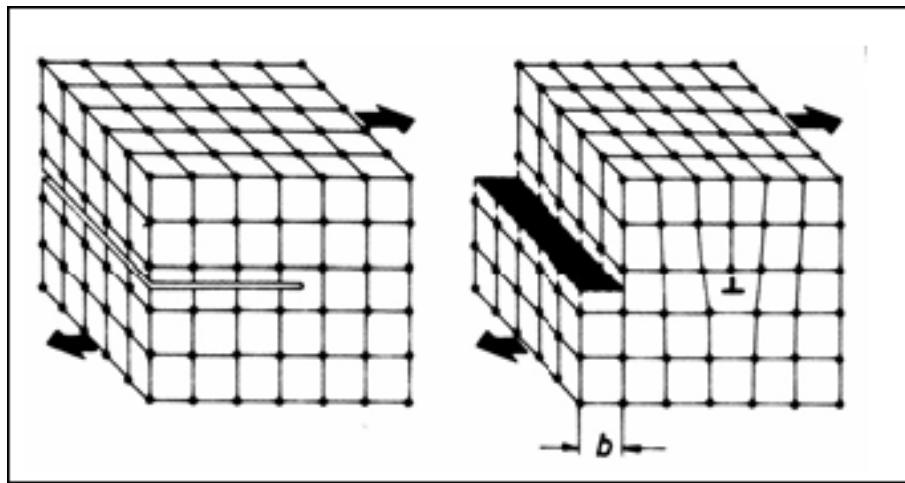


Abbildung 20: Stufenversetzung

tungen, Elementarzellen aneinander entsteht ein Kristallgitter (siehe Abbildung 18 auf der vorherigen Seite oben links). Das geometrische Aneinanderreihen von Elementarzellen erzeugt *Idealkristalle* (fehlerfreie Kristalle) die so in der Realität nicht vorhanden sind. In der Realität sind in einem Raumgitter der Metalle zahlreiche Gitterfehler vorhanden. Hier wird unterschieden in folgende signifikante Gitterfehler:

1. *Nulldimensionale Gitterfehler* (punktformig):

- *Zwischengitteratome* liegen vor wenn Atome auf Zwischengitterplätzen angeordnet sind.
- *Austausch- oder Substitutionsatome*. Die Atomplätze werden von Fremdatomen beansprucht.
- *Einlagerungsatome* entstehen wenn die Zwischengitterplätze von Fremdatomen vereinnahmt werden.
- *Leerstellen* treten auf wenn einzelne Gitterplätze nicht von Atomen besetzt werden. Sie sind bedeutend bei thermisch aktivierten Diffusionsvorgängen.

2. *Eindimensionale Gitterfehler* sind linienförmige Strukturfehler (Versetzungen) (siehe Abbildung 20)³³.

Diese sind für Umformprozesse von übergeordneter Bedeutung weil sie die plastische Formgebung besonders beeinflussen.

3. *Zweidimensionale Gitterfehler* entstehen bei Oberflächendefekten. Die wichtigsten sind Korngrenzen und Phasengrenzflächen. Wenn ein Metall aus dem flüssigen Zustand kristallisiert wachsen die Keime zuerst an verschiedenen Stellen unabhängig voneinander. Im Laufe des Abkühlungsprozesses wachsen die Keim aufeinander zu und bilden Korngrenzen.

³³Vgl. Weisbach, *Werkstoffkunde*, S. 50.

Der Unterschied zwischen Real- und Idealkristallen ist in diesen Gitterfehlern begründet. Die Zugfestigkeit des Eisens liegt z.B mehr als zwei Zehnerpotenzen unter der theoretisch Möglichen im Fall des Vorhandenseins eines Idealkristalls. Die Abstände der Atome sind in den Elementarzellen in verschiedene Richtungen unterschiedlich ausgeprägt. Das ist die Ursache für die Richtungsabhängigkeit bestimmter Eigenschaften der Metalle. Bestimmte Herstellungsverfahren (z.B. einige Walzverfahren, gerichtete Erstarrung) zielen darauf ab die Orientierung der Kristallite in eine bestimmte Richtung zu beeinflussen. Dieses Vorgehen bezeichnet man als Textur. Sie ermöglicht das die Werkstoffeigenschaften richtungsabhängig werden. Die Richtungsabhängigkeit wird wie schon oben erwähnt mit dem Begriff der *Anisotropie*. Während des Erstarrungsprozesses technischer Schmelzen werden Verunreinigungen überwiegend vor der Erstarrungsfront hergeschoben. Es bilden sich Ansammlungen von Verunreinigungen an den Korngrenzen. Ein reales Gefüge ist durch einen metallografischen Schliff im Lichtmikroskop zu erkennen und mit einem schematischem Gefüge verglichen (siehe Abbildung 18 auf Seite 23). Es sind lediglich Größe, Anordnung und Form der Kristalle erkennbar zu machen. Die innere Struktur ist nicht sichtbar zu machen.³⁴

3.1.3 Verformung Prinzipiell

Die Duktilität (plastische Verformbarkeit) der Metalle ist eine Eigenschaft welche in der Umformtechnik die größte Bedeutung hat. Hier ist es sinnvoll die Vorgänge wieder an einem Idealkristall (besitzt keine Gitterfehler) darzustellen. Bei geringen Belastungen tritt im Bauteil keine bleibende Verformung ein, es geht nach der Entlastung wieder in seinen Ausgangszustand zurück. Man nennt dies *elastische* Verformung. Bei der *plastischen* Verformung gleiten Kugelschichten im Gitterverband aneinander vorbei, nach Entlastung kehrt das Bauteil nicht mehr in seine ursprüngliche geometrische Form zurück (siehe Abbildung 21 auf der nächsten Seite)³⁵. Das die plastische Verformung begünstigende Gleiten findet in den sogenannten *Gleitebenen* statt. Diese befinden sich zwischen den Atomschichten mit der größten *Packungsdichte*. Aufgrund dieser höheren Packungsdichte ist der Abstand der einzelnen Schichten nicht so groß und dem Verschieben der Schicht wird dort der geringste Widerstand entgegengesetzt. Im Gegensatz zum Idealkristall sind aufgrund von Versetzungen die kritischen Schubspannungen, welche zur plastischen Verformung benötigt werden, erheblich kleiner. Bei dem Idealkristall stellen wir uns ein schrittweises Gleiten ganzer Atomschichten vor während bei Realkristallen ein schrittweises Wandern der Atomreihen entlang der Versetzungslinien stattfindet. Man kann dies auch mit dem Wandern einer Teppichfalte vergleichen (siehe Abbildung 22 auf der nächsten Seite)³⁶. Wenn z.B. ein sehr langer schwerer Teppich eine Falte hat erfordert es hohe Kräfte um durch Zug an einem Teppichende die Falte zu glätten. Wesentlich geringer ist der Kraftaufwand wenn man die Falte direkt langsam aus dem Teppich kämmt.³⁷

³⁴Vgl. Klocke und König, *Fertigungsverfahren 4 Umformen*, S. 3-6.

³⁵Vgl. Weisbach, *Werkstoffkunde*, S. 45.

³⁶Vgl. ebd., S. 53.

³⁷Vgl. ebd., S. 45-53.

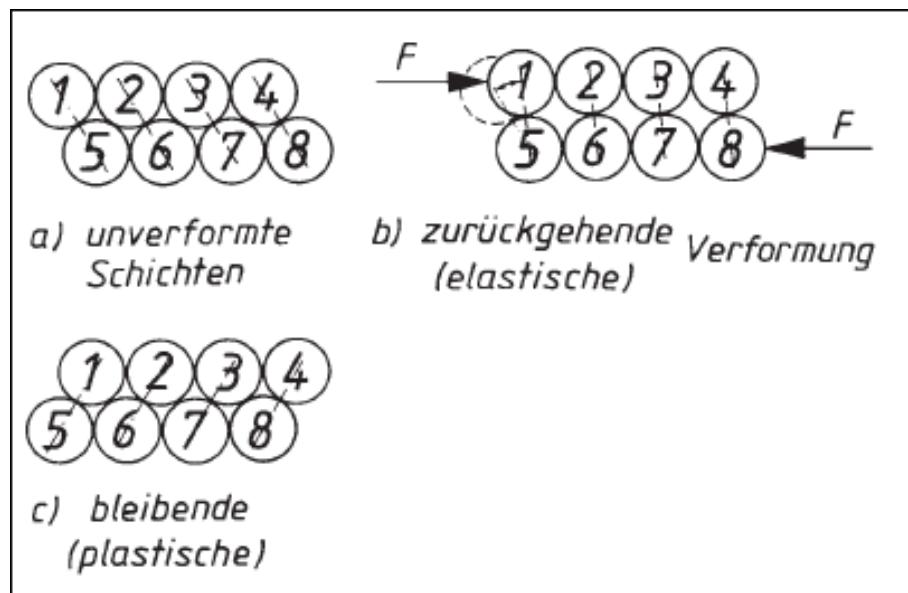


Abbildung 21: Verformung elastisch und plastisch

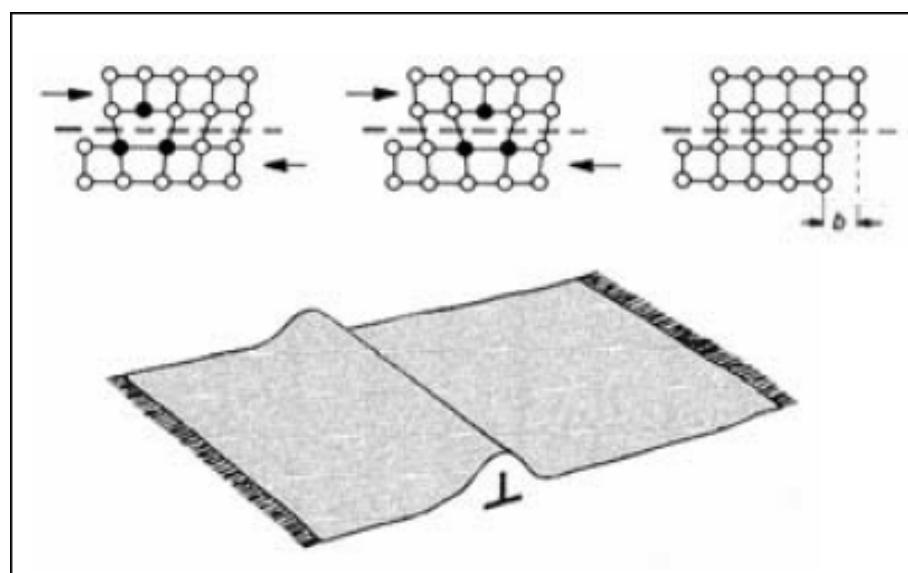


Abbildung 22: Wandern einer Stufenversetzung in Analogie zum Wandern einer Tepichfalte

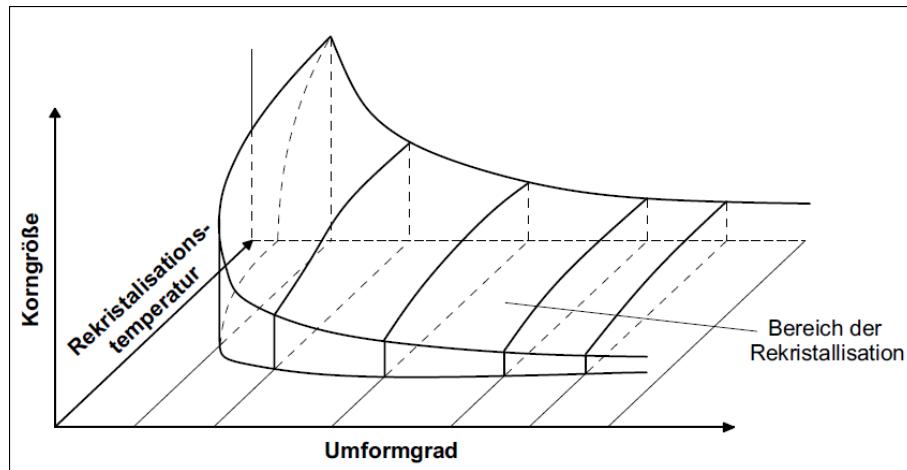


Abbildung 23: Zusammenhang Umformparameter und Rekristallisation

3.1.4 Rekristallisation, Erhöhlung und Kaltverfestigung

Ein wichtiger Faktor bei der Formänderung in metallischen Werkstoffen ist die Umformtemperatur und die thermisch aktivierten Vorgänge die diese eventuell im atomaren Gitterverband des Werkstoffes auslösen. Während eines Umformvorgangs erhöht sich stufenweise der Energiegehalt des Werkstoffmaterials. Dies ist größtenteils durch Versetzungen und plastische Verzerrungen im Gitterverband bedingt. Die Versetzungsichte steigert sich direkt proportional zu dem Umformgrad. Man nennt dies *Kaltverfestigung*. Bei fortgeschrittenem Umformgrad gerät durch den erhöhten Energieaufwand Wärme in das Material was bewirkt, dass sich die Atome wieder dem Gleichgewichtszustand annähern wollen. Ab einem bestimmten Überschreiten des kritischen Umformgrades speichert sich innere Energie im Gitterverband und kann so eine *Erhöhlung* der Gitterfehler und Rückbildung der Versetzungen bewirken. Bei noch höherer Energiezufuhr kann es sogar zur *Rekristallisation* (Bildung von Subkorngrenzen und erneutem Kornwachstum kommen, was ein neues entspanntes und duktile Gefüge mit sich bringt (siehe Abbildung 23)³⁸.³⁹

3.1.5 Eigenspannungen

Das Thema Eigenspannungen im Zusammenhang mit der Verarbeitung von Blechen an die hohe Qualitätsanforderungen gestellt werden ist natürlich von besonderem Interesse bei der Analyse von Problemstellungen die auf den einzelnen Fertigungsstufen entstehen können. Es handelt sich dabei um Spannungen in einem sich im Temperaturlgleichgewicht befindenden Bauteil, auf das keine mechanischen Beanspruchungen wirken. Die mit den Eigenspannungen involvierten Beanspruchungen stehen im mechanischen Gleichgewicht zueinander. Bei Bauteilen und Werkstücken die unter Eigenspannung stehen kann ein Materialversagen wesentlich schneller eintreten da sich die tatsächlich wirkende Spannung aus Eigenspannungen und Spannungen von außen einwirkenden Kräften zusammensetzt. Durch die Eigenspannungen kann auf Grund des daraus resultierenden gestörten Gleichgewichtszustands plastische Formänderung in Form von Verzug auftreten. Dabei wirken sich Druckeigenspannungen

³⁸Vgl. Klocke und König, *Fertigungsverfahren 4 Umformen*, S. 13.

³⁹Vgl. ebd., S. 11-13.

in der Bauteilrandzone meist vorteilhaft aus da sie einer möglichen Rissbildung und Rissausbreitung entgegenwirken.

Es wird im Hinblick auf Auswirkungen auf das Bauteilvolumen eine Unterteilung der Eigenspannungen in drei Gruppen unternommen:

1. *Makroskopische Eigenspannungen*, welche sich homogen über mehrere Kristallite erstrecken. Bei Störung des Gleichgewichts führen sie zu makroskopischen Formänderungen.
2. *Eigenspannungen*, die in kleinen Abschnitten homogen sind und bei Störungen des Gleichgewichts zu makroskopischen Formänderungen führen.
3. *Mikroskopische Eigenspannungen*, welche durch inhomogene Versetzungsreihen ausgelöst werden und über wenige Atombereiche variieren. Sie tragen nicht zu makroskopischen Formänderungen bei.

Eigenspannungen werden verursacht durch inhomogene Deformationen im Bauteil, was zu einer weiteren Einteilung führt.

Entstehungsursachen sind:

- *Thermische Eigenspannungen* (siehe Abbildung 24 auf der nächsten Seite)⁴⁰ die bei Abkühlung eines Bauteils entstehen.
- *Verformungseigenspannungen* (siehe Abbildung 25 auf der nächsten Seite und Abbildung 26 auf Seite 30)⁴¹ welche durch inhomogene Verformung auf Grund äußerer Beanspruchung verursacht werden.
- *Umwandlungseigenspannungen* (siehe Abbildung 27 auf Seite 30)⁴² die durch inhomogene Gefügeumwandlungen mit einer einhergehenden Volumenänderung ausgelöst werden.

Bei dem Messen von Eigenspannungen wird in zerstörende sowie zerstörungsfreie Erfassungsmethoden unterschieden. Hier wird hauptsächlich auf die zerstörenden Verfahren eingegangen und unter den zerstörungsfreien nur die Finite-Elemente-Methode kurz erläutert. Für zylindrische Bauteile werden Ausbohr- und Abdrehverfahren verwendet um die Eigenspannungen in radialer, tangentialer sowie axialer Richtung zu erfassen. Die Eigenspannungen in Platten und Stäben werden mit schichtweisem Abtragen, Einschneiden und Aufschlitzen ermittelt. Nach der jeweiligen Entfernung des Materials lassen sich Bauteilgeometrieänderungen sehr gut erkennen oder auch mit Messgeräten erfassen und daraus sind Schlüsse auf die Art und Lage der spezifischen Eigenspannungen abzuleiten (siehe Abbildung 28 auf Seite 31)⁴³. Zur ganz präzisen Analyse und Visualisierung von Bauteilspannungen kommt heutzutage in der Industrie die FEM (Finite-Elemente-Methode zum

⁴⁰Doege und Behrens, *Handbuch Umformtechnik*, S. 34.

⁴¹Ebd., S. 34.

⁴²Ebd., S. 35.

⁴³Ebd., S. 36.

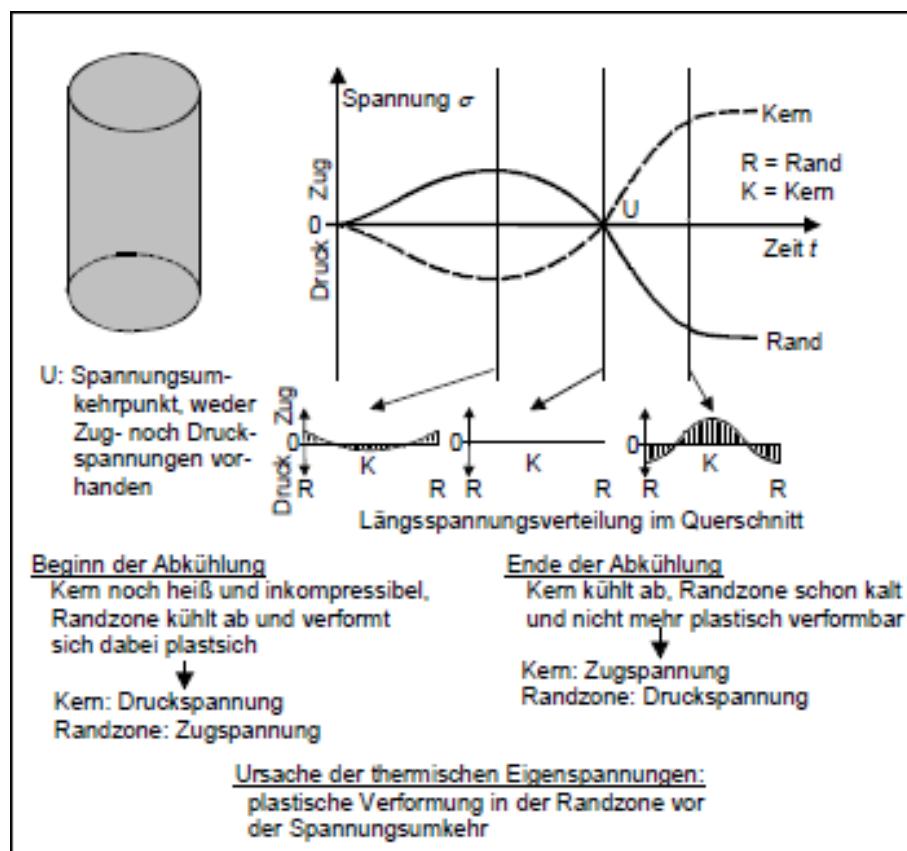


Abbildung 24: Zeitliche Änderung der Längsspannungsverteilung im Querschnitt eines Zylinders bei schneller Abkühlung.

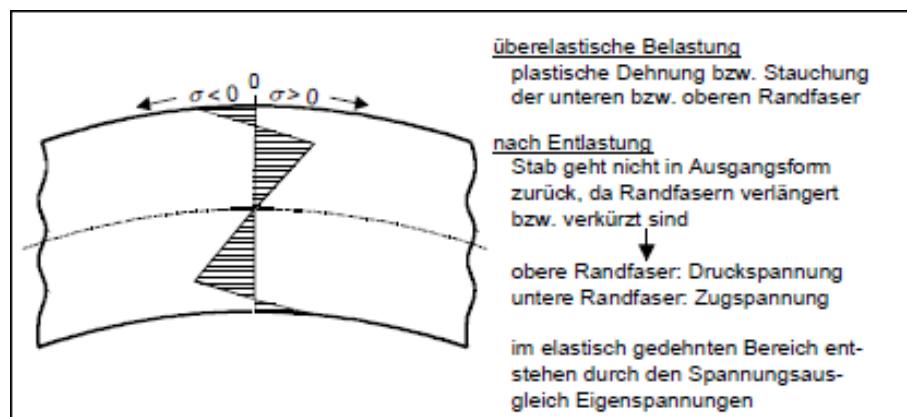


Abbildung 25: Schematische Längseigenspannungsverteilung im Querschnitt eines Stabs nach plastischer Biegebeanspruchung.

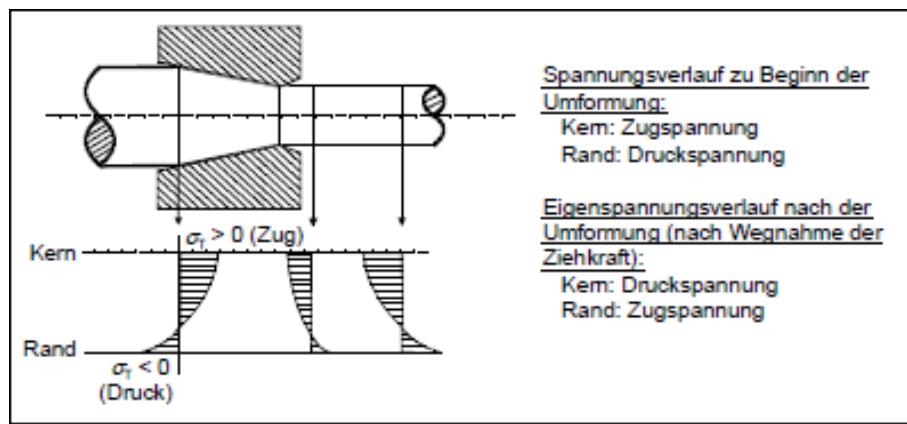


Abbildung 26: Schematische Tangentialeigenspannungsverteilung beim Drahtziehen in Abhängigkeit von der Ziehdüsenentfernung.

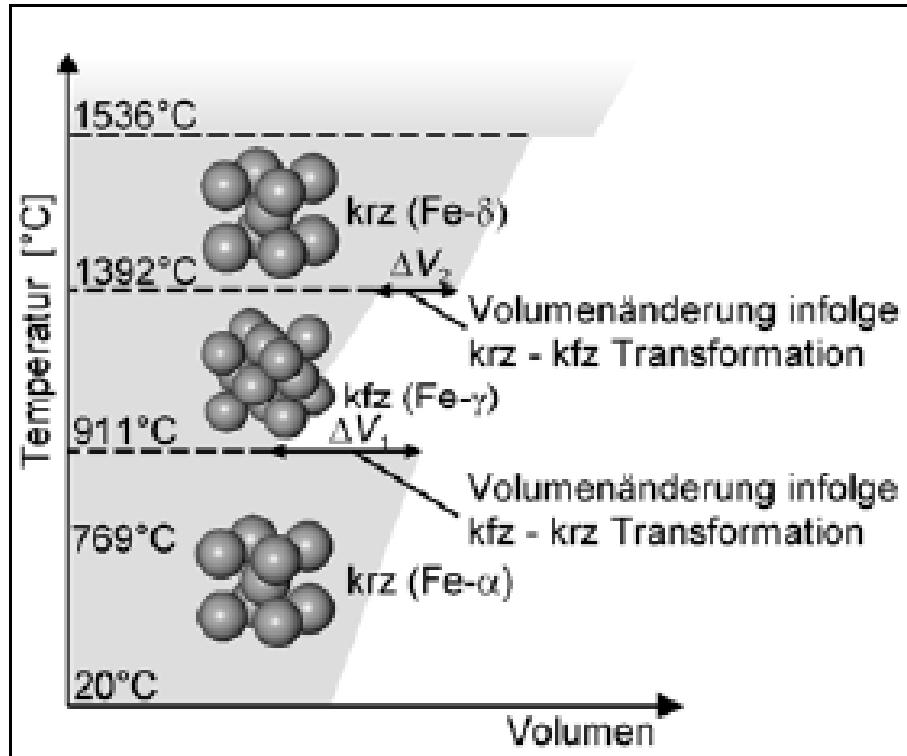


Abbildung 27: Volumenänderung durch Veränderung der Gitterstruktur.

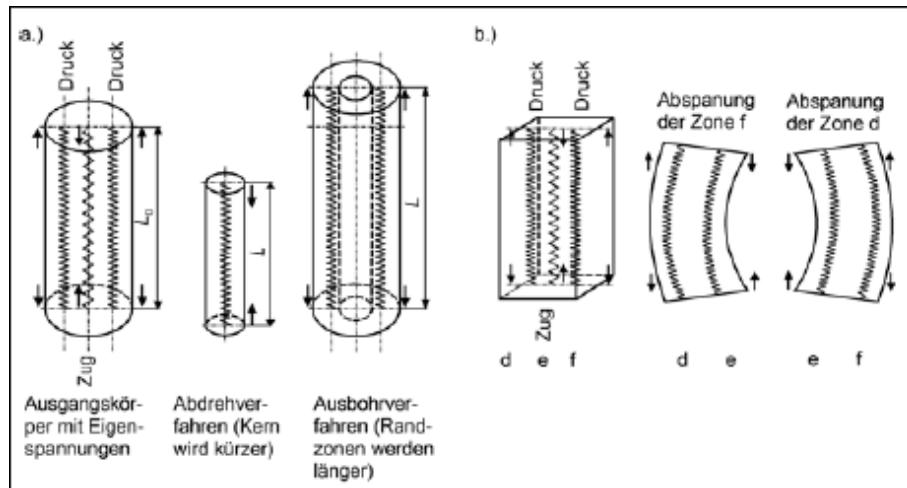


Abbildung 28: Ermittlung von Eigenspannungen a) in zylindrischen Bauteilen und b) in Platten und Stäben.

Einsatz).⁴⁴ Mit ihr lassen sich Umformprozesse sehr gut simulieren. Die FEM ist ein numerisches Verfahren zur näherungsweisen Lösung kontinuierlicher Feldprobleme. Darunter versteht man Probleme, in denen das Verhalten des Kontinuums durch partielle, orts- und zeitabhängige Differentialgleichungen umschrieben wird. Für jede Zustandsgröße eines Kontinuums gehören unendlich viele Werte, weil sie eine Funktion jedes Punktes des Kontinuums beschreibt. Die FEM zerlegt das Kontinuum in *endlich* viele Teile, die sogenannten *finiten Elemente*. Ein komplexes, kontinuierliches Problem wird dabei in eine endliche Zahl einfacher, voneinander abhängiger Probleme unterteilt.⁴⁵

3.1.6 Umformgrad

In der Umformtechnik wird zwischen elastischer und plastischer Formänderung unterschieden. Bildet sich ein Körper nach einer Deformation vollständig zu seiner ursprünglichen Geometrie zurück so ist er in dem elastischen Bereich gedehnt worden. Wird ein Bauteil über diesen Bereich hinaus gedehnt so tritt eine bleibende Verformung ein, was man unter plastifizierten Zustand versteht. Bei herkömmlichen einachsigen Zug- oder Druckversuchen werden Spannung und Dehnung auf Ihre Ausgangsgrößen bezogen z.B.

$$\sigma = \frac{F}{A_o} \quad (4)$$

oder für die Dehnung

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (5)$$

Diese Methode der Festigkeitsberechnung ist für Bauteile die konstruktionsbedingt für den elastischen Bereich dimensioniert werden durchaus ausreichend. In der Umformtechnik sind aber die *wahren Spannungs- und Dehnungsverhältnisse* von großer Bedeutung. Die wahre Spannung, die die momentan einwirkende Kraft auf die momentane Fläche bezieht ist die *Fließspannung* k_f . Für die *wahre Dehnung* die den

⁴⁴Vgl. Doege und Behrens, *Handbuch Umformtechnik*, S. 32-37.

⁴⁵Vgl. Klocke und König, *Fertigungsverfahren 4 Umformen*, S. 48.

eigentlichen Umformgrad φ darstellt bezieht sich auf den sich mit der Verformung ändernden Bezugswert. Eine Herleitung die z.B. bei einem einachsigen zylindrischen Druckversuch in dem der Höhenunterschied

$$h = h_1 - h_0 \quad (6)$$

den zurückgelegten Stempelweg darstellt ist:

$$\varphi = \int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{h} = \ln h_1 - \ln h_0 = \ln \frac{h_1}{h_0} \quad (7)$$

Im Falle des Druckversuchs ergibt sich dafür natürlich ein negativer Umformgrad. Erwähnt werden sollte in diesem Zusammenhang noch das Gesetz der *Volumenkonstanz* welches aussagt das bei plastischen Fließvorgängen das Volumen des Kontinuums unverändert bleibt. So kann man den Stauchvorgang eines Vierkantstabes so beschreiben:

$$h_1 \cdot b_1 \cdot l_1 = h_0 \cdot b_0 \cdot l_0 \quad (8)$$

Nach Transformation und Logarithmieren der Gleichung erhält man das Gesetz der Volumenkonstanz.

$$\ln\left(\frac{h_1}{h_0} \cdot \frac{b_1}{b_0} \cdot \frac{l_1}{l_0}\right) = \ln 1 = 0 \quad (9)$$

daraus folgt

$$\ln \frac{h_1}{h_0} + \ln \frac{b_1}{b_0} + \ln \frac{l_1}{l_0} = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0 \quad (10)$$

Analog dazu gilt für die Umformgeschwindigkeiten

$$\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_3 = 0 \quad (11)$$

Durch den hydrostatischen Spannungsanteil beschriebene Dehnungen und Dehngeschwindigkeiten werden bei plastischen Fließvorgängen gleich null.⁴⁶

3.1.7 Umformgeschwindigkeit

An dieser Stelle soll die bei Umformprozessen auftretende Geschwindigkeit hergeleitet werden. Man erhält sie aus der zeitlichen Ableitung des Umformgrades

$$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} \quad (12)$$

Man nehme zum Beispiel den klassischen Stauchversuch und geht davon aus, dass der Umformgrad φ eine Funktion der Probenhöhe (Probe ist meist ein zylindrischer

⁴⁶Vgl. Klocke und König, *Fertigungsverfahren 4 Umformen*, S. 24-28.

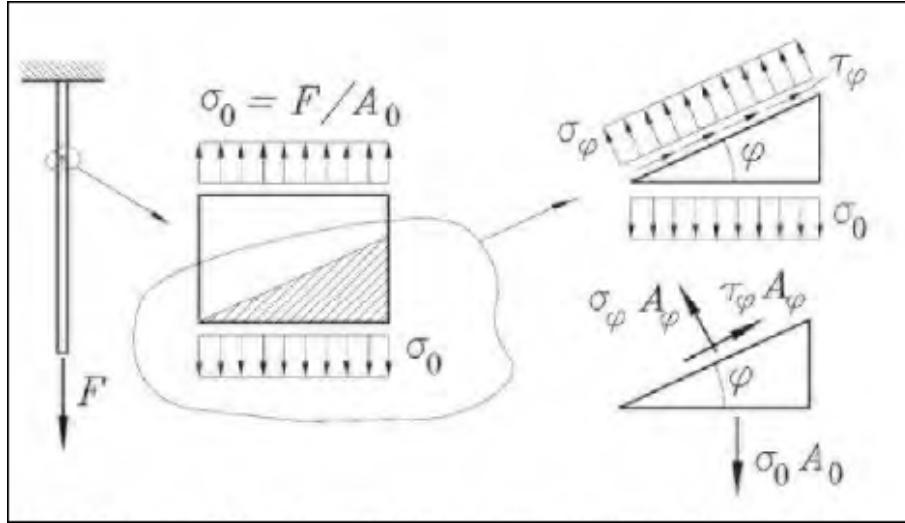


Abbildung 29: Einachsiger Spannungszustand am Zugstab

Körper) h ist während die Höhe h auch eine Funktion der Zeit t darstellt. Daraus kann folgender Term geformt werden

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\varphi(h(t))}{dt} = \frac{d\varphi}{dh} \cdot \frac{dh}{dt} \quad (13)$$

Hieraus folgt für den einachsigen Spannungszustand mit der jeweiligen Werkzeuggeschwindigkeit (hier der Stempel) v sowie der Probenhöhe h

$$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d(\ln h - \ln h_0)}{dh} \cdot \frac{dh}{dt} = \frac{v}{h} \quad (14)$$

Wobei h_0 natürlich die Ausgangshöhe der Probe ist.⁴⁷ Aus diesen Ausführungen lässt sich schließen, dass die Umformgeschwindigkeit immer aus der im Augenblick aufgenommenen Werkzeuggeschwindigkeit und der zum gleichen Zeitpunkt erfassten Bauteilhöhe (oder auch dem jeweiligen Umformvorgang spezifischem Maß) gebildet wird.

3.1.8 Einachsiger Spannungszustand

Zum Grundlagenverständnis soll nun das Spannungsverhältnis des einachsigen Spannungszustandes an einem einfachen Zugstab erläutert werden (siehe Abbildung 29)⁴⁸ Bei Belastung eines Bauteils in nur einer Richtung liegt der sogenannte einachsige Spannungszustand vor. Wenn man an dem Zugstab Abbildung 29 einen Schnitt nicht senkrecht zur Richtung von σ_0 betrachtet erkennt man, dass dort auch Schubspannungen im Bauteil vorhanden sind. Um einen Gleichgewichtszustand in horizontaler Richtung an dem herausgeschnittenen Keil herzustellen ist es nötig das in der schrägen Schnittfläche A_φ außer der Nomalspannung σ_φ zusätzlich die Schubspannung τ_φ vorhanden ist. Durch Multiplikation der Spannungen in den Schnittflächen A_0 und A_φ mit den entsprechenden Flächen erhält man die Kräfte $\sigma_0 A_0$ und $\sigma_\varphi A_\varphi$. Es können

⁴⁷Vgl. Doege und Behrens, *Handbuch Umformtechnik*, S. 65.

⁴⁸Vgl. Dankert. *Technische Mechanik*. Sechste überarbeitete Auflage. Vieweg Teubner Verlag, 2011, S. 388.

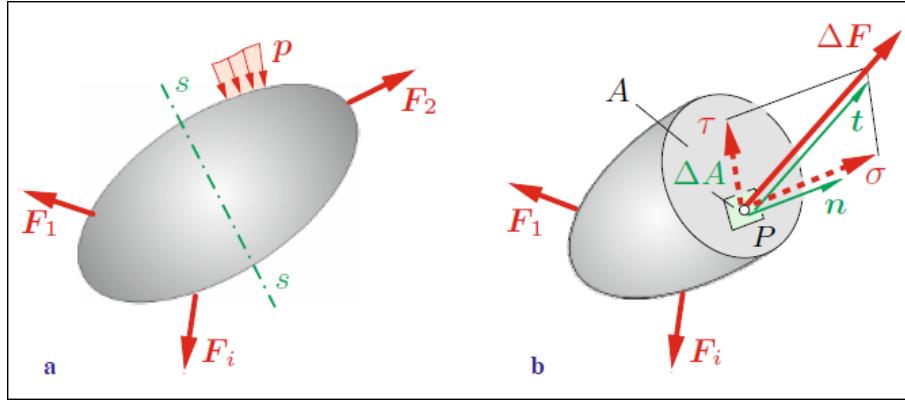


Abbildung 30: Spannungsvektor an beliebigen Körper

nun folgende Gleichgewichtsbedingungen aufgestellt werden

$$\sigma_\varphi A_\varphi - \sigma_0 A_0 \cos \varphi = 0 \quad (15)$$

$$\tau_\varphi A_\varphi - \sigma_0 A_0 \sin \varphi = 0 \quad (16)$$

Durch Einsetzen von $A_0 = A_\varphi \cos \varphi$ erhält man die Gleichungen für die Spannungen in einem beliebigen Schnitt bei dem einachsigen Spannungszustand

$$\sigma_\varphi = \sigma_0 \cos^2 \varphi \quad (17)$$

$$\tau_\varphi = \frac{1}{2} \sigma_0 \sin 2\varphi \quad (18)$$

Aus diesen Gleichungen ist zu erkennen das die Normalspannung am größten bei $\varphi = 0$ ist, weil in dem Schnitt keine Schubspannung vorhanden ist. Deshalb wird σ_0 in diesem Fall als *Hauptspannung* bezeichnet. Die maximale Schubspannung ergibt sich bei $\varphi = 45^\circ$ sie wird als *Hauptschubspannung* ($\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sigma_0$) bezeichnet.⁴⁹

3.1.9 Spannungsvektor und Spannungstensor

Zum besseren Verständnis was für Kräfte und Spannungsverhältnisse bei Umformvorgängen im Material vorherrschen ist es sinnvoll sie an infinitesimal kleinen Volumenelementen zu modellieren. Dazu stellt man sich einen Körper unter Belastung der Einzelkräfte F_i und der Flächenlasten p vor (siehe Abbildung 30)⁵⁰. Äußere Belastungen verursachen grundsätzlich auch innere Kräfte in einem Bauteil. Betrachtet man den Schnitt s-s erkennt man das die inneren Kräfte sowie Spannungen über die ganze Schnittfläche A verteilt sind. Spannung sind über die Schnittfläche veränderlich deshalb wird ein beliebiger Punkt P der Schnittfläche definiert. Die Schnittkraft ΔF wirkt auf ein Flächenelement ΔA (in dem P enthalten ist). Es wirkt eine gleich große entgegengesetzte Kraft auf die gegenüberliegende Schnittfläche (actio gleich reactio). Der Quotient $\frac{\Delta F}{\Delta A}$ (Kraft auf die Fläche bezogen) definiert die mittlere Spannung für das Flächenelement. Wenn man nun bei der Beziehung $\frac{\Delta F}{\Delta A}$

⁴⁹Vgl. Dankert, *Technische Mechanik*, S. 388.

⁵⁰Vgl. Dietmar Gross und Werner Hauger. *Technische Mechanik Band 2 Elastostatik*. Zehnte neu bearbeitete Auflage. Springer Verlag, 2009, S. 43.

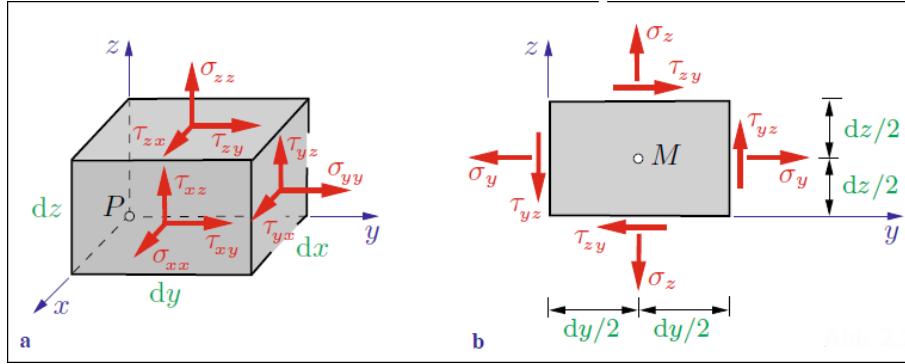


Abbildung 31: Spannungen und Kräfte am Infinitesimalen Element

den Differentialquotienten bildet in dem $A \rightarrow 0$ gegen Null läuft resultiert daraus die Formel für den *Spannungsvektor* t

$$t = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (19)$$

Der Spannungsvektor lässt sich in eine Komponente normal zur Schnittfläche (*Normalspannung* σ) und eine Komponente in der Schnittfläche (tangentielle *Schubspannung* τ) zerlegen. Es existiert eine Abhängigkeit des Spannungsvektors t von der Lage des Punktes P in der Schnittfläche. Also eine Ortsabhängigkeit. Kann der Spannungsvektor t für alle Punkte von A angegeben werden, so ist die Spannungsverteilung in der Schnittfläche bekannt. Dennoch wird durch t der Spannungszustand in einem Punkt P nicht vollständig definiert. Werden durch P Schnitte in verschiedene Richtungen gelegt, so wirken entsprechend der unterschiedlichen Orientierung der Flächenelemente auch unterschiedliche Schnittkräfte. Es liegt demzufolge auch eine Schnittrichtungsabhängigkeit der Spannungen vor. Die Schnittrichtung wird von dem Normalenvektor n charakterisiert. Der Spannungszustand in einem Punkt P wird durch drei Spannungsvektoren in drei senkrecht aufeinander stehenden Schnittflächen festgelegt. Zu Darstellungszwecken fallen die drei Schnittflächen in dieser Modellierung mit den Koordinatenebenen eines kartesischen Koordinatensystems zusammen.

Um sie prägnant darzustellen, visualisiert man sie als Seitenflächen eines infinitesimalen Quaders mit den Kantenlängen dx , dy und dz in der Umgebung von P (siehe Abbildung 31)⁵¹. Ein Spannungsvektor wirkt hier je Fläche, der in seine Komponenten senkrecht zur Schnittfläche (daraus folgt Normalspannung) und in der Schnittfläche (daraus folgt Schubspannung) zerlegt wird. Zusätzlich werden die Schubspannungen noch in die Komponenten der Richtung der Koordinatenachsen zerlegt. Es werden Doppelindizes zur Kennzeichnung der jeweiligen Komponenten benutzt (siehe Abbildung 31). Der erste Index kennzeichnet die Richtung der Flächennormalen, wohingegen der zweite Index die Richtung der Spannungskomponenten bezeichnet. Zum Beispiel deklariert τ_{yx} die Schubspannung einer Ebene, deren Normale in y -Richtung weist. Die Spannung zeigt hier in die x -Richtung (siehe Abbildung 31). Es ist sinnvoll und vermeidet Verwechselungen bei den Normalspannungen die Schreibweise zu simplifizieren. Spannung und Flächennormale besitzen in diesem Fall die gleiche Richtung. Daraus ergibt sich eine Übereinstimmung der beiden Indizes und es ist hinreichend nur einen Index anzugeben. Es ist also völlig ausreichend folgende Angaben zu machen: $\sigma_{xx} = \sigma_x$, $\sigma_{yy} = \sigma_y$, $\sigma_{zz} = \sigma_z$.

⁵¹Vgl. Gross und Hauger, *Technische Mechanik Band 2 Elastostatik*, S. 44.

Der Spannungsvektor für die Schnittfläche, deren Normale in y - Richtung zeigt wir mit den oben angeführten Konventionen zu folgender Formel:

$$t = \tau_{yx}e_x + \sigma_y e_y + \tau_{yz}e_z \quad (20)$$

Analog zu den Schnittgrößen existiert für die Spannungen eine *Vorzeichenkonvention*:

„Positive Spannungen zeigen an einem positiven (negativen) Schnittufer in die positive (negative) Koordinatenrichtung.“⁵²

Infolgedessen beanspruchen positive (negative) Normalspannungen den infinitesimalen Quader auf Zug (Druck). Nach Zerlegung der Spannungsvektoren in ihre Komponenten erhält man drei Normalspannungen ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$) und sechs Schubspannungen ($\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$), die jedoch nicht alle unabhängig voneinander sind. Um das zu beweisen wird das Momentengleichgewicht um eine zur x - Achse parallele Achse durch den Mittelpunkt des Quaders (siehe Abbildung 31 auf der vorherigen Seite) aufgestellt. Unter der Berücksichtigung das Gleichgewichtsaussagen nur für Kräfte gelten, werden die Spannungen mit den zugeordneten Flächenelementen multipliziert.

$$\hat{M} : 2 \frac{dy}{2} (\tau_{yz} dx dz) - 2 \frac{dz}{2} (\tau_{zy} dx dy) = 0 \Rightarrow \tau_{yz} = \tau_{zy} \quad (21)$$

Analog dazu gilt für die anderen Achsen:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} \quad (22)$$

Aus dem folgt:

„Schubspannungen in zwei senkrecht aufeinander stehenden Schnitten (z.B. τ_{xy} und τ_{zy}) sind gleich.“⁵³

Sie werden als einander *zugeordnete Schubspannungen* bezeichnet. Aufgrund der Tatsache das sie gleiche Vorzeichen besitzen, deuten sie entweder auf die gemeinsame Quaderkante oder sie sind beide von ihr abgewandt. Wie aus den oben angeführten Identitäten zu erkennen ist, existieren lediglich sechs unabhängige Spannungen. Die Komponenten der jeweiligen Spannungsvektoren lassen sich in einer Matrix anordnen:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (23)$$

Die Normalspannungen bilden die Hauptdiagonale. Alle anderen Elemente sind Schubspannungen. Die Matrix ist symmetrisch und stellt den *Spannungstensor* dar. Er wird mit der Größe σ bezeichnet. Der *Spannungszustand* wird durch den *Spannungstensor* (Spannungsvektoren für drei aufeinander stehende Schnitte) eindeutig in einem Punkt festgelegt.⁵⁴

⁵²Gross und Hauger, *Technische Mechanik Band 2 Elastostatik*, S. 45.

⁵³Ebd., S. 46.

⁵⁴Vgl. ebd., S. 43-46.

3.1.10 Festigkeitshypothesen

In der Praxis unterliegen Bauteile nahezu immer einem mehrachsigen Spannungszustand. Zulässige Spannungen σ_{zul} für Bauteile und Werkstoffe werden aber meistens mit dem einachsigen Zugversuch in Laboren festgelegt. Um nun die realen Spannungsverhältnisse im Bauteil mit den Laborwerten vergleichbar zu machen bedient man sich bestimmter Festigkeitshypothesen, die die Hauptspannungen berücksichtigen um sie mit den theoretischen Mindestzugfestigkeiten gegenüberzustellen. Es wird also zuerst unter Zu-Hilfenahme einer Spannungshypothese eine Vergleichsspannung σ_V errechnet und diese dann mit σ_{zul} verglichen. Idealisiert würde solch eine Vergleichsspannung alle wirkenden Veränderungen und Spannungen sowie Veränderungen des Materialverhaltens (z.B. Fließen, Bruch) bei gleichen Werten auslösen wie im einachsigen Spannungszustand bei dem modellierten Zugversuch. Bei der Gegenüberstellung der beiden Spannungen gilt dann $\sigma_V \leq \sigma_{zul}$. Es wurden im Laufe der Jahre zahlreiche solcher Spannungshypothesen hergeleitet.⁵⁵ Hier sollen nur die geläufigsten, nämlich die Spannungshypothesen von *Tresca* und von *Mises* kurz vorgestellt werden.

Die *Schubspannungshypothese* nach Tresca geht davon aus, dass die Materialbeanspruchung durch die maximale Schubspannung zu charakterisieren ist. Für den dreidimensionalen Spannungszustand gilt die Formel

$$\sigma_V = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (24)$$

. Bei der *Hypothese der Gestaltänderungsenergie* nach von Mises wird davon ausgegangen, dass die zur Änderung der Gestalt benötigte Energie zu Vergleichszwecken herangezogen wird. Für den räumlichen Spannungszustand wird folgender Term gegeben:

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \quad (25)$$

Die Hypothese der Gestaltänderungsenergie ist besonders bei zähen Werkstoffen aussagekräftiger und präziser als die Schubspannungshypothese.⁵⁶

⁵⁵Vgl. Dankert, *Technische Mechanik*, S. 399.

⁵⁶Vgl. Gross und Hauger, *Technische Mechanik Band 2 Elastostatik*, S. 84.

Literatur

- Boljanovic, Vukota. *Sheet Metal Forming Processes and Die Design*. First Edition. Industrial Press, 2004.
- Dankert. *Technische Mechanik*. Sechste überarbeitete Auflage. Vieweg Teubner Verlag, 2011.
- Doege, Eckart und Bernd-Arno Behrens. *Handbuch Umformtechnik*. Zweite überarbeitete Auflage. Springer-Verlag, 2010.
- Gross, Dietmar und Werner Hauger. *Technische Mechanik Band 2 Elastostatik*. Zehnte neu bearbeitete Auflage. Springer Verlag, 2009.
- Hering, Martin und Stohrer. *Physik für Ingenieure*. Zehnte Auflage. Springer-Verlag, 2007.
- Holland, Heinrich und Kurt Scharmbacher. *Grundlagen der Statistik*. Achte Auflage. Gabler-Verlag, 2010.
- Klocke, Fritz und Wilfried König. *Fertigungsverfahren 4 Umformen*. Fünfte neu bearbeitete Auflage. Springer-Verlag, 2006.
- Kuchling. *Taschenbuch der Physik*. Neunzehnte Auflage. Carl Hanser Verlag, 2007.
- Lange, Kurt. *Handbook of Metal Forming*. First Edition. Society of Manufacturing Engineers, 1985.
- Läpple u. a. *Werkstofftechnik Maschinenbau*. Zweite aktualisierte und erweiterte Auflage. Europa-Verlag, 2010.
- Ostermann, Friedrich. *Anwendungstechnologie Aluminium*. Zweite neu bearbeitete und aktualisierte Auflage. Springer-Verlag, 2007.
- Papula, Lothar. *Mathematische Formelsammlung*. Zehnte Auflage. Vieweg-Teubner, 2009.
- Roos und Maile. *Werkstoffkunde für Ingenieure*. Dritte neu bearbeitete Auflage. 2008.
- Theis, Henry. *Handbook of Metalforming Processes*. First Edition. CRC Press, 1999.
- Tschaetsch, Heinz. *Metal Forming Practise*. Eighth Edition. Springer Verlag, 2005.
- Weisbach, Wolfgang. *Werkstoffkunde*. Sechzehnte überarbeitete Auflage. Vieweg-Verlag, 2007.